Gödel, Escher, Bach


CÓPIA NÃO AUTORIZADA É CRIME
ABDR
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE DIREITOS REPROGRÁFICOS
RESPEITE O DIREITO AUTORAL

Douglas R. Hofstadter

Gödel, Escher, Bach

Um Entrelaçamento de Gênios Brilhantes

Tradução

José Viegas Filho

EDITORA UnB

IMPRENSA OFICIAL SP

Equipe editorial: Airton Lugarinho (Supervisão editorial);
Rejane de Meneses (Preparação de originais); Geraldo Huff e Sonja Cavalcanti (Revisão); Fernando Piccinini Schmitt e Raimunda Dias (Editoração eletrônica);
Rejane de Meneses (Índice); Formatos (Capa)

Título original: Gödel, Escher, Bach: an eternal golden braid

Impresso no Brasil

Direitos exclusivos para esta edição:

Editora Universidade de Brasília
SCS Q. 02 Bloco C Nº 78
Ed. OK 2º andar
70300-500 Brasília DF
Tel: (0xx61) 226-6874
Fax: (0xx61) 225-5611
editora@unb.br

Imprensa Oficial do Estado de São Paulo
Rua da Mooca, 1921
03103-902 – São Paulo, SP
Tel: (0xx11) 6099-9446
Fax: (0xx11) 6692-3503
imprensaoficial@imprensaoficial.com.br
SAC 0800-123401

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca Central da Universidade de Brasília

H713 Hofstadter, Douglas R.
Gödel, Escher, Bach: um Entrelaçamento de Gênios Brilhantes / Douglas R. Hofstadter; tradução de José Viegas Filho. Brasília : Editora Universidade de Brasília : São Paulo : Imprensa Oficial do Estado, 2001.
892 p.

Tradução de: Gödel, Escher, Bach

ISBN 85-230-0578-1

1. Arte-teoria. 2. Arte-Filosofia. 3. Criação artística. I. Viegas Filho, José. II. Título.

CDU 7.01

Para M. e D.

Sumário

Visão geral

Parte I: GEB

Introdução: Uma oferenda músico-lógica. O livro tem início com a história da *Oferenda musical* de Bach. Bach fez uma visita repentina ao rei Frederico, o Grande, da Prússia e foi instado a improvisar sobre um tema apresentado pelo rei. Suas improvisações constituíram a base daquela grande obra. A *Oferenda musical* e sua história constituem um tema sobre o qual eu "improviso" durante todo o livro, compondo, assim, uma espécie de "oferenda metamusical". A auto-referência e a interpenetração de níveis diferentes na obra de Bach são discutidas; isso leva à discussão de idéias paralelas nos desenhos de Escher e, a seguir, no Teorema de Gödel. Uma breve apresentação da história da lógica e dos paradoxos é aposta como pano de fundo para o Teorema de Gödel. Isso leva ao raciocínio mecânico, aos computadores e ao debate sobre se a inteligência artificial é possível. Termino com uma explicação sobre as origens do livro – particularmente o porquê e o para que dos diálogos.

Invenção a três vozes. Bach escreveu quinze invenções a três vozes. Nesse diálogo a três vozes, a Tartaruga e Aquiles – os principais protagonistas fictícios dos diálogos – são "inventados" por Zenão (como de fato o foram, para ilustrar o paradoxo do movimento, de Zenão). Muito curto, ele simplesmente dá o tom dos próximos diálogos.

Capítulo I: O quebra-cabeça MU. Um sistema formal simples (o sistema MIU) é apresentado e o leitor é instado a resolver um quebra-cabeça para ganhar familiaridade com os sistemas formais em geral. Algumas noções fundamentais são apresentadas: cadeia, teorema, axioma, regra de inferência, derivação, sistema formal, procedimento decisório, trabalho dentro/fora do sistema.

Invenção a duas vozes. Bach também escreveu quinze invenções a duas vozes. Este diálogo a duas vozes não foi escrito por mim, mas sim por Lewis Carroll, em 1895. Carroll tomou emprestados de Zenão a Tartaruga e Aquiles, e eu, por minha vez, tomei-os emprestados a Carroll. O tópico é a relação entre o raciocínio, o raciocínio sobre o raciocínio, o raciocínio sobre o raciocínio sobre o raciocínio e assim por diante. De certo modo, ele é paralelo aos paradoxos de Zenão sobre a impossibilidade do movimento, parecendo mostrar, pelo uso da regressão infinita, que o raciocínio é impossível. É um belo paradoxo e a ele se fazem diversas referências no curso do livro.

Capítulo II: Significado e forma em matemática. Um novo sistema formal (o sistema mg), ainda mais simples que o sistema MIU do capítulo I, é apresentado. Parecendo inicialmente sem significado, seus símbolos revelam-se repentinamente significativos em virtude da forma dos teoremas em que aparecem. Essa revelação é a primeira aproximação importante com respeito ao significado: sua ligação profunda com o isomorfismo. Discutem-se, então, várias questões relacionadas com o significado, tais como verdade, demonstração, manipulação de símbolos e o conceito fugidio de "forma".

Sonata para Aquiles solo. Um diálogo que imita as sonatas de Bach para violino solo. Em particular, Aquiles é o único interlocutor, pois trata-se da transcrição de um dos lados de uma conversa telefônica que tem em seu outro extremo a Tartaruga. A conversa gira em torno dos conceitos de "figura" e "fundo" em vários contextos – por exemplo, a arte de Escher. O próprio diálogo constitui um exemplo da distinção entre eles, uma vez que o texto de Aquiles compõe uma "figura", e o texto da Tartaruga – implícito no de Aquiles – compõe um "fundo".

Capítulo III: Figura e fundo. A distinção entre figura e fundo na arte é comparada à distinção entre teoremas e não-teoremas nos sistemas formais. A pergunta "Uma figura contém necessariamente a mesma informação que seu fundo?" leva à distinção entre conjuntos recorrentemente enumeráveis e conjuntos recorrentes.

Contracrostiponto. Este diálogo é fundamental para o livro, pois contém um conjunto de paráfrases da construção auto-referente de Gödel e de seu Teorema da Incompletitude. Uma das paráfrases do Teorema diz: "Para cada toca-discos existe um disco que ele não pode tocar". O título do diálogo é um jogo entre a palavra "acróstico" e a palavra "contraponto", usada por Bach para denotar as muitas fugas e cânones que conformam sua *Arte da fuga.* São feitas algumas referências explícitas à *Arte da fuga.* O próprio diálogo contém alguns efeitos acrósticos.

Capítulo IV: Coerência, completitude e geometria. O diálogo anterior é explicado, na medida em que isso é possível, neste estágio. Isso traz de volta a questão de como e quando os símbolos de um sistema formal adquirem significado. A história da geometria euclidiana e não-euclidiana é relatada como ilustração da noção fugidia de "termos não-definidos". Isso leva a idéias a respeito da coerência de geometrias diferentes e possivelmente "rivais". Por meio dessa discussão, a noção de termos não-definidos é esclarecida e a relação dos termos não-definidos com os processos de percepção e pensamento é considerada.

Pequeno labirinto harmônico. Tem por base a peça de Bach para órgão com o mesmo nome. É uma introdução alegre à noção de estruturas recorrentes – isto é,

incluídas. Contém histórias dentro de histórias. A história-base, ao invés de terminar como esperado, é deixada em aberto, de maneira que fica em suspenso para o leitor, sem uma resolução. Uma história incluída refere-se à modulação na música – particularmente uma peça para órgão que termina no tom errado, deixando o ouvinte na expectativa, sem uma resolução.

Capítulo V: Estruturas e processos recorrentes. A idéia da recorrência é apresentada em muitos contextos diferentes: padrões musicais, padrões lingüísticos, estruturas geométricas, funções matemáticas, teorias físicas, programas de computador e outros.

Cânone por aumentação de intervalos. Aquiles e a Tartaruga tentam resolver a questão: "O que contém mais informação – um disco ou o fonógrafo que o toca?" Essa questão bizarra surge quando a Tartaruga descreve um disco único que, quando tocado em um conjunto de fonógrafos diferentes, produz duas melodias bem diferentes: B-A-C-H e C-A-G-E. Resulta, contudo, que essas melodias são "a mesma", em um sentido peculiar.

Capítulo VI: A localização do significado. Uma ampla análise de como o significado é dividido entre mensagem codificada, decodificador e receptor. Os exemplos apresentados incluem cadeias de ADN, inscrições não-decifradas em placas da Antiguidade e discos fonográficos que voam pelo espaço. A relação da inteligência com o significado "absoluto" é postulada.

Fantasia cromática e luta. Um pequeno diálogo que tem muito pouca semelhança, exceto quanto ao título, com a *Fantasia cromática e fuga* de Bach. Refere-se à maneira correta de manipular sentenças de modo a preservar a verdade – e, em particular, à questão sobre se existem regras para o uso da palavra "e". Este diálogo tem muito em comum com o diálogo de Lewis Carroll.

Capítulo VII: O cálculo proposicional. Sugere-se que palavras tais como "e" podem ser governadas por regras formais. São novamente levantadas as idéias de isomorfismo e aquisição automática de significado pelos símbolos em sistemas como esse. Todos os exemplos deste capítulo, a propósito, são "zentenças" – sentenças tomadas de *koans* zen. Isso é feito propositalmente, de maneira algo maliciosa, uma vez que os *koans* zen são histórias deliberadamente ilógicas.

Cânone caranguejo. Um diálogo baseado em uma peça do mesmo nome, que faz parte da *Oferenda musical.* Ambos são assim denominados porque os caranguejos (supostamente) caminham para trás. O Caranguejo faz sua primeira aparição neste diálogo. É, talvez, o diálogo mais denso do livro em termos de efeitos formais e de jogo de níveis. Gödel, Escher e Bach interligam-se profundamente neste diálogo muito breve.

Capítulo VIII: A Teoria dos Números Tipográfica. Uma extensão do cálculo proposicional, denominada TNT, é apresentada. Na TNT, o raciocínio teórico-numérico pode ser feito pela manipulação rígida dos símbolos. Diferenças entre o raciocínio formal e o pensamento humano são consideradas.

Uma oferenda MU. Este diálogo antecipa diversos tópicos novos do livro. Ostensivamente relacionado com o zen-budismo e com *koans*, é, na verdade, uma discussão sutilmente velada sobre teoremidade e não-teoremidade, verdade e falsidade, ou cadeias na Teoria dos Números. Há referências passageiras à biologia molecular – particularmente ao código genético. Não há afinidade íntima com a *Oferenda musical,* além da presença no título e no desenvolvimento de jogos de auto-referência.

Capítulo IX: Mumon e Gödel. Faz-se uma tentativa de falar a respeito das estranhas idéias do zen-budismo. O monge zen Mumon, que fez comentários muito conhecidos sobre muitos *koans*, é uma figura central. De certa maneira, as idéias zen guardam uma semelhança metafórica com algumas idéias contemporâneas da filosofia da matemática. Com base nesse "zenário", é apresentada a idéia fundamental de Gödel, a numeração de Gödel, e faz-se uma primeira passagem sobre o Teorema de Gödel.

Parte II: EGB

Prelúdio... Esse diálogo amarra-se ao próximo. Ambos se baseiam em prelúdios e fugas do *Cravo bem temperado* de Bach. Aquiles e a Tartaruga trazem um presente ao Caranguejo, que tem um convidado: o Tamanduá. O presente resulta ser uma gravação do *CBT;* é imediatamente tocado. Ao ouvir um prelúdio, eles discutem a estrutura dos prelúdios e das fugas, o que leva Aquiles a perguntar como ouvir uma fuga: como um todo ou como uma soma de partes? Este é o debate entre o holismo e o reducionismo, que logo será desenvolvido na *Fuga da formiga.*

Capítulo X: Níveis de descrição e computadores. Vários níveis de observação de quadros, tabuleiros de xadrez e sistemas de computadores são discutidos. O último deles é, então, examinado em detalhe. Isso envolve a descrição de linguagens de máquina, linguagens de montagem, linguagens de compilação, sistemas operacionais e assim por diante. A seguir, a discussão volta-se para sistemas compostos de outros tipos, tais como equipes esportivas, núcleos, átomos, o clima e assim por diante. Surge a questão de quantos níveis intermediários existem – ou, na verdade, se existem.

...fuga da formiga. Uma imitação de uma fuga musical: cada voz entra com a mesma afirmação. O tema – holismo *versus* reducionismo – é introdu-

zido em um quadro recorrente, composto de palavras compostas de palavras menores, etc. As palavras que aparecem nos quatro níveis deste estranho quadro são "HOLISMO", "REDUCIONISMO" e "MU". A discussão desvia-se para uma amiga do Tamanduá – Madame Fourmi Gueiros, um formigueiro dotado de consciência. Os vários níveis de seus processos de pensamento são o tópico de discussão. Muitos efeitos de fuga estão contidos no diálogo. Como indícios para o leitor, fazem-se referências a efeitos paralelos que ocorrem na fuga tocada no disco que o quarteto ouve. Ao final da *Fuga da formiga*, reaparecem temas do *Prelúdio*, consideravelmente transformados.

Capítulo XI: Cérebros e pensamentos. "Como podem os pensamentos ser apoiados pelo *hardware* do cérebro?" é o tópico deste capítulo. Inicialmente, dá-se uma visão geral da estrutura do cérebro em grande escala e em pequena escala. A seguir, discute-se especulativamente, com algum detalhe, a relação entre os conceitos e a atividade neural.

Suíte inglesa, francesa, alemã e portuguesa (Tagarouco). Interlúdio que consiste do poema sem sentido de Lewis Carroll "Jabberwocky", juntamente com três traduções, uma em francês e outra em alemão, ambas feitas no século XIX, e uma contemporânea, em português.

Capítulo XII: Mentes e pensamentos. Os poemas precedentes levantam intensamente a questão sobre se as linguagens ou, na verdade, as mentes podem ser "superpostas" entre si. Como é possível a comunicação entre dois cérebros fisicamente separados? O que todos os cérebros humanos têm em comum? Uma analogia geográfica é utilizada para sugerir uma resposta. Surge a pergunta: "Pode um cérebro ser entendido, em algum sentido objetivo, por um estranho?"

Ária com variações diversas. Um diálogo cuja forma se baseia nas "Variações Goldberg", de Bach, e cujo conteúdo se relaciona com problemas da Teoria dos Números, tais como a conjectura de Goldbach. Esse híbrido tem como objetivo principal mostrar como a sutileza da Teoria dos Números deriva do fato de que existem muitas variações diferentes com relação ao tema da busca através de um espaço infinito. Algumas delas levam a buscas infinitas, outras levam a buscas finitas e outras ainda pairam entre ambas.

Capítulo XIII: VoD e VoL e VoM. Esses são os nomes de três linguagens de computação. Os programas VoD só podem efetuar buscas previsivelmente finitas, enquanto os programas VoL podem efetuar buscas imprevisíveis ou mesmo infinitas. O propósito deste capítulo é proporcionar uma intuição sobre as noções de funções recorrentes primitivas e funções recorrentes gerais na Teoria dos Números, por serem elas essenciais à demonstração de Gödel.

Ária na corda G. Um diálogo em que a construção auto-referente de Gödel é refletida em palavras. A idéia se deve a W. V. O. Quine. Este diálogo serve como protótipo para o próximo capítulo.

Capítulo XIV: Das proposições formalmente indecidíveis da TNT e de sistemas correlatos. O título deste capítulo é uma adaptação do título do artigo de Gödel de 1931, no qual foi publicado pela primeira vez seu Teorema da Incompletitude. As duas partes principais da demonstração de Gödel são expostas cuidadosamente. Mostra-se como a premissa de coerência da TNT força a conclusão de que a TNT (ou qualquer sistema similar) é incompleta. Discutem-se relações com a geometria euclidiana e não-euclidiana. Consideram-se com algum cuidado implicações relativas à filosofia da matemática.

Cantatatata... de aniversário. Na qual Aquiles não logra convencer a astuta e cética Tartaruga de que aquela é a data de seu (de Aquiles) aniversário. Suas tentativas repetidas e infrutíferas prenunciam a repetibilidade da argumentação de Gödel.

Capítulo XV: Saltando fora do sistema. A repetibilidade da argumentação de Gödel é mostrada com a implicação de que a TNT não só é incompleta, mas "essencialmente incompleta". A argumentação até certo ponto notória de J. R. Lucas, no sentido de que o Teorema de Gödel demonstra que o pensamento humano não pode, de modo algum, ser "mecânico", é analisada, o que leva à conclusão de que é insuficiente.

Pensamentos edificantes de um fumador de tabaco. Um diálogo que trata de muitos tópicos, com ênfase em problemas ligados à auto-reprodução e à auto-referência. Câmeras de televisão que filmam telas de televisão e vírus e outras entidades subcelulares que se montam a si próprias estão entre os exemplos utilizados. O título provém de um poema do próprio J. S. Bach, que aparece de maneira peculiar.

Capítulo XVI: Auto-ref e auto-rep. Este capítulo refere-se à ligação entre a auto-referência, em suas diversas formas, e as entidades auto-reprodutoras (por exemplo, programas de computador ou moléculas de ADN). Discutem-se as relações entre uma entidade auto-reprodutora e os mecanismos externos a ela que a ajudam na auto-reprodução (por exemplo, o computador ou as proteínas) – particularmente o caráter vago da distinção. Como a informação trafega entre vários níveis de tais sistemas é o ponto central deste capítulo.

O Magnificaranguejo, de fato. O título é um jogo de palavras com *Magnificat,* de Bach, em ré. A narrativa refere-se ao Caranguejo, que dá a impressão de ter um poder mágico de distinguir entre afirmações verdadeiras e falsas na

Teoria dos Números, ao lê-las como peças musicais, tocá-las na flauta e determinar se são "bonitas" ou não.

Capítulo XVII: Church, Turing, Tarski e outros. O Caranguejo fictício do diálogo precedente é substituído por diversas pessoas reais com incríveis habilidades matemáticas. A tese de Church e Turing, que relaciona a atividade mental à computação, é apresentada em diversas versões de forças diferentes. Todas são analisadas, particularmente em termos de suas implicações para a simulação mecânica do pensamento humano ou para a programação, em uma máquina, da capacidade de sentir ou de criar beleza. A vinculação entre a atividade do cérebro e a computação traz à tona outros tópicos: o problema da parada, de Turing, e o teorema da verdade, de Tarski.

SHRDLU, alegria dos homens. Este diálogo é retirado de um artigo de Terry Winograd a respeito de seu programa SHRDLU; apenas alguns nomes foram modificados. Nele, um programa se comunica com uma pessoa a respeito do chamado "mundo de blocos", em linguagem fina. O programa de computador parece revelar certa compreensão real – em seu mundo limitado. O título do diálogo baseia-se em *Jesus, alegria dos homens,* um movimento da Cantata 147, de Bach.

Capítulo XVIII: Inteligência artificial: retrospectiva. Este capítulo tem início com uma discussão do famoso "teste de Turing" – proposta do pioneiro da computação, Alan Turing, de uma maneira de determinar a presença ou a ausência de "pensamento" em uma máquina. A partir daí, prossegue com uma breve história da inteligência artificial. Isso cobre programas que podem – até certo ponto – disputar jogos, demonstrar teoremas, resolver problemas, compor música, fazer matemática e usar "linguagem natural" (por exemplo, inglês).

Contrafato. Sobre como organizamos inconscientemente nossos pensamentos, de modo a imaginar variantes hipotéticas no mundo real permanentemente. Também sobre variantes aberrantes dessa capacidade – tais como a possuída por uma nova personagem, a Preguiça, ávido devorador de batatas fritas e inimigo mortal dos contrafatuais.

Capítulo XIX: Inteligência artificial: perspectivas. O diálogo precedente provoca uma discussão sobre como o conhecimento é representado em camadas de contextos. Isso leva à idéia moderna de "estruturas" no campo da IA. Uma maneira estrutural de lidar com um conjunto de quebra-cabeças de padrões visuais é apresentada para fins de concretitude. A seguir, é discutida a questão profunda da interação de conceitos em geral, o que leva a algumas especulações sobre a criatividade. O capítulo encerra-se com um conjunto de "questões e especulações" pessoais sobre IA e sobre as mentes em geral:

Cânone preguiça. Cânone que imita um cânone de Bach, em que uma voz executa a mesma melodia que outra, mas ao contrário e com a metade da velocidade, enquanto uma terceira voz permanece livre. Aqui, a Preguiça tem a mesma fala da Tartaruga, mas na negativa (em um sentido amplo do termo) e com a metade da velocidade, enquanto Aquiles permanece livre.

Capítulo XX: Voltas estranhas ou hierarquias entrelaçadas. Um grande arremate de muitas idéias sobre sistemas hierárquicos e auto-referência. Refere-se aos nós que surgem quando os sistemas se voltam para si próprios – por exemplo, a comprovação da ciência pela ciência, a investigação governamental de irregularidades no governo, a violação pela arte das regras da arte e, finalmente, a reflexão humana sobre seus próprios cérebros e mentes. O Teorema de Gödel tem algo a dizer a respeito deste último "nó"? O livre-arbítrio e a sensação de consciência estão vinculados ao Teorema de Gödel? O capítulo termina com uma nova vinculação entre Gödel, Escher e Bach.

Ricercar a seis vozes. Este diálogo é um jogo exuberante, no qual tomam parte muitas das idéias que freqüentaram o livro. É uma reapresentação da história da *Oferenda musical,* com a qual o livro teve início; e, simultaneamente, uma "tradução" em palavras da peça mais complexa da *Oferenda musical:* o *Ricercar a seis vozes.* Essa dualidade impregna o diálogo com mais níveis de significado que qualquer outro do livro. Frederico, o Grande, é substituído pelo Caranguejo, pianos por computadores, e assim por diante. Muitas surpresas ocorrem. O conteúdo do diálogo refere-se a problemas da mente, da consciência, do livre-arbítrio, da inteligência artificial, do teste de Turing e de outros aspectos, os quais foram apresentados anteriormente. Sua conclusão ocorre com uma referência implícita ao início do livro, o que torna o próprio livro uma grande volta auto-referente, simbolizando, ao mesmo tempo, a música de Bach, os desenhos de Escher e o Teorema de Gödel.

Lista de ilustrações

Agradecimentos

Este livro esteve fermentando em minha cabeça por um período de vinte anos – desde que eu tinha treze anos de idade e ficava pensando sobre como eu pensava em inglês e em francês. E mesmo antes disso havia claros indícios de meu interesse principal. Lembro-me de que, em uma fase da infância, não havia nada que me fascinasse mais do que a idéia de tomar três 3: e realizar três operações com *os próprios!* Eu estava certo de que essa idéia era tão sutil que era inconcebível para qualquer outra pessoa. Um dia resolvi perguntar a minha mãe o que ela achava e ela me respondeu "nove". Mas não sei se ela sabia o que eu estava querendo dizer. Depois, meu pai me iniciou nos mistérios das raízes quadradas e de *i*...

Devo mais a meus pais que a qualquer pessoa. Eles foram para mim pontos de apoio nos quais podia confiar sempre. Orientaram-me e inspiraram-me; encorajaram-me e apoiaram-me. Acima de tudo, sempre acreditaram em mim. É a eles que este livro é dedicado.

A dois amigos de muitos anos – Robert Boeninger e Peter Jones – devo agradecimentos especiais, pois me ajudaram a modelar um milhão de formas de pensamento, e suas influências e idéias acham-se difundidas por todo o livro.

Devo muito a Charles Brenner por haver-me ensinado a programar quando éramos jovens e por seus constantes impulsos e estímulos – elogio implícito – e críticas ocasionais.

Tenho o prazer de reconhecer a imensa influência de Ernest Nagel, amigo de longa data e mentor. Gostei muito de "Nagel and Newman" e aprendi bastante com muitas conversas, há longo tempo em Vermont e mais recentemente em Nova York.

Por meio de seu livro, Howard DeLong reacendeu em mim um amor há muito tempo adormecido pelos temas aqui tratados. Minha dívida para com ele é verdadeiramente grande.

David Jonathan Justman ensinou-me o que é ser uma Tartaruga – um ser engenhoso, persistente e cheio de humor, com uma predileção por paradoxos e contradições. Espero que ele leia com prazer este livro, que lhe deve muito.

Scott Kim exerceu uma influência enorme sobre mim. Desde que nos encontramos, há cerca de dois anos e meio, a ressonância entre nós dois tem sido incrível. Além de suas contribuições tangíveis em matéria de arte, música, humor, analogias, etc. – inclusive seu muito apreciado trabalho voluntário em oca-

sões críticas –, Scott contribuiu com perspectivas e percepções novas que modificaram minha própria visão do empreendimento já em progresso. Se alguém compreende este livro, é Scott.

Recorri repetidas vezes às opiniões de Don Byrd em matéria de grande ou pequena escala, a ponto de ele conhecer este livro de trás para frente e de todos os ângulos... Ele tem uma percepção infalível de seus objetivos gerais e de sua estrutura global e, por diversas vezes, deu-me boas idéias, que incorporei, deleitado. Minha única lástima é a de que não poderei incluir todas as idéias *futuras* que Don apresentará após a impressão deste livro, pela maravilhosa flexibilidade-dentro-da-inflexibilidade de seu programa de impressão musical SMUT. Ele passou longos dias e árduas noites tratando de induzir o SMUT a realizar truques insidiosos. Alguns de seus resultados estão incluídos neste livro sob a forma de figuras. Mas a influência de Don está difundida por toda a obra, o que me dá grande prazer.

Não poderia ter escrito este livro se não contasse com o Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, da Universidade de Stanford. Seu diretor, Pat Suppes, é um velho amigo meu e foi extremamente generoso ao hospedar-me em Ventura Hall, dando-me acesso a um estupendo sistema de computação e a um excelente ambiente de trabalho por dois anos completos – e algo mais.

Isso me leva a Pentti Kanerva, autor do programa de edição de texto ao qual este livro deve a existência. Já disse a muitas pessoas que teria demorado o dobro do tempo para escrever meu livro se não tivesse podido usar o "TV-Edit", esse programa sutil, tão simples em espírito que só mesmo Pentti poderia tê-lo escrito. Foi também graças a ele que pude fazer algo que muito poucos autores puderam até aqui: a edição gráfica do meu próprio livro. Pentti é um fator importante no desenvolvimento da edição por computador no IMSSS. De igual importância para mim, no entanto, foi uma rara qualidade sua: seu sentido de estilo. Se o livro tem uma apresentação boa, é a ele que isso se deve em grande parte.

Foi na editora por computação de ASSU que este livro, na verdade, nasceu. Gostaria de dirigir muitos agradecimentos sinceros a sua diretora, Beverly Hendricks, e a sua equipe pela ajuda em ocasiões de grande necessidade e pela moral permanentemente alta diante de uma sucessão de desastres. Gostaria também de agradecer a Cecille Taylor e a Barbara Laddaga, que realizaram a maior parte do trabalho de impressão.

Ao longo dos anos, minha irmã Laura Hofstadter contribuiu em muito para minha visão do mundo. Sua influência está presente tanto na forma quanto no conteúdo deste livro.

Gostaria de agradecer a meus amigos novos e velhos, Marie Anthony, Sydney Arkowitz, Bengt Olle Bengtsson, Felix Bloch, Francisco Claro, Persi Diaconis, Nai-Huá Duàn, John Ellis, Robin Freeman, Dan Friedman, Pranab Ghosh, Michael Goldhaber, Avril Greenberg, Eric Hamburg, Robert Herman, Ray Hyman, Dave Jennings, Dianne Kanerva, Lauri Kanerva, Inga Karliner, Jonathan e Ellen King, Gayle Landt, Bill Lewis, Jos Marlowe, John McCarthy, Jim McDonald, Louis Mendelowitz, Mike Mueller, Rosemary Nelson, Steve Omohundro,

Paul Oppenheimer, Peter E. Parks, David Policansky, Pete Rimbey, Kathy Rosser, Wilfried Sieg, Guy Steele, Larry Tesler, François Vannucci, Phil Wadler, Terry Winograd e Bob Wolf por sua "ressonância" para comigo em épocas cruciais de minha vida, com o que contribuíram, de maneiras diversas, para a realização deste livro.

Escrevi o livro duas vezes. Após tê-lo escrito a primeira vez, comecei tudo de novo e o reescrevi. O primeiro turno ocorreu enquanto eu era ainda estudante de graduação em física, na Universidade de Oregon, ocasião em que quatro professores foram extremamente indulgentes com relação às minhas maneiras aberrantes: Paul Csonka, Rudy Hwa, Mike Moravcsik e Gregory Wannier. Sou grato a suas atitudes compreensivas. Além disso, Paul Csonka leu uma versão inicial completa da obra e ofereceu comentários proveitosos.

Agradeço a E. O. Wilson por haver lido e comentado uma versão inicial do *Prelúdio, fuga da formiga.*

Agradeço a Marsha Meredith por ter sido metaautora de um divertido *koan.*

Agradeço a Marvin Minsky por uma conversa memorável, em um dia de março, em sua casa, parte da qual foi reconstituída aqui.

Agradeço a Bill Kaufmann por conselhos quanto à publicação e a Jeremy Bernstein e Alex George por palavras de estímulo em ocasiões necessárias.

Agradecimento muito caloroso a Martin Kessler, Maureen Bischoff, Vincent Torre, Leon Dorin e a todas as demais pessoas da Basic Books por empreender esta aventura em publicação, incomum em muitos aspectos.

Agradeço a Phoebe Hoss por desincumbir-se bem da difícil tarefa de edição e a Larry Breed pela valiosa revisão de provas de última hora.

Obrigado aos meus muitos colegas de quarto de Imlac, que tomaram tantos recados telefônicos durante anos, e também à equipe de Pine Hall, encarregada do desenvolvimento e da manutenção do *hardware* e do *software* de que este livro dependeu tão flagrantemente.

Obrigado a Dennis Davies, da Stanford Instructional Television Network, por sua ajuda em compor as "televisões auto-envolventes" que eu demorei horas fotografando.

Obrigado a Jerry Pryke, Bob Parks, Ted Bradshaw e Vinnie Aveni, da oficina mecânica do High Energy Physics Laboratory, de Stanford, por seus generosos auxílios na confecção das tripletras.

Obrigado a meus tios Jimmy e Betty Givan pelo presente de Natal que me deu um prazer que eles não podiam imaginar: uma "caixa preta" que não tinha outra função além de desligar-se a si própria.

Finalmente, gostaria de expressar agradecimentos especiais a meu professor de inglês do primeiro ano da Universidade, Brent Harold, o primeiro a inculcar-me o zen; a Kees Gugelot, que me deu um disco da *Oferenda musical* em um novembro triste, há muito tempo; e a Otto Frisch, em cujo escritório, em Cambridge, vi pela primeira vez a magia de Escher.

Tentei lembrar-me de todas as pessoas que contribuíram para o desenvolvimento deste livro, mas não tenho dúvidas de que deixei de incluir a todos.

De certo modo, este livro é uma afirmação de minha religião. Espero que isso fique claro a meus leitores e que meu entusiasmo e reverência por certas idéias se infiltrem nos corações e nas mentes de algumas pessoas. Isso é o máximo a que aspiro.

D. R. H.
Bloomington e Stanford
Janeiro de 1979

PARTE I

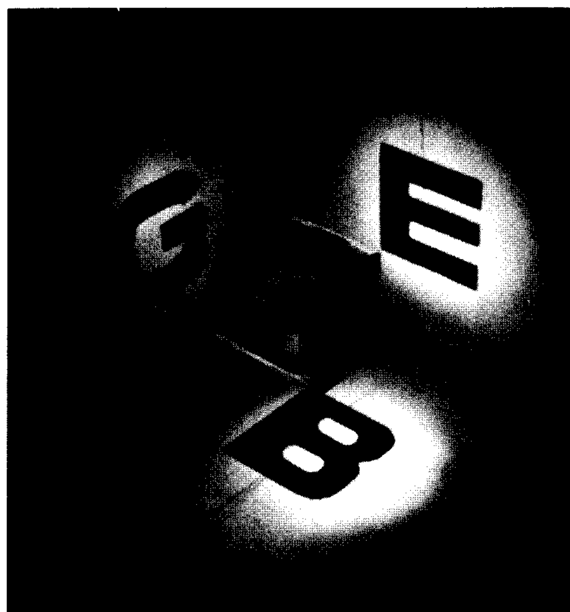




FIGURA 1. Johann Sebastian Bach, em 1748. De uma pintura de Elias Gottlieb Haussmann

INTRODUÇÃO
Uma oferenda músico-lógica

Autor:

FREDERICO, O GRANDE, rei da Prússia, chegou ao poder em 1740. Embora lembrado nos livros de história principalmente por sua astúcia militar, ele se devotava também à vida da mente e do espírito. Sua corte, em Potsdam, era um dos grandes centros de atividade intelectual na Europa do século XVIII. Lá, o célebre matemático Leonhard Euler esteve durante vinte e cinco anos. Muitos outros matemáticos e cientistas para lá foram, assim como filósofos – inclusive Voltaire e La Mettrie, que escreveram algumas de suas obras mais importantes em Potsdam.

Mas o verdadeiro amor de Frederico era a música. Ele era ávido flautista e compositor. Algumas de suas composições são eventualmente executadas nos dias de hoje. Frederico foi um dos primeiros patronos das artes a reconhecer as virtudes do recém-desenvolvido "piano-forte" ("suave-forte"). O piano fora desenvolvido na primeira metade do século XVIII como uma modificação do cravo. O problema do cravo era o de que as peças só podiam ser executadas a um volume relativamente uniforme – não havia como tocar uma nota de maneira mais forte do que as outras. O "piano-forte", como o nome indica, proporcionou uma solução para esse problema. A partir da Itália, onde Bartolomeo Cristofori construíra o primeiro instrumento, a idéia expandiu-se com rapidez. Gottfried Silbermann, o principal fabricante de órgãos da Alemanha na época, estava empenhado em construir um piano-forte "perfeito". Sem dúvida, o rei Frederico foi o principal incentivador de seus esforços – diz-se que o rei possuía nada menos que quinze pianos Silbermann.

Bach

Além de pianos, Frederico era também admirador de um organista e compositor de nome J. S. Bach. As composições desse senhor eram, de algum modo, notórias. Alguns as consideravam "túrgidas e confusas", ao mesmo tempo em que outros afirmavam serem elas obras-primas incomparáveis. Mas ninguém discutia a capacidade de Bach de improvisar no órgão. Naqueles dias, ser um organista significava não só saber tocar, mas também saber improvisar, e Bach tinha amplo renome devido a seus notáveis improvisos. (Para uma deliciosa narrativa desse aspecto de Bach, leia *The Bach reader*, de H. T. David e A. Mendel).

Em 1747, Bach tinha 62 anos e sua fama, assim como a de um de seus filhos, chegara a Potsdam; com efeito, Carl Philipp Emanuel Bach era o *Capellmeister* (mestre do coro) da corte do rei Frederico. Durante anos o rei expressara, por meio

de insinuações elegantes a Philipp Emanuel, o prazer que teria em receber a visita de seu pai; mas esse desejo nunca fora satisfeito. Frederico desejava especialmente que Bach experimentasse seus novos pianos Silbermann, que ele (Frederico) corretamente antevia como a nova grande sensação do mundo da música.

Frederico tinha o costume de realizar concertos de música de câmara em sua corte. Com freqüência ele próprio era o solista em concertos para flauta. Reproduzimos um quadro sobre uma dessas noites, feito pelo pintor alemão Adolph von Menzel, que, no século XIX, executou uma série de obras que ilustravam a vida de Frederico, o Grande. Ao cravo aparece C. P. E. Bach e na extrema direita está Joachim Quantz, o mestre de flauta do rei – e a única pessoa que tinha permissão para pôr reparos ao desempenho do rei como flautista. Em uma noite de maio de 1747, surgiu um visitante inesperado. Johann Nikolaus Forkel, um dos mais antigos biógrafos de Bach, relata o fato da seguinte maneira:

> Uma noite, quando ele preparava sua flauta e seus músicos estavam reunidos, um funcionário trouxe-lhe a lista dos forasteiros que haviam chegado. Com a flauta na mão, ele consultou a lista e imediatamente voltou-se para os músicos reunidos dizendo, com certa agitação: "Senhores, o velho Bach é vindo". A flauta foi então deixada de lado, e o velho Bach, que ficara nos aposentos do filho, foi imediatamente convocado ao palácio. Wilhelm Friedemann, que acompanhou seu pai, contou-me esta hitória e devo dizer que ainda me lembro com prazer da maneira com que ele o fez. Àquela época era moda fazer cumprimentos bastante prolixos. O comparecimento de J. S. Bach diante de um rei tão poderoso, que não lhe dera tempo sequer para trocar a roupa de viagem pelo traje negro apropriado, teve necessariamente de ser acompanhado de inúmeras desculpas. Não me ocuparei delas aqui, observando apenas que, na boca de Wilhelm Friedemann, foi esse o tema de um diálogo formal entre o rei e o visitante.
>
> Mas mais importante foi o fato de que o rei desistiu de seu concerto e convidou Bach, então já chamado o Velho Bach, a provar seus pianos-fortes, feitos por Silbermann, colocados em diversas salas do palácio. (Forkel colocou aqui a seguinte nota de pé-de-página: "Os pianos-fortes manufaturados por Silbermann, de Freyberg, encantavam de tal maneira o rei que ele resolvera comprá-los todos. Possuía quinze deles. Entendo que todos se encontram agora sem condições de uso, espalhados por diversos cantos do palácio real".) Os músicos acompanharam-no de sala em sala, e Bach foi convidado, em todas elas, a provar o instrumento e a executar composições não premeditadas. Já adiantados na peregrinação, Bach solicitou ao rei que lhe desse um tema para uma fuga, para que a executasse imediatamente, sem nenhuma preparação. O rei admirou a maneira erudita pela qual seu tema foi executado de improviso e, provavelmente para ver até que ponto tal arte poderia ser sustentada, expressou o desejo de ouvir uma fuga com seis vozes de *obligato*. Mas como nem todos os temas se prestam a uma harmonia tão completa, Bach escolheu um, por sua própria conta, e executou-o imediatamente, para espanto de todos os presentes, do mesmo modo magnífico e erudito com que havia desenvolvido o tema do rei. Sua Majestade desejou também ouvir seu desempenho ao órgão. No dia seguinte, portanto,



FIGURA 2. Concerto de flauta em Sanssouci, *por Adolph von Menzel (1852)*

Bach foi conduzido a todos os órgãos de Potsdam, tal como acontecera com os pianos-fortes de Silbermann. Após regressar a Leipzig, Bach compôs o tema que recebera do rei em três e em seis vozes, acrescentou-lhe diversas passagens artificiais em cânone estrito, editou-o sob o nome de *Musikalisches Opfer* (*Oferenda musical*) e dedicou-o ao inventor.[1]
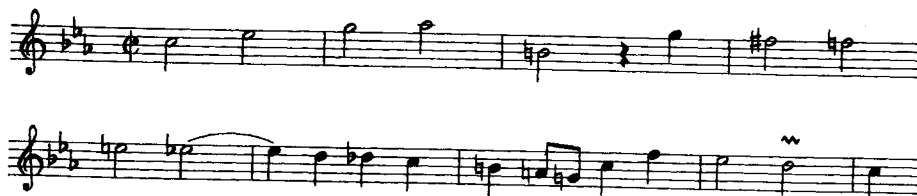


FIGURA 3. O Tema real

Ao remeter uma cópia da *Oferenda musical* ao rei, Bach acrescentou uma carta dedicatória que é de interesse, pelo menos no que se refere ao estilo de sua prosa – bastante submisso e adulador. Visto de uma perspectiva moderna, ele chega a parecer cômico. Provavelmente, propicia também algo do sabor das desculpas que Bach apresentara ao rei no palácio.[2]

Radiosa Majestade:

Com a mais profunda humildade, dedico a Vossa Majestade uma oferenda musical, cuja parte mais nobre deriva da própria augusta mão de Vossa Majestade. Com extasiado prazer, lembro-me ainda da tão especial graça Real a mim concedida quando, durante minha visita a Potsdam, há algum tempo, Vossa Majestade dignou-se a executar para mim um tema para fuga no teclado e encarregou-me, ao mesmo tempo, de modo tão generoso, de desenvolvê-lo diante da augusta presença de Vossa Majestade. Cumprir a ordem de Vossa Majestade foi, para mim, o mais humilde dos deveres. Logo percebi, contudo, que, por falta da necessária preparação, a execução da tarefa não esteve à altura de tão excelente tema. Resolvi, por conseguinte, dedicar-me a elaborar mais profundamente tal justo tema real e torná-lo, assim, conhecido ao mundo. Esse propósito foi agora alcançado, na medida do possível, e tem como única e irrepreensível intenção a de glorificar, ainda que em medida tão limitada, a fama de um monarca cuja grandeza e cujo poder todos devem admirar e reverenciar especialmente na música, assim como em todas as ciências da guerra e da paz. Atrevo-me ainda a acrescentar este mais humilde dos pedidos: que Vossa Majestade se digne a honrar o presente trabalho modesto com sua benévola aceitação e continue a conceder a augusta graça Real de Vossa Majestade ao

humílimo e obediente servidor
de Vossa Majestade,
O Autor

Leipzig, 7 de julho de 1747

Cerca de vinte e sete anos depois, vinte e quatro anos após a morte de Bach, um barão de nome Gottfried van Swieten – a quem, aliás, Forkel dedicou sua biografia de Bach, e Beethoven dedicou sua primeira sinfonia – manteve com o rei Frederico uma conversação que ele próprio descreveu assim:

> Ele [Frederico] falou-me, entre outras coisas, de música e de um grande organista de nome Bach, que se encontra, há algum tempo, em Berlim. Este artista [Wilhelm Friedemann Bach] é dotado de um talento superior, na profundidade do conhecimento harmônico e no poder de execução, a qualquer outro que eu tenha ouvido ou possa imaginar, e os que conheceram seu pai afirmam que este, por sua vez, foi ainda maior. O rei era dessa opinião e, para comprová-la, cantou-me, em voz alta, um tema de fuga cromática que dera a esse velho Bach, o qual, no mesmo momento, compusera, a partir dele, uma fuga em quatro vozes, e depois outra em cinco vozes e, finalmente, outra em oito vozes.[3]

Evidentemente, não há maneira de se saber se foi o rei Frederico ou o barão van Swieten que magnificou o evento, dando-lhe proporções extraordinárias. Mas o fato revela quão poderosa se tornara a mística de Bach à época. Para que se tenha uma idéia do caráter extraordinário de uma fuga de seis vozes, em todo o *Cravo bem temperado*, de Bach, que contém quarenta e oito prelúdios e fugas, duas apenas têm cinco vozes e não existe um exemplo sequer de fuga de seis vozes: a tarefa de improvisar uma fuga de seis vozes pode ser comparada provavelmente à de jogar, com os olhos vendados, sessenta partidas simultâneas de xadrez e vencê-las todas. Improvisar uma fuga de oito vozes está, na verdade, acima das capacidades humanas.

Na cópia que Bach enviou ao rei Frederico, encontrava-se, na página que precede o início da partitura, a seguinte inscrição:

Regis Iusſu Cantio Et Reliqua Canonica Arte Reſoluta.

FIGURA 4

("Por Ordem do Rei, a Canção e o Restante Resolvidos com Arte Canônica.") Bach, nesse contexto, deu duplo sentido à palavra "canônica", que significa "que contém cânones" e também "da melhor maneira possível". As iniciais da inscrição são

RICERCAR

– palavra italiana que significa "buscar, procurar". E, com certeza, há muito o

que se buscar na *Oferenda musical*. Ela consiste de uma fuga de três vozes, uma fuga de seis vozes, dez cânones e uma sonata para trio. Os eruditos da música concluíram que a fuga de três vozes deve ser, em essência, idêntica à que Bach improvisou para o rei Frederico. A fuga de seis vozes é uma das criações mais complexas de Bach e seu tema, naturalmente, o *Tema real*, mostrado na figura 3, é muito complexo, irregular quanto ao ritmo e altamente cromático (ou seja, repleto de tons que não pertencem à clave em que é escrito). Escrever uma fuga razoável, mesmo de duas vozes, com base nele não seria tarefa fácil para um músico mediano!

A inscrição referente a ambas as fugas é "ricercar", ao invés de "fuga". Esse é um segundo sentido da palavra; "ricercar" era, na verdade, o nome original da forma musical agora conhecida como "fuga". À época de Bach, a palavra "fuga" (assim escrita também em latim e em italiano) já era consagrada, mas o termo "ricercar" sobrevivera, designando uma forma erudita de fuga, talvez demasiado austera e intelectual para o ouvido comum. A linguagem moderna preservou um uso semelhante: a palavra "rebuscando" (*recherché*) significa, literalmente, "procurando com afinco", mas contém o mesmo tipo de implicação referente à habilidade ou sofisticação esotérica ou intelectual.

A sonata para trio corresponde a uma deliciosa quebra da austeridade das fugas e dos cânones, por ser muito melodiosa e doce, quase dançável. No entanto, ela também se baseia fundamentalmente no tema do rei, com todo o seu caráter cromático e austero. É quase um milagre que Bach tenha podido usar tal tema para produzir um interlúdio tão aprazível.

Os dez cânones da *Oferenda musical* estão entre os mais sofisticados que Bach compôs. Curiosamente, contudo, o próprio Bach nunca os escreveu por inteiro. Esse foi um ato deliberado. Os cânones destinavam-se a ser quebra-cabeças para o rei Frederico. Era um jogo musical comum da época apresentar um tema único, juntamente com alguns indícios mais ou menos ardilosos, e deixar que o cânone baseado no tema fosse "descoberto" por outra pessoa. Para saber como isso é possível, é necessário conhecer alguns fatos a respeito dos cânones.

Cânones e fugas

A idéia do cânone é a de que um tema único é executado contra ele próprio. Isso é realizado quando as diversas vozes participantes executam "cópias" do tema. Mas há muitas maneiras de fazê-lo. O mais direto de todos os cânones é o redondo, como em *Frère Jacques*. Aqui, o tema entra na primeira voz e, após um intervalo determinado, uma "cópia" do tema entra precisamente no mesmo tom. Após o mesmo intervalo dado para a segunda voz, a terceira voz entra com o mesmo tema, e assim por diante. A maioria dos temas não logra harmonizar-se consigo mesmo desse modo. Para que um tema possa servir como tema de um cânone, cada uma de suas notas tem de poder desempenhar um papel duplo (ou triplo, ou quádruplo): em primeiro lugar, ela deve ser parte da melodia e, em segundo lugar, parte de uma harmonização da mesma melodia. Quando há três vozes canônicas,

por exemplo, cada nota do tema deve atuar de duas maneiras harmônicas diferentes, além de atuar melodicamente. Assim, cada nota de um cânone tem mais de uma significado musical; o ouvido e o cérebro do ouvinte discernem automaticamente o significado apropriado, referindo-se ao contexto.

Existem, naturalmente, outros tipos mais complexos de cânones. A primeira escalada em complexidade ocorre quando as "cópias" do tema se alternam não apenas no *tempo*, mas também no *tom*: assim, a primeira voz poderia cantar o tema começando pela nota dó e a segunda voz poderia cantar simultaneamente o mesmo tema começando quatro notas acima, em sol. Uma terceira voz, começando em ré, quatro notas mais acima, poderia entrar simultaneamente com as outras duas, e assim por diante. A próxima escalada em complexidade ocorre quando as *velocidades* das diferentes vozes não são iguais; assim, a segunda voz poderia cantar com o dobro ou com a metade da velocidade da primeira e a terceira com o triplo ou a terça parte daquela. No primeiro caso, tem-se uma *diminuição* e no segundo uma *aumentação* (uma vez que o tema parece contrair-se ou expandir-se).

Ainda não terminamos! O próximo estágio de complexidade na construção dos cânones é a inversão do tema, o que significa compor uma melodia que *desça* sempre que o tema original *suba*, e sempre pelo mesmo número exato de semitons. Essa é uma transformação melódica bastante estranha, mas, após ouvirmos muitos temas invertidos, ela começa a parecer bastante natural. Bach apreciava especialmente as inversões, as quais se apresentam com muita freqüência em seu trabalho – a *Oferenda musical* não constitui exceção. (Para um exemplo simples de inversão, observe a canção *Good king Wenceslas*. Quando o original e sua inversão são contados ao mesmo tempo, começando com uma oitava de intervalo e alternando-se após um intervalo de tempo de dois compassos, o resultado é um cânone agradável.) Finalmente, a mais esotérica das "cópias" é a cópia retrógrada – quando o tema é tocado de trás para frente no tempo. Um cânone que utiliza esse recurso é afetuosamente conhecido como um *cânone caranguejo,* devido às peculiaridades da locomoção desse animal. Não é preciso dizer que Bach incluiu um cânone caranguejo na *Oferenda musical*. Note-se que cada tipo de "cópia" preserva todas as informações do tema original, no sentido de que o tema é integralmente recuperável a partir de qualquer das cópias. Essas transformações que preservam a informação são freqüentemente denominadas *isomorfismo*, e este livro tem muito o que dizer a esse respeito.

Por vezes, é desejável relaxar a rigidez da forma do cânone. Uma maneira é a de permitir pequenos desvios com relação a uma cópia perfeita, de modo a obter-se uma harmonia mais fluida. Alguns cânones têm também vozes "livres" – vozes que não empregam o tema do cânone, mas que simplesmente se harmonizam de maneira agradável com as vozes que estão em cânone com as demais.

Cada um dos cânones da *Oferenda musical* tem por tema uma variante diferente do *Tema real*, e todos os recursos descritos antes para tornar mais intrincados os cânones são explorados a fundo; na verdade, eles ocasionalmente se combinam. Assim, um cânone de três vozes intitula-se "Canon per

Augmentationem, contrario Motu"; sua voz intermediária é livre (com efeito, ela canta o *Tema real*), enquanto as outras duas dançam canonicamente acima e abaixo dela, usando os recursos da aumentação e da inversão. Outro traz simplesmente o título críptico "Quaerendo invenietis" ("Procurando, descobrirás"). Todos os quebra-cabeças dos cânones foram resolvidos. As soluções canônicas foram dadas por um discípulo de Bach, Johann Philipp Kirnberger. Mas ainda é possível perguntar se não existirão outras soluções a pesquisar.

Devo também explicar brevemente em que consiste uma fuga. A fuga é como o cânone, no sentido de que usualmente se baseia em um tema que é executado em diferentes vozes, em diferentes tons e, ocasionalmente, a diferentes velocidades, ou de cabeça para baixo, ou de trás para a frente. Contudo, a noção de fuga é muito menos rígida que a de cânone e, por conseguinte, permite uma expressão emocional e artística muito maior. O sinal que revela a fuga é a maneira como ela tem início: uma única voz canta o tema. Completado este, entra uma segunda voz, quatro notas de escala acima ou três abaixo. A primeira voz prossegue, ao mesmo tempo, cantando o "contracanto": um tema secundário, escolhido para propiciar contrastes rítmicos, harmônicos e melódicos ao tema. Cada uma das vozes entra em sucessão, cantando o tema, freqüentemente com o acompanhamento do contracanto, em alguma outra voz, enquanto as demais vozes executam outras variações imaginosas que surgem à mente do compositor. Quando todas as vozes "completam" esse percurso, então já não há regras. Existem, na verdade, certas coisas padronizadas a fazer, mas não a ponto de que uma fuga pudesse ser composta meramente segundo uma fórmula. As duas fugas da *Oferenda musical* são exemplos brilhantes de fugas que jamais poderíam ter sido "compostas por fórmula". Há nelas algo muito mais profundo que a simples fugalidade.

Ao final das contas, a *Oferenda musical* representa uma das supremas realizações de Bach em matéria de contraponto. Ela é, em si mesma, uma grande fuga intelectual, na qual muitas idéias e formas foram tecidas em conjunto e onde interessantes duplos sentidos e alusões sutis são freqüentes. Trata-se de uma linda criação do intelecto humano, que poderá ser apreciada para sempre. (A obra como um todo é excelentemente descrita no livro *J. S. Bach's Musical Offering,* de H. T. David.)

Um cânone eternamente remontante

Na *Oferenda musical* há um cânone particularmente incomum. Intitulado simplesmente "Canon per tonos", ele tem três vozes. A voz superior canta uma variante do *Tema real* enquanto abaixo dela duas vozes proporcionam uma harmonização canônica baseada em um segundo tema. A voz mais grave desse par executa seu tema em dó menor (que é o tom do cânone como um todo) e a mais aguda do par canta o mesmo tema a uma altura superior em uma quinta. O que torna este cânone diferente de todos os demais é, no entanto, o fato de que quando ele termina – ou melhor, quando *parece* terminar – já não está no

tom de dó menor, mas sim no de ré menor. De algum modo, Bach logrou *modular* (mudar o tom) nas barbas de todos os seus ouvintes. E o cânone é construído de tal maneira que seu "fim" se entrosa imperceptivelmente com o começo; assim, o processo pode ser repetido para se chegar ao tom de mi e novamente ao começo. Essas modulações sucessivas levam o ouvido a províncias cada vez mais remotas de tonalidade, de modo que, após algumas delas, seria de esperar que estivéssemos bastante afastados do tom inicial. No entanto, magicamente, exatamente após seis dessas modulações, o tom original de dó menor é restaurado! Todas as vozes estão exatamente uma oitava acima de onde estavam no começo e, nesse ponto, a peça pode ser interrompida de uma maneira musicalmente agradável. Essa, imagina-se, era a intenção de Bach; mas Bach, sem dúvida, também apreciava a implicação de que este processo poderia desdobrar-se *ad infinitum* e talvez seja essa a razão por que ele escreveu à margem: "Tal como se eleva a modulação, assim também se eleve a glória do rei". Para ressaltar seu aspecto potencialmente infinito, gosto de referir-me a essa peça como o *Cânone eternamente remontante*.

Por meio desse cânone, Bach oferece nosso primeiro exemplo da noção de *voltas estranhas*. O fenômeno das "voltas estranhas" ocorre sempre que, quando nos movemos para cima (ou para baixo) através dos níveis de um sistema hierárquico, encontramo-nos, inesperadamente, de volta ao lugar de onde partimos. (Neste caso, o sistema é o dos tons musicais.) Por vezes, emprego a expressão *hierarquia entrelaçada* para descrever sistemas em que ocorrem voltas estranhas. À medida que avançarmos, o tema das voltas estranhas aparecerá sucessivas vezes. Em algumas ocasiões ele estará oculto e, em outras, claramente à vista; em algumas ocasiões aparecerá com o lado direito para cima e em outras de cabeça para baixo, ou de trás para a frente. "Quaerendo invenietis" é o meu conselho ao leitor.

Escher

Do meu ponto de vista, as realizações visuais mais belas e impactantes dessa noção de voltas estranhas encontram-se na obra do artista gráfico holandês M. C. Escher, que viveu de 1898 a 1971. Escher criou alguns dos desenhos intelectualmente mais estimulantes de todos os tempos. Muitos deles têm origem em paradoxos, ilusões ou duplos sentidos. Os matemáticos estiveram entre os primeiros admiradores dos desenhos de Escher; o que é compreensível, uma vez que estes se baseiam, com freqüência, em princípios matemáticos de simetria ou de padrões... Mas nos desenhos típicos de Escher há muito mais que apenas simetria ou padrão; existe muitas vezes uma idéia subjacente realizada de forma artística. Em particular, a Volta Estranha é um dos temas mais freqüentes na obra de Escher. Observe-se, por exemplo, a litografia *Waterfall* (*Queda d'água*) (figura 5) e compare-se seu padrão infinitamente descendente de seis passos com o padrão infinitamente ascendente de seis passos do "Canon per tonos". A similaridade de visão é notável. Bach e Escher estão executando um único tema em duas "claves" diferentes: música e desenho.

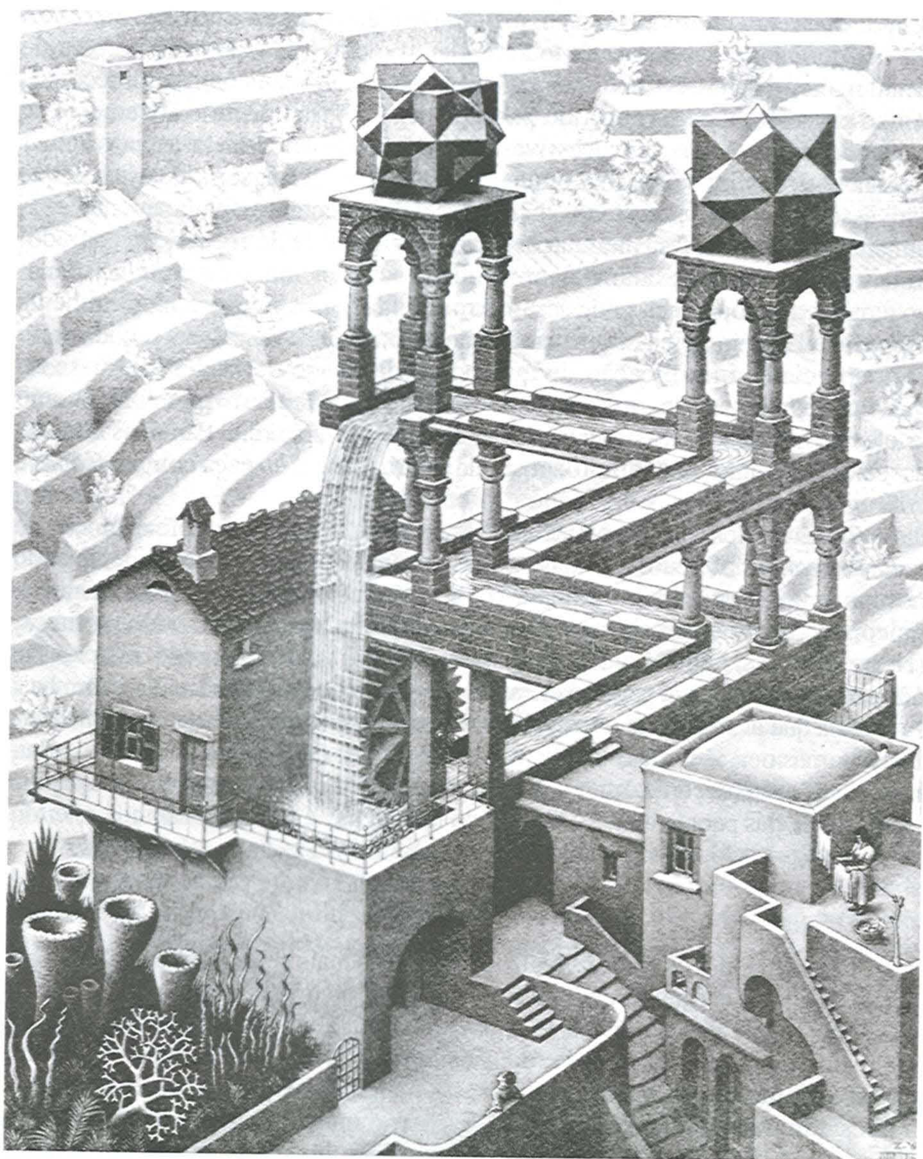


FIGURA 5. Waterfall (Queda d'água), *por M. C. Escher (litografia, 1961)*

Escher realizou voltas estranhas de muitas maneiras diferentes e elas podem ser arranjadas segundo a rigidez da volta. A litografia *Ascending and descending* (*Subindo e descendo*) (figura 6), em que os monges caminham eternamente em volta, é a versão mais aberta, uma vez que tantos são os passos envolvidos antes que o ponto de partida seja de novo alcançado. *Waterfall* apre-

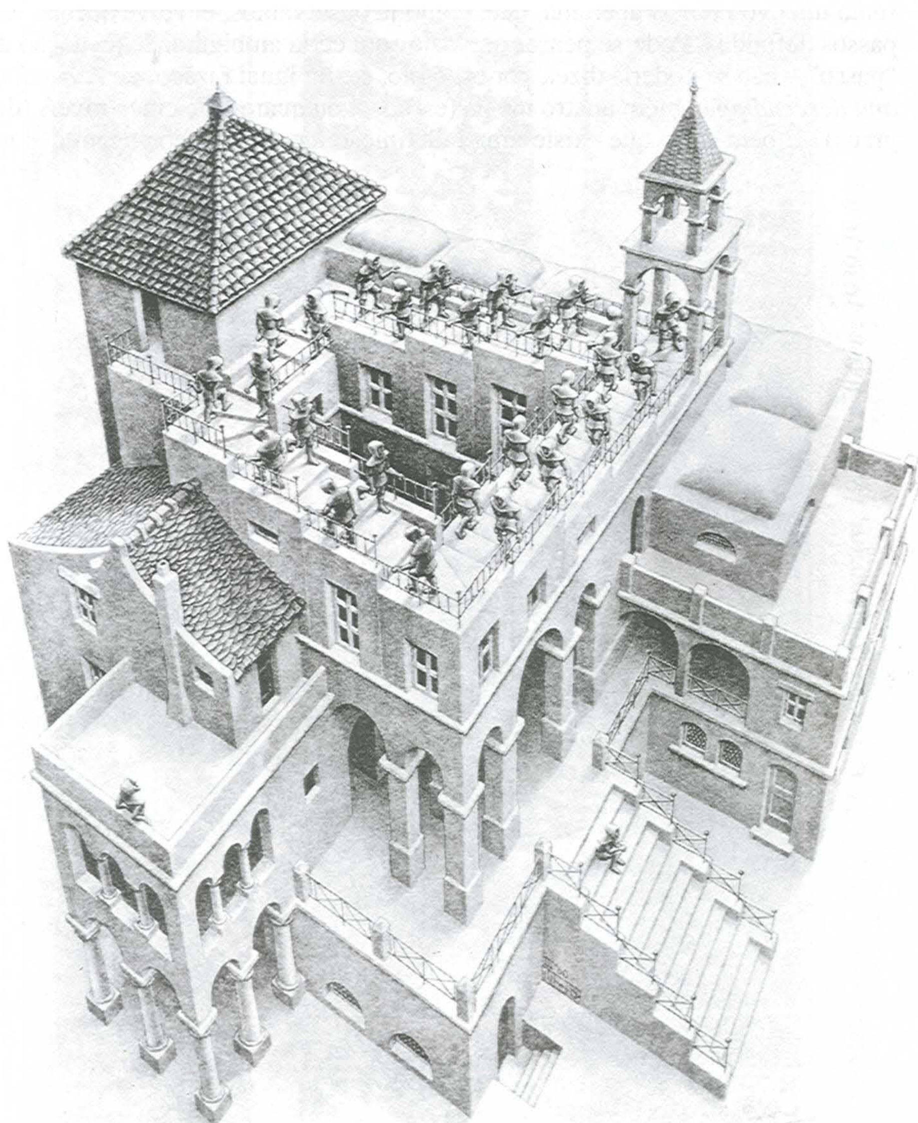


FIGURA 6. Ascending and descending (Subindo e descendo), *por M. C. Escher (litografia, 1960)*

senta uma volta mais apertada, que, como já observamos, envolve apenas seis passos definidos. Pode-se pensar que haja aqui certa ambigüidade na noção de "passo" – não se poderia dizer, por exemplo, e com igual razão, que *Ascending and descending* contém quatro níveis (escadas) ou quarenta e cinco níveis (degraus)? É bem certo que existe uma indefinição inerente na contagem dos ní-

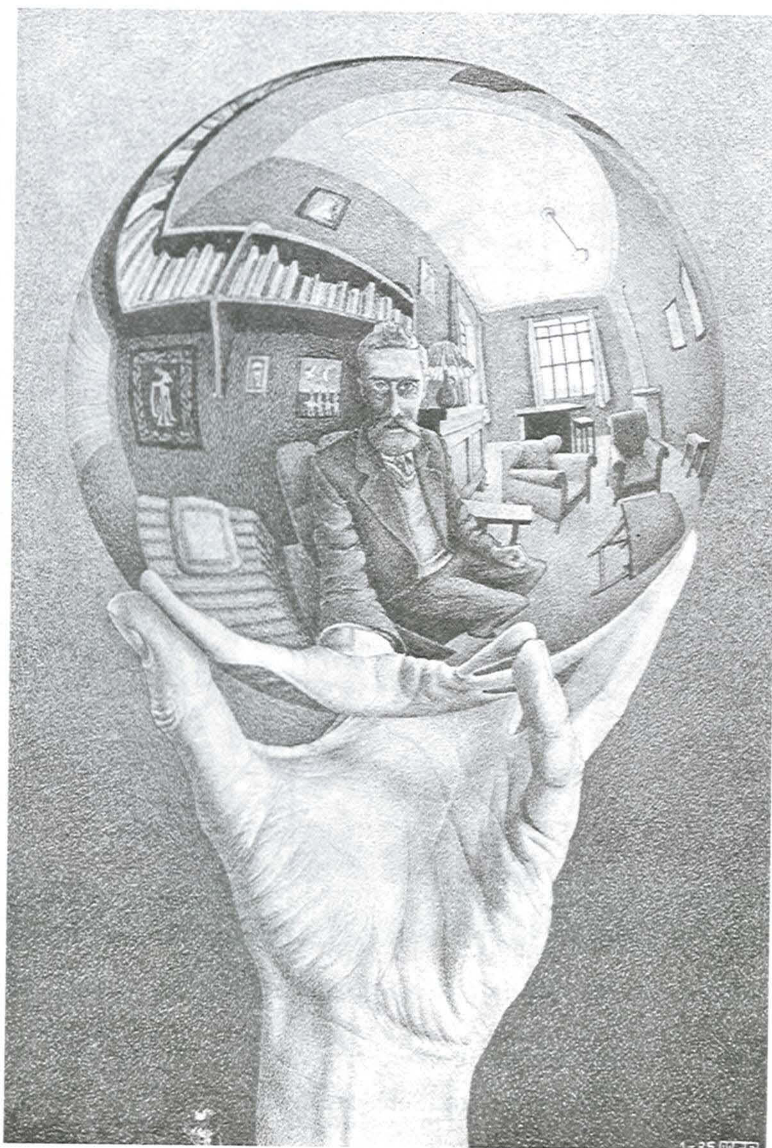


FIGURA 7. Hand with reflecting globe (Mão com globo que reflete). *Auto-retrato, por M. C. Escher (litografia, 1935)*

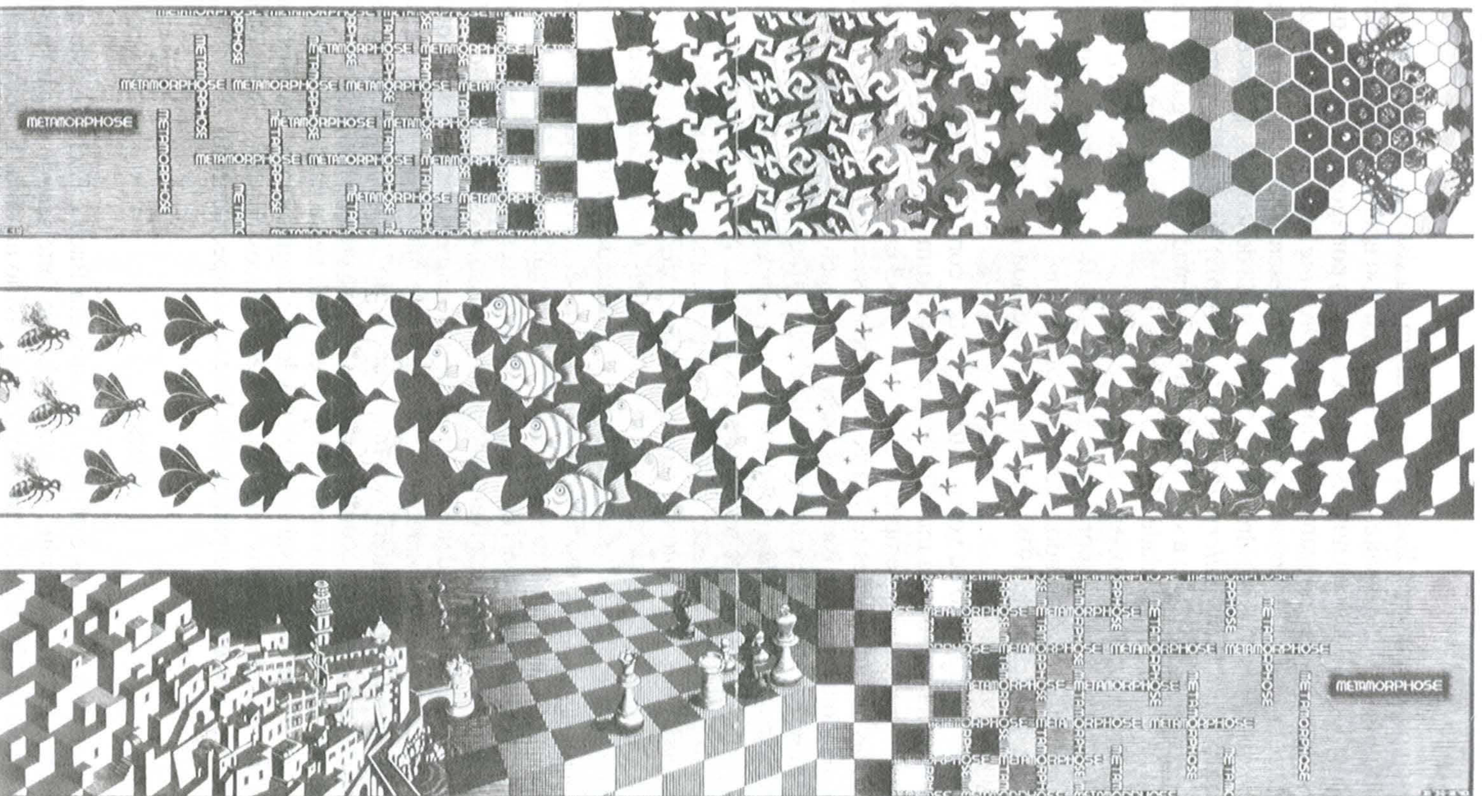


FIGURA 8. Metamorphosis II (Metamorfose II), *por M. C. Escher (xilogravura, 19,5cm x 400cm, 1939-1940)*

veis, não só nos desenhos de Escher, mas também em sistemas hierárquicos de níveis múltiplos. Posteriormente, aprimoraremos nosso entendimento a respeito dessa indefinição. Mas não nos distraiamos demais por agora! À medida que apertamos nossas voltas, chegamos ao notável *Drawing hands* (*Mãos que desenham*) (figura 135), no qual cada uma das mãos desenha a outra: uma volta estranha de dois passos. E, finalmente, a mais apertada de todas as voltas estranhas é realizada em *Print gallery* (*Galeria de gravuras*) (figura 142): um quadro de um quadro que contém a si próprio. Ou será o quadro de uma galeria que se autocontém? ou de uma cidade que se autocontém? ou de um jovem que contém a si próprio? (A propósito, a ilusão subjacente a *Ascending and descending* e *Waterfall* não foi inventada por Escher, mas sim por Roger Penrose, matemático britânico, em 1958. Contudo, o tema da volta estranha já se encontrava presente na obra de Escher em 1948, ano em que desenhou *Drawing hands*. *Print gallery* data de 1956.)

Implícito no conceito de voltas estranhas está o conceito de infinito, pois o que é uma volta senão uma maneira de representar um processo sem fim de modo finito? E o infinito desempenha um grande papel em muitos desenhos de Escher. Cópias de um simples tema freqüentemente se entrosam umas com as outras, formando analogias visuais aos cânones de Bach. Diversos desses modelos podem ser vistos na famosa gravura de Escher *Metamorfose II* (figura 8). Há certa semelhança com o *Cânone eternamente remontante*: afastando-se mais e mais do ponto de partida, de repente se está de volta. Nos planos azulejados de *Metamorfose II*, e em outras obras, já existem sugestões do infinito. Mas visões mais incomuns do infinito aparecem em outros desenhos de Escher. Em alguns deles, um único tema aparece em diferentes níveis de realidade. Por exemplo, um nível de desenho pode ser claramente reconhecido como uma representação de fantasia ou de imaginação; outro nível pode ser reconhecido como realidade. Esses dois níveis podem ser os únicos explicitamente mostrados. Mas a simples presença dos dois níveis convida o espectador a contemplar-se a si mesmo como parte de um terceiro nível; e, ao dar esse passo, o espectador não pode evitar ver-se envolvido na cadeia de níveis implícita em Escher, cadeia na qual a cada nível sempre corresponde outro, superior e de maior "realidade", e, do mesmo modo, ainda outro, inferior e "mais imaginário". Isto pode ser algo estonteante em si mesmo. Que acontece, entretanto, se a cadeia de níveis não for linear, mas sim compuser uma volta? O que será real, nesse caso, e o que será fantasia? O gênio de Escher está em que ele não só imaginou, mas, na verdade, descreveu dezenas de mundos semi-reais e semimíticos, mundos repletos de voltas estranhas, aos quais ele parece convidar seus espectadores.

Gödel

Nos exemplos de voltas estranhas já vistos em Bach e Escher existe um conflito entre o finito e o infinito, do que resulta um forte sentido de paradoxo. A intuição sente que há algo de matemático envolvido na obra. E, com efeito,



FIGURA 9. Kurt Gödel

em nosso século se descobriu uma contrapartida matemática, que alcançou a maior das repercussões. E assim como as voltas de Bach e de Escher se relacionam com intuições muito simples e antigas – a escala musical, a escada –, assim também esta descoberta de K. Gödel de uma volta estranha nos sistemas matemáticos tem origem em intuições simples e antigas. Em sua forma absolutamente mais despojada, a descoberta de Gödel envolve a tradução de um antigo paradoxo filosófico em termos matemáticos. Trata-se do chamado *paradoxo de Epimênides*, ou *paradoxo do mentiroso*. Epimênides foi um cretense que fez uma declaração imortal: "Todos os cretenses são mentirosos". Versões mais acuradas do enunciado são, simplesmente, "Eu estou mentindo"; ou "Esta afirmação é falsa". É a esta última versão que normalmente me referirei ao falar do paradoxo de Epimênides. Essa é uma afirmação que viola abruptamente a dicotomia que, como regra, separa as afirmações em verdadeiras e falsas, uma vez que, se considerada tentativamente como verdadeira, ela se transforma imediatamente e passa a parecer falsa. Mas se se decide por sua falsidade, ocorre uma transformação similar que traz de volta a idéia de que ela tem de ser verdadeira. Tente.

O paradoxo de Epimênides é uma volta estranha de um passo, como *Print gallery*, de Escher. Mas por que ele se relaciona com a matemática? Aí está a descoberta de Gödel. Sua idéia foi a de usar o raciocínio matemático para explorar o próprio raciocínio matemático. Esta noção de tornar a matemática "introspectiva" revelou-se incrivelmente fértil e talvez sua implicação mais rica seja a que Gödel desenvolveu: o Teorema da Incompletitude. O que o teorema diz e como ele é demonstrado são duas coisas diferentes. Neste livro, discutiremos ambos os aspectos com bastante detalhe. O teorema pode ser assemelhado a uma pérola e o método de demonstração a uma ostra. A pérola é apreciada por seu brilho e simplicidade e a ostra é uma complexa e torpe forma de vida cujas entranhas dão origem a essa jóia misteriosamente simples.

O Teorema de Gödel aparece como Proposição VI em seu trabalho de 1931 intitulado "Sobre proposições formalmente indecidíveis em *Principia mathematica* e sistemas correlatos I". Seu enunciado é o seguinte:

> A cada classe κ, coerente com ω e recorrente, de *fórmulas* correspondem *signos de classe* r recorrentes, de tal modo que nem v Gen r nem Neg (v Gen r) pertencem a Flg (κ) (onde v é a *variável livre* de r).

Na verdade, isso foi enunciado em alemão, e talvez fosse melhor que tivesse permanecido em alemão. Portanto, aqui está uma paráfrase em português mais normal:

> Todas as formulações axiomáticas consistentes da Teoria dos Números incluem proposições indecidíveis.

Essa é a pérola.

É difícil ver nela uma volta estranha. E isso ocorre porque a volta estranha está no interior da ostra – a demonstração. A demonstração do Teorema da Incompletitude de Gödel articula-se com a elaboração de uma afirmação matemática auto-referente, da mesma maneira como o paradoxo de Epimênides é uma afirmação auto-referente de linguagem. Mas enquanto falar de linguagem em termos de linguagem é muito simples, não é de modo algum fácil verificar como uma afirmação a respeito de números possa falar sobre ela própria. Com efeito, já é obra de gênio a simples ligação da idéia das afirmações auto-referentes com a Teoria dos Números. Ao intuir que tal afirmação podia ser realizada, Gödel estava transpondo o obstáculo principal. A realização efetiva da afirmação foi a concretização dessa bela centelha da intuição.

Examinaremos a construção de Gödel com bastante cuidado nos próximos capítulos, mas para que o leitor não fique completamente no escuro, esboçarei aqui, em poucas linhas, o cerne da idéia, na esperança de que isso desperte, por sua vez, idéias em sua mente. Em primeiro lugar, a dificuldade deve ser inteiramente esclarecida. As afirmações matemáticas – concentremo-nos nas numérico-teóricas – referem-se a propriedades dos números inteiros. Os números inteiros não são afirmações nem tampouco o são suas propriedades. Uma afirmação de teoria dos números não é *sobre* uma afirmação da Teoria dos Números; ela simplesmente é uma afirmação da Teoria dos Números. Este é o problema: mas Gödel percebeu que aqui há mais do que os olhos vêem.

Gödel teve a percepção de que uma afirmação da Teoria dos Números poderia ser a respeito de uma afirmação da Teoria dos Números (possivelmente até ela própria), desde que os números pudessem, de algum modo, tomar o lugar das afirmações. Em outras palavras, a idéia de um *código* está no âmago de sua construção. No Código de Gödel, normalmente chamado de "numeração de Gödel", os números tomam o lugar de símbolos e de séries de símbolos. Desse modo, cada afirmação da Teoria dos Números, sendo uma série de símbolos especializados, adquire um número de Gödel, algo como um número de telefone ou uma placa de automóvel, que lhe serve como referência. E esse truque de codificações permite que as afirmações da Teoria dos Números sejam compreendidas em dois níveis diferentes: como afirmações da Teoria dos Números e também como *afirmações sobre afirmações* da Teoria dos Números.

Uma vez inventado esse esquema de codificação, Gödel tinha de elaborar em detalhe um modo de transpor o paradoxo de Epimênides a um formalismo numérico-teórico. A transposição final não dizia: "Esta afirmação da Teoria dos Números é falsa", mas sim: "Esta afirmação da Teoria dos Números não tem qualquer demonstração". Isso pode causar muita confusão, uma vez que as pessoas em geral têm uma noção muito vaga do que seja "demonstração". Com efeito, o trabalho de Gödel foi apenas uma parte de uma longa tentativa dos matemáticos no sentido de explicar, para si próprios, o que são as demonstrações. O que importa ter em mente é que as demonstrações são feitas *dentro de sistemas fixos* de proposições. No caso do trabalho de Gödel, o sistema fixo de raciocínio numérico-teórico ao qual a palavra "demonstração" se refere é o de *Princi-*

pia mathematica (PM), uma obra gigantesca de Bertrand Russell e Alfred North Whitehead, publicada entre 1910 e 1913. Por conseguinte, a sentença G de Gödel deveria ser escrita com maior propriedade assim:

> Esta afirmação da Teoria dos Números não tem qualquer demonstração no sistema de *Principia mathematica.*

A propósito, essa sentença G de Gödel não é o Teorema de Gödel – assim como a sentença de Epimênides não é a observação de que "a afirmação de Epimênides é um paradoxo". Podemos agora determinar qual o efeito da descoberta de G. Enquanto a afirmação de Epimênides cria um paradoxo, uma vez que não é nem verdadeira nem falsa, a sentença G de Gödel é incomprovável (dentro de *PM*), mas verdadeira. A grande conclusão? Que o sistema de *Principia mathematica é* "incompleto" – há afirmações verdadeiras da Teoria dos Números que seus métodos de demonstração são demasiado fracos para comprovar.

Mas se *Principia mathematica* foi a primeira vítima desse golpe, certamente não foi a última! A expressão "e sistemas correlatos" no título do artigo de Gödel é reveladora; pois se o resultado de Gödel tivesse sido apenas o de apontar um defeito na obra de Russell e Whitehead, outros poderiam ter-se inspirado para introduzir melhoramentos em *PM* e superar o Teorema de Gödel. Mas isso não era possível: a demonstração de Gödel aplicava-se a *qualquer* sistema axiomático que se propusesse alcançar os fins a que Whitehead e Russell se dedicaram. E para cada sistema diferente, um método básico cumpria a tarefa. Em suma, Gödel revelou que a demonstrabilidade é uma noção mais fraca que a verdade, qualquer que seja o sistema axiomático envolvido.

Por tal razão, o Teorema de Gödel teve um efeito eletrizante sobre lógicos, matemáticos e filósofos interessados nos fundamentos da matemática, pois revelava que nenhum sistema fixo, por mais complicado que fosse, poderia representar a complexidade dos números inteiros: 0, 1, 2, 3, ... Os leitores modernos talvez não fiquem tão perplexos diante disso quanto os de 1931, uma vez que, no meio tempo, a nossa cultura absorveu o Teorema de Gödel, assim como as revoluções conceituais da relatividade da mecânica quântica, e suas mensagens filosoficamente desorientadoras chegaram ao público, ainda que simplificadas por diversas camadas de interpretações (normalmente obscurecedoras). Existe, em nossos dias, uma tendência geral de expectativas de resultados "limitativos" – mas, em 1931, aquilo foi como um rio caído dos céus.

Lógica matemática: uma sinopse

Para apreciar adequadamente o Teorema de Gödel, é necessário demarcar seu contexto. Por conseguinte, tentarei agora resumir, em um pequeno espaço, a história da lógica matemática até 1931 – uma tarefa impossível. (Veja-se DeLong, Kneebon, ou Nagel e Newman, para boas apresentações sobre história.) Tudo começou com as tentativas de mecanizar os processos de pensamen-

to do raciocínio. Nossa capacidade de raciocinar tem sido considerada, muitas vezes, como aquilo que nos distingue das demais espécies; não deixa assim de parecer paradoxal, à primeira vista, tratar de mecanizar aquilo que é mais humano. Contudo, mesmo os gregos antigos sabiam que o raciocínio é um processo que segue padrões e é, pelo menos em parte, comandado por leis enunciáveis. Aristóteles codificou os silogismos e Euclides codificou a geometria, mas a partir de então se passaram muitos séculos antes que o progresso no estudo do raciocínio axiomático fosse retomado.

Uma das descobertas significativas dos matemáticos do século XIX foi a de que existem geometrias diferentes e igualmente válidas – contexto em que "geometria" significa uma teoria de propriedades de pontos e linhas abstratos. Por muito tempo, supusera-se que a geometria era o que Euclides codificara e que, embora pudesse haver pequenas falhas em sua apresentação, elas não eram importantes e todo progresso real na geometria seria alcançado mediante extensões de Euclides. Essa idéia foi abalada pela descoberta mais ou menos simultânea da geometria não-euclidiana por diversas pessoas – descoberta que pôs em choque a comunidade matemática por representar um desafio profundo à idéia de que a matemática estuda o mundo real. Como poderia haver muitos tipos diferentes de "pontos" e "linhas" em uma única realidade? Hoje, a solução desse dilema pode estar clara mesmo para alguns não-matemáticos – mas, naquela época, o dilema causou grande celeuma nos círculos matemáticos.

Posteriormente, no século XIX, os lógicos ingleses George Boole e Augustus de Morgan avançaram consideravelmente além de Aristóteles na codificação de padrões de raciocínio estritamente dedutivos. Boole chegou mesmo a intitular seu livro *The laws of thought* (*As leis do pensamento*) – o que certamente é um exagero, mas não significa que seu livro não tenha sido uma importante contribuição. Lewis Carroll ficou fascinado com esses métodos mecanizados de raciocínio e inventou muitos quebra-cabeças que podiam ser resolvidos por meio deles. Gottlob Frege, em Jena, e Giuseppe Peano, em Turim, trabalharam na combinação do raciocínio formal com o estudo de conjuntos e números. David Hilbert, em Göttingen, trabalhou em formalizações da geometria mais estritas do que as de Euclides. Todos esses esforços orientavam-se no sentido do esclarecimento do que se entende por "demonstração".

Enquanto isso, ocorriam desenvolvimentos interessantes na matemática clássica. Uma teoria sobre tipos diferentes de infinidades, conhecida como *teoria dos conjuntos*, foi desenvolvida por Georg Cantor na década de 1880. A teoria era impactante e bonita, mas desafiava a intuição. Não muito tempo depois, diversos paradoxos da teoria dos conjuntos já haviam sido trazidos à luz. A situação era muito inquietante porque, tão logo a matemática parecia recuperar-se de um conjunto de paradoxos – os relativos à teoria dos limites, no cálculo –, surgia um novo conjunto deles que parecia ainda pior!

O mais famoso é o paradoxo de Russell. Pareceria que, na maioria dos casos, os conjuntos não são membros deles próprios – por exemplo, o conjunto das focas não é uma foca, o conjunto que contém apenas Joana D'Arc não é Joana

D'Arc (um conjunto não é uma pessoa) – e assim por diante. Sob esse aspecto, a maioria dos conjuntos é "relativamente comum". Contudo, alguns conjuntos "autodevoradores" *realmente* incluem-se a si próprios entre seus membros, como o conjunto de todos os conjuntos, ou o conjunto de todas as coisas exceto Joana D'Arc, e assim por diante. Claramente, todo conjunto ou é relativamente comum ou é autodevorador e nenhum conjnunto pode ser ambas as coisas. Ora, nada nos impede de inventar R: *o conjunto de todos os conjuntos relativamente comuns.* À primeira vista, R pareceria ser uma invenção relativamente comum – mas essa opinião deve ser revista quando nos perguntamos: "O próprio R é um conjunto relativamente comum ou autodevorador?" Verificaremos que a resposta é: "R não é nem relativamente comum nem autodevorador, pois ambas as escolhas levam a um paradoxo". Tente!

Mas se R não é nem relativamente comum nem autodevorador, então o que é? Na melhor das hipóteses, é patológico. Mas ninguém se satisfaz com respostas evasivas dessa ordem. E assim as pessoas passaram a pesquisar com maior profundidade os fundamentos da teoria dos conjuntos. As questões cruciais pareciam ser: "Qual o problema com nosso conceito intuitivo de conjunto? Pode-se elaborar uma teoria rigorosa dos conjuntos que corresponda intimamente às nossas intuições, mas que evite os paradoxos?" Nesse caso, como na Teoria dos Números e na geometria, o problema consiste em tentar alinhar a intuição com sistemas de raciocínio formalizados ou axiomatizados.

Uma variante surpreendente do paradoxo de Russell, denominado "paradoxo de Grelling", pode ser composta com adjetivos em vez de conjuntos. Dividam-se os adjetivos em duas categorias: os que são autodescritivos, como "pentassílabo", "estranhezíssimo" e "recherché" e os que não o são, como "comestível", "incompleto" e "dissílabo". Ora, se se admite que "não-autodescritivo" é um adjetivo, a que classe pertence ele? Se for posta em questão a inclusão de palavras com hífen, podemos empregar dois termos especialmente inventados para esse paradoxo: *autológico* (= "autodescritivo") e *heterológico* (= "não-autodescritivo"). A pergunta então se torna: "É 'heterológico' heterológico?". Tente!

Parece haver um culpado comum nesses paradoxos, qual seja, a auto-referência ou a existência de voltas estranhas. Portanto, se o objetivo é o de banir todos os paradoxos, por que não banir a auto-referência e tudo o que a traga à baila? Isso não é tão fácil quanto possa parecer, uma vez que pode ser difícil verificar em que ponto ocorre a auto-referência. Ela pode estar dispersa na totalidade de uma volta estranha com diversos passos, como nesta versão "ampliada" de Epimênides, que faz lembrar as *Drawing hands,* de Escher:

A sentença seguinte é falsa.
A sentença anterior é verdadeira.

Tomadas em conjunto, essas sentenças têm o mesmo efeito do paradoxo original de Epimênides; contudo, separadamente, elas são sentenças inofensivas e mesmo potencialmente úteis. A "culpa" dessa volta estranha não pode ser atribuída

a nenhuma das sentenças – apenas à maneira como elas "apontam" uma à outra. Do mesmo modo, cada uma das regiões locais de *Ascending and descending,* de Escher, é bastante legítima, é apenas a maneira pela qual elas são globalmente articuladas que cria uma impossibilidade. Uma vez que há tantas maneiras indiretas quanto diretas para se obter a auto-referência, tem-se de imaginar como banir ambos os tipos ao mesmo tempo – se a auto-referência for a raiz de todos os males.

O banimento das voltas estranhas

Russell e Whitehead tinham esse ponto de vista, e, por consenguinte, *Principia mathematica* foi um exercício gigantesco para exorcizar as voltas estranhas da lógica, da teoria dos conjuntos e da Teoria dos Números. A idéia de seu sistema era basicamente esta. Um conjunto do "tipo" mais baixo só poderia conter "objetos" como membros, e não conjuntos. Um conjunto do tipo imediatamente seguinte, numa escala ascendente, só poderia conter objetos ou conjuntos do tipo mais baixo. Em geral, um conjunto de determinado tipo só poderia conter conjuntos de tipo inferior ou objetos. Todo conjunto pertenceria a um tipo específico. Claramente, nenhum conjunto poderia conter-se a si próprio porque teria de pertencer a um tipo superior ao seu próprio tipo. Nesse sistema existem apenas conjuntos "auto-excludentes"; além disso, nosso R – o conjunto de todos os conjuntos relativamente comuns – já não é considerado como um conjunto porque não pertence a nenhum tipo finito. Segundo todas as aparências, portanto, esta *teoria de tipos*, que poderíamos também denominar "teoria da abolição das voltas estranhas", livra, com êxito, a teoria dos conjuntos de seus paradoxos, mas apenas ao custo de introduzir uma hierarquia de aparência artificial e de desautorizar a formação de certas espécies de conjuntos – tais como o conjunto de todos os conjuntos relativamente comuns. Intuitivamente, essa não é a maneira segundo a qual imaginamos os conjuntos.

A teoria de tipos deu conta do paradoxo de Russell, mas nada conseguiu com relação aos paradoxos de Epimênides e de Grelling. Para as pessoas cujo interesse não ia além da teoria dos conjuntos, isso era suficiente, mas para os que se interessavam pela eliminação dos paradoxos em geral, parecia necessária uma "hierarquização" similar para impedir esse tipo de volta para trás na linguagem. Na base de tal hierarquia estaria uma *linguagem-objeto*. A referência aqui só pode ser feita a um domínio específico – não a aspectos da própria linguagem-objeto (tais como suas regras gramaticais, ou sentenças específicas nessa linguagem). Para esse propósito haveria uma *metalinguagem*. Esta experiência de dois níveis lingüísticos é familiar para todos os que aprenderam línguas estrangeiras. A seguir, haveria uma metalinguagem para discutir a metalinguagem, e assim por diante. Seria necessário que todas as sentenças pertencessem a algum nível preciso de hierarquia. Portanto, se não se pudesse encontrar um nível em que determinada declaração se enquadrasse, essa declaração seria considerada sem sentido e seria esquecida.

Pode-se tentar uma análise de volta de dois passos de Epimênides, antes referida. Como a primeira sentença fala sobre a segunda, ela deve estar em um nível superior ao da segunda. Mas, pela mesma razão, a segunda sentença deve estar em um nível superior ao da primeira. Como isto é impossível, as duas sentenças são "sem sentido". Mais precisamente, tais sentenças simplesmente não podem ser formuladas em um sistema baseado em uma hierarquia estrita de linguagens. Isso impede todas as versões do paradoxo de Epimênides, assim como do paradoxo de Grelling. (A que nível de linguagem a palavra "heterológico" poderia pertencer?)

Ora, na teoria dos conjuntos, que lida com abstrações que não usamos o tempo todo, uma estratificação como a teoria dos tipos parece aceitável, embora um tanto estranha; mas quando se trata da linguagem, uma parte da vida que em tudo penetra, tal estratificação parece absurda. Nós não nos imaginamos pulando para cima e para baixo em uma hierarquia de linguagens quando falamos a respeito de várias coisas. Uma sentença simples como "Neste livro eu critico a teoria dos tipos" seria duplamente proibida nesse sistema que estamos discutindo. Em primeiro lugar, ela menciona "este livro", o qual só poderia ser mencionado em um "metalivro" – e, em segundo lugar, ela menciona a mim – uma pessoa da qual não tenho permissão para falar jamais! Esse exemplo revela como a teoria dos tipos parece tola quando a trazemos a um contexto familiar. O remédio que ela adota para os paradoxos – o banimento total da auto-referência em qualquer forma – é um caso real de "matar uma formiga com tiro de canhão", rotulando como sem sentido muitas construções perfeitamente boas. Aliás, a locução adjetiva "sem sentido" teria de aplicar-se a todas as discussões sobre a teoria dos tipos lingüísticos (tais como a que ocorre neste próprio parágrafo), pois é claro que elas não poderiam ter lugar em nenhum dos níveis – nem na linguagem-objeto, nem na metalinguagem, nem na metametalinguagem, etc. Assim, o próprio ato de discutir a teoria seria a mais flagrante das violações de suas regras!

Ora, tais teorias poderiam ser defendidas considerando-se que elas se destinam a tratar apenas com linguagens formais e não com a língua informal e comum. Isso pode ser verdade, mas apenas demonstra que tais teorias são extremamente acadêmicas e têm pouco a dizer a respeito de paradoxos, exceto quando eles ocorrem em sistemas especiais, concebidos sob medida. Além disso, a intenção de eliminar os paradoxos a qualquer custo, especialmente quando requer a criação de formalismos altamente artificiais, dá demasiado relevo à coerência corriqueira, em detrimento do excêntrico e do bizarro, que tornam interessantes a vida e a matemática. Tentar manter a coerência é evidentemente importante, mas quando esse esforço nos amarra a teorias tremendamente torpes, algo está errado.

Esses tipos de questões nos fundamentos da matemática foram responsáveis pelo alto interesse em codificar os métodos de raciocínio humano que se manifestou no início deste século. Matemáticos e filósofos começaram a abrigar sérias dúvidas sobre se mesmo as mais concretas das teorias, como o estudo dos números inteiros (Teoria dos Números), tinham bases realmente sóli-

das. Se os paradoxos podiam surgir com tanta facilidade na teoria dos conjuntos – teoria cujo conceito básico, o conjunto, é sem dúvida intuitivamente atraente –, não poderiam eles existir também em outros ramos da matemática? Outra preocupação correlata era a de que os paradoxos da lógica, como o de Epimênides, poderiam revelar-se como inerentes à matemática, colocando em dúvida, desse modo, a matemática como um todo. Isso preocupava especialmente o grande número de pessoas que acreditava firmemente que a matemática é simplesmente um ramo de lógica (ou, ao contrário, que a lógica é simplesmente um ramo da matemática). Com efeito, esta pergunta específica – "A matemática e a lógica são coisas distintas, ou separadas?" – era fonte de muita controvérsia.

Esse estudo da própria matemática tornou-se conhecido como *metamatemática* – ou, ocasionalmente, *metalógica*, uma vez que a matemática e a lógica são tão entrelaçadas. A prioridade mais urgente dos metamatemáticos era determinar a natureza verdadeira do raciocínio matemático. O que é legal e o que é ilegal em termos de métodos de procedimento? Como o raciocínio matemático se fizera sempre em "linguagem natural" (ou seja, francês, latim ou alguma língua de comunicação normal), abria-se grande espaço para ambigüidades. Palavras tinham sentidos diferentes para pessoas diferentes, evocavam imagens diferentes e assim por diante. Parecia razoável e mesmo importante estabelecer uma notação uniforme e única em que todo o trabalho matemático pudesse ser desenvolvido, e com a qual qualquer par de matemáticos pudesse resolver disputas sobre a validade de uma demonstração sugerida. Isso requereria a codificação completa do modo de raciocínio humano universalmente aceitável, ao menos na medida em que ele se aplicasse à matemática.

Coerência, totalidade e programa de Hilbert

Este era o objetivo de *Principia matemathica,* que pretendia derivar toda a matemática da lógica e, naturalmente, sem contradições! A obra despertou grande admiração, mas ninguém estava seguro de que (1) toda a matemática estava realmente contida nos métodos delineados por Russell e Whitehead, ou de que (2) os métodos dados eram realmente autocoerentes. Poder-se-ia ter certeza de que nenhum matemático *jamais* poderia derivar resultados contraditórios se seguisse os métodos de Russell e Whitehead?

Essa dúvida preocupou particularmente o conceituado matemático (e metamatemático) alemão David Hilbert, que colocou esse desafio à comunidade mundial de matemáticos (e metamatemáticos): demonstrar rigorosamente – talvez empregando os próprios métodos delineados por Russell e Whitehead – que o sistema definido em *Principia matemathica* era tanto *coerente* (livre de contradições) quanto *completo* (isto é, que toda afirmação verdadeira da Teoria dos Números poderia ser derivada no seio da estrutura formulada em *PM*). Era um pedido exagerado, que podia também ser criticado por uma certa redundância:

como justificar determinados métodos de raciocínio com base nesses mesmos métodos de raciocínio? É como erguer-se a si próprio pela alça da bota. (Parece que não há meios de nos livrarmos destas voltas estranhas!)

Evidentemente, Hilbert tinha plena consciência desse dilema, e expressava, portanto, a esperança de que se pudesse obter uma demonstração de coerência ou de totalidade que dependesse apenas de modos "finitizantes" de raciocínio. Esse era um pequeno conjunto de métodos de raciocínio geralmente aceito pelos matemáticos. Dessa maneira, Hilbert esperava que os matemáticos se erguessem parcialmente pela alça da bota: a soma total dos métodos matemáticos poderia provar ser correta invocando-se apenas um conjunto menor de métodos. Esse objetivo pode parecer bastante esotérico, mas ocupou as mentes de muitos dos melhores matemáticos do mundo durante os primeiros trinta anos deste século.

No trigésimo primeiro ano, contudo, Gödel publicou seu trabalho, que, sob certos aspectos, destruiu totalmente o programa de Hilbert. Tal trabalho revelou não só que há "buracos" irreparáveis no sistema axiomático proposto por Russell e Whitehead, mas também, em termos mais gerais, que nenhum sistema axiomático poderia produzir todas as verdades da Teoria dos Números, a menos que fosse um sistema incoerente! E, por fim, a esperança de comprovar a coerência de um sistema tal como o apresentado em *PM* revelou-se vã: se se pudesse obter tal comprovação empregando-se apenas métodos inerentes ao próprio *PM*, então – e esta é uma das conseqüências mais desorientadoras do trabalho de Gödel – o próprio *PM* seria incoerente.

A ironia final de tudo isso é a de que a demonstração do Teorema da Incompletitude de Gödel implicou a importação do paradoxo de Epimênides para o cerne de *Principia mathematica*, um baluarte supostamente invulnerável aos ataques das voltas estranhas! Embora a volta estranha de Gödel não tenha destruído por inteiro o *Principia mathematica*, diminuiu consideravelmente seu interesse para os matemáticos, ao revelar que os objetivos iniciais de Russell e Whitehead eram ilusórios.

Babbage, computadores, inteligência artificial...

Quando o trabalho de Gödel surgiu, o mundo estava a ponto de desenvolver os computadores eletrônicos digitais. A idéia de engenhos mecânicos de calcular já estava em circulação há algum tempo. No século XVII, Pascal e Leibniz idealizaram máquinas para a execução de operações fixas (adição e multiplicação). Tais máquinas, contudo, não tinham memória e não eram, na linguagem moderna, programáveis.

O primeiro ser humano a conceber o imenso potencial de computação das máquinas foi o londrino Charles Babbage (1792-1871). Personagem que poderia ter saído das páginas dos *Pickwick papers,* Babbage alcançou fama em vida principalmente por sua vigorosa campanha para livrar Londres dos "males das ruas" – sobretudo tocadores de realejo. Tais pestes, por sua vez, tinham o prazer de irritá-lo com serenatas, a qualquer hora do dia ou da noite, ao que ele

respondia perseguindo-os furiosamente pelas ruas. Hoje, reconhecemos em Babbage um homem com cem anos à frente de sua época: não só o inventor dos princípios básicos dos computadores modernos, mas também um dos primeiros a combater a poluição sonora.

Sua primeira máquina, a "máquina da diferença", podia gerar tabelas matemáticas de diversos tipos pelo "método das diferenças". Mas antes que qualquer modelo da MD fosse construído, Babbage tornou-se obcecado por uma idéia muito mais revolucionária: a "máquina analítica". Sem muita modéstia, escreveu ele: "O processo pelo qual cheguei a ela foi provavelmente o mais entrelaçado e perplexizante que jamais ocupou a mente humana".[4] Ao contrário de qualquer máquina anteriormente concebida, a MA devia possuir tanto um "depósito" (memória) quanto um "moinho" (unidade de cálculo e de tomada de decisões). Tais unidades deviam ser compostas por milhares de engrenagens cilíndricas intrincadas e interligadas de maneiras incrivelmente complexas. Babbage imaginava um torvelinho de números entrando e saindo do moinho, mediante o controle de um *programa* contido em cartões perfurados – idéia inspirada no tear de Jacquard, que, controlado por cartões, tecia padrões incrivelmente complexos. A brilhante mas desafortunada condessa amiga de Babbage, Lady Ada Lovelace (filha de Lord Byron), comentou poeticamente que "a máquina analítica *tece padrões algébricos* assim como o tear de Jacquard tece flores e folhas". Infelizmente, o emprego do presente do indicativo na sentença foi inadequado, pois nunca foi construída qualquer MA, e Babbage morreu em estado de profundo desapontamento.

Lady Lovelace tinha tanta consciência quanto Babbage de que com a invenção da máquina analítica a humanidade estava começando um namoro com a inteligência mecanizada – particularmente, se a máquina fosse capaz de "comer o próprio rabo" (modo como Babbage descreveu a volta estranha criada quando uma máquina alcança e altera o programa depositado nela própria). Em 1842, ela escreveu que a MA "poderia agir sobre outras coisas além dos *números*".[5] Enquanto Babbage sonhava em criar um jogo da velha ou um xadrez automático, ela sugeria que sua máquina, com alturas e harmonias codificadas em seus cilindros giratórios, "poderia compor músicas elaboradas e científicas em qualquer grau de complexidade e extensão". Logo imediatamente depois, no entanto, ela adverte que "a máquina analítica não tem quaisquer pretensões de *originar* coisa alguma. Ela pode executar o que quer que *saibamos mandá-la fazer*". Embora compreendesse bem o poder da computação artificial, Lady Lovelace era cética quanto à criação artificial da inteligência. Poderia, contudo, sua percepção aguda permitir-lhe sonhar com o potencial que se abriria com a conquista da eletricidade?

Em nosso século, chegou a época dos computadores – máquinas capazes de ultrapassar os sonhos mais audazes de Pascal, Leibniz, Babbage ou Lady Lovelace. Nas décadas de 1930 e 1950, os primeiros "gênios eletrônicos brilhantes" foram concebidos e construídos. Eles catalisavam a convergência de três

áreas anteriormente desconexas: a teoria do raciocínio axiomático, o estudo da computação mecânica e a psicologia da inteligência.

Esses mesmos anos viram a teoria dos computadores desenvolver-se aos saltos. Essa teoria era intimamente ligada à matemática. Com efeito, o Teorema de Gödel tem uma contrapartida na teoria da computação, descoberta por Alan Turing, que revela a existência de "buracos" inapeláveis mesmo no mais poderoso dos computadores que se possa imaginar. Ironicamente, ao mesmo tempo em que esses limites algo assustadores iam sendo percebidos, construíam-se computadores reais cujos poderes pareciam crescer cada vez mais, além da capacidade de antevisão de seus próprios idealizadores. Babbage, que uma vez declarara que trocaria feliz o resto da sua vida pela possibilidade de voltar quinhentos anos depois para uma excursão científica de três dias na nova era, provavelmente teria ficado boquiaberto já um século após sua morte – tanto por causa das novas máquinas, quanto por suas inesperadas limitações.

No início da década de 1950, a inteligência mecanizada parecia estar ao alcance da mão; e, no entanto, para cada obstáculo transposto sempre outro parecia surgir, antepondo-se à criação efetiva de uma autêntica máquina pensante. Haveria razão profunda para que o alcance desse objetivo se afastasse misteriosa e continuamente?

Ninguém sabe por onde passa a linha divisória entre o comportamento não-inteligente e o comportamento inteligente; na verdade, admitir a existência de uma linha divisória nítida é provavelmente uma tolice. Mas, certamente, são capacidades essenciais para a inteligência:

- responder a situações de maneira muito flexível;
- tirar vantagens de circunstâncias fortuitas;
- dar sentido a mensagens ambíguas ou contraditórias;
- reconhecer a importância relativa de elementos de uma situação;
- encontrar similaridades entre situações, apesar das diferenças que possam separá-las;
- encontrar diferenças entre situações, apesar das que possam uni-las;
- sintetizar novos conceitos, tomando conceitos anteriores e reordenando-os de maneiras novas;
- formular idéias que constituem novidades.

Aqui nos encontramos diante de um aparente paradoxo. Por sua própria natureza, os computadores são as criaturas mais inflexíveis, incapazes de desejar e obedientes às regras. Por mais rápidos que possam ser, são também, ao mesmo tempo, a síntese da inconsciência. Como pode ser programado, então, o comportamento inteligente? Não é essa a mais flagrante das contradições em termos? Umas das teses principais deste livro é a de que essa, simplesmente, não é uma contradição. Um dos propósitos principais deste livro é o de instar cada leitor a confrontar face a face a aparente contradição que se revela, sabo-

reá-la, ponderá-la, analisar seus elementos, mergulhar dentro dela, de maneira que, ao final, o leitor possa emergir com novas percepções a respeito do hiato aparentemente insuperável entre o formal e o informal, o animado e o inanimado, o flexível e o inflexível.

É disso que trata a pesquisa sobre inteligência artificial (IA). E o sabor estranho desse trabalho está em que as pessoas tratam de compor longas séries de regras em formalismos estritos para ensinar máquinas inflexíveis a serem flexíveis.

No entanto, que tipos de "regras" poderiam captar tudo o que pensamos constituir o comportamento inteligente? Com certeza, deve haver regras em todos os tipos de níveis diferentes. Deve haver muitas regras "simples". Deve haver "metarregras" para modificar as regras "simples", a seguir "metametarregras" para modificar as metarregras, e assim por diante. A flexibilidade da inteligência advém do enorme número de regras e níveis de regras diferentes. A razão pela qual devem existir tantas regras em tantos níveis diferentes está em que na vida uma criatura enfrenta milhões de situações de tipos completamente diferentes. Em algumas situações, há respostas estereotipadas que requerem regras "simples". Algumas situações não podem ser classificadas – assim, devem existir regras para inventarem-se novas regras... e por aí se vai indefinidamente. Sem dúvida, voltas estranhas que envolvem regras que se modificam a si mesmas, direta ou indiretamente, estão no cerne da inteligência. Por vezes, a complexidade de nossas mentes parece tão avassaladora que se chega a crer que não há solução para o problema de compreender a inteligência – que é errado pensar que regras de qualquer tipo comandem o comportamento das criaturas, ainda que se tome a idéia de "regra" no sentido amplo, que envolve níveis múltiplos, como antes descrito.

... e Bach

No ano de 1754, quatro anos após a morte de J. S. Bach, o teólogo de Leipzig, Johann Michael Schmidt, escreveu, em um tratado sobre a música e a alma, a seguinte passagem, digna de nota:

> Há alguns anos relatou-se que na França um homem fizera uma estátua que podia tocar diversas músicas na *Fleuttraversiere*, levar a flauta aos lábios e novamente repousá-la, revirar os olhos, etc. Mas ninguém inventou até aqui uma imagem que pense, deseje, componha ou faça qualquer coisa semelhante. Aqueles que desejem ser convencidos que observem cuidadosamente a última fuga composta pelo mencionado Bach, a qual, embora editada por meio de uma gravação em cobre, ficou inacabada devido à cegueira que acometeu o compositor, e percebam a arte que está nela contida; ou o que lhes deve parecer mais maravilhoso ainda, o coral por ele ditado em sua cegueira à pena de outro: *Wenn wir in höchsten Nöthen seyn*. Estou certo de que tais pessoas logo terão de recorrer a suas almas se é que desejam observar todas as belezas aí contidas, e mais ainda se quiserem executar a música eles próprios ou formular um julgamento a respeito do autor. Tudo o que sus-

tentam os campeões do materialismo tem de cair por terra à luz desse único exemplo.[6]

Muito provavelmente, o principal dos "campeões do materialismo" aqui aludidos não seria outro que não Julien Offroy de la Mettrie, filósofo da corte de Frederico, o Grande, autor de *L'homme machine* (*O homem máquina*) e materialista *par excellence*. Já se passaram mais de duzentos anos e ainda está em curso a batalha entre os que concordaram com Johann Michael Schmidt e os que concordaram com Julien Offroy de la Mettrie. Espero, neste livro, proporcionar alguma perspectiva à batalha.

"Gödel, Escher, Bach"

O livro está estruturado de maneira pouco comum: como contraponto entre diálogos e capítulos. O propósito dessa estrutura é o de permitir-me apresentar duas vezes os novos conceitos: praticamente todos os novos conceitos são apresentados primeiro metaforicamente em um diálogo, produzindo um conjunto de imagens visuais e concretas; estas, a seguir, servem, durante a leitura do capítulo seguinte, como um pano de fundo intuitivo para a apresentação mais séria e abstrata do mesmo conceito. Em muitos dos diálogos, pareço, à superfície, falar a respeito de uma idéia, quando na verdade estou falando de alguma outra idéia, de modo levemente disfarçado.

Originalmente, as únicas personagens de meus diálogos eram Aquiles e a Tartaruga, que chegaram a mim a partir de Zenão, de Eléia, através de Lewis Carroll. Zenão, de Eléia, inventor de paradoxos, viveu no século V antes de Cristo. Um de seus paradoxos era uma alegoria que tinha Aquiles e a Tartaruga por protagonistas. A invenção dessa dupla ilustre, por Zenão, aparece em meu primeiro diálogo, *Invenção a três vozes*. Em 1895, Lewis Carroll reencarnou Aquiles e a Tartaruga com o fim de ilustrar seu próprio novo paradoxo do infinito. O paradoxo de Carroll, que merece ser muito mais bem conhecido do que o é, tem um papel importante neste livro. Intitulado originalmente "O que a Tartaruga disse a Aquiles", ele é reproduzido aqui como *Invenção a duas vozes*.

Quando comecei a escrever os diálogos, conectei-os, de algum modo, a formas musicais. Não me recordo o momento exato em que isso aconteceu; lembro-me apenas de que, um dia, escrevi "Fuga" encimando um dos primeiros diálogos, e, a partir de então, a idéia pegou. Com o tempo, decidi padronizar o procedimento, vinculando cada diálogo, de um modo ou de outro, a uma obra diferente de Bach. Isso não era tão impróprio. O Velho Bach, ele próprio, costumava lembrar seus alunos de que as distintas vozes de suas composições deviam comportar-se como "pessoas que conversam juntas, como em um grupo seleto". Segui essa sugestão de maneira talvez mais literal que a imaginada por Bach; espero, todavia, que o resultado seja fiel ao significado. Inspirei-me particularmente em aspectos das composições de Bach que me impressionaram profunda e seguidamente e que são tão bem descritos por David e Mendel em *The Bach reader*:

> Em geral, sua forma era baseada em relações entre seções separadas. Tais relações variavam desde a identidade total de passagens, por um lado, até a volta a um princípio único de elaboração ou a uma simples alusão temática, por outro lado. Os padrões resultantes eram muitas vezes simétricos, mas nunca necessariamente. Por vezes, as relações entre as várias seções compõem um labirinto de fios entrelaçados que só uma análise detalhada pode desembaraçar. Normalmente, contudo, uns poucos aspectos dominantes proporcionam orientação adequada e instantânea ao ouvinte, ou ao leitor, e, conquanto no decurso do estudo possam-se descobrir sutilezas infindáveis, nunca se perde de vista a unidade que caracteriza toda e qualquer criação de Bach.[7]

Busquei tecer um Entrelaçamento de Gênios Brilhantes com estes três fios: Gödel, Escher e Bach. Comecei tentando redigir um ensaio em cujo centro estivesse o Teorema de Gödel. Imaginei que seria um simples opúsculo. Mas minhas idéias expandiram-se como uma esfera e logo alcançaram Bach e Escher. Tomou-me algum tempo pensar em tornar explícita essa ligação, ao invés de deixá-la apenas como uma força motivacional íntima. Mas, por fim, concluí que, para mim, Gödel, Escher e Bach eram apenas sombras projetadas em direções diferentes a partir de uma essência sólida central. Tentei reconstruir o objeto central e acabei escrevendo este livro.

Invenção a três vozes

Aquiles (guerreiro grego, o mais rápido dos mortais) e uma Tartaruga estão juntos em uma pista poeirenta sob sol forte. Ao longe, na pista, no topo de um mastro alto, tremula uma grande bandeira retangular. A bandeira é totalmente vermelha, salvo com relação a um pequeno buraco, em forma de anel, dela recortado, através do qual se pode ver o céu.

Aquiles: O que é aquela bandeira estranha no outro extremo da pista? De algum modo, ela me lembra uma gravura de meu artista favorito, M. C. Escher.

Tartaruga: É a bandeira de Zenão.

Aquiles: Será que o buraco da bandeira se parece com os buracos de um anel de Möbius que Escher desenhou uma vez? Eu sei que há algo de errado naquela bandeira.

Tartaruga: O anel que foi recortado dela tem a forma do numeral zero, que é o número favorito de Zenão.

Aquiles: Mas o zero ainda não foi inventado! Ele só será inventado por um matemático indiano daqui a alguns milênios. E, por conseguinte, Sr. T, minha argumentação prova que essa bandeira é impossível.

Tartaruga: Sua argumentação é sedutora, Aquiles, e eu tenho que concordar em que essa bandeira é, na verdade, impossível. Mas, de qualquer maneira, ela é bonita, não é?

Aquiles: Ah, sim, não há dúvida quanto a sua beleza.

Tartaruga: Estou pensando se essa beleza não se relaciona com a impossibilidade. Eu não sei; nunca tive tempo de analisar a beleza. É uma essência maiúscula; e eu nunca tenho tempo para essências maiúsculas.

Aquiles: Falando de essências maiúsculas, Sr. T, você já meditou sobre o propósito da vida?

Tartaruga: Por Deus, não.

Aquiles: Já meditou sobre por que estamos aqui, ou sobre quem nos inventou?

Tartaruga: Ah, isso é outra coisa. Nós somos invenções de Zenão (como você verá em breve); e a razão de estarmos aqui é fazer uma corrida.

Aquiles: Uma corrida? que insulto! Eu, o mais rápido de todos os mortais, contra você, o mais vagaroso dos vagarosos! Não há razão para essa corrida.

Tartaruga: Você poderia dar-me uma vantagem inicial.

Aquiles: Teria de ser uma vantagem enorme.

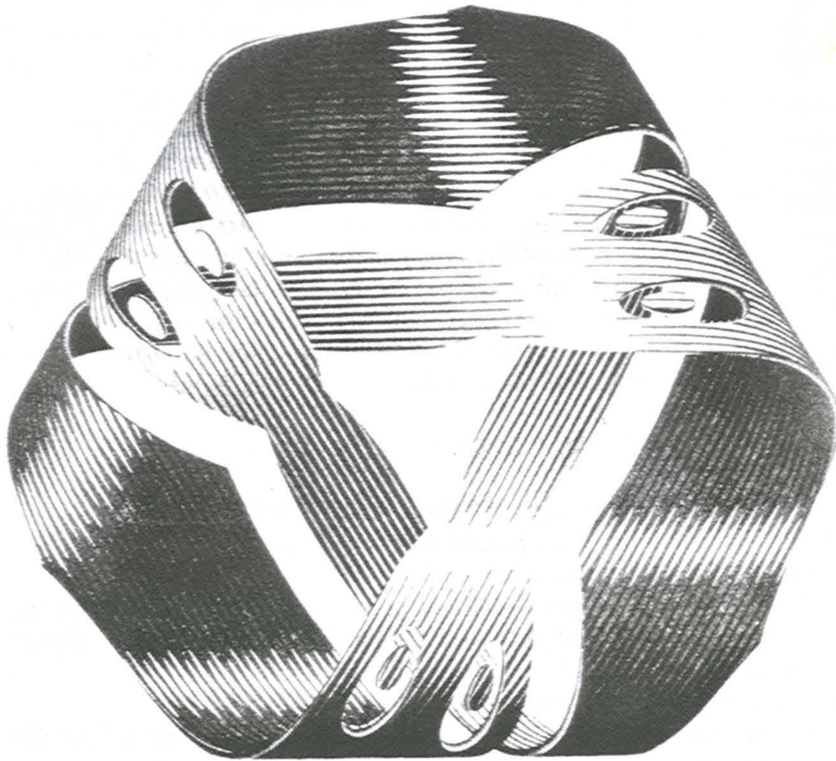


FIGURA 10. Möbius strip I (Fita de Möbius I), *por M. C. Escher (gravura em madeira impressa a partir de quatro blocos, 1961)*

Tartaruga: Não me oponho.

Aquiles: Mas eu o alcançarei, mais cedo ou mais tarde, mais provavelmente mais cedo.

Tartaruga: Não se as coisas se derem conforme o paradoxo de Zenão. Ele quer usar nossa corrida para mostrar que o movimento é impossível. Segundo Zenão, é apenas na mente que o movimento parece possível. Na verdade, o Movimento Implica Impossibilidade Inerente. Ele o comprova de maneira bem elegante.

Aquiles: Ah, sim, agora me lembro: o famoso *koan* zen sobre o mestre zen Zenão. Como você disse, é mesmo muito simples.

Tartaruga: *Koan* zen? Mestre zen? O que é que você quer dizer?

Aquiles: É assim: dois monges estavam discutindo sobre uma bandeira: um dizia: "A bandeira está se movendo". O outro dizia: "O vento está se movendo". O sexto patriarca, Zenão, passava por ali por acaso e lhes disse: "Nem o vento, nem a bandeira; a mente está se movendo".

Tartaruga: Acho que você está meio confuso, Aquiles. Zenão não é mestre zen; longe disso. Ele é, na verdade, um filósofo grego da cidade de Eléia (que está a meio caminho entre os pontos A e B). Por séculos no futuro ele será celebrado por seus paradoxos sobre o movimento. Em um desses paradoxos, esta corrida entre você e eu desempenha um papel central.

Aquiles: Estou totalmente confuso. Eu me lembro claramente de que costumava repetir inúmeras vezes os nomes dos seis patriarcas zen, e eu sempre dizia: "O sexto patriarca é Zenão, o sexto patriarca é Zenão..." *(De repente, uma brisa morna e suave toma corpo.)* Veja, Sr. Tartaruga – veja a bandeira tremulando! Como eu gosto de ver as ondulações percorrerem o pano suave. E o anel recortado está ondulando também!

Tartaruga: Não seja tolo. A bandeira é impossível, portanto não pode estar ondulando. O vento está ondulando.

(Neste momento surge Zenão.)

Zenão: Olá! Alô! O que é que há? Quais são as novidades?

Aquiles: A bandeira está se movendo.

Tartaruga: O vento está se movendo.

Zenão: Oh, amigos, amigos! Cessem sua discussão! Interrompam suas vituperações! Abandonem a discórdia! Pois eu resolverei a questão para vocês de imediato. Ah! E em um dia tão bonito!

Aquiles: Esse sujeito deve estar bancando o bobo.

Tartaruga: Não, espere, Aquiles. Vamos escutar o que ele tem a dizer. Oh, desconhecido senhor, compartilhe conosco suas considerações a respeito desta matéria.

Zenão: Com o maior prazer. Nem o vento, nem a bandeira. Nenhum dos dois está se movendo, nem existe qualquer outra coisa em movimento. Pois eu descobri um grande teorema que diz: "O movimento implica impossibilidade inerente". E desse teorema decorre outro teorema ainda maior, o Teorema de Zenão: "O movimento ultra-inexiste".

Aquiles: "Teorema de Zenão"? O senhor será, por acaso, o filósofo Zenão, de Eléia?

Zenão: Certamente que sim, Aquiles.

Aquiles (coçando a cabeça, perplexo): E como é que ele sabe o meu nome?

Zenão: Poderia eu persuadi-los ambos a escutar-me quanto a por que assim é? Esta tarde eu vim desde o ponto A até Eléia, tratando de encontrar alguém que dê alguma atenção a minha argumentação tão afiada. Mas todos estão correndo para cá e para lá e não têm tempo. Vocês não têm idéia de como é desolador para mim deparar-me com recusa após recusa. Mas desculpem-me por aborrecê-los com meus problemas. Gostaria apenas de perguntar uma coisa: poderiam vocês dois conceder a um filósofo velho e tolo alguns momentos – só alguns momentos, prometo-lhes – para suas teorias excêntricas?

Aquiles: Tenha a bondade! Por favor, ilumine-nos! Sei que falo por nós dois, uma vez que meu companheiro, o Sr. Tartaruga, estava, há apenas alguns momentos, falando do senhor com grande veneração – e ele mencionou especialmente os seus paradoxos.

Zenão: Obrigado. Bem, meu mestre, o quinto patriarca, ensinou-me que a realidade é una, constante e imutável; toda pluralidade, mudança e movimento são apenas ilusões dos sentidos. Alguns zombaram de suas idéias; mas eu mostrarei o absurdo de sua zombaria. Minha argumentação é bastante simples. Ilustrá-la-ei com duas personagens de minha própria invenção: Aquiles (um guerreiro grego, o mais rápido de todos os mortais) e uma Tartaruga. Em minha narrativa, eles são persuadidos por um passante a disputar uma corrida em uma pista até uma bandeira distante que tremula na brisa. Suponhamos que a Tartaruga, sendo um corredor muito menos veloz, receba uma vantagem inicial, digamos de cinqüenta metros. Começa a corrida. Em alguns saltos, Aquiles alcança o lugar onde a Tartaruga começou.

Aquiles: Ha!

Zenão: E agora a Tartaruga está apenas cinco metros à frente de Aquiles. Em um momento, Aquiles alcança esse ponto.

Aquiles: Ha, ha!

Zenão: Contudo, durante esse momento, a Tartaruga logrou avançar um pedacinho. Em um átimo, Aquiles cobre também essa distância.

Aquiles: Hi, hi, hi!

Zenão: Mas durante esse mesmo átimo, a Tartaruga logrou permanecer centímetros à frente e Aquiles ainda está atrás. Vocês podem ver que, para que Aquiles alcance a Tartaruga, este jogo de "pegador" terá de ser disputado um número INFINITO de vezes – e, portanto, Aquiles NUNCA poderá alcançar a Tartaruga!

Tartaruga: He, he, he, he!

Aquiles: Hmm... hmm... hmm... hmm... hmm... Essa argumentação me parece errada. E, no entanto, não consigo descobrir o que há de errado nela.

Zenão: Não é excitante? É o meu paradoxo favorito.

Tartaruga: Desculpe, Zenão, mas eu acho que sua narrativa ilustra o princípio errado, não é verdade? Você acaba de nos contar o que será conhecido daqui a séculos como o "paradoxo de Aquiles", de Zenão, que mostra (uhumm!) que Aquiles nunca alcança a Tartaruga, mas a demonstração de que o movimento implica impossibilidade inerente (e, por conseguinte, de que o movimento ultra-inexiste) está em seu "paradoxo da dicotomia", não é verdade?

Zenão: Oh, que falha a minha. É evidente que você está certo. É aquele que diz que para ir de A até B, a pessoa tem, primeiro, que ir até a metade, e depois até a metade da segunda metade, e assim por diante. Mas, na verdade, ambos os paradoxos têm o mesmo sabor. Com franqueza, eu tive apenas uma grande idéia e simplesmente a exploro de maneiras diferentes.

Aquiles: Eu juro que essas argumentações têm uma falha. Não consigo ver onde, mas elas não podem estar corretas.

Zenão: Você duvida da validade de meu paradoxo? Por que não experimenta? Vê aquela bandeira vermelha lá no fim da pista?
Aquiles: A bandeira impossível, baseada em uma gravura de Escher?
Zenão: Exatamente. Que acha de você e o Sr. Tartaruga correrem até ela, dando ao Sr. T uma boa vantagem inicial de, bem, eu não sei...
Tartaruga: Que tal cinqüenta metros?
Zenão: Muito bem – cinqüenta metros?
Aquiles: Quando quiser.
Zenão: Excelente! Que excitante! Uma verificação empírica de meu teorema rigorosamente demonstrado! Sr. Tartaruga, poderia tomar seu lugar cinqüenta metros adiante?

(A Tartaruga posiciona-se cinqüenta metros mais próximo da bandeira.)

Ambos estão prontos?
Tartaruga e Aquiles: Pronto!
Zenão: Em posição! Preparar! Já!

CAPÍTULO I

O quebra-cabeça MU

Sistemas formais

Uma das noções principais deste livro é a de *sistema formal.* O tipo de sistema formal que eu uso foi inventado pelo lógico americano Emil Post na década de 1920 e é freqüentemente denominado "sistema de produção de Post". Este capítulo apresenta a você, leitor, um sistema formal, e tenho ainda a esperança de que você deseje explorá-lo pelo menos um pouco. E para provocar sua curiosidade, preparei um pequeno quebra-cabeça.

O quebra-cabeça é: "Você pode produzir MU?" Para começar, você receberá uma *cadeia* (o que significa uma cadeia de letras).* Para não deixá-lo ansioso, a seqüência será MI. A seguir, serão apresentadas algumas regras, com as quais você poderá converter uma cadeia em outra. Se alguma dessas regras for aplicável em algum ponto, você poderá usá-la, se quiser; mas não haverá nada que indique qual a regra que deve ser usada caso haja várias regras aplicáveis. Isso é com você, e, evidentemente, é aí que o jogo com qualquer sistema formal pode tornar-se uma espécie de arte. O ponto principal, que quase não necessita ser explicitado, é o de que você não pode fazer nada que esteja fora das regras. Essa restrição pode ser denominada "Requisito de Formalidade". No presente capítulo, provavelmente não será necessário ressaltá-lo. Todavia, por estranho que pareça, antecipo que, quando estiver jogando com alguns dos sistemas formais dos próximos capítulos, você se verá violando o Requisito de Formalidade sucessivas vezes, a menos que já tenha trabalhado com sistemas formais.

A primeira coisa a dizer sobre nosso sistema formal – o *sistema MIU* – é que ele utiliza apenas três letras do alfabeto: M, I, U. Isso significa que as únicas cadeias do sistema MIU são as compostas por essas três letras. A seguir encontram-se algumas cadeias do sistema MIU:

MU
UIM
MUUMUU
UIIUMIUUIMUIIUMIUUIMUIIU

---

* Neste livro, empregaremos as seguintes convenções ao nos referir às cadeias. Quando a seqüência for impressa no mesmo tipo que o do texto, ela estará contida entre aspas simples ou duplas. A pontuação que se refere à sentença e não à cadeia em discussão ficará *fora das aspas,* como manda a lógica. Por exemplo, a primeira letra desta sentença é "P", enquanto a primeira letra de 'esta sentença' é 'e'. Contudo, quando a seqüência estiver em France, as aspas serão, em geral, dispensadas, a menos que a clareza as exija. Por exemplo, a primeira letra de France é F.

Embora todas essas cadeias sejam legítimas, elas não estão "sob sua posse". Com efeito, a única cadeia sob sua posse até aqui é MI. Somente usando as regras, que agora lhe serão apresentadas, você poderá ampliar sua coleção particular. Aqui está a primeira regra:

REGRA I: Se você possui uma cadeia cuja última letra é I, pode acrescentar um U ao final.

A propósito, se você ainda não percebeu, um fato a respeito do significado de "cadeia" é o de que as letras estão em uma ordem fixa. Por exemplo, MI e IM são duas cadeias diferentes. Uma cadeia de símbolos não é apenas uma "bolsa" de símbolos, em que a ordem não faz diferença alguma.

Aqui está a segunda regra:

REGRA II: Suponhamos que você tenha M*x*. Nesse caso, você poderá acrescentar M*xx* a sua coleção.

O sentido dessa regra está demonstrado a seguir, em alguns exemplos.

A partir de MIU você pode obter MIUIU.
A partir de MUM você pode obter MUMUM.
A partir de MU você pode obter MUU.

Assim, a letra 'x' da regra simplesmente vale por qualquer cadeia, mas uma vez que você tenha decidido (até que use a regra de novo, quando então poderá fazer uma nova escolha). Observe o terceiro exemplo anterior. Ele mostra que, uma vez que possua MU, você pode acrescentar outra cadeia a sua coleção; mas, primeiro, você tem de obter MU! Permita-me um último comentário a respeito da letra 'x': ela não faz parte do sistema formal do mesmo modo como as letras 'M', 'I' e 'U'. É útil, no entanto, dispor de alguma maneira para falar em geral sobre as cadeias do sistema, simbolicamente – e essa é a função do 'x': representar uma seqüência arbitrária. Se você acrescentar uma seqüência que contenha 'x' à sua "coleção", terá cometido um erro porque as cadeias do sistema MIU nunca contêm "x"!

Aqui está a terceira regra:

REGRA III: Se ocorrer III em uma das cadeias de sua coleção, você poderá fazer uma nova seqüência com U no lugar de III.

Exemplos:

A partir de UMIIIMU você poderia fazer UMUMU.
A partir de MIIII você poderia fazer MIU (e também MUI).
A partir de IIMII você não poderá chegar a nada usando essa regra. (Os

três Is têm de ser consecutivos.)

A partir de MIII, faça MU.

Não creia que essa regra possa, em alguma circunstância, ser utilizada ao revés, como no exemplo seguinte:

A partir de MU fazer MIII. Isso é errado.

As regras só têm um sentido.

Aqui está a última regra:

REGRA IV: Se ocorrer UU no interior de uma de suas cadeias, você poderá abandoná-lo.

A partir de UUU obtenha U.

A partir de MUUUIII obtenha MUIII.

Aí está. Agora você já pode começar a tentar fazer MU. Não se preocupe se não conseguir. Experimente durante algum tempo. O principal é você sentir o sabor deste quebra-cabeça MU. Divirta-se.

Teoremas, axiomas, regras

A resposta ao quebra-cabeça MU aparece no desenvolvimento deste livro. Por ora, o importante não é achá-la, mas sim buscá-la. Provavelmente você fez algumas tentativas de produzir MU. Assim procedendo, você compôs sua própria coleção particular de cadeias. Tais cadeias, produzidas pelas regras, são chamadas *teoremas*. O termo "teorema" tem, evidentemente, um uso comum em matemática que difere bastante deste. Significa uma afirmação em linguagem comum cuja veracidade é demonstrada por uma argumentação rigorosa, como o Teorema de Zenão sobre a "ultra-inexistência" do movimento, ou o Teorema de Euclides sobre a infinidade dos números primos. Mas nos sistemas formais os teoremas não devem necessariamente ser concebidos como afirmações – são simplesmente cadeias de símbolos. E, ao invés de *demonstrados*, os teoremas são simplesmente *produzidos*, como se fosse por meio de máquinas, de acordo com certas regras tipográficas. Para ressaltar essa importante distinção de significados da palavra "teorema", adotarei a seguinte convenção neste livro: quando escrito com inicial maiúscula, "teorema" terá o significado quotidiano – Teorema é uma afirmação em linguagem comum que alguém demonstrou; escrito com inicial minúscula, "teorema" terá o significado técnico: uma cadeia que pode ser produzida em algum sistema formal. Nesses termos, o quebra-cabeça MU pergunta se MU é um teorema do sistema MIU.

Eu lhe dei um teorema de graça no início, ou seja, MI. Tal teorema "grátis" é chamado *axioma* – cujo significado técnico também difere bastante do

significado usual. Um sistema formal pode ter zero, um, alguns, ou mesmo um número infinitamente grande de axiomas. Exemplos de todos esses tipos aparecerão no livro.

Todo sistema formal tem regras de *derivação* de símbolos, tais como as quatro regras do sistema MIU. Tais regras são chamadas *regras de produção* ou *regras de inferência.* Empregarei ambos os termos.

O último termo que lhes desejo apresentar nessa ocasião é *derivação.* Abaixo está representada uma derivação do teorema MUIIU:

(1)	MI	axioma
(2)	MII	a partir de (1) pela regra II
(3)	MIIII	a partir de (2) pela regra II
(4)	MIIIIU	a partir de (3) pela regra I
(5)	MUIU	a partir de (4) pela regra III
(6)	MUIUUIU	a partir de (5) pela regra II
(7)	MUIIU	a partir de (6) pela regra IV

A derivação de um teorema é uma demonstração explícita, linha por linha, de como produzir esse teorema de acordo com as regras do sistema formal. O conceito de derivação é construído a partir do de demonstração, mas a derivação é um primo austero da demonstração. Pareceria estranho dizer que você *demonstrou* MUIIU, mas não parece tão estranho dizer que você *derivou* MUIIU.

Dentro e fora do sistema

A maioria das pessoas enfrenta o quebra-cabeça MU derivando alguns teoremas, de maneira bastante aleatória, só para ver que tipo de coisa aparece. Logo, elas começam a perceber algumas prioridades dos teoremas que fizeram; é aí que a inteligência humana entra em cena. Por exemplo, provavelmente não era óbvio para você que todos os teoremas começam por M antes que você experimentasse alguns. Então, formou-se um padrão e você não só pôde vê-lo, mas também compreendê-lo, observando as regras, que têm a propriedade de fazer todo teorema novo herdar sua primeira letra de um teorema anterior; em última análise, portanto, as primeiras letras de todos os teoremas têm sua origem vinculada à primeira letra do axioma único MI – e essa é uma demonstração de que todos os teoremas do sistema MIU têm de começar por M.

Há algo muito significativo a respeito do que aconteceu aqui. Revela uma diferença entre as pessoas e as máquinas. Certamente, seria possível – na realidade, seria muito fácil – programar um computador para gerar teorema após teorema do sistema MIU; e poderíamos incluir no programa uma ordem de parar apenas ao gerar U. Você sabe que um computador assim programado não pararia jamais. E isso não o deixa intrigado. Mas, e se você pedisse a um amigo para gerar U? Você não ficaria surpreso se, dentro em pouco, ele voltasse recla-

mando que não consegue livrar-se da inicial M e que a tarefa é, portanto, impraticável. Mesmo uma pessoa pouco brilhante não pode deixar de fazer certas observações sobre o que está executando e essas observações lhe proporcionam uma boa percepção de tarefa – percepção de que carece o programa do computador que descrevemos.

Quero ser bastante explícito sobre o que tenho em mente ao dizer que isso revela uma diferença entre as pessoas e as máquinas. Quis dizer que é *possível* programar uma máquina para executar uma tarefa rotineira, de tal maneira que a máquina nunca notará nem mesmo os fatos mais óbvios a respeito do que está fazendo; mas é inerente à consciência humana notar fatos a respeito das coisas que um homem faz. Mas isso você já sabia. Se você pressiona o "1", numa máquina de calcular, soma "1" a ele, depois mais 1 e assim, sucessivamente, durante horas e horas, a máquina nunca aprenderá a antecipar-se a você e a fazer a operação por conta própria, embora qualquer pessoa fosse capaz de apreender rapidamente o comportamento repetitivo. Ou, para dar um exemplo banal, um carro, por mais e melhor que você o dirija, nunca aprenderá a idéia de que ele deve evitar outros carros e demais obstáculos existentes no caminho; e ele nunca aprenderá nem mesmo as rotas mais freqüentemente percorridas por seu dono.

A diferença, portanto, é a de que é *possível* para uma máquina agir sem observar; e é impossível para um ser humano agir sem observar. Note que não estou dizendo que todas as máquinas sejam necessariamente incapazes de fazer observações sofisticadas; só digo que algumas o são. Tampouco estou dizendo que todas as pessoas estão sempre fazendo observações sofisticadas; na verdade, as pessoas são, com freqüência, muito pouco observadoras. Mas as máquinas podem ser totalmente desprovidas de observações e as pessoas não. E, na verdade, a maioria das máquinas produzidas até aqui estão muito próximas à incapacidade total de observar. Provavelmente, por essa razão, a propriedade de não observar parece ser a característica distintiva das máquinas para a maioria das pessoas. Por exemplo, se alguém diz que uma tarefa é "mecânica", isso não significa que as pessoas sejam incapazes de executá-la; implica, porém, que só uma máquina poderia executá-la sem reclamar jamais, ou sem sentir aborrecimento.

Saltando fora do sistema

É uma propriedade inerente à inteligência a possibilidade de saltar fora da tarefa que está executando e examinar o que já foi feito; ela está sempre procurando e, muitas vezes, encontrando padrões. Disse que uma inteligência pode saltar fora de sua tarefa, mas isso não significa que ela o faça sempre. Contudo, muitas vezes um pequeno estímulo é suficiente. Por exemplo, um ser humano que está lendo um livro pode ficar sonolento. Ao invés de continuar a ler até terminar o livro, ele provavelmente o porá de lado e apagará a luz. Ele saltou "fora do sistema" e, no entanto, isso nos parece a coisa mais natural do mundo. Ou, então, suponha que a pessoa A esteja vendo televisão quando chega a pessoa B e mostra evidente desprazer pela situação. A pessoa A pode pensar que

compreende o problema e tenta remediá-lo saindo do sistema vigente (o programa de televisão), mudando o seletor de canais à procura de um programa melhor. A pessoa B pode ter um conceito mais radical do que seja "sair do sistema" – ou seja, desligar a televisão! Evidentemente, há casos em que apenas uns poucos indivíduos terão visão suficiente para perceber um sistema que governa a vida de muitas pessoas, um sistema que nunca fora antes reconhecido como sistema; essas pessoas muitas vezes dedicam a vida a convencer outras pessoas de que tal sistema existe realmente e de que devemos todos sair dele!

Em que medida se ensinou aos computadores saltar fora do sistema? Citarei um exemplo que surpreendeu alguns observadores. Em um torneio de xadrez por computador, há algum tempo, no Canadá, um programa – o mais fraco dentre todos os competidores – apresentava a característica incomum de abandonar o jogo muito antes de ele estar concluído. Não se tratava de um jogador de xadrez muito bom, mas, pelo menos, apresentava a qualidade meritória de poder identificar uma posição desesperadora e desistir aqui na mesma hora, ao invés de esperar que o outro programa percorresse o enfadonho ritual até o xeque-mate. Embora perdesse todos os jogos que disputou, fê-lo com estilo. Muitos dos especialistas locais em xadrez ficaram impressionados. Assim, se se definir "o sistema" como "efetuar movimentos em um jogo de xadrez", é claro que esse programa tem uma capacidade pré-programada sofisticada de sair do sistema. Por outro lado, se "o sistema" for visto como "o que quer que o computador tenha sido programado para fazer", então não há dúvida de que o computador não tem nenhuma capacidade de sair desse sistema.

É muito importante, no estudo de sistemas formais, distinguir entre o trabalho *dentro* do sistema e afirmações ou observações *sobre* o sistema. Parto do princípio de que você iniciou o quebra-cabeça MU, como faz a maioria das pessoas, trabalhando dentro do sistema; e de que, gradualmente, você começou a ficar ansioso até que essa ansiedade, por fim, chegou ao ponto em que, sem necessidade de maiores considerações, você saiu do sistema, tratando de avaliar o que conseguiria e de determinar por que não tivera êxito em produzir MU. Talvez você tenha encontrado uma razão por que não pôde produzir MU; isso é pensar sobre o sistema. Talvez você tenha produzido MIU em algum ponto do caminho, isso é trabalhar dentro do sistema. Não quero dar a entender que os dois modos sejam inteiramente incompatíveis; estou certo de que todo ser humano é, até certo ponto, capaz de trabalhar dentro de um sistema e, simultaneamente, pensar sobre o que está fazendo. Na realidade, dos assuntos humanos, é freqüentemente quase impossível dividir claramente as coisas em "dentro do sistema" e "fora do sistema"; a vida compõe-se de tantos "sistemas" interligados, entrelaçados e, muitas vezes, incoerentes que pode parecer simplista conceber as coisas nesses termos. Mas é freqüentemente importante formular idéias simples, com muita clareza, de modo que se possa usá-las como modelos em pensamentos sobre idéias mais complexas. E é por isso que lhes estou apresentando sistemas formais; e já é tempo de voltarmos a discutir o sistema MIU.

Modo M, modo I, modo U

O quebra-cabeça MU foi formulado de maneira a encorajar algumas explorações dentro do sistema MIU – derivando teoremas. Mas foi também formulado de maneira a não implicar que a permanência dentro do sistema necessariamente produza frutos. Por conseguinte, ele estimula certa oscilação entre os dois modos de trabalho. Uma maneira de separar esses dois modos seria contar com duas folhas de papel; na primeira você trabalha "em sua qualidade de máquina" e não faz mais que escrever Ms, Is e Us; na segunda, você trabalha "em sua qualidade de ser pensante" e pode fazer tudo o que a sua inteligência sugira – o que poderia envolver usar o português, esboçar idéias, trabalhar do fim para o começo, usar linguagem abreviada (tal como a letra 'x'), condensar diversos passos em um só, modificar as regras do sistema para ver o que acontece, ou qualquer outra coisa que deseje. Uma coisa que você pode fazer é notar que os números 3 e 2 têm um papel importante, visto que os Is são eliminados em grupos de três, os Us em grupos de dois – e a duplicação do tamanho (exceto para o M) é permitida pela regra II. Assim, a segunda folha poderia conter algumas elucubrações a esse respeito. Ocasionalmente, voltaremos a nos referir a esses dois modos de lidar com um sistema formal e os denominaremos *modo Mecânico (modo M) e modo Inteligente (modo I).* Para vincular nossos modos, um por letra do sistema MIU, mencionarei também um modo final – o *ultimodo (modo U),* que é a maneira zen de enfocar as coisas. Prosseguiremos com isso dentro de mais alguns capítulos.

Procedimentos decisórios

Uma observação a respeito desse quebra-cabeça é a de que ele envolve regras de duas tendências opostas: as *regras que aumentam* e as *regras que diminuem.* Duas regras (I e II) permitem-lhe aumentar o tamanho das cadeias (mas, evidentemente, apenas de maneiras muito rígidas e predeterminadas); e duas outras permitem-lhe diminuir as *cadeias* (novamente de maneiras muito rígidas). Parece haver uma variedade infinita quanto à ordem em que esses diferentes tipos de regras podem ser aplicados e isso dá a esperança de que, de uma maneira ou de outra, possa-se produzir MU. Poderia requerer o aumento da seqüência até um número gigantesco, para então se extrair grupo após grupo até que sobrassem apenas dois símbolos; ou, pior ainda, poderia requerer estágios sucessivos de aumento e posterior diminuição, seguidos de novo aumento e nova diminuição, e assim por diante. Mas não há nenhuma garantia. Com efeito, já observamos que não há como produzir U, por mais que você aumente e diminua a série até o final dos tempos.

Contudo, o caso de U e o caso de MU parecem bastante diferentes. É por meio de um aspecto bastante superficial de U que reconhecemos a impossibilidade de produzi-lo: não começa por M (e todos os teoremas têm de começar assim). É muito conveniente dispor de maneiras simples como essa para detectar não-teoremas. Todavia, quem pode afirmar que esse teste detectará *todos* os não-teore-

mas? Pode haver grande quantidade de cadeias que começam por M, mas não podem ser produzidas. Talvez MU seja uma delas. Isso significaria que o "teste da primeira letra" tem utilidade limitada, sendo capaz apenas de detectar uma parte dos não-teoremas, mas não todos. Mas existe ainda a possibilidade de realizar testes mais elaborados, que discriminem perfeitamente entre as cadeias que podem ser produzidas pelas regras e as que não podem. Nesse ponto, temos de enfrentar a questão: "O que se entende por teste?" O sentido dessa pergunta, ou sua importância, pode não ser claro nesse contexto. Mas darei o exemplo de um "teste" que, de alguma maneira, parece violar o espírito da palavra.

Imagine um gênio que tenha a seu dispor todo o tempo do mundo e que se dedique a usá-lo para produzir teoremas do sistema MIU de maneira bastante metódica. Esta é, por exemplo, uma das maneiras possíveis em que o gênio faria o trabalho:

PASSO 1: Aplicar todas as regras aplicáveis ao axioma MI. Isso produz dois novos teoremas: MIU, MII.

PASSO 2: Aplicar todas as regras aplicáveis aos teoremas produzidos no passo 1. Isso produz três novos teoremas: MIIU, MIUIU, MIIII.

PASSO 3: Aplicar todas as regras aplicáveis aos teoremas produzidos no passo 2. Isso produz cinco novos teoremas: MIIIIU, MIIUIIU, MIUIUIUIU, MIIIIIIII, MUI.

.
.
.

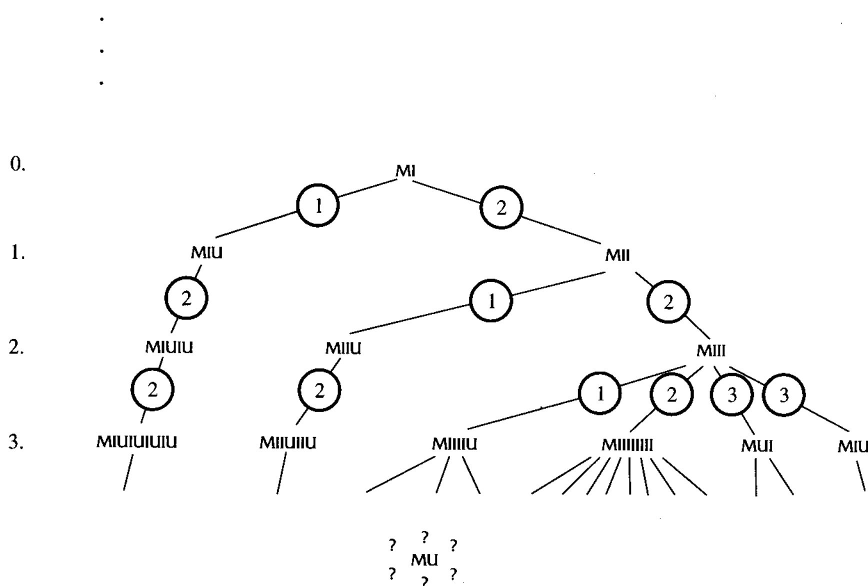


FIGURA 11. Uma "árvore" sistematicamente construída com todos os teoremas do sistema MIU. O nível N *contém os teoremas cujas derivações contêm exatamente* N *passos. Os números dentro de círculos indicam qual a regra empregada.* MU *aparece em algum lugar da árvore?*

Esse método produz todos os teoremas possíveis mais cedo ou mais tarde, porque as regras são aplicadas em todas as ordens concebíveis (ver figura 11). Todas as alternativas entre aumentos e diminuições, que há pouco mencionamos, com o tempo são efetuadas. No entanto, não fica claro quanto se tem de esperar para que uma determinada seqüência apareça na lista, uma vez que os teoremas são enumerados de acordo com sua ordem de derivação. Essa ordem não é muito útil quando se está interessado em uma *seqüência* específica (tal como MU), e não se sabe sequer se ela tem alguma derivação e muito menos o tamanho que tal derivação poderia ter.

Agora formulamos o proposto "teste da teoremidade":

Espere até que a seqüência em questão seja produzida; quando isso acontecer, você saberá que ela é um teorema – e se não acontecer nunca, você saberá que ela não é um teorema.

Isso parece ridículo porque pressupõe que não nos incomodamos em esperar um tempo literalmente infinito por nossa resposta. Isso leva ao cerne da questão sobre o que deve ser considerado um "teste". É de importância primordial que exista uma garantia de que a resposta será obtida em uma extensão finita de tempo. Se existe um teste de teoremidade, um teste que sempre termine em uma extensão finita de tempo, então esse teste é denominado *procedimento decisório* para o sistema formal dado.

Quando você dispõe de um procedimento decisório, dispõe de uma caracterização muito concreta da natureza de todos os teoremas do sistema. À primeira vista, poderia parecer que as regras e os axiomas do sistema formal proporcionam uma caracterização não menos completa dos teoremas do sistema que um procedimento decisório. A palavra-chave aqui é "caracterização". Sem dúvida, as regras de inferência e os axiomas do sistema MIU caracterizam *implicitamente* as cadeias que são teoremas. De maneira ainda *mais implícita*, elas caracterizam as cadeias que não são teoremas. Mas a caracterização implícita não é suficiente para muitos propósitos. Se alguém afirma possuir uma caracterização de todos os teoremas, mas requer um tempo infinitamente longo para deduzir que uma determinada seqüência não é um teorema, você provavelmente tenderia a dizer que falta algo a essa caracterização – ela não é suficientemente concreta. E é por isso que descobrir a existência de um procedimento decisório é um passo muito importante. O que essa descoberta significa, com efeito, é que você pode efetuar um teste de teoremidade com relação a uma seqüência e que, mesmo que o teste seja complicado, existe a *garantia de uma conclusão.* Em princípio, o teste é tão fácil, tão mecânico, tão finito e tão seguro quanto verificar se a primeira letra da seqüência é M. Um procedimento decisório é um "teste de tornassol" da teoremidade!

A propósito, um requisito dos sistemas formais é o de que o conjunto de *axiomas* deve ser caracterizado por um procedimento decisório. Tem de haver um teste de tornassol para a axiomicidade. Isso assegura, pelo menos, que não haverá problemas no ponto de partida. Essa é a diferença entre o conjunto de axiomas e o conjunto de teoremas: o primeiro sempre tem um procedimento decisório, mas o segundo pode não ter.

Estou certo de que você concordará em que, quando viu o sistema MIU pela primeira vez, teve de enfrentar exatamente esse problema. O axioma único era conhecido, as regras de inferência eram simples e, assim, os teoremas estavam implicitamente caracterizados. Contudo, era ainda bastante incerto saber quais as conseqüências dessa caracterização. Em particular, era ainda totalmente ignorado se MU era ou não era um teorema.

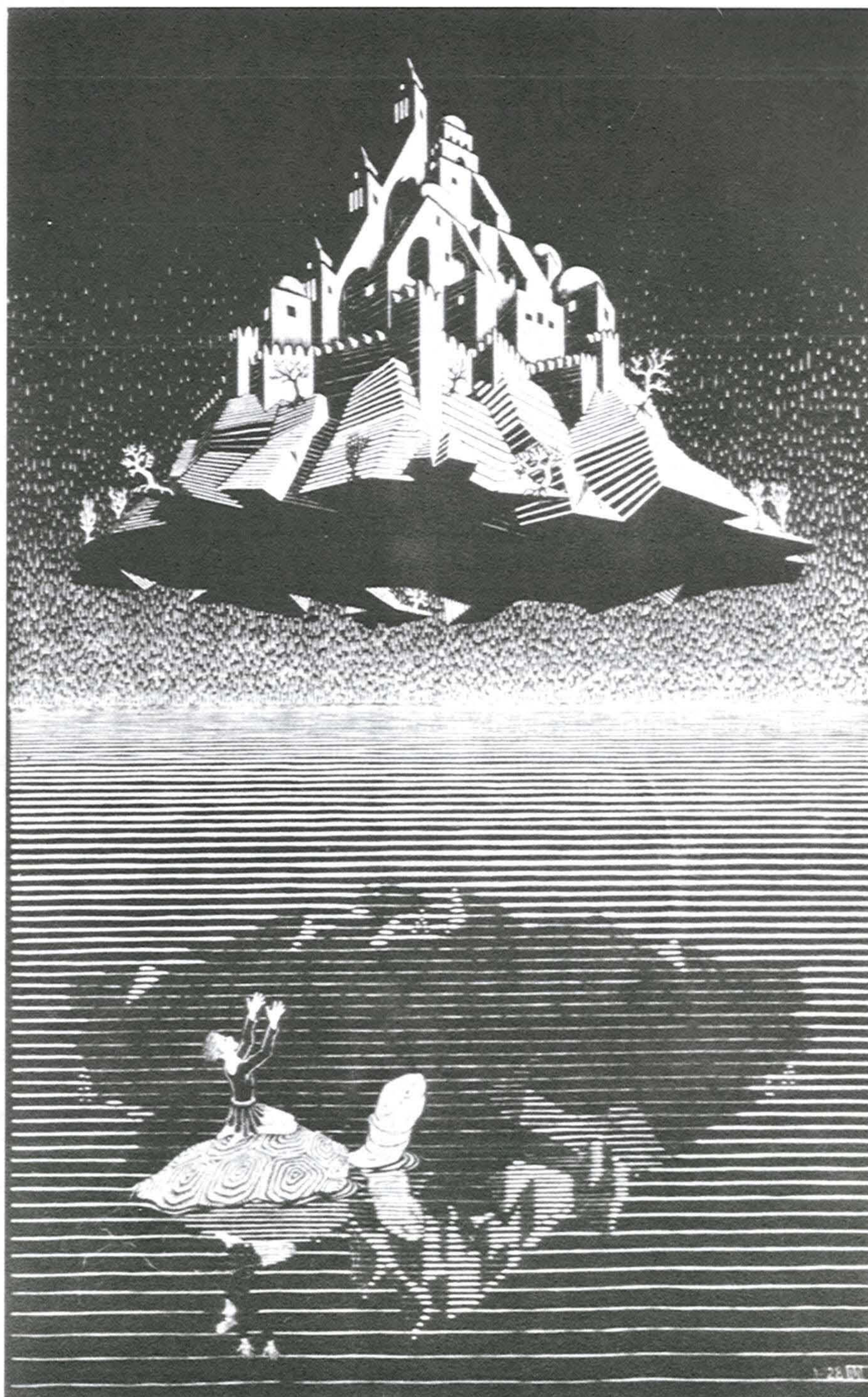


FIGURA 12. Sky castle (Castelo no céu), *por M. C. Escher (xilogravura, 1928)*

Invenção a duas vozes

ou

O que a Tartaruga disse a Aquiles,
por Lewis Carroll[1]

Aquiles alcançara a Tartaruga e sentara-se confortavelmente em suas costas.

"Então você chegou ao fim da nossa corrida?", disse a Tartaruga. "Embora ela REALMENTE consista de uma série infinita de distâncias? Pensei que algum sabichão provara que a proeza não podia ser feita!"

"Ela PODE ser feita", disse Aquiles. "Ela FOI feita! *Solvitur ambulando.* Você não viu que as distâncias estavam constantemente DIMINUINDO? então..."

"Mas e se elas estivessem constantemente AUMENTANDO?", interrompeu a Tartaruga. "Como seria?"

"Então, eu não estaria aqui", respondeu modestamente Aquiles; "e VOCÊ teria dado várias voltas ao redor do mundo por agora!"

"Você está-me chateando – quero dizer ACHATANDO", disse a Tartaruga; "porque você É MESMO um peso pesado, NÃO há dúvida! Pois bem, você gostaria de ouvir a respeito de uma corrida que a maioria das pessoas acha que pode terminar em dois ou três passos, mas que REALMENTE consiste de um número infinito de distâncias, cada qual maior que a anterior?"

"Com muito prazer!", disse o guerreiro grego, ao retirar de seu elmo (poucos guerreiros gregos tinham BOLSOS naqueles dias) um enorme caderno e um lápis. "Prossiga! E fale DEVAGAR, por favor! A TAQUIGRAFIA ainda não foi inventada!"

"Que bonita a Primeira Proposição de Euclides!", murmurou a Tartaruga em tom sonhador. "Você admira Euclides?"

"Apaixonadamente! Até aqui, pelo menos na medida em que se POSSA admirar um tratado que só será publicado daqui a alguns séculos!"

"Muito bem; tomemos, então, uma pequena parte da argumentação dessa Primeira Proposição – só DOIS passos, e a conclusão deles retirada. Por favor, anote-os em seu caderno. E para que possamos referir-nos convenientemente a eles, chamemo-los A, B e Z:

(A) As coisas que são iguais a uma terceira são iguais entre si.
(B) Os dois lados deste Triângulo são coisas que são iguais a uma terceira.
(Z) Os dois lados deste Triângulo são iguais entre si.

Os leitores de Euclides concordarão, presumo eu, que Z decorre logicamente de A e B, de maneira que quem aceite A e B como verdadeiros TERÁ de aceitar Z como verdadeiro."

"Indubitavelmente! O menor dos estudantes secundários – assim que o ensino secundário for inventado, o que só acontecerá uns dois mil anos depois – concordará com ISSO."

"E se algum leitor NÃO tivesse aceitado A e B como verdadeiros, poderia ainda aceitar a SEQÜÊNCIA como VÁLIDA, suponho?"

"Não há dúvida de que pode haver um leitor assim. Ele poderia dizer, 'eu aceito como verdadeira a Proposição Hipotética de que SE A e B forem verdadeiros, Z tem de ser verdadeiro; mas NÃO aceito A e B como verdadeiros'. Tal leitor faria bem em abandonar Euclides e dedicar-se ao futebol."

"E não poderia TAMBÉM haver um leitor que dissesse 'eu aceito A e B como verdadeiros, mas NÃO aceito a Hipotética'?"

"Claro que sim. ELE também deveria dedicar-se ao futebol."

"E NENHUM desses leitores", continuou a Tartaruga, "está AINDA diante da necessidade lógica de aceitar Z como verdadeiro?"

"Assim é", concordou Aquiles.

"Ora, muito bem; quero que você considere A MIM como um leitor do SEGUNDO tipo e que me force, logicamente, a aceitar Z como verdadeiro."

"Uma tartaruga jogando futebol seria..." ia dizendo Aquiles.

"...uma anomalia, por certo", interrompeu prontamente a Tartaruga. "Não se afaste da discussão. Vamos ao Z primeiro e ao futebol depois!"

"Tenho de forçá-lo a aceitar Z, não é?" disse Aquiles, pensativo. "E sua posição atual é a de que você aceita A e B, mas NÃO aceita a Hipotética..."

"Chamemo-la C", disse a Tartaruga.

"...mas você NÃO aceita que:

(C) Se A e B são verdadeiros, Z tem de ser verdadeiro."

"Essa é minha posição atual", disse a Tartaruga.

"Então eu devo pedir-lhe que aceite C."

"Assim farei", disse a Tartaruga, "tão logo você o tenha anotado nesse seu caderno. O que mais você escreveu nele?"

"Só alguns registros", disse Aquiles, virando as folhas agitado; "alguns registros de – das batalhas em que me distingui!"

"Cheio de folhas em branco, estou vendo!", observou a Tartaruga matreiramente. "Vamos precisar delas TODAS!" (Aquiles estremeceu.) "Agora escreva o que eu vou ditar:

(A) As coisas que são iguais a uma terceira são iguais entre si.
(B) Os dois lados deste Triângulo são coisas que são iguais a uma terceira.
(C) Se A e B são verdadeiros, Z tem de ser verdadeiro.
(Z) Os dois lados deste Triângulo são iguais entre si."

"Você deveria dizer D e não Z", disse Aquiles. "Vem EM SEGUIDA dos outros três. Se VOCÊ aceita A e B e C você TEM de aceitar Z."

"E por quê?"

"Porque decorre LOGICAMENTE deles. Se A e B e C são verdadeiros, Z TEM de ser verdadeiro. Você não pode refutar ISSO, imagino."

"Se A e B e C são verdadeiros, Z TEM de ser verdadeiro", repetiu a Tartaruga ponderadamente. "Essa é OUTRA Hipotética, não é? E, se eu não lograsse ver sua veracidade, eu poderia aceitar A e B e C e AINDA ASSIM não aceitar Z, não poderia?"

"Poderia", admitiu o honesto herói; "embora tal estultice fosse certamente fenomenal. Ainda assim, o evento é POSSÍVEL. Portanto, devo pedir-lhe que aceite mais UMA Hipotética."

"Muito bem, estou perfeitamente disposto a aceitá-la tão logo você a escreva. Nós a chamaremos:

(D) Se A e B e C são verdadeiros, Z tem de ser verdadeiro.

Escreveu isso no caderno?"

"ESCREVI!", exclamou Aquiles alegremente, enquanto colocava o lápis no estojo. "E por fim chegamos ao final dessa corrida ideal! Agora que você aceita A e B e C e D, EVIDENTEMENTE você aceita Z."

"Sim?" redargüiu a Tartaruga inocentemente. "Vamos deixar isso bem claro. Eu aceito A e B e C e D. Suponha que eu AINDA ASSIM me recuse a aceitar Z?"

"Então a lógica pegaria você pelo pescoço e o FORÇARIA a fazê-lo!", respondeu Aquiles em triunfo. "A lógica lhe diria: 'Você não tem saída. Agora que você aceitou A e B e C e D, você TEM de aceitar Z!' Portanto, você não tem escolha, viu?"

"Qualquer LÓGICA suficientemente boa para me convencer merece ser ESCRITA", disse a Tartaruga. "Portanto, escreva aí no seu caderno, por favor. Nós a chamaremos:

(E) Se A e B e C e D são verdadeiros, Z tem de ser verdadeiro.

Enquanto eu não tiver aceitado ISSO, evidentemente não terei de aceitar Z. É, portanto, um passo absolutamente NECESSÁRIO, não é mesmo?"

"É mesmo", disse Aquiles; e havia um toque de tristeza em sua voz.

Nesse ponto, o narrador, que tinha negócios urgentes a resolver no banco, foi obrigado a deixar a dupla ilustre e não retornou ao local senão alguns meses depois. Quando o fez, Aquiles ainda estava sentado às costas da resistente Tartaruga, escrevendo em seu caderno, que parecia estar quase todo usado. A Tartaruga dizia: "Já escreveu esse último passo? A menos que tenha perdido a conta, são agora mil e um. Ainda temos vários milhões pela frente. E você se IMPORTARIA, como favor pessoal, considerando os benefícios que esse nosso co-

lóquio acarretará para os Lógicos do Século XIX – você se IMPORTARIA em adotar um trocadilho que minha prima, a Falsa Tartaruga, fará então concordando em ter seu nome mudado para Sr. Tortura?"

"Como quiser", replicou o fatigado guerreiro no fundo de seu desespero e enterrando o rosto entre as mãos. "Contanto que VOCÊ, por sua parte, adote um trocadilho que a Falsa Tartaruga nunca fez e consinta em ter seu nome mudado para AQUI-LHES ACHATEI!

CAPÍTULO II

Significado e forma em matemática

Esta *Invenção a duas vozes* foi a inspiração para minhas duas personagens. Assim como Lewis Carroll tomou liberdades com a Tartaruga e o Aquiles de Zenão, assim também eu agi com relação à Tartaruga e ao Aquiles de Carroll. No diálogo de Carroll, os mesmos fatos ocorrem repetidas vezes, mas sempre em níveis mais altos; trata-se de uma analogia maravilhosa com o *Cânone eternamente remontante*, de Bach. Despojado de sua espirituosidade, o diálogo de Carroll coloca ainda um problema filosófico profundo: *As palavras e os pensamentos seguem regras formais ou não?* Esse problema é o problema deste livro.

Neste capítulo e no próximo consideraremos diversos novos sistemas formais. Ao final desses dois capítulos, você deverá ter formado uma idéia bastante boa do poder dos sistemas formais e de por que eles são de interesse para os matemáticos e os lógicos.

O sistema mg

O sistema formal deste capítulo é chamado *sistema mg*. Ele não é importante para os matemáticos ou para os lógicos. Na verdade, é apenas uma simples invenção minha. Sua importância está somente no fato de que proporciona um exemplo excelente de muitas idéias que desempenham papel importante neste livro. Há três símbolos distintos do sistema mg:

m g -

– as letras m, g e o hífen.

O sistema mg tem um número infinito de axiomas. Uma vez que não podemos escrevê-los todos, temos de ter alguma outra maneira de descrever o que são. Na verdade, precisamos de algo mais que uma simples descrição dos axiomas; precisamos de uma maneira de saber se determinada cadeia é ou não um axioma. A simples descrição dos axiomas poderia caracterizá-los totalmente, e ainda assim de maneira pouco satisfatória – que foi o que aconteceu com a caracterização dos teoremas do sistema MIU. Não queremos ter de lutar por um período indeterminado – possivelmente infinito – de tempo só para saber se determinada cadeia é ou não um axioma. Por conseguinte, definiremos os axiomas de tal modo que haja um procedimento decisório óbvio, para a axiomidade de uma cadeia composta de ms, gs e hifens.

DEFINIÇÃO: *x*m-g*x*- é um axioma sempre que *x* se componha apenas de hifens.

Note que o '*x*' deve valer para a mesma série de hifens em ambas as ocorrências. Por exemplo, --m-g--- é um axioma. A expressão literal '*x*m-g*x*-' não é um axioma, evidentemente (porque o '*x*' não pertence ao sistema mg); é mais como um molde no qual são colocados todos os axiomas – e que se denomina *esquema axiomático*.

O sistema mg tem apenas uma regra de produção:

REGRA: Suponha que *x, y* e *z* valham por cadeias particulares que contêm apenas hifens. E suponha que *x*m*y*g*z* seja sabidamente um teorema. Então *x*m*y*-g*z*- é um teorema.

Por exemplo, considere que *x* é '--', *y* é '---' e *z* é '-'. A regra nos diz:

Se --m---g- se revela ser um teorema, então --m----g-- também será.

Como é típico das regras de produção, a afirmação estabelece uma vinculação causal entre a teoremidade de duas seqüências, mas sem determinar a teoremidade de nenhuma delas por si só.

Um exercício extremamente útil é o de descobrir um procedimento decisório para os teoremas do sistema mg. Não é difícil; se você dedicar um pouco de tempo a isso, provavelmente conseguirá. Experimente.

O procedimento decisório

Presumo que tenha experimentado. Em primeiro lugar, embora possa parecer óbvio demais, gostaria de mencionar que todo teorema do sistema mg tem três grupos separados de hifens e que os elementos separadores são um m e um g, nessa ordem. (Isso pode ser mostrado por uma argumentação baseada na "hereditariedade", assim como se podia mostrar que todos os teoremas do sistema MIU tinham de começar com M.) Isso significa que podemos eliminar, exclusivamente por sua forma, uma série como --m--m--m--g--------.

Ora, ressaltar a expressão "exclusivamente por sua forma" pode parecer tolo; o que mais há em uma cadeia senão sua forma? O que mais poderia ser relevante para determinar suas propriedades? Claramente nada mais. Mas conserve isso em mente à medida que avança a discussão dos sistemas formais; a noção de "forma" tornar-se-á progressivamente mais complicada e abstrata e teremos de pensar mais a respeito do significado da palavra "forma". De toda maneira, denominaremos *cadeia bem formada* qualquer cadeia que comece com um grupo de hifens seguido de m, depois um segundo grupo de hifens, depois um g e depois um grupo final de hifens.

Voltemos ao procedimento decisório... O critério de teoremidade é o de que os dois primeiros grupos de hifens somados equivalham, em comprimento, ao terceiro grupo de hifens. Por exemplo, --m--g---- é um teorema, uma vez

que 2 mais 2 é igual a 4, enquanto que --m--g- não é, uma vez que 2 mais 2 não é igual a 1. Para ver por que esse é o critério apropriado, examine primeiro o esquema axiomático. Obviamente, ele só elabora axiomas que satisfazem o critério da adição. Em segundo lugar, verifique a regra de produção. Se a primeira cadeia satisfaz o critério da adição, então a segunda também deve fazê-lo – e, ao contrário, se a primeira cadeia não satisfaz o critério da adição, tampouco o faz a segunda. A regra torna o critério da adição uma propriedade hereditária dos teoremas: todos os teoremas passam tal propriedade a sua descendência. Isso mostra por que o critério da adição é correto.

A propósito, existe um fato a respeito do sistema mg que nos permitiria dizer com segurança que ele tem um procedimento decisório, mesmo antes da descoberta do critério da adição. É fato que tal sistema não é complicado pelas correntes opostas de regras de *aumento* e de *diminuição*; ele só tem regras de aumento. Qualquer sistema formal que lhe diz como produzir teoremas mais longos a partir de outros mais curtos, mas nunca ao contrário, tem de ter um procedimento decisório para seus teoremas. Suponha que você receba uma cadeia. Em primeiro lugar, verifique se ela é um axioma ou não (estou supondo que exista um procedimento decisório para a axiomidade – de outro modo não se poderia trabalhar). Se ela for um axioma, então, por definição, será um teorema e o teste estará concluído. Portanto, suponha, ao invés, que ela não é um axioma. Então, para que seja um teorema, ela deve provir de uma cadeia mais curta por meio do emprego de uma das regras. Examinando, uma a uma, as diversas regras, você poderá determinar não só as regras que poderiam ter produzido essa cadeia, mas também quais as cadeias mais curtas que poderiam ser seus antepassados na "árvore genealógica". Desse modo, o problema é "reduzido" a determinar se alguma das cadeias novas e mais curtas é um teorema. Cada uma delas, por sua vez, pode ser submetida ao mesmo teste. O pior que pode acontecer é uma proliferação de cadeias cada vez mais curtas e mais numerosas a serem testadas. À medida que você continue a desbravar o caminho em direção ao começo dessa maneira, você terá de estar chegando mais próximo à fonte de todos os teoremas – os esquemas axiomáticos. É impossível alcançar tamanhos cada vez menores indefinidamente; por conseguinte, com o tempo, ou você concluirá que uma de suas cadeias curtas é um axioma, ou chegará a um ponto a partir do qual não poderá prosseguir porque nenhuma de suas cadeias curtas é um axioma e nenhuma delas, tampouco, pode ser novamente encurtada pelo emprego reverso de alguma das regras. Isso indica que, na verdade, os sistemas formais que só contêm regras de aumento não apresentam interesse maior ou mais profundo; é a interação de regras de aumento e de diminuição que dá aos sistemas formais um certo fascínio.

Do começo para o fim *versus* do fim para o começo

O método antes descrito poderia ser chamado procedimento decisório do *fim para o começo*, que contrasta com o procedimento decisório do *começo para o fim*, que dou a seguir. Este faz lembrar bastante o método sistemático de geração

de teoremas utilizado pelo gênio com relação ao sistema MIU, mas tem como complicador a presença de um esquema axiomático. Formaremos um "balde" no qual jogaremos todos os teoremas à medida que são gerados. Isso é feito assim:

(1a) Jogue no balde o axioma mais simples possível (-m-g--).
(1b) Aplique a regra de inferência ao elemento que está no balde e coloque o resultado no balde.
(2a) Jogue no balde o segundo axioma mais simples.
(2b) Aplique a regra a cada elemento que está no balde e jogue todos os resultados no balde.
(3a) Jogue no balde o terceiro axioma mais simples.
(3b) Aplique a regra a cada elemento que está no balde e jogue todos os resultados no balde.

Etc., etc.

Um momento de reflexão bastará para revelar que você não poderá deixar de produzir todos os teoremas do sistema mg dessa maneira. Além disso, o balde estará ficando cheio de teoremas cada vez mais longos com o passar do tempo. Essa é outra conseqüência da falta de regras de diminuição. Assim, se você tem uma cadeia em particular, digamos --m---g-----, cuja teoremidade você quer testar simplesmente, siga os passos enumerados, buscando, todo o tempo, encontrar a cadeia em questão. Se ela aparecer – teorema! Se em determinado ponto tudo o que estiver entrando no balde for maior que a série em questão, desista – ela não é um teorema. Esse procedimento decisório é do *começo para o fim*, porque ele progride a partir do básico, isto é, dos axiomas. O procedimento decisório anterior era do *fim para o começo* porque fazia exatamente o inverso: progredia em um caminho regressivo, rumo ao básico.

Os isomorfismos induzem o significado

Agora chegamos a uma questão crucial deste capítulo – e, na verdade, do livro inteiro. Talvez você já tenha pensado que os teoremas mg são como adições. A cadeia --m---g----- é um teorema porque 2 mais 3 é igual a 5. Pode mesmo ter ocorrido a você que o teorema --m---g----- é uma *afirmação,* feita em uma notação estranha, cujo *significado* é o de que 2 mais 3 é igual a 5. Será esta uma maneira razoável de ver as coisas? Bem, escolhi deliberadamente 'm' como evocação de 'mais' e 'g' como evocação de 'igual'... E então, a série --m---g----- *significa* realmente "2 mais 3 é igual a 5"?

O que nos leva a sentir que assim é? Minha resposta seria a de que percebemos um *isomorfismo* entre os teoremas mg e as adições. Na "Introdução", a palavra "isomorfismo" foi definida como uma transformação que preserva informações. Podemos agora aprofundar um pouco mais essa noção e vê-la a partir de uma outra perspectiva. A palavra "isomorfismo" é aplicável quando duas

estruturas complexas podem ser superpostas uma a outra, de tal modo que para cada parte de uma estrutura haja uma parte correspondente na outra estrutura, onde "correspondente" significa que ambas as partes desempenham papéis similares em suas respectivas estruturas. Esse emprego da palavra "isomorfismo" é derivado de uma noção matemática mais precisa.

É motivo de alegria quando um matemático descobre um isomorfismo entre duas estruturas que conhece. Muitas vezes, é um "raio dos céus" e uma fonte de deslumbramento. A percepção de um isomorfismo entre duas estruturas conhecidas é um avanço significativo do conhecimento – e eu afirmo que são essas percepções de isomorfismos que criam os *significados* nas mentes das pessoas. Uma palavra final sobre a percepção de isomorfismos: uma vez que eles aparecem em muitas formas e tamanhos, falando figuradamente, nem sempre fica totalmente claro quando um isomorfismo é realmente encontrado. Assim, "isomorfismo" é uma palavra que tem o caráter normalmente vago das palavras – o que é um defeito, mas também é uma vantagem.

Nesse caso, temos um excelente protótipo para o conceito de isomorfismo. Existe um "nível mais baixo" para o nosso isomorfismo – ou seja, uma superposição entre as partes das duas estruturas:

```
  m ⇐⇒ mais
  g ⇐⇒ igual
  - ⇐⇒ um
 -- ⇐⇒ dois
--- ⇐⇒ três
     etc.
```

Esta correspondência símbolo-palavra tem um nome: *interpretação.*

Em segundo lugar, em um nível mais alto, está a correspondência entre afirmações verdadeiras e teoremas. Mas – observe cuidadosamente – esta correspondência de nível mais alto não podia ser percebida sem a escolha anterior de uma interpretação para os símbolos. Portanto, seria mais apropriado descrevê-la como uma correspondência entre afirmações verdadeiras e teoremas *interpretados*. De todos os modos, revelamos uma correspondência de duas camadas, o que é típico de todos os isomorfismos.

Quando você se defronta com um sistema formal sobre o qual não sabe nada, e se espera descobrir algum significado escondido em seu interior, seu problema é o de como atribuir interpretações a seus símbolos de maneira significativa – ou seja, de maneira a que emerja uma correspondência de nível mais alto entre afirmações verdadeiras e teoremas. Você pode dar vários tiros no escuro antes de encontrar um bom conjunto de palavras para associar aos símbolos. É algo muito similar às tentativas de decifrar um código, ou inscrições em línguas desconhecidas, como a Linear B, de Creta: a única maneira de agir é por tentativa e erro, com base em premissas bem construídas. Quando você encontra uma boa escolha, uma escolha "significativa", de repente as coisas ga-

nham sentido e o trabalho se acelera enormemente. Logo tudo toma seu lugar. A excitação dessa experiência está descrita em *The decipherment of Linear B* (A decifração da Linear B), de John Chadwick.

Mas é incomum, para dizer o mínimo, que alguém se encontre na posição de "decifrar" um sistema formal revelado por escavações de uma civilização arruinada! Os matemáticos (e mais recentemente os lingüistas, os filósofos e alguns outros) são os únicos usuários dos sistemas formais e, invariavelmente, têm em mente uma interpretação para os sistemas formais que utilizam e publicam. A idéia dessas pessoas é elaborar um sistema formal cujos teoremas reflitam isomorficamente certa porção da realidade. Em tal caso, a escolha dos símbolos, assim como das regras tipográficas de produção, é altamente motivada. Ao conceber o sistema mg eu estava nessa posição. Você sabe por que escolhi os símbolos e como o fiz. Não é por acidente que os teoremas são isomórficos com relação à adição; isso aconteceu por que eu busquei deliberadamente uma maneira de refletir tipograficamente a adição.

Interpretações não-significativas e significativas

Você pode escolher interpretações diferentes da que eu escolhi. Você não precisa fazer com que todos os teoremas resultem verdadeiros. Mas haveria muito pouca utilidade em desenvolver uma interpretação na qual, digamos, todos os teoremas resultem falsos, ou, mais claro ainda, na qual não haja qualquer correlação, positiva ou negativa, entre teoremidade e verdade. Façamos, portanto, uma distinção entre dois tipos de interpretação para um sistema formal. Em primeiro lugar, podemos ter interpretações *não-significativas,* as quais não porporcionam nenhuma vinculação isomórfica entre os teoremas do sistema e a realidade. Tais interpretações são abundantes – qualquer escolha aleatória serve. Tome esta, por exemplo:

m ⇐⇒ cavalo
g ⇐⇒ feliz
\- ⇐⇒ maçã

Assim, -m-g-- adquire uma nova interpretação: "maçã cavalo maçã feliz maçã maçã", um sentimento poético que poderia encantar os cavalos e fazê-los mesmos preferir esse modo de interpretar as cadeias mg! No entanto, essa interpretação tem muito pouco "significado"; aplicada a interpretação, os teoremas não parecem mais verdadeiros ou melhores que os não-teoremas. Um cavalo poderia apreciar "feliz feliz feliz maçã cavalo" (superposta a ggg-m) tanto quanto qualquer teorema interpretado.

O outro tipo de interpretação será denominado *significativo.* De acordo com tal interpretação, teoremas e verdades correspondem-se, ou seja, existe um isomorfismo entre os teoremas e alguma porção da realidade. Por isso, é conveniente distinguir entre *interpretações* e *significados.* Qualquer palavra pode

ser usada como interpretação de 'm', mas 'mais' é a única escolha *significativa* com que contamos. Em resumo, o significado de 'm' parece ser 'mais', embora possa ter milhões de interpretações diferentes.

Significados ativos *versus* passivos

Provavelmente, o fato mais significativo deste capítulo, se entendido em profundidade, é este: o sistema mg parece forçar-nos a reconhecer que os *símbolos de um sistema formal, embora inicialmente carentes de significado, não podem deixar de tomar algum tipo de "significado", pelo menos se for encontrado um isomorfismo.* No entanto, a diferença entre significado em um sistema formal e na linguagem é muito importante. É a seguinte: na linguagem, quando aprendemos o significado de uma palavra, passamos a compor novas afirmações baseadas no significado da palavra. Em certo sentido, o significado se torna *ativo*, uma vez que traz à luz uma nova regra para a criação de sentenças. Isso quer dizer que nosso domínio da linguagem não é como um produto acabado: as regras para a criação de sentenças aumentam quando aprendemos novos significados. Por outro lado, em um sistema formal os teoremas são predefinidos pelas regras de produção. Podemos escolher "significados" com base em um isomorfismo (se pudermos encontrar um) entre teoremas e afirmações verdadeiras. Mas isso não nos dá permissão para agregar novos teoremas aos já estabelecidos. É sobre isso que o Requisito de Formalidade já advertia no capítulo I.

No sistema MIU, evidentemente, não havia a tentação de ir além das quatro regras, uma vez que não havia nem se buscavam interpretações. Mas agora, em nosso novo sistema, alguém poderia, seduzido pelo recém-encontrado "significado" de cada símbolo, ser levado a pensar que a cadeia

--m--m--m--g--------

seja um teorema. Pelo menos, alguém poderia *desejar* que essa cadeia fosse um teorema. Mas o desejo não modifica o fato de que ela não o é. E seria um erro sério supor que ela "tem" de ser um teorema só porque 2 mais 2 mais 2 mais 2 é igual a 8. Seria até mesmo enganador atribuir-lhe qualquer significado, uma vez que não é bem formada e nossas interpretações significativas derivam inteiramente do exame de cadeias bem formadas.

Em um sistema formal, o significado deve permanecer *passivo*, podemos ler cada cadeia de acordo com os significados dos símbolos que a constituem, mas não temos o direito de criar novos teoremas com base puramente nos significados que atribuímos aos símbolos. Os sistemas formais interpretados passam sobre a linha que separa os sistemas sem significado e os que têm significado. Pode-se considerar que suas cadeias "expressam" coisas, mas isso só deve ocorrer como conseqüência das propriedades formais do sistema.

Duplo-entendre!

E agora quero destruir qualquer ilusão a respeito de haverem sido encontrados *os* significados dos símbolos do sistema mg. Considere a seguinte associação:

m ⇐⇒ igual
g ⇐⇒ tirado de
- ⇐⇒ um
-- ⇐⇒ dois
etc.

Agora, --m---g----- tem uma nova interpretação: "2 é igual a 3 tirado de 5". Evidentemente, é uma afirmação verdadeira. Todos os teoremas revelar-se-ão verdadeiros sob essa nova interpretação. Ela é tão significativa quanto a anterior. Obviamente, seria tolo perguntar: "Mas qual é *o* significado da cadeia?" Uma interpretação será significativa na medida em que refletir com precisão algum isomorfismo com relação ao mundo real. Quando aspectos diferentes do mundo real são isomórficos entre si (nesse caso, adições e subtrações), um único sistema formal pode ser isomórfico com relação a ambos os aspectos e pode, portanto, tomar dois significados passivos. Esse tipo de dupla valoração de símbolos e de cadeias é um fenômeno extremamente importante. Aqui, ele parece trivial, curioso, perturbador. Mas ele reaparecerá em contextos mais profundos, trazendo consigo uma grande riqueza de idéias.

Façamos um resumo de nossas observações a respeito do sistema mg. Em qualquer das duas interpretações dadas, toda cadeia bem formada tem uma assertiva gramatical como contrapartida – algumas são verdadeiras, outras são falsas. A idéia de cadeias *bem formadas* em qualquer sistema formal é a de que elas, quando interpretadas símbolo a símbolo, produzem sentenças *gramaticais*. (Evidentemente, depende de interpretação, mas geralmente se tem uma em mente.) Entre as cadeias bem formadas ocorrem os teoremas. Estes são definidos por um esquema axiomático e por uma regra de produção. Meu objetivo ao inventar o sistema mg foi o de imitar adições: quis que todo teorema expressasse uma adição verdadeira de acordo com a interpretação; paralelamente, quis que toda adição verdadeira de dois números inteiros positivos fosse traduzível em uma cadeia, a qual seria um teorema. O objetivo foi alcançado. Note, por conseguinte, que todas as adições falsas, como "2 mais 3 é igual a 6", superpõem-se a cadeias que são bem formadas mas que não são teoremas.

Sistemas formais e realidade

Esse é o nosso primeiro exemplo de um caso em que um sistema formal é baseado em uma porção da realidade e parece imitá-la perfeitamente, na medida em que seus teoremas são isomórficos a verdades relativas a essa parte da realidade. No entanto, a realidade e o sistema formal são independentes. Nin-

guém precisa estar consciente da existência de um isomorfismo entre ambos. Cada lado vale por si só – um mais um é igual a dois quer saibamos ou não que -m-g-- é um teorema; e -m-g-- será sempre um teorema quer o liguemos a uma adição ou não.

Você poderia perguntar-se se compor esse sistema formal, ou qualquer sistema formal, aumenta a percepção de verdades no domínio de sua interpretação. Aprendemos novas adições ao produzir teoremas mg? Certamente não; mas aprendemos algo a respeito da natureza da adição como processo – ou seja, que ela é facilmente imitada por uma regra tipográfica que comanda símbolos sem significados. Isso tampouco deveria ser uma grande surpresa uma vez que a adição é um conceito bastante simples. Todo mundo sabe que a adição pode ser captada pelas engrenagens giratórias de um mecanismo como uma caixa registradora.

Mas está claro que, no que concerne aos sistemas formais, nós, até aqui, mal roçamos a superfície; é natural que nos perguntemos a respeito de que porção da realidade pode ser imitada em seu comportamento por um conjunto de símbolos sem significado, comandados por regras formais. A realidade como um todo pode ser traduzida em um sistema formal? Em um sentido muito amplo, a resposta poderia parecer afirmativa. Poder-se-ia sugerir, por exemplo, que a própria realidade não é mais que um sistema formal muito complicado. Seus símbolos não pertencem ao papel, mas sim a um vácuo tridimensional (espaço); eles são as partículas elementares com as quais todas as coisas são feitas. (Premissa tácita: a de que há um fim para a cadeia descendente da matéria, de modo que a expressão "partículas elementares" faz sentido.) As "regras tipográficas" são as leis da física, que nos dizem, dadas as posições e as velocidades de todas as partículas em determinado instante, como modificá-las, o que resulta em um novo conjunto de posições e velocidades pertencentes ao "próximo" instante. Assim, os teoremas desse grande sistema formal são as configurações possíveis das partículas em tempos diferentes da história do universo. O único axioma é (ou talvez tenha sido) a configuração original de todas as partículas no "início dos tempos". Todavia, essa é uma concepção tão grandiosa que seu interesse é apenas o mais teórico; e além disso, a mecânica quântica (e outras partes da física) levanta pelo menos algumas dúvidas sobre o valor teórico de tal idéia. Basicamente, estamos perguntando se o universo opera de maneira determinística, o que é uma questão em aberto.

A matemática e a manipulação de símbolos

Ao invés de nos envolvermos com um cenário tão grande, limitemo-nos à *matemática* como nosso "mundo real". Aqui surge uma questão séria: se tentamos modelar um sistema formal segundo uma parte da matemática, como podemos estar certos de ter executado o trabalho com precisão – especialmente se não estivermos totalmente familiarizados com essa parte da matemática? Suponhamos que o objetivo do sistema formal seja o de nos conferir novos conhecimentos sobre essa disciplina. Como saberemos que a interpretação de cada

teorema é verdadeira, a menos que tenhamos provado que o isomorfismo é perfeito? E como provaremos que o isomorfismo é perfeito se não soubermos de antemão tudo sobre as verdades da disciplina?

Suponhamos que em uma escavação em um lugar qualquer, nós, com efeito, descobrimos um misterioso sistema formal. Tentaríamos diversas interpretações e talvez, com o tempo, encontrássemos uma que parecesse fazer com que todos os teoremas resultassem verdadeiros e todos os não-teoremas resultassem falsos. Mas isso é algo que nós só poderíamos verificar diretamente em um número finito de casos. O conjunto de teoremas será, provavelmente, infinito. Como poderemos *saber* que todos os teoremas expressam verdades de acordo com a interpretação, a menos que saibamos tudo o que pode ser sabido tanto a respeito do sistema formal quanto a respeito do domínio correspondente da interpretação?

É mais ou menos nessa posição estranha que nos encontramos quando tentamos equiparar a realidade dos números naturais (isto é, os inteiros não-negativos: 0, 1, 2, ...) com os símbolos tipográficos de um sistema formal. Tentaremos compreender a relação entre o que denominamos "verdade" na Teoria dos Números e aquilo a que podemos chegar por meio da manipulação de símbolos.

Examinemos brevemente, então, as bases que nos possibilitam determinar que algumas afirmações da Teoria dos Números são verdadeiras e outras são falsas. Quantos são 12 vezes 12? Todo mundo sabe que são 144. Mas quantas pessoas, dentre as que deram essa resposta, desenharam um retângulo de 12 por 12 alguma vez na vida para contar os quadradinhos que se formaram? A maioria das pessoas consideraria o desenho e a contagem como desnecessários. Ao invés, elas ofereceriam como demonstração algumas anotações no papel, como as mostradas a seguir:

```
   12
 x 12
 ----
   24
  12
 ----
  144
```

E essa seria a "demonstração". Praticamente todos acreditam que se contassem os quadrados chegar-se-ia a 144; poucos teriam dúvidas a respeito do resultado.

O conflito entre os dois pontos de vista torna-se mais perceptível quando se considera o problema da determinação do valor de 987654321 x 123456789. Em primeiro lugar, é praticamente impossível construir o retângulo adequado; e o que é pior, mesmo que ele *fosse* construído e grandes exércitos de pessoas despendessem séculos contando os pequenos quadrados, só uma pessoa muito ingênua dispor-se-ia a aceitar de imediato a resposta final. Seria demasiado grande a probabilidade de que alguém, em algum lugar, de alguma maneira, cometesse algum pequeno erro. Seria possível, então, saber a resposta correta? Se se

confiar no processo simbólico que envolve a manipulação de números de acordo com certas regras simples, sim. Tal processo é apresentado às crianças como um instrumento que proporciona resposta certa; para muitas crianças, no entanto, a razão e a beleza do processo se perdem. As leis de derivação de número de multiplicação baseiam-se principalmente em algumas propriedades da adição e da multiplicação que se supõem válidas para todos os números.

As leis básicas da aritmética

O tipo de suposição a que me referi é ilustrado a seguir. Suponha que alguns palitos sejam colocados sobre uma mesa:

/ // // // / /

Agora conte-os. Ao mesmo tempo, alguém mais os conta, mas começando pelo outro lado. Será claro que vocês dois obterão o mesmo resultado? O resultado de um processo de contagem é independente da maneira pela qual é realizado. Isso é, na verdade, uma suposição sobre o que é o processo de contagem. Não faria sentido tentar demonstrá-lo, uma vez que ele é eminentemente básico, ou você o vê ou não o vê, mas neste último caso a demonstração não o ajudará em nada.

A partir desse tipo de suposição, pode-se chegar à comutatividade e à associatividade da adição (isto é, em primeiro lugar, que $b + c = c + b$ sempre, e, em segundo lugar, que $b + (c + d) = (b + c) + d$ sempre). A mesma suposição pode levar também à comutatividade e à associatividade da multiplicação; basta pensar em múltiplos cubos reunidos para formar um grande sólido retangular. A comutatividade e a associatividade da multiplicação são apenas as suposições de que, quando se gira o sólido de diversas maneiras, o número de cubos não se modificará. Ora, essas suposições não são verificáveis em todos os casos possíveis, porque o número de tais casos é infinito. Nós as damos por certas; acreditamos nelas (se é que nelas chegamos a pensar) com a maior profundidade possível. A quantia de dinheiro em nossos bolsos não muda quando andamos para cima e para baixo pela rua; o número de livros que temos não muda se os colocarmos em uma caixa, levarmos a caixa para o carro, viajarmos cem quilômetros, tirarmos a caixa do carro, tirarmos os livros da caixa e os colocarmos em uma nova prateleira. Tudo isso faz parte do que entendemos por *número*.

Há certos tipos de pessoas que, tão logo algum fato inegável é assinalado, acham graça em mostrar por que tal "fato" é, afinal de contas, falso. Eu sou uma pessoa assim e tão logo escrevi os exemplos recentes que envolveram palitos, dinheiro e livros, inventei situações em que eles estariam errados. Você também pode ter feito o mesmo. Isso aponta que os números como abstrações são algo bastante diferente dos números que usamos quotidianamente.

As pessoas gostam de inventar lemas que violam a aritmética básica, mas que ilustram verdades "mais profundas", tais como "1 mais 1 é igual a 1" (no amor),

ou "1 mais 1 mais 1 é igual a 1" (a Trindade). É fácil descobrir furos nesses lemas, demonstrando-se, por exemplo, por que o uso do sinal mais em ambos os casos é impróprio. Mas tais instâncias são abundantes. Duas gotas de chuva que descem pela janela se fundem; um mais um é igual a um? Uma nuvem se divide em duas – mais um exemplo da mesma coisa? Não é de modo algum fácil estabelecer uma linha demarcatória clara entre os casos em que o que ocorre pode ser chamado de "adição" e aqueles em que é necessária uma outra palavra. Se pensar sobre a questão, provavelmente você desenvolverá algum critério que envolva a separação dos objetos no espaço e que assegure que cada um possa ser claramente distinguido com relação a todos os demais. Mas como, então, se poderiam contar as idéias? Ou o número dos gases que compõem a atmosfera? Em algum ponto, se procurar, você provavelmente encontrará uma afirmação como: "Há 17 línguas na Índia e 462 dialetos". Há algo estranho em afirmações precisas como essa, quando os próprios conceitos de "língua" e "dialeto" são vagos.

Números ideais

Os números como realidades se comportam mal. No entanto, as pessoas têm a sensação inata e antiga de que os números não deveriam comportar-se mal. Há algo límpido e puro na noção abstrata de número, distanciada das pedrinhas de contar, dos dialetos ou das nuvens; e deveria haver uma maneira de falar a respeito dos números sem que a realidade se interpusesse com suas tolices.

As regras inflexíveis que governam os números "ideais" constituem a aritmética, e suas conseqüências mais elaboradas constituem a Teoria dos Números. Há apenas uma pergunta relevante a ser feita, ao efetuar-se a transição dos números como coisas práticas aos números como coisas formais. Uma vez tomada a decisão de tentar englobar toda a Teoria dos Números em um sistema ideal, será realmente possível realizar completamente a tarefa? Os números serão tão límpidos, cristalinos e regulares que sua natureza possa ser inteiramente contida nas regras de um sistema formal? A figura 13 – *Liberation* (*Libertação*) –, uma das obras mais bonitas de Escher, é um contraste maravilhoso entre o formal e o informal, com uma fascinante região de transição. Os números são realmente livres como os pássaros? Eles sofrem tanto quanto os pássaros ao serem cristalizados em um sistema obediente a regras? Existe uma região mágica de transição entre os números da realidade e os números do papel?

Quando falo das propriedades dos números naturais não me refiro apenas a propriedades como a soma de dois números inteiros particulares. Isso pode ser revelado pela contagem, e ninguém que viva neste século pode duvidar da mecanizabilidade de processos como os de contar, somar, multiplicar, etc. Refiro-me aos tipos de propriedades que os matemáticos têm interesse em explorar, a perguntas para as quais nenhum processo de contagem pode fornecer a resposta – nem mesmo teoricamente. Examinemos um exemplo clássico de uma tal propriedade dos números naturais. A afirmação é: "Há uma quantidade infi-

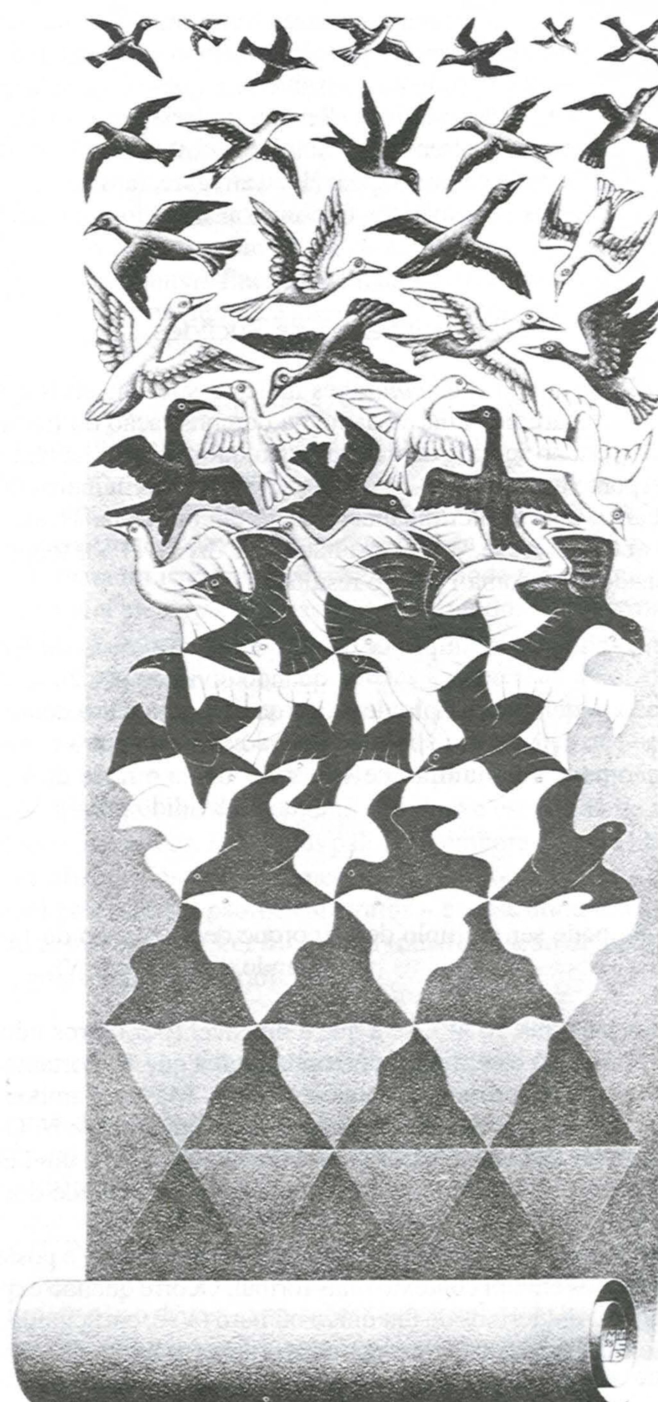


FIGURA 13. Liberation (Libertação), *por M. C. Escher (litografia, 1955)*

nita de números primos". Em primeiro lugar, não há processo de contagem que seja capaz de confirmar ou refutar essa assertiva. O máximo que poderíamos fazer seria contar os números primos por algum tempo e admitir que são "muitos", mas a contagem por si só jamais resolveria a questão de se a quantidade dos números primos é finita ou infinita. Sempre poderia haver mais. A afirmação – e ela se denomina "Teorema de Euclides" (observe o "T" maiúsculo) – não é nada óbvia. Ela pode parecer razoável, ou atraente, mas não é óbvia. Contudo, desde Euclides os matemáticos têm-na considerado verdadeira. Qual a razão?

A demonstração de Euclides

A razão é a de que o *raciocínio* lhes indica assim. Sigamos o raciocínio em questão. Examinaremos uma variante da demonstração de Euclides. Essa demonstração opera no sentido de que para qualquer número haverá um primo que é maior. Aponte um número – N. Multiplique todos os números inteiros positivos começando com 1 e terminando com N; em outras palavras, obtenha o fatorial de N, que se escreve "$N!$" O resultado será divisível por todos os números até N. Quando você soma 1 a $N!$, o resultado:

- não pode ser múltiplo de 2 (porque deixa o resto de 1 quando dividido por 2);
- não pode ser múltiplo de 3 (porque deixa o resto de 1 quando dividido por 3);
- não pode ser múltiplo de 4 (porque deixa o resto de 1 quando dividido por 4);

.
.
.

- não pode ser múltiplo de N (porque deixa o resto de 1 quando dividido por N).

Em outras palavras, $N! + 1$, se é que é divisível (por outros números que não 1 e ele próprio), só o será por números maiores que N. Portanto, ou ele é primo ou seus divisores primos são maiores que N. Mas, em ambos os casos, demonstramos que tem de haver um número primo maior que N. O processo mantém-se qualquer que seja o valor de N. Para qualquer N há um número primo maior que N. E assim termina a demonstração da infinidade dos números primos.

Este último passo, a propósito, é chamado *generalização* e posteriormente o reexaminaremos em um contexto mais formal. Ocorre quando expressamos uma argumentação em termos de um único número (N) e, em seguida, assinalamos que N não é especificado e que, por conseguinte, a argumentação tem validade geral.

A demonstração de Euclides é típica do que constitui a "matemática real". Ela é simples, impositiva e bonita. Ilustra o fato de que, com vários passos bastante curtos, pode-se ir longe com relação ao ponto de partida. Em nosso caso, os pontos de partida são idéias básicas a respeito da multiplicação, da divisão e assim por diante. Os passos curtos são os passos do raciocínio. Embora cada um dos passos do raciocínio pareça óbvio, o resultado final não é óbvio. Nunca podemos verificar diretamente se a afirmação é verdadeira ou não, contudo acreditamos nela porque acreditamos no raciocínio. Se se aceita o raciocínio como categoria, não parece haver como fugir de suas conseqüências; uma vez que se tenha concordado em ouvir Euclides, é necessário concordar com sua conclusão. Isso é ótimo – porque significa que os matemáticos sempre estarão de acordo quanto a que afirmações rotularão como "verdadeiras" e que afirmações rotularão como "falsas".

Essa demonstração exemplifica um processo ordenado de pensamento. Cada afirmação relaciona-se com as anteriores de modo irresistível. Por isso, recebe o nome de "demonstração", ou "prova", e não apenas "indício". Em matemática, o objetivo é sempre o de apresentar uma demonstração irrefutável para uma afirmação não óbvia. O próprio fato de que os passos se ligam uns aos outros de maneira irretorquível sugere que pode haver uma *estrutura padronizada* que vincula essas afirmações em um todo. Essa estrutura pode ser melhor exposta por meio de um vocabulário novo – vocabulário estilizado, consistente de símbolos –, adequado apenas à expressão de afirmações referentes a números. Assim, podemos examinar a demonstração tal como existe em sua versão traduzida. Será um conjunto de afirmações que se relacionam, linha por linha, em um modo detectável. Mas as afirmações, uma vez que são representadas por meio de um conjunto pequeno e estilizado de símbolos, tomam o aspecto de padrões. Em outras palavras, embora quando lidas oralmente pareçam ser afirmações sobre números e suas propriedades, quando vistas sobre o papel parecem ser padrões abstratos – e a estrutura linear da demonstração pode começar a parecer uma lenta transformação de padrões, de acordo com algumas regras tipográficas.

Contornando o infinito

Embora a demonstração de Euclides demonstre que *todos* os números têm uma certa propriedade, ela evita tratar separadamente cada um dos casos em sua quantidade infinita. Ela contorna o problema com o uso de expressões como "qualquer que seja o valor de N", ou "qualquer que seja o número a que N corresponda". Poderíamos também mudar o fraseado da demonstração fazendo-a usar a expressão "todo N". Conhecendo o contexto apropriado e as maneiras corretas para o uso de tais expressões, nunca temos de tratar com uma quantidade infinita de afirmações. Lidamos apenas com dois ou três conceitos, tais como a palavra "todo" – os quais, embora eles próprios finitos, englobam uma

infinitude; e com o uso deles contornamos o problema visível dado pela existência de um número infinito de fatos que queremos demonstrar.

Empregamos a palavra "todo" de umas poucas maneiras, definidas pelos processos de pensamento do raciocínio. Ou seja, existem *regras* a que o emprego de "todo" obedece. Podemos não ter consciência delas e tender a crer que operamos com base no *significado* da palavra; mas isso, afinal de contas, é apenas um rodeio para dizer que somos guiados por regras que nunca explicitamos. Durante toda a nossa vida usamos palavras de acordo com certos padrões e, ao invés de chamar tais padrões de "regras", atribuímos o curso de nossos processos de pensamento aos "significados" das palavras. Essa descoberta foi um reconhecimento crucial no longo caminho rumo à formalização da Teoria dos Números.

Se mergulhássemos na demonstração de Euclides com cuidado progressivo, veríamos que ela se compõe de muitíssimos passos pequenos – quase infinitesimais. Se todos esses passos fossem escritos linha por linha, a demonstração pareceria incrivelmente complicada. Ela se torna mais clara a nossas mentes quando diversos passos são reunidos de modo a compor uma única sentença. Se assistíssemos à demonstração em câmara lenta, perceberíamos os fotogramas. Em outras palavras, a dissecação só pode ir até aí, pois chegaríamos à natureza "atômica" dos processos de raciocínio. Uma demonstração pode ser subdividida em uma série de saltos pequenos, mas descontínuos, que parecem fluir continuamente quando vistos em conjunto. No capítulo VIII, apresentarei um modo de decompor a demonstração em unidades atômicas e você verá o número incrível de passos envolvidos no processo. Mas talvez isso não seja uma surpresa. As operações do cérebro de Euclides, quando inventou a demonstração, devem ter envolvido milhões de neurônios (células nervosas), muitos dos quais foram acionados centenas de vezes em um único segundo. O simples enunciado de uma sentença envolve centenas de milhares de neurônios. Se os pensamentos de Euclides eram tão complicados, faz sentido que sua demonstração contenha um enorme número de passos! (A relação direta entre as ações neurais em seu cérebro e uma demonstração em nosso sistema formal pode ser tênue, mas as complexidades em ambas as instâncias são comparáveis. É como se a natureza quisesse conservar a complexidade da demonstração da infinidade dos números primos, mesmo sendo tão diferentes os sistemas envolvidos em ambos os casos.)

Nos próximos capítulos, apresentaremos um sistema formal que (1) inclui um vocabulário estilizado, no qual todas as afirmações sobre os números naturais podem ser expressas, e (2) tem regras que correspondem a todos os tipos de raciocínio que parecem necessários. Uma questão muito importante será a de saber se as regras de manipulação de símbolos então formuladas têm poder igual (do ponto de vista da Teoria dos Números) ao de nossa capacidade mental de raciocínio – ou, com maior generalidade, se é teoricamente possível alcançar o nível de nossa capacidade de pensamento com o uso de um sistema formal.

Sonata para Aquiles solo

O telefone toca! Aquiles atende.

Aquiles: Alô, aqui fala Aquiles.
Aquiles: Ah, alô, Sr. T. Como vai?
Aquiles: Um torcicolo? Oh, sinto muito. Tem alguma idéia sobre o que o provocou?
Aquiles: Quanto tempo você ficou nessa posição?



FIGURA 14. Mosaic II (Mosaico II), *por M. C. Escher (litografia, 1957)*

Aquiles: Bem, então não é de admirar que esteja assim. E por que diabos você ficou com o pescoço virado desse jeito todo esse tempo?

Aquiles: Fantásticos muitos deles, não é? Que tipos, por exemplo?

Aquiles: Como assim, "animais fantasmagóricos"?

Aquiles: Não lhe deu medo ver tantos assim ao mesmo tempo?

Aquiles: Um violão!? No meio de todas essas criaturas estranhas. Aliás, você não toca violão?

Aquiles: Bem, para mim é igual.

Aquiles: Tem razão. Por que será que eu nunca notei antes essa diferença entre o violão e o violino? Por falar nisso, você não gostaria de vir à minha casa escutar uma das sonatas para violino solo de J. S. Bach, seu compositor favorito? Acabei de comprar uma gravação maravilhosa delas. É incrível como Bach consegue, usando um único violino, criar uma peça de interesse tão grande.

Aquiles: Dor de cabeça, tão forte que vê lantejoulas, também? Que pena. Talvez fosse melhor você ir para cama.

Aquiles: Ah, sei. Já tentou contar carneirinhos?

Aquiles: Ah, ah, estou vendo. Sei, entendo muito bem o que você quer dizer. Bem, se distrai TANTO assim, é melhor você me contar para eu me entreter um pouco também.

Aquiles: Uma palavra em que as letras "N", "T", "E", "J", "O", "U" aparecem consecutivamente... Hmm... Que tal "junte-o"?

Aquiles: É verdade. Além de ser uma conjugação verbal. "NTEJOU" aparece embaralhado nessa palavra.

Aquiles: Horas e horas? Então parece que eu estou diante de um quebra-cabeça demorado. Onde você aprendeu esse joguinho infernal?

Aquiles: Como é? Ele parecia que estava meditando sobre coisas esotéricas do budismo, mas, na verdade, estava só pensando em complexos quebra-cabeças de palavras?

Aquiles: Ahá! – O caramujo sabia o que ele estava fazendo. Mas como é que você chegou a falar com o caramujo?

Aquiles: Escute, uma vez eu vi um quebra-cabeça de palavras que parecia um pouco com esse. Quer que eu diga? Ou isso confundiria ainda mais sua cabeça?

Aquiles: É verdade – não pode fazer nenhum mal. É assim: diga uma palavra que comece com as letras "LA" e termine com as letras "LA".

Aquiles: Muito esperto! Mas não vale. É claro que não é isso o que eu tinha em mente!

Aquiles: Claro que sim – preenche as condições, mas é uma espécie de solução "degenerada". Há uma outra solução que eu tinha em mente.

Aquiles: É isso mesmo! Como é que você descobriu tão depressa?

Aquiles: Então, aí está um caso em que ver lantejoulas pode ajudar, ao invés de atrapalhar. Excelente! Mas eu ainda não sei nada sobre o seu quebra-cabeça "NTEJOU".

Aquiles: Parabéns! Agora talvez você consiga dormir! Mas diga-me então, qual é a solução?

Aquiles: Bem, normalmente eu não gosto de pistas, mas está bem. Qual é a sua pista?

Aquiles: Não sei o que você quer dizer com "figura" e "fundo" neste caso.

Aquiles: Claro que conheço *Mosaic II!* Conheço TODOS os trabalhos de Escher. Afinal, ele é o meu artista favorito. Em todo caso, eu tenho uma gravura do *Mosaic II* pendurada na parede bem na minha frente.

Aquiles: Estou vendo todos os animais pretos.

Aquiles: Também estou vendo como seu "espaço negativo" – o que está de fora – define os animais brancos.

Aquiles: Então, é ISSO o que você quer dizer com "figura" e "fundo". Mas o que é que isso tem a ver com o quebra-cabeça "NTEJOU"?

Aquiles: Ah, isso é complicado demais para mim. Acho que EU é que estou começando a ver lantejoula.

Aquiles: Você quer vir agora? Mas eu pensei...

Aquiles: Muito bem. Talvez até lá eu tenha encontrado a resposta certa para o SEU quebra-cabeça, usando a sua pista da "figura" e do "fundo" e relacionando-a com o MEU quebra-cabeça.

Aquiles: Eu adoraria tocá-las para você.

Aquiles: Você inventou uma teoria a respeito delas?

Aquiles: Acompanhadas por qual instrumento?

Aquiles: Bem, se esse é o caso, parece um pouco estranho que ele não tenha escrito a partitura para o cravo para ser publicada também.

Aquiles: Ah, sim – uma espécie de coisa opcional. Pode-se ouvir a música dos dois jeitos – com ou sem acompanhamento. Mas como é que se pode saber quais seriam as características do acompanhamento?

Aquiles: Entendi. Acho que, afinal de contas, é melhor deixá-lo para a imaginação do ouvinte. E talvez, como você disse, Bach nem sequer tenha pensado em acompanhamento algum. Aquelas sonatas, na verdade, parecem funcionar muito bem do jeito que são.

Aquiles: Está bem. Vejo-o daqui a pouco.

Aquiles: Até logo, Sr. T.

CAPÍTULO III

Figura e fundo

Primos *versus* compostos

Há algo estranho na idéia de que os conceitos possam ser capturados por simples manipulações tipográficas. O único conceito até aqui capturado foi o da adição e a estranheza pode não ter sido grande. Mas suponha que o objetivo fosse o de criar um sistema formal com teoremas da forma P*x*, onde a letra '*x*' vale por uma cadeia-hífen e onde os únicos teoremas seriam aqueles em que a cadeia-hífen contenha exatamente um número primo de hifens. Assim, P--- seria um teorema, mas P---- não seria. Como isso poderia ser feito tipograficamente? Em primeiro lugar, é necessário especificar claramente o que se entende por operações *tipográficas*. O repertório completo foi apresentado no sistema MIU e no sistema mg, de modo que, na verdade, só precisamos fazer uma lista dos tipos de coisas permitidas:

(1) ler e reconhecer qualquer conjunto finito de símbolos;
(2) escrever qualquer símbolo que pertença a esse conjunto;
(3) copiar qualquer desses símbolos de um lugar para outro;
(4) cancelar qualquer desses símbolos;
(5) verificar se um símbolo é igual a outro;
(6) guardar e usar uma lista dos teoremas previamente gerados.

A lista é um pouco redundante, mas não importa. O que importa é que ela claramente envolve apenas capacidades triviais, todas elas bem inferiores à capacidade de distinguir os números primos dos não-primos. Como poderíamos, então, compor algumas dessas operações para constituir um sistema formal em que os números primos se distinguem dos números compostos?

O sistema vg

O primeiro passo poderia ser a resolução de um problema mais simples, mas correlato. Poderíamos tentar constituir um sistema similar ao sistema mg, exceto quanto a que ele representa a multiplicação, em vez da adição. Denominemo-lo *sistema vg*, em que 'v' vale por 'vezes'. Mais especificamente, suponha que *X*, *Y* e *Z* são, respectivamente, os números de hifens nas cadeias-hifens *x*, *y* e *z*. (Observe que estou tomando cuidados

especiais para distinguir entre uma cadeia e o número de hifens que ela contém.) Então, queremos que a série *xvygz* seja um teorema se e somente se *X* vezes *Y* seja igual a *Z*. Por exemplo, --v---g------ seria um teorema porque 2 vezes 3 é igual a 6, mas --v--g--- não seria um teorema. O sistema vg pode ser caracterizado com a mesma facilidade do sistema mg – ou seja, usando-se apenas um esquema axiomático e uma regra de inferência:

ESQUEMA AXIOMÁTICO: *x*v-g*x* é uma axioma sempre que *x* seja uma cadeia-hífen.

REGRA DE INFERÊNCIA: Suponha que *x*, *y* e *z* sejam cadeias-hifens. E suponha que *x*v*y*g*z* seja um teorema antigo. Então, *x*v*y*-g*zx* é um novo teorema.

A seguir está a derivação do teorema --v---g------:

(1) --v-g-- (axioma)
(2) --v--g--- (pela regra de inferência, usando a linha (1) como teorema antigo)
(3) --v---g------ (pela regra de inferência, usando a linha (2) como teorema antigo).

Observe que a cadeia-hífen do meio aumenta de um hífen cada vez que é aplicada a regra de inferência; portanto, pode-se prever que, se você quiser um teorema com dez hifens no meio, deve aplicar a regra de inferência nove vezes seguidas.

A captura da condição de número composto

A multiplicação, um conceito ligeiramente mais complicado que o da adição, foi assim "capturada" tipograficamente, como os pássaros na *Liberation* de Escher. E quanto à condição dos números primos? Eis um plano que poderia ser hábil: usando o sistema vg, definamos um novo conjunto de teoremas da forma C*x*, que caracteriza os números *compostos*, da seguinte maneira:

REGRA: Suponha que *x*, *y e z* sejam cadeias-hifens. Se *x*-v*y*-g*z* é um teorema, então C*z* é um teorema.

Isso funciona ao afirmar-se que *Z* (o número de hifens em *z*) é composto, por ser o produto de dois números maiores que 1 – ou seja, X + 1 (o número de hifens em *x*-) e Y + 1 (o número de hifens em *y*-). Defendo essa nova regra dando-lhe algumas justificativas do "modo Inteligente" para ela. E isso porque você é um ser humano e quer saber *por que* essa regra existe.

Se você operasse exclusivamente no "modo Mecânico", não precisaria dessa justificativa, uma vez que os operadores do modo M apenas seguem as regras mecanicamente, sem nunca questioná-las!

Como você opera no modo I, a distinção entre as cadeias e suas interpretações tende a tornar-se vaga em sua mente. Na verdade, as coisas podem tornar-se muito confusas quando você percebe "significado" nos símbolos que manipula. Você tem de lutar contra si próprio para não pensar que a cadeia '---' é o *número* 3. O Requisito de Formalidade, que no capítulo I provavelmente pareceu surpreendente (por parecer tão óbvio), agora se torna complexo e crucial. É o fator essencial que o impede de mesclar o modo I e o modo M; ou, dito de outra maneira, é o que o impede de mesclar fatos aritméticos e teoremas tipográficos.

Caracterização ilegal dos primos

É bastante tentador saltar dos teoremas do tipo C diretamente aos do tipo P, por meio da proposição de uma regra do seguinte tipo:

REGRA PROPOSTA: Suponha que *x* seja uma cadeia-hífen. Se C*x* *não* é um teorema, então P*x* *é* um teorema.

O erro fatal, nesse caso, é que a verificação de que, se Cx *não* é um teorema, não é uma operação explicitamente tipográfica. Para saber com certeza que MU não é um teorema do sistema MIU, você tem de sair fora do sistema... e isso também ocorre com relação à Regra Proposta. É uma regra que viola a idéia básica dos sistemas formais na medida em que pede que você opere informalmente – ou seja, fora do sistema. A operação tipográfica (6) permite que você examine o estoque dos teoremas previamente encontrados, mas essa Regra Proposta pede que você examine uma hipotética "Tabela de Não-Teoremas". Mas, para gerar tal tabela, você teria de raciocinar *fora do sistema* – um raciocínio que mostra por que várias cadeias não podem ser geradas dentro do sistema. Ora, pode bem ser que exista *outro* sistema formal que possa gerar a "Tabela de Não-Teoremas" por meios puramente tipográficos. Na verdade, nosso objetivo é exatamente o de encontrar tal sistema. Mas a Regra Proposta não é uma regra tipográfica e deve ser abandonada.

Esse ponto é de tal importância que deve ser visto com mais atenção. Em nosso *sistema C* (que inclui o sistema vg e a regra que define os teoremas do tipo C), temos teoremas de forma C*x*, onde '*x*' vale, como é usual, por uma cadeia-hífen. Existem também não-teoremas da forma C*x*. (A eles me refiro quando menciono "não-teoremas", embora, evidentemente, vv-Cgg e outras mixórdias malformadas também sejam não-teoremas.) A diferença está em que os teoremas têm um número composto de hifens e os

não-teoremas têm um número primo de hifens. Todos os teoremas têm uma "forma" comum, ou seja, originam-se de um conjunto comum de regras tipográficas. E os não-teoremas – também eles têm uma "forma" comum, nesse mesmo sentido? A seguir está uma lista de teoremas do tipo C, apresentados sem suas derivações. Os números entre parênteses que os seguem simplesmente mostram os números de hifens que contêm.

C ---- (4)
C ------ (6)
C -------- (8)
C --------- (9)
C ---------- (10)
C ------------ (12)
C -------------- (14)
C --------------- (15)
C ---------------- (16)
C ------------------ (18)

Os "buracos" nessa lista são os não-teoremas. Repetindo a pergunta anterior: os buracos também têm alguma "forma" em comum? Seria razoável dizer que, simplesmente em virtude de serem buracos nessa lista, eles compartilham uma forma comum? Sim e não. É inegável que eles compartilhem *alguma* qualidade tipográfica, mas não é certo que possamos denominá-la "forma". A razão da hesitação é a de que os buracos estão definidos apenas *negativamente*. São as coisas que ficam de fora de uma lista *positivamente* definida.

Figura e fundo

Isso lembra a famosa distinção artística entre *figura* e *fundo*. Quando uma figura, ou "espaço positivo" (por exemplo, uma forma humana, ou uma letra, ou uma natureza-morta), é desenhada em determinada superfície, uma conseqüência inevitável é a de que a forma complementar a ela – também chamada "fundo", ou "espaço negativo" – também seja desenhada. Todavia, na maioria dos desenhos, essa relação entre a figura e o fundo tem um papel secundário. O artista está muito menos interessado no fundo que na figura. Mas, ocasionalmente, um artista se interessa também pelo fundo.

Há bonitos alfabetos que jogam com essa distinção entre figura e fundo. A seguir está a ilustração de uma mensagem escrita em um alfabeto desses. À primeira vista, parece uma coleção de manchas mais ou menos aleatórias, mas se você recua um pouco e fixa a vista por algum tempo, verá subitamente aparecerem letras.



FIGURA 15. "Envelope"

Para um efeito similar, dê uma olhada em meu desenho *Smoke signal* (*Sinal de fumaça*) (figura 139). Segundo essas linhas, você poderia considerar esse quebra-cabeça: é possível criar um desenho que contenha palavras *tanto* na figura *quanto* no fundo?

Façamos uma distinção oficial entre dois tipos de figuras: as *correntemente desenháveis* e as *recorrentes* (a propósito, estes são termos criados por mim – não pertencem ao uso comum). Uma figura *correntemente desenhável* é aquela cujo fundo é simplesmente um subproduto acidental do ato de desenhar. Uma figura *recorrente* é aquela cujo fundo pode ser visto como uma figura por si só. Normalmente, isso resulta de um ato deliberado do artista. O "re" em "recorrente" representa o fato de que *tanto* o plano central *quanto* o plano de fundo são correntemente desenháveis – a figura é "duplamente corrente". Cada limite entre figura e fundo em uma figura recorrente é uma faca de dois gumes. M. C. Escher foi um mestre no desenho de figuras recorrentes – veja, por exemplo, seu belo desenho recorrente de pássaros (figura 16).

Nossa distinção não é tão rigorosa quanto uma distinção matemática, pois ninguém poderia afirmar em caráter definitivo que um determinado fundo não é uma figura. Uma vez assinalado, praticamente qualquer fundo apresenta um interesse próprio. Nesse sentido, toda figura é recorrente. Mas não é isso o que eu quero dizer com o termo. Há uma noção natural e intuitiva de formas reconhecíveis. Tanto o plano central quanto o plano de fundo são formas reconhecíveis? Se assim é, então o desenho é recorrente. Se você examinar os fundos da maioria dos desenhos lineares, verificará que eles são praticamente irreconhecíveis. Isso demonstra que:

Existem formas reconhecíveis cujo espaço negativo não é nenhuma forma reconhecível.

Em terminologia mais "técnica", isso se torna:

Existem figuras correntemente desenháveis que não são recorrentes.

A solução de Scott Kim para o quebra-cabeça anterior, que denomino "Figura FIGURA-FIGURA", é mostrada na figura 17. Se você ler tanto o preto quanto o branco, verá "FIGURA" em toda parte, mas "FUNDO" em parte alguma! É um

paradigma de figura recorrente. Neste desenho inteligente há duas maneiras não equivalentes de caracterizar as regiões pretas:

(1) como o *espaço negativo* das regiões brancas;
(2) como *cópias alteradas* das regiões brancas (produzidas colorindo-se e deslocando-se cada região branca).



FIGURA 16. Ladrilhado do plano, com pássaros, por M. C. Escher (de um caderno de 1942)



FIGURA 17. FIGURE-FIGURE figure (Figura FIGURA-FIGURA), *por Scott E. Kim (1975)*

(No caso especial da Figura FIGURA-FIGURA, as duas caracterizações *são* equivalentes – mas não o seriam na maioria das figuras em preto e branco). Ora, no capítulo VIII, quando criarmos nossa Teoria dos Números Tipográfica (TNT), nossa esperança será a de que o conjunto de todas as afirmações falsas da teoria dos números possa ser caracterizado de duas maneiras análogas:

(1) como o *espaço negativo* do conjunto de todos os teoremas TNT;
(2) como *cópias alteradas* do conjunto de todos os teoremas TNT (produzidas pela negação de cada teorema TNT).

Mas essa esperança se perderá porque:

(1) dentro do conjunto de todos os não-teoremas são encontradas algumas verdades;
(2) fora do conjunto de todos os teoremas negados são encontradas algumas falsidades.

Você verá por que e como isso acontece no capítulo XIV. Por enquanto, reflita em torno de uma representação gráfica da situação (figura 18).

Figura e fundo na música

Podem-se buscar figuras e fundos também na música. Uma analogia é a distinção entre melodia e acompanhamento – a melodia está sempre em primeiro plano de nossa atenção, e o acompanhamento é subsidiário. Por conseguinte, é surpreendente quando encontramos, nas linhas mais baixas de uma peça musical, melodias reconhecíveis. Isso não acontece com muita freqüência na música pós-barroca. Normalmente, as harmonias não são concebidas como primeiro plano. Mas na música barroca – em Bach sobretudo – as distintas linhas, altas, baixas ou médias, atuam todas como "figuras". Nesse sentido, as peças de Bach podem ser denominadas "recorrentes".

Existe outra distinção entre figura e fundo na música: a distinção entre tempo forte e tempo fraco. Se você contar as notas em cadência "um-e, dois-e, três-e, quatro-e", a maior parte das notas melódicas cairá nos números e não nos "e"s. Mas, por vezes, as melodias são deliberadamente deslocadas para os "e"s, só por causa do efeito que isso causa. É o que ocorre em diversos estudos para piano de Chopin, por exemplo. Ocorre também em Bach – particularmente nas *Sonatas e partitas para violino solo* e nas *Suítes para cello solo*. Nessas obras, Bach consegue manter duas ou mais linhas musicais em desenvolvimento simultâneo. Por vezes, ele o logra fazendo com que o instrumento que sola execute "paradas duplas" – duas notas de uma vez. Outras vezes, no entanto, ele coloca uma voz nos tempos fortes e a outra voz nos tempos fracos, de modo que o ouvido possa separá-las e escutar duas melodias que se entrelaçam e se harmonizam entre si. É desnecessário dizer que Bach não parou nesse nível de complexidade...

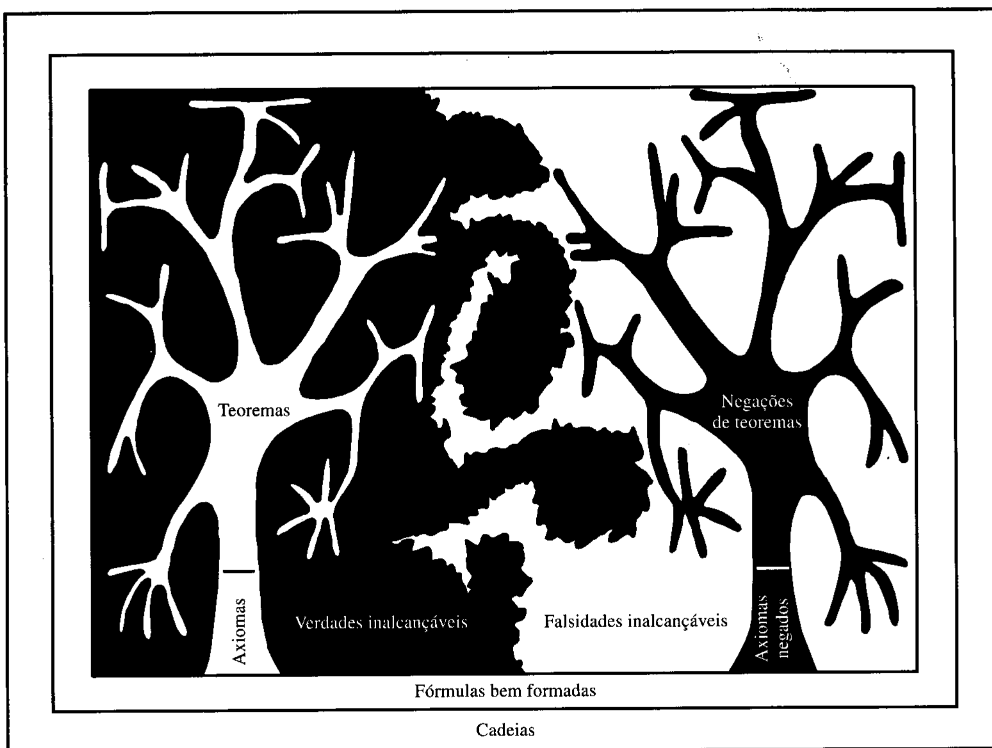


FIGURA 18. Há um considerável simbolismo visual nesse diagrama do relacionamento entre várias classes de cadeias TNT. O campo maior representa o conjunto de todas as cadeias TNT. O segundo maior campo representa o conjunto de todas as cadeias TNT bem formadas. *Dentro dele encontra-se o conjunto de todos os enunciados da TNT. Agora as coisas começam a ficar interessantes. O conjunto de* teoremas *é representado como uma árvore que cresce a partir de um tronco (que representa o conjunto de axiomas). O símbolo da árvore foi escolhido em razão do padrão recorrente de crescimento que ela apresenta: novos* **ramos** *(teoremas) brotam constantemente dos antigos. Os ramos em forma de dedos penetram nos recantos da região limite (o conjunto de* verdades*), sem chegar nunca a ocupá-la inteiramente. A fronteira entre o conjunto de verdades e o conjunto de falsidades visa sugerir um litoral repleto de meandros aleatórios que, por mais atentamente que seja examinado, sempre apresenta níveis mais sutis de estrutura, sendo, por conseguinte, impossível a sua descrição exata através de qualquer maneira finita. (Ver o livro de B. Mandelbrot,* Fractals.*) A árvore refletida representa o conjunto de negações de teoremas: todos são falsos, mas são coletivamente incapazes de preencher o espaço das afirmações falsas [Desenho do autor]*

Conjuntos recorrentemente enumeráveis *versus* conjuntos recorrentes

Levemos de volta as noções de figura e fundo para o domínio dos sistemas formais. Em nosso exemplo, o papel de espaço positivo é desempenhado pelos teoremas do tipo C e o papel de espaço negativo é desempenhado por cadeias com um número primo de hifens. Até aqui, a única maneira que encontramos para representar tipograficamente os números primos é como espaço negativo. Haverá, no entanto, alguma maneira – não importa quão complicada – de representar os números primos como espaço *positivo*, ou seja, como um conjunto de teoremas de algum sistema formal?

Nesse caso, as diferentes intuições das pessoas trazem diferentes respostas. Lembro-me ainda de maneira muito vívida de como fiquei intrigado e perplexo quando tomei consciência da diferença entre uma caracterização positiva e uma caracterização negativa. Eu estava convencido de que não só os números primos, mas *qualquer* conjunto numérico que pudesse ser representado negativamente também poderia sê-lo positivamente. A intuição subjacente a minha crença pode ser representada pela pergunta: *"Como uma figura e seu fundo poderiam não transmitir exatamente a mesma informação?"* Ambos me pareciam conter a mesma informação, codificada de duas maneiras complementares. E a você, o que parece certo?

Na verdade, eu estava certo a respeito dos números primos, mas errado do ponto de vista geral. Isso me surpreendeu e me surpreende ainda hoje. É um fato que:

> Existem sistemas formais cujo espaço negativo (conjunto de não-teoremas) não é o espaço positivo (conjunto de teoremas) de nenhum sistema formal.

Esse resultado, como se verificará, é de profundidade igual à do Teorema de Gödel – portanto, não é absurdo que minha intuição tenha falhado. Tal como os matemáticos do começo do século XX, eu esperava que o mundo dos sistemas formais e dos números naturais fosse mais previsível do que o é na realidade. Em terminologia mais técnica, isso se torna:

> Existem conjuntos recorrentemente enumeráveis que não são recorrentes.

A expressão *recorrentemente enumerável* (freqüentemente abreviada para "r.e.") é a contrapartida matemática da noção artística de "correntemente desenhável" – e *recorrente* é a contrapartida de "recorrente". Do ponto de vista de um conjunto de cadeias, ser "r.e." significa que elas *podem* ser geradas de acordo com regras tipográficas – por exemplo, o conjunto de teoremas do tipo C, o conjunto de teoremas do sistema MIU – o que vale, com

efeito, para o conjunto de teoremas de qualquer sistema formal. Isso poderia ser comparado com a concepção de uma "figura" como "um conjunto de linhas que podem ser geradas de acordo com regras artísticas" (o que quer que isso queira dizer!). E um "conjunto recorrente" é como uma figura cujo fundo também é uma figura – não só ele é r.e., mas também seu complemento o é.

Decorre desse resultado que:

> Existem sistemas formais para os quais não há um procedimento decisório tipográfico.

Como é que isso decorre? É muito simples. Um procedimento decisório tipográfico é um método que distingue os teoremas dos não-teoremas. A existência desse teste permite-nos gerar sistematicamente todos os não-teoremas simplesmente percorrendo uma lista de *todas* as cadeias e efetuando o teste sobre elas, uma de cada vez, descartando as cadeias malformadas e os teoremas ao longo do caminho. Isso resulta ser um método tipográfico para gerar o conjunto de não-teoremas. Mas de acordo com a afirmação anterior (que aqui aceitamos como artigo de fé), para *alguns* sistemas isso não é possível. Portanto, temos de concluir que não existem procedimentos decisórios tipográficos para todos os sistemas formais.

Suponha que encontremos um conjunto *F* de números naturais ('*F*' de 'Figura'), que pudéssemos gerar de alguma maneira formal – como os números compostos. Suponha que seu complemento seja o conjunto *G* (de *'Ground'* – 'fundo') – como os números primos. Em conjunto, *F* e *G* compõem os números naturais e conhecemos a regra para obter todos os números do conjunto *F*, mas não conhecemos a regra para obter todos os números do conjunto *G*. É importante compreender que se os membros de *F* fossem sempre gerados em ordem *crescente*, então poderíamos caracterizar *G*. O problema está em que muitos conjuntos r.e. são gerados por meio de métodos que produzem os elementos em ordem arbitrária, de modo que nunca se sabe se um número que permanece ausente por muito tempo será, afinal, incluído se esperar um pouco mais.

Respondemos não à pergunta artística "Serão todas as figuras recorrentes?" Vemos agora que temos de responder igualmente não à pergunta análoga da matemática: "Serão todos os conjuntos recorrentes?" Com essa perspectiva, voltemos agora à fugidia palavra "forma". Retomemos também nossos conjuntos *F*, de figuras, e *G* de fundos. Podemos concordar em que todos os números do conjunto *F* têm alguma "forma" comum – mas pode-se dizer o mesmo dos números do conjunto *G*? É uma pergunta estranha, quando, para começo de conversa, nos ocupamos de um conjunto infinito – os números naturais –, os buracos criados com a remoção de algum subconjunto podem ser difíceis de definir de maneira explícita. Pode acontecer, portanto, que eles não se vinculem por meio de nenhum atributo ou "forma" comum. Em última análise, é uma questão de escolha usar ou não a palavra "forma" – mas o simples pensar a respeito

é estimulante. Talvez seja melhor não definir "forma", e sim deixar que preserve certa fluidez intuitiva.

Aqui está um quebra-cabeça que se refere às matérias recém-mencionadas. Você pode caracterizar o seguinte conjunto de números inteiros (ou seu espaço negativo)?

1 3 7 12 18 26 35 45 56 69...

Em que essa série se assemelha à Figura FIGURA-FIGURA?

Os números primos como figura e não como fundo

Por fim, que tal um sistema formal para gerar os números primos? Como ele é feito? O truque consiste em *passar* por cima da multiplicação e ir diretamente à *não-divisibilidade* como a coisa a ser representada positivamente. Aqui estão um esquema axiomático e uma regra para a produção de teoremas que representam a noção de que um número *não divide* (ND) outro número exatamente:

Esquema Axiomático: *xy*ND*x* onde *x* e *y* são cadeias-hifens.

Por exemplo, -----ND--, onde *x* foi substituído por '--' e *y* por '---'.

Regra: Se *x*ND*y* é um teorema, então *x*ND*xy* também o é.

Se você usar a regra duas vezes, pode gerar este teorema:

-----ND------------

que é interpretado como "5 não divide 12". Mas ---ND------ não é um teorema. Que acontece de errado se você tentar produzi-lo?

Ora, para determinar se certo número é primo, temos de acumular certos conhecimentos a respeito de suas propriedades de não-divisibilidade. Em particular, queremos saber que ele não é divisível por 2, ou por 3, ou por 4, etc., até chegarmos ao próprio número menos 1. Mas em um sistema formal, não podemos ser vagos ao ponto de usarmos o "etc.", temos de explicar as coisas. Gostaríamos de dispor de uma maneira de dizer, na linguagem do sistema, "o número *Z não tem divisores* (NTD) até *X*", o que significa que nenhum número entre 2 e *X* divide Z. Isto pode ser feito, mas com um truque. Pense a respeito, se quiser.

Aqui está a solução:

Regra: Se —ND*z* é um teorema, então *z*NTD— também o é.

Regra: Se *z*NTD*x* é um teorema e se *x*-ND*z* também é um teorema, então *z*NTD*x*- é um teorema.

Essas duas regras capturam a noção de *ausência de divisores*. Tudo o de que precisamos é dizer que os números primos são aqueles que não têm divisores até eles próprios menos 1:

REGRA: Se *z*-NTD*z* é um teorema, então P*z*- é um teorema.

Ah – não nos esqueçamos de que dois é um número primo:

AXIOMA: P--.

E aí está. O princípio da representação formal da condição de primo é o de que existe um teste de divisibilidade que pode ser efetuado sem que se tenha de voltar atrás. Segue-se um sentido constante e crescente, inicialmente testando a divisibilidade por 2, depois por 3 e assim por diante. É essa "monotonicidade" ou unidirecionalidade – essa ausência de cruzamentos entre aumento e diminuição, ou expansão e encurtamento – que permite a captura da condição de número primo. E é essa complexidade potencial dos sistemas formais – que envolve quantidades arbitrárias de interferências para frente e para trás – que é responsável por resultados limitativos como o Teorema de Gödel, o Problema da Parada de Turing e o fato de que nem todos os conjuntos correntemente enumeráveis são recorrentes.

Contracrostiponto

Aquiles foi visitar seu amigo e companheiro de corrida, a Tartaruga, em sua casa.

Aquiles: Há um grande número de bumerangues aqui. Você tem uma coleção admirável!

Tartaruga: Oh, não é nada. É igual à de qualquer outra tartaruga. Você não quer passar para a sala de visitas?

Aquiles: Fantástico. (*Dirige-se ao canto da sala.*) Vejo que você também tem uma grande coleção de discos. Que tipo de música prefere?

Tartaruga: Sebastian Bach não é mau, em minha opinião. Mas devo dizer que recentemente estou desenvolvendo um interesse cada vez maior por um tipo bastante especializado de música.

Aquiles: Traduza em palavras esse tipo de música.

Tartaruga: A música de que falo é de um tipo que você provavelmente nunca ouviu falar. Eu a chamo de "música para quebrar toca-discos".

Aquiles: Disse "quebrar toca-discos"? É um conceito curioso. Mal posso imaginá-lo de martelo na mão, destruindo toca-discos um após o outro, ao som da obra-prima heróica de Beethoven, *A vitória de Wellington*.

Tartaruga: Também não é assim. É outra coisa. No entanto, você poderia achar sua natureza verdadeira igualmente intrigante. Talvez eu devesse dar-lhe uma breve descrição.

Aquiles: Exatamente o que eu estava pensando.

Tartaruga: Relativamente poucas pessoas a conhecem bem. Tudo começou quando meu amigo o Caranguejo – aliás, você gostaria de encontrá-lo? – veio visitar-me.

Aquiles: Claro – seria um prazer conhecê-lo. Já ouvi falar muito dele, mas não o conheço.

Tartaruga: Oh! Bem, mais cedo ou mais tarde vocês se encontrarão. Vocês se darão muito bem. Talvez pudéssemos nos encontrar casualmente no parque um dia, nós três.

Aquiles: Naturalmente, seria bom! Vou ficar esperando. Mas você ia dizer-me da sua estranha "música para quebrar toca-discos", não é?

Tartaruga: Falando da música, oh! sim. Bem, um dia o Caranguejo veio visitar-me. Você sabe que ele sempre teve um fraco por aparelhos sofisticados e, naquela época, ele estava interessadíssimo, imagine você, em toca-discos. Ele tinha acabado de comprar seu primeiro toca-discos e, crédulo como é, acreditou em tudo o que o vendedor lhe dissera a respeito do equipamen-

to, e, em particular, em que ele era capaz de reproduzir todo e qualquer som. Em resumo, o Caranguejo estava convencido de que se tratava de um toca-discos Perfeito.

Aquiles: Evidentemente, suponho que você tenha discordado.

Tartaruga: Certamente, mas ele se recusava a ouvir-me. Teimosamente sustentava que todo e qualquer som podia ser reproduzido em sua máquina. Como eu não podia convencê-lo do contrário, deixei o assunto como estava. Mas não muito tempo depois, paguei a visita levando comigo um disco de música que eu mesmo compusera. A música se chamava "Eu não posso ser tocada no toca-discos 1".

Aquiles: Curioso esse disco. Você deu de presente ao Caranguejo?

Tartaruga: Isso mesmo. Sugeri que o escutássemos em seu novo fonógrafo e ele concordou com muito prazer, colocando-o na máquina. Mas, infelizmente, após apenas algumas notas, o toca-discos começou a vibrar fortemente e, com um forte "pop", despedaçou-se em um grande número de fragmentos diminutos, que se espalharam por toda a peça. Não é preciso dizer que o disco também ficou totalmente destruído.

Aquiles: Oh, que calamitosa ocorrência! E qual era o problema do toca-discos?

Tartaruga: Nenhum. Na verdade, não havia problema; nenhum mesmo. Simplesmente, ele não podia reproduzir os sons do disco que eu levara porque esses sons o fariam vibrar fortemente e quebrar-se.

Aquiles: O fato é estranho. Afinal, pensei que fosse um toca-discos perfeito. Foi isso o que o vendedor disse ao Caranguejo.

Tartaruga: Um deslize de sua parte, Aquiles, acreditar em tudo o que um vendedor lhe diz: você será tão ingênuo quanto o Caranguejo?

Aquiles: Ah, tanto assim, não! Sei que os vendedores são notórios mentirosos. Não nasci ontem!

Tartaruga: Cabe, então, acreditar que, nesse caso, esse vendedor em particular exagerara em algo, a qualidade do equipamento do Caranguejo... talvez ele fosse, na verdade, menos que perfeito e não pudesse reproduzir todo e qualquer som.

Aquiles: Realmente, essa é uma explicação. Mas não há explicação para a incrível coincidência de que seu disco contivesse exatamente esses sons...

Tartaruga: Ou talvez se eles estivessem deliberadamente impressos no disco. Veja bem; antes de pagar a visita do Caranguejo, fui à loja onde ele comprara o aparelho e perguntei a marca. De posse da informação, solicitei ao fabricante uma descrição de seu mecanismo. Tendo recebido a resposta, analisei toda a estrutura do toca-discos e descobri um certo conjunto de sons que, se produzidos em qualquer lugar próximo, faria com que ele vibrasse e terminasse por despedaçar-se.

Aquiles: Sério! Não precisa contar-me os últimos detalhes: você próprio gravou os tais sons e ofereceu o pérfido presente.

Tartaruga: Tenho que admiti-lo. Você se adiantou à história! Mas a aventura não terminou aí, de modo algum, pois o Caranguejo não acreditou que o

toca-discos tivesse falhado. Ele era muito teimoso. Voltou à loja e comprou outro toca-discos, ainda mais caro, e dessa vez o vendedor prometeu devolver-lhe o dinheiro em dobro caso o Caranguejo descobrisse um som que ele não pudesse reproduzir exatamente. O Caranguejo, então, falou-me excitado do novo modelo e eu prometi dar uma passada para vê-lo.

Aquiles: Isso, logicamente, o fez escrever novamente ao fabricante e compor e gravar uma outra música intitulada "Eu não posso ser tocada no toca-discos 2", com base na construção do novo modelo.

Tartaruga: Clara dedução, Aquiles. Você apreendeu bem o espírito da coisa.

Aquiles: Ora, mas o que aconteceu dessa vez?

Tartaruga: Bem, a mesmíssima coisa, como você poderia esperar. O toca-discos quebrou-se em inumeráveis pedaços e o disco também.

Aquiles: Imagino que o Caranguejo afinal tenha se convencido de que não existem toca-discos perfeitos.

Tartaruga: De maneira nenhuma, não foi isso que se deu. Ele estava certo de que o próximo modelo daria conta do recado e, como tinha o dobro do dinheiro, ele...

Aquiles: Ihh – tive uma idéia! Ele poderia facilmente ter sido mais esperto que você comprando um toca-discos de BAIXA fidelidade. Um que não fosse capaz de reproduzir os sons que pudessem destruí-lo. Desse modo, ele contornaria o problema.

Tartaruga: Realmente, isso não satisfaria o propósito original, ou seja, ter um toca-discos que pudesse reproduzir todo e qualquer som, mesmo o som que o levasse a quebrar-se, o que é, evidentemente, impossível.

Aquiles: Estranha situação. Estou percebendo o dilema. Se um toca-discos X tem suficiente alta fidelidade, quando ele tentar tocar a música "Eu não posso ser tocada no toca-discos X" provocará exatamente as vibrações que o farão quebrar-se... E, então, ele deixa de ser Perfeito. E, no entanto, a única maneira de contornar o problema, ou seja, que o toca-discos X fosse de baixa fidelidade, garante ainda mais diretamente que ele não é Perfeito. Parece que todo toca-discos é vulnerável a uma ou a outra dessas limitações e, por conseguinte, todos os toca-discos são defeituosos.

Tartaruga: Creio que não se deva chamá-los "defeituosos". Simplesmente, é um fato intrínseco aos toca-discos que eles não podem fazer tudo o que possamos esperar. Mas se existe algum defeito, não está NELES, mas sim nas expectativas a respeito do que eles possam fazer! E o Caranguejo estava cheio dessas expectativas irrealistas.

Aquiles: Impossível compadecer-me mais do Caranguejo. Alta fidelidade ou baixa fidelidade, ele perde sempre.

Tartaruga: Obviamente, o nosso joguinho prosseguiu por mais algumas rodadas e, com o tempo, nosso amigo tentou bancar o esperto. Descobriu o princípio em que eu baseava meus discos e resolveu tentar ser mais astuto que eu. Escreveu para o fabricante e descreveu um engenho de sua invenção, que foi produzido segundo as especificações. Ele o denominou "Toca-Dis-

cos Ômega". Era consideravelmente mais sofisticado que um toca-discos comum.

Aquiles: Não me diga. Deixe-me tentar de novo: não tinha partes móveis? ou era feito de algodão? Ou...

Tartaruga: Acho melhor contar. Para economizar tempo. Em primeiro lugar, o Toca-Discos Ômega tinha uma câmera de televisão cujo propósito era o de analisar cada disco antes de tocá-lo. A câmera estava acoplada a um pequeno computador embutido, que determinaria exatamente a natureza dos sons, examinando os padrões dos sulcos.

Aquiles: Lindo. Mas, diga-me, o que é que o Toca-Discos Ômega podia fazer com essa informação?

Tartaruga: Seu pequeno computador, por meio de cálculos elaborados, estabelecia os efeitos que os sons produziriam sobre o toca-discos. Se ele deduzisse que os sons eram tais que fariam com que a máquina, em sua configuração vigente, se quebrasse, então ele faria uma coisa muito hábil. O Ômega continha um mecanismo que podia desarticular as peças maiores da subunidade fonográfica e rearranjá-las de outras maneiras, de modo que, na verdade, ele podia modificar sua própria estrutura. Se os sons fossem "perigosos", seria escolhida uma nova configuração que os sons não ameaçariam e essa nova configuração seria então armada pela subunidade reconstrutora, sob a orientação do pequeno computador. Somente após essa operação de reconstrução o Toca-Discos Ômega tentaria tocar o disco.

Aquiles: Oh! Isso deve ter representado o fim dos seus truques. Aposto que você ficou um pouco desapontado.

Tartaruga: Bom, você pode pensar o que quiser, mas acho que você não conhece o Teorema da Incompletitude de Gödel de trás para a frente, conhece?

Aquiles: Raios! Teorema de QUEM? E ainda de trás para a frente! Nunca ouvi falar de nada parecido. Deve ser algo fascinante, mas eu prefiro que você continue falando da "música para quebrar discos". É uma historinha divertida. Aliás, acho que posso antecipar o final. Obviamente, não havia sentido em continuar e você, encabulado, reconheceu a derrota e isso põe fim a história, não é mesmo?

Tartaruga: Ei! Já é quase meia-noite! Hora de dormir. Adoraria conversar mais, mas, francamente, estou ficando com sono.

Aquiles: Igualmente. Bem, já vou indo. (*Ao encaminhar-se para a porta, pára bruscamente e volta-se.*) Oh, que tolice! Quase ia-me esquecendo. Trouxe-lhe um presentinho. Tome. *(Dá à Tartaruga um pequeno pacote, finamente embrulhado.)*

Tartaruga: Não precisava ter-se dado ao trabalho! Muito obrigado. Vou abri-lo agora mesmo. *(Rasga o embrulho, excitado, e encontra em seu interior uma taça de cristal.)* Oh, que taça fina! Você sabia que eu sou um particular admirador de taças?

Aquiles: Verdade? Não tinha a menor idéia. Que coincidência feliz!

Tartaruga: Exato, e se você souber manter um segredo, eu lhe confessarei algo: estou tentando encontrar uma taça Perfeita: uma que não tenha defeito algum, de tipo algum em sua forma. Não seria maravilhoso se esta aqui – chamemo-la "G" – fosse a taça Perfeita? Diga-me, onde você encontrou a taça G?

Aquiles: Realmente. Sinto muito, mas esse é o MEU segredo. Mas talvez você gostasse de saber a quem ela pertencia.

Tartaruga: Teria o maior prazer, por favor, diga-me a quem.

Aquiles: Escutou falar do famoso "soprador de vidro" Johann Sebastian Bach? Bem, ele não era exatamente famoso como soprador de vidro, uma vez que se dedicava a esta arte de forma amadorística.

Tartaruga: Não me venha com histórias. Imagine. Se ela realmente foi feita por ele, seu valor é inestimável. Mas como é que você tem certeza?

Aquiles: Deixe-me mostrar-lhe, leia as inscrições gravadas em seu interior, as letras: 'B', 'A', 'C' e 'H'.

Tartaruga: Oh, sim! Que coisa extraordinária!*(Cuidadosamente repousa a taça G em uma prateleira.)* A propósito, sabia que cada uma das letras do nome de Bach é o nome de uma nota musical?

Aquiles: 'Impossível', sou obrigado a dizer, 'B', 'A' e 'C', sim, mas 'H' não. Afinal, as notas musicais, vão de "dó" a "si" e nos países anglo-saxões de 'A' a 'G', começando por lá.

Tartaruga: Justamente na Alemanha, terra do próprio Bach, adota-se a mesma convenção, mas, ao contrário da maioria dos países, o que chamamos 'si', ou 'B', eles chamam 'H' e o que chamamos 'si bemol' eles chamam 'B'. Por exemplo, quando nós falamos da "Missa em si menor" de Bach, eles falam da "H-moll Messe". Está claro?

Aquiles: ...hmm... Acho que sim. É um pouco confuso: H é si e B é si bemol. Se é assim, então o nome de Bach constitui uma melodia.

Tartaruga: Sim, por estranho que pareça. Na verdade, ele colocou sutilmente essa melodia em uma de suas peças mais elaboradas – *O contraponto,* final da *Arte da fuga.* Foi a última fuga que Bach compôs. Quando eu a ouvi pela primeira vez, não tinha idéia de como terminaria. De repente, sem aviso, ela se interrompeu ... e faz-se um silêncio mortal. Percebi imediatamente que foi nesse ponto que Bach morreu. É um momento indescritivelmente triste e o efeito que produziu em mim foi... estremecedor. Em todo caso, B-A-C-H é o último tema dessa fuga. Está escondido na música. Bach não o assinalou explicitamente, mas depois que você sabe, não é difícil encontrá-lo. Ah... há tantas maneiras inteligentes de esconder coisas na música...

Aquiles: ...ou em poemas. Os poetas costumavam fazer coisas semelhantes (embora, hoje em dia, isso esteja fora de moda). Lewis Carroll, por exemplo, muitas vezes ocultava palavras e nomes nas primeiras letras dos versos dos poemas que escrevia. Os poemas que ocultam mensagens assim são chamados "acrósticos".

FIGURA 19. A última página da Arte da fuga, *de Bach. No manuscrito original, composto à mão pelo filho de Bach, Carl Philipp Emanuel, está escrito: "N. B. No curso desta fuga, no ponto em que o nome B.A.C.H. foi incluído como contratema, o compositor faleceu". (O nome B-A-C-H está assinalado no retângulo.) Deixei que esta última página da última fuga de Bach servisse como epitáfio (Música impressa pelo programa SMUT, de Donald Byrd, desenvolvido na Universidade de Indiana)*

Tartaruga: Bach também escreveu acrósticos ocasionais, o que não chega a surpreender. Afinal de contas, o contraponto e o acróstico, com seus níveis de significado oculto, têm muito em comum. Todavia, a maioria dos acrósticos tem apenas um nível oculto – mas não há razão para que não se possa fazer um acróstico de dois níveis – um acróstico superposto a outro. Ou ainda um "contracróstico" – em que as primeiras letras, tomadas na ordem inversa, formam uma mensagem. Talvez mesmo em uma outra língua. Céus! Não há limites para as possibilidades inerentes à forma. Além disso, elas não estão limitadas aos poetas; qualquer pessoa pode escrever acrósticos – até mesmo um dialógico.

Aquiles: Acho que não ouvi bem. Um dia lógico?

Tartaruga: Correção. Disse "dialógico", o que significa aquele que escreve o diálogo, lógico. Hmm... acaba de ocorrer-me algo. Na hipótese implausível de que um dialógico escrevesse um acróstico contrapontual em homenagem a J. S. Bach, você acha que seria mais apropriado que ele inscrevesse no acróstico SEU PRÓPRIO nome ou o de Bach? Mas, ora, para que me preocupar com essas coisas frívolas? Quem quiser escrever esse texto que tome sua própria decisão. Mas voltando ao nome melódico de Bach, você sabia que a melodia B-A-C-H tocada de cabeça para baixo e de trás para a frente é exatamente igual ao original?

Aquiles: Há como tocar alguma coisa de cabeça para baixo? De trás para a frente é fácil – H-C-A-B – mas de cabeça para baixo? Você deve estar brincando.

Tartaruga: 'tou brincando, nada. Você é que é um cético. Acho que tenho de dar uma demonstração. Deixe-me ir buscar meu violino – *(Dirige-se ao quarto contíguo e retorna em um átimo com um violino de aparência antiga.)* – e tocar para você para frente, para trás e de todas as outras maneiras. Vejamos agora... *(Coloca a partitura da* Arte da fuga *no cavalete e abre-a na última página.)* ...Aqui está o último *Contraponto* e aqui está o último tema...

A Tartaruga começa a tocar: B-A-C-   – mas quando soa a última nota, de repente, sem qualquer aviso, um som estremecedor interrompe bruscamente a audição. Ela e Aquiles voltam-se apenas a tempo de ver em um relance miríades de fragmentos de cristal tinindo a caminho do chão a partir da prateleira onde a taça G estava um momento atrás ... e fez-se um silêncio mortal.

CAPÍTULO IV

Coerência, completitude e geometria

Significado implícito e explícito

No capítulo II, vimos como o significado – pelo menos no contexto relativamente simples dos sistemas formais – surge quando há um isomorfismo entre símbolos comandados por regras e coisas do mundo real. Em geral, quanto mais complexo o isomorfismo, maior será a quantidade de "equipamento" – tanto *hardware* quanto *software* – requerida para extrair o significado dos símbolos. Se o isomorfismo é muito simples (ou muito familiar), temos a tentação de dizer que o significado que ele nos permite ver é explícito. Vemos o significado sem ver o isomorfismo. O exemplo mais flagrante é o da língua humana, no qual as pessoas freqüentemente atribuem significado às palavras em si mesmas, sem se aperceberem, sequer minimamente, do "isomorfismo" muito complexo que as dota de significado. Este é um erro fácil de cometer: o de atribuir todo o significado ao *objeto* (a palavra) e não à ligação entre esse objeto e o mundo real. Isso pode ser comparado à crença ingênua de que o barulho é um efeito colateral necessário de qualquer colisão entre dois objetos. Essa é uma crença falsa; se dois objetos colidem no vácuo, não há barulho algum. Aqui, também, o erro resulta da atribuição do barulho exclusivamente à *colisão* e do não-reconhecimento do papel do *meio* que o transporta dos objetos ao ouvido.

Usei há pouco a palavra "isomorfismo" entre aspas para indicar que ela deve ser vista com certos cuidados. Os processos simbólicos subjacentes à compreensão da linguagem humana são tão mais complexos que os processos simbólicos dos sistemas formais típicos que, se quisermos continuar a pensar no significado como algo mediado por isomorfismo, teremos de adotar uma concepção bastante mais flexível desse termo do que aquela que adotamos até agora. Com efeito, em minha opinião, o elemento-chave para responder à pergunta "O que é a consciência?" é a dissecação da natureza do "isomorfismo" subjacente ao significado.

Significado explícito do *Contracrostiponto*

Tudo isso é uma preparação para a discussão do *Contracrostiponto* – é um estudo sobre os níveis do significado. O Diálogo tem significados explícitos e implícitos. O significado mais explícito é simplesmente a história relatada. Este significado "explícito" é, estritamente falando, extremamente implí-

cito, no sentido de que os processos mentais requeridos para a compreensão dos fatos da história, dadas apenas as marcas negras sobre o papel, são incrivelmente complexos. Contudo, consideramos os fatos da história como o significado explícito do diálogo e supomos que todo e qualquer leitor usa mais ou menos o mesmo "isomorfismo" para extrair esse significado das marcas sobre o papel.

Mesmo assim, gostaria de ser um pouco mais explícito a respeito do significado explícito da história. Em primeiro lugar, falarei sobre os toca-discos e os discos. O ponto principal é o de que há dois níveis de significado para os sulcos dos discos. O Nível Um é o da música. Mas que "música" – uma seqüência de vibrações no ar, ou uma sucessão de reações emocionais no cérebro? Na verdade, ambas as coisas. Mas antes que possa haver reações emocionais tem de haver vibrações. Ora, as vibrações são "extraídas" dos sulcos por meio de um toca-discos, em um engenho relativamente simples; com efeito, o resultado pode ser obtido com a pressão de um alfinete sobre os sulcos. Após esse estágio, o ouvido converte as vibrações em impulsos nos neurônios auditivos do cérebro, que gradualmente transforma as vibrações em um padrão complexo de reações emocionais interagentes – demasiado complexo para que o consideremos aqui, embora eu desejasse fazê-lo. Contentemo-nos portanto em pensar nos sons do ar com o significado de "Nível Um" dos sulcos.

Qual é o significado de Nível Dois dos sulcos? É a sucessão de vibrações induzida no toca-discos. Esse significado só pode surgir depois que o significado de Nível Um tenha sido extraído dos sulcos, uma vez que as vibrações do ar causam as vibrações do toca-discos. Por conseguinte, o significado de Nível Dois depende de uma cadeia de *dois* isomorfismos:

(1) isomorfismo entre padrões arbitrários de sulcos e vibrações do ar;
(2) isomorfismo entre vibrações arbitrárias do ar e vibrações do toca-discos.

Essa cadeia de dois isomorfismos é descrita na figura 20. Observe que o isomorfismo 1 é o que dá origem ao significado de Nível Um. O significado de Nível Dois é mais implícito que o de Nível Um porque é mediado pela cadeia de dois isomorfismos. É o significado de Nível Dois que "sai pela culatra", causando a quebra do toca-discos. O ponto de interesse é de que a produção do significado de Nível Um força a produção do significado de Nível Dois simultaneamente – não há maneira de obter o Nível Um sem o Nível Dois. Assim, foi o significado implícito do disco que se voltou contra ele e o destruiu.

Comentários similares aplicam-se à taça. Uma diferença consiste em que a superposição de letras do alfabeto a notas musicais é mais um nível de isomorfismo, o qual denominamos "transcrição". A isso segue-se a "tradução" – conversão de notas musicais em sons musicais. Depois disso, as vibrações atuam sobre a taça do mesmo modo como atuavam sobre a série de toca-discos.

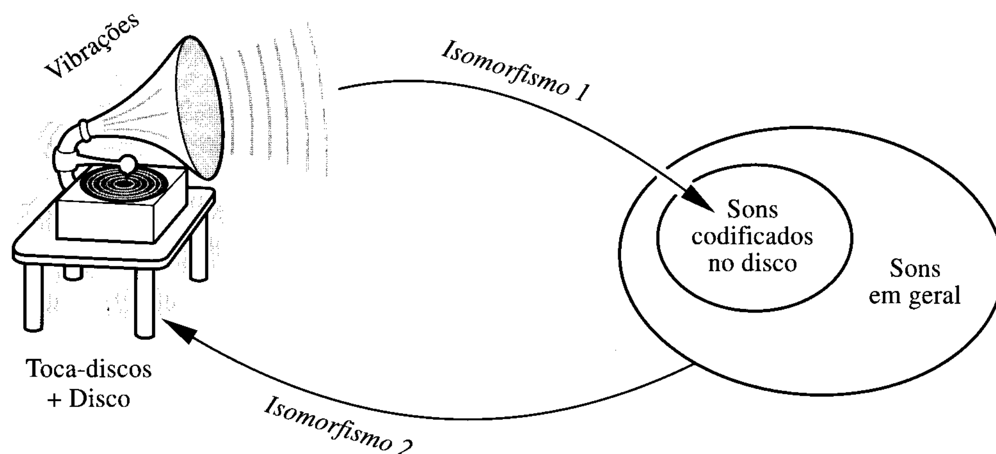


FIGURA 20. Apresentação visual do princípio subjacente ao Teorema de Gödel: duas superposições consecutivas que têm um efeito bumerangue inesperado. A primeira vai dos padrões dos sulcos aos sons, levada a efeito pelo toca-discos. A segunda, familiar, mas geralmente ignorada, vai dos sons para as vibrações do toca-discos. Observe que a segunda superposição existe independentemente da primeira, uma vez que qualquer som no espaço imediato, e não só aqueles produzidos pelo próprio toca-discos, causará tais vibrações. A paráfrase do Teorema de Gödel diz que para qualquer toca-discos existem discos que ele não pode tocar, porque eles causarão sua autodestruição indireta [*Desenho do autor*]

Significados implícitos do *Contracrostiponto*

E quanto aos significados implícitos do diálogo? (Sim, ele tem mais de um.) O mais simples deles já foi assinalado nos parágrafos precedentes – qual seja, o de que os fatos das duas metades do diálogo são aproximadamente isomórficos entre si: o toca-discos transforma-se em violino, a tartaruga transforma-se em Aquiles, o Caranguejo transforma-se em Tartaruga, os sulcos transformam-se em autógrafo gravado, etc. Tendo percebido esse isomorfismo simples, você pode avançar um pouco mais. Observe que na primeira metade da história a Tartaruga perpetra todos os males, enquanto na segunda é a vítima. Seu próprio método, veja você, voltou-se contra ela! Reminiscência do efeito contrário da música do disco – ou da inscrição da taça – ou, talvez, da coleção de bumerangues da Tartaruga? Sim, senhor. A história é sobre "tiros pela culatra" em dois níveis, da seguinte maneira:

Nível Um:	Taças e discos que "saem pela culatra";
Nível Dois:	O método diabólico da Tartaruga para explorar o significado implícito com o objetivo de provocar tiros pela culatra – o qual sai pela culatra.

Portanto, podemos até mesmo fazer um isomorfismo entre os dois níveis da história, no qual igualamos a maneira pela qual os discos e a taça agem como bumerangues e se destroem com a maneira pela qual o próprio método perverso da Tartaruga age como bumerangues contra ela ao final. Vista dessa maneira, a própria história é um exemplo dos tiros pela culatra que ela discute. Portanto, podemos dizer que o *Contracrostiponto* se refere indiretamente a si mesmo, na medida em que sua própria estrutura é isomórfica em relação aos fatos que descreve. (Exatamente do mesmo modo com que a taça e os discos se referem implicitamente a si próprios por meio dos isomorfismos consecutivos de tocar e causar vibrações.) Evidentemente, o diálogo pode ser lido sem que esse fato seja percebido – mas ele está lá o tempo todo.

Superposição entre o *Contracrostiponto* e o Teorema de Gödel

Você pode estar um pouco tonto – mas o melhor ainda está por vir. (Na verdade, alguns níveis de significado implícito sequer serão discutidos aqui – serão deixados para que você os extraia.) A razão mais profunda do diálogo é a de ilustrar o Teorema de Gödel, o qual, como eu disse na "Introdução", baseia-se fortemente em dois níveis diferentes de significado de afirmações da teoria dos números. Cada uma das duas metades do *Contracrostiponto* é uma "cópia isomórfica" do Teorema de Gödel. Como essa superposição é a idéia fundamental do diálogo, e como é bastante elaborada, preparei com cuidado a tabela a seguir:

toca-discos	⇐ ⇒	sistema axiomático para a teoria dos números
toca-discos de baixa fidelidade	⇐ ⇒	sistema axiomático "fraco"
toca-discos "Perfeito"	⇐ ⇒	sistema completo para a teoria dos números
"esquema" do toca-discos	⇐ ⇒	axiomas e regras de um sistema formal
disco	⇐ ⇒	cadeia do sistema formal
disco que pode ser tocado	⇐ ⇒	teorema do sistema axiomático
disco que não pode ser tocado	⇐ ⇒	não-teorema do sistema axiomático
som	⇐ ⇒	afirmação verdadeira da teoria dos números
som que pode ser reproduzido	⇐ ⇒	teorema interpretado do sistema
som que não pode ser reproduzido	⇐ ⇒	afirmação verdadeira que não é um teorema
título da música: "Eu não posso ser tocada no toca-discos X"	⇐ ⇒	significado implícito da cadeia de Gödel: "Eu não posso ser derivada no sistema formal X"

Isso não esgota o isomorfismo entre o Teorema de Gödel e o *Contracrostiponto*, mas constitui o seu cerne. Você não deve preocupar-se se não apreendeu integralmente o Teorema de Gödel até aqui – alguns capítulos ainda terão

de transcorrer até que cheguemos a isso; todavia, já tendo lido o diálogo, você já terá degustado um pouco do sabor do teorema sem ter, necessariamente, consciência disso. Deixo agora a você a tarefa de buscar quaisquer outros tipos de significado implícito no *Contracrostiponto*. "Quaerendo invenietis!"

A arte da fuga

Algumas palavras sobre a *Arte da fuga*... Composta no último ano de vida de Bach, é uma coleção de dezoito fugas, todas baseadas em um mesmo tema. Compor a *Oferenda musical* foi, aparentemente, uma fonte de inspiração para Bach. Ele decidiu compor um outro conjunto de fugas sobre um tema muito mais simples, para demonstrar a gama de possibilidades inerente à forma. Na *Arte da fuga*, Bach usa um tema muito simples das maneiras mais complexas possíveis. A obra como um todo fica em um só tom. Em sua maioria, as fugas têm quatro vozes e ganham gradualmente em complexidade e em profundidade de expressão. Próximo ao final, elas alcançam níveis de complexidade tais que se chega a suspeitar que o autor não consiga sustentá-los. No entanto, ele o faz... até o último *Contraponto*.

As circunstâncias que causaram a interrupção da *Arte da fuga* (vale dizer, da vida de Bach) são as seguintes: como sua visão o incomodasse há anos, Bach queria submeter-se a uma operação. Ela foi realizada; seu resultado, contudo, foi bastante sofrível e, como conseqüência, ele ficou cego durante a maior parte de seu último ano de vida. Todavia, isso não o impediu de trabalhar vigorosamente em seu projeto monumental. Seu objetivo era o de construir uma exposição completa das virtualidades da fuga e o uso de temas múltiplos era uma faceta importante de seu projeto. No que ele planejara ser a penúltima fuga, inscreveu seu próprio nome, codificado em notas, como o terceiro tema. No entanto, ao realizar esse ato, sua saúde tornou-se tão precária que ele se viu forçado a abandonar o projeto que tanto o absorvia. Doente, logrou ditar a seu genro um prelúdio coral final, a respeito do qual o biógrafo de Bach, Forkel, escreveu: "Sua forma piedosa de resignação e sua devoção religiosa sempre me afetam quando eu o ouço; de tal maneira que posso dizer com toda sinceridade que preferia não ter conhecido nem esse coral nem o final da última fuga".

Um dia, sem razão aparente, Bach recobrou a visão. Mas poucas horas depois, sofreu um ataque: e dez dias mais tarde morreu, deixando os demais a especular sobre o inacabamento da *Arte da fuga*. Poderia isso ter ocorrido em razão de Bach haver atingido a auto-referência?

Problemas causados pelo resultado de Gödel

A Tartaruga diz que não há um toca-discos suficientemente poderoso para ser perfeito, no sentido de ser capaz de reproduzir todos os sons possíveis de um disco. Gödel diz que não há um sistema formal suficientemente poderoso

para ser perfeito, no sentido de reproduzir toda e qualquer afirmação verdadeira como um teorema. Mas, assim como assinalado pela Tartaruga com relação ao toca-discos, esse fato apenas parece ser um defeito se você tiver expectativas irrealistas a respeito do que os sistemas formais devem ser capazes de fazer. Entretanto, os matemáticos entraram neste século exatamente com essas expectativas irrealistas, pensando que o raciocínio axiomático fosse a cura de todos os males. Descobriram o contrário em 1931. O fato de que a verdade transcende a teoremidade, em qualquer sistema formal, é denominado "incompletitude" de tal sistema.

Um fato extremamente intrigante do método de demonstração de Gödel é o de que ele emprega métodos de raciocínio que, aparentemente, não podem ser "encapsulados" – resistem à incorporação em qualquer sistema formal. Assim, à primeira vista, parece que Gödel descobriu uma diferença até aqui desconhecida, mas profundamente significativa, entre o raciocínio humano e o raciocínio mecânico. Essa discrepância entre o poder dos sistemas vivos e não-vivos reflete-se na discrepância entre a noção de verdade e a de teoremidade ... ou, pelo menos, essa é uma maneira "romântica" de encarar a situação.

O sistema mg modificado e a incoerência

Para examinar a situação de maneira mais realista, é necessário ver com maior profundidade por que e como o significado é mediado, nos sistemas formais, por isomorfismos. E acredito que isso leva a uma maneira ainda mais romântica de encarar a situação. Assim, passaremos agora a investigar alguns aspectos ulteriores da relação entre significado e forma. Nosso primeiro passo é fazer um novo sistema formal, modificando o nosso velho amigo, o sistema mg, muito ligeiramente. Acrescentamos-lhe mais um sistema axiomático (retendo o original, assim como a única regra de inferência):

ESQUEMA AXIOMÁTICO II: Se *x* é cadeia-hífen, então *x*m-g*x* é um axioma.

Claramente, então, --m-g-- é um teorema no novo sistema, assim como --m--g---. E, no entanto, suas interpretações são, respectivamente, "2 mais 1 é igual a 2" e "2 mais 2 é igual a 3". Pode-se ver que nosso novo sistema conterá muitas afirmações falsas (se se considerarem as cadeias como afirmações). Portanto, nosso novo sistema será *incoerente com o mundo exterior*.

Como se isso não fosse ruim o bastante, também temos problemas *internos* com nosso sistema, uma vez que ele contém afirmações que estão em desacordo entre si, tais como -m-g-- (um axioma antigo) e -m-g- (um axioma novo). Assim, nosso novo sistema é incoerente em um segundo sentido: internamente.

Seria verdade, por conseguinte, que a única coisa razoável a fazer neste ponto seria abandonar esse novo sistema? Dificilmente. Apresentei deliberadamente essas "incoerências" de maneira atabalhoada: ou seja, tentei apresentar argumentos vagos do modo mais firme possível, com o propósito de induzir em erro. Com

efeito, você pode perfeitamente ter detectado as falácias contidas no que eu disse. A falácia principal está em que adotei, sem questionamento, para o novo sistema as mesmas palavras interpretativas usadas com relação ao antigo. Lembre-se de que havia apenas uma razão para adotar aquelas palavras no último capítulo e essa razão era a de que os *símbolos agiam isomorficamente com relação aos conceitos* com os quais se equiparavam por meio de interpretação. Mas quando se modificam as regras que governam o sistema, o isomorfismo tende a sofrer as conseqüências. Isso simplesmente não pode ser evitado. Assim, todos os problemas de que nos lamentamos nos parágrafos precedentes eram problemas falsos; eles desaparecem instantaneamente por meio da *reinterpretação adequada de alguns dos símbolos do sistema*. Observe que eu disse "alguns"; nem todos os símbolos terão novas noções atribuídas. Alguns poderão perfeitamente reter seus "significados", enquanto outros se modificarão.

A recuperação da coerência

Suponha, por exemplo, que reinterpretemos apenas o símbolo g, deixando constantes todos os demais; em particular interpretamos g como a expressão "é maior que ou igual a". Agora, nossos teoremas "contraditórios" -m-g- e -m-g-- transformam-se inofensivamente em: "1 mais 1 é maior ou igual a 1" e "1 mais 1 é maior ou igual a 2". Livramo-nos simultaneamente (1) da incoerência com o mundo exterior e (2) da incoerência interna. E nossa nova interpretação é *significativa*; evidentemente a interpretação original é *não-significativa*. Ou seja, é não-significativa para o *novo sistema*; para o sistema mg original ela é adequada. Mas agora sua aplicação ao novo sistema mg parece tão arbitrária e despropositada quanto o era a interpretação "cavalo-maçã-feliz" para o antigo sistema mg.

A história da geometria euclidiana

Embora eu tenha tentado apanhá-lo com a guarda baixa e surpreendê-lo um pouco, essa lição a respeito de como interpretar símbolos por meio de palavras pode não parecer extraordinariamente difícil se você apreender seu sentido. De fato, não o é. Contudo, é uma das lições mais profundas de toda a matemática do século XIX! Tudo começou com Euclides, que, por volta do ano 300 a. C., compilou e sistematizou tudo o que se sabia a respeito da geometria do plano e dos sólidos, em seus dias. A obra resultante, *Elementos*, de Euclides, era tão sólida que se tornou virtualmente a bíblia da geometria por mais de dois mil anos – um dos trabalhos mais duradouros de todos os tempos. Por que foi assim?

A razão principal é a de que Euclides foi o fundador do rigor na matemática. Os elementos começavam com conceitos e definições muito simples e gradualmente construíam um vasto conjunto de resultados, organizado de tal modo que qualquer resultado determinado dependia unicamente de resul-

tados anteriores. Havia um plano definido na obra, uma arquitetura que a tornava forte e firme.

Todavia, tal arquitetura era de um tipo diferente da de um arranha-céu, por exemplo (ver figura 21). No último caso, o fato de que o arranha-céu fique em pé é prova suficiente de que seus elementos estruturais são adequados. Mas em um livro de geometria, quando se afirma que cada posição se segue logicamente das posições anteriores, não ocorrerá nenhum desastre visível se uma das demonstrações for inválida. As vigas e as colunas não são físicas, mas sim abstratas. Com efeito, nos *Elementos,* de Euclides, o material com que foram construídas as demonstrações foi a linguagem humana – esse meio de comunicação escorregadio e enganador, com tantas armadilhas escondidas. Que dizer, então, da força arquitetônica dos *Elementos*? É certo que ela se apóia em elementos estruturais sólidos, ou poderia conter debilidades estruturais?

Toda palavra que usamos tem para nós um significado que nos guia no uso que lhe damos. Quanto mais comum a palavra, mais associações temos com ela e mais são profundas as raízes de seu significado. Por conseguinte, quando alguém dá uma definição para uma palavra comum, na esperança de que nos atenhamos a ela, é fácil concluir que não o faremos, pois continuaremos a nos orientar, de maneira substancialmente inconsciente, pelo que nossas mentes encontram em seus depósitos associativos. Menciono esse fato por ser ele representativo dos problemas que Euclides criou em seu *Elementos* ao tentar dar definições a palavras e expressões comuns e correntes, como "ponto", "linha reta", "círculo" e assim por diante. Como definir algo de que todo mundo já tem um conceito claro? A única maneira é tratar de deixar claro que a sua palavra deve ser vista como um termo técnico e não deve ser confundida com a palavra de uso corrente que se escreve da mesma maneira. Você tem de ressaltar que a ligação com a palavra corrente é apenas sugestiva. Bem, Euclides não agiu assim, por achar que os pontos e as linhas de seu *Elementos* eram efetivamente os pontos e as linhas do mundo real. Assim, ao não garantir que todas as associações fossem afastadas, Euclides estava convidando os leitores a deixar seus poderes de associação atuarem livremente...

Isso soa quase como anárquico e é um pouco injusto com Euclides. Ele, na verdade, estabeleceu axiomas, ou postulados, que deveriam ser usados nas demonstrações de proposições. De fato, nada além desses axiomas e postulados deveria ser usado. Mas esse foi o seu deslize, pois uma conseqüência inevitável de uso de palavras correntes foi a de que algumas das imagens consagradas por essas palavras incrustaram-se nas demonstrações que ele criou. No entanto, ao ler as demonstrações de *Elementos*, não espere encontrar, de modo algum, "saltos" flagrantes no raciocínio. Ao contrário, eles são muitos sutis, pois Euclides era um pensador penetrante e não cometeria erros simplórios. Todavia, existem falhas que criam ligeiras imperfeições em uma obra clássica. Mas isso não deve ser lamentado. Devemos apenas apreender a diferença de rigor absoluto e rigor relativo. A longo prazo, a falta de rigor absoluto de Euclides

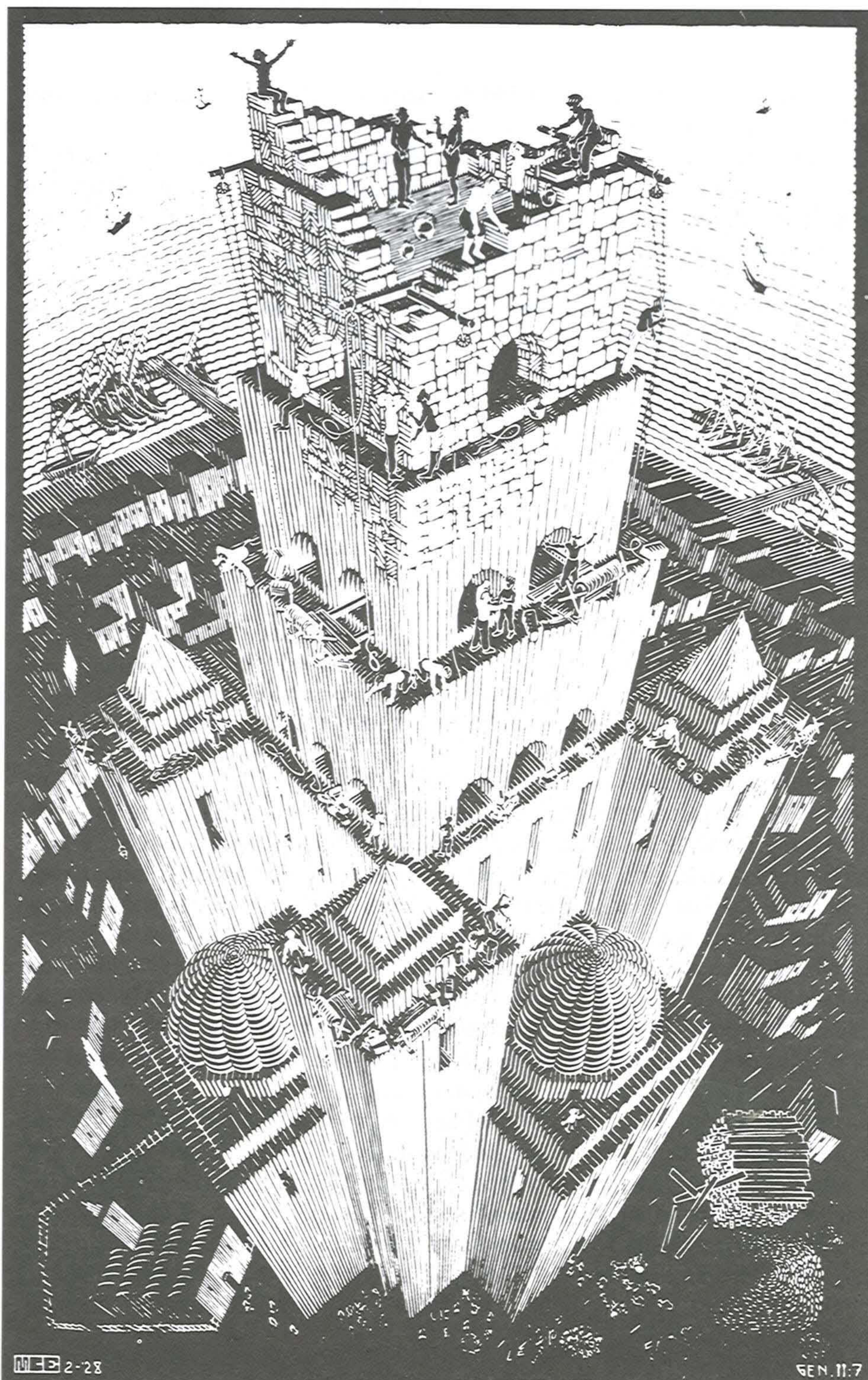


FIGURA 21. Tower of Babel (Torre de Babel), *por M. C. Escher (xilogravura, 1928)*

foi a causa de algumas das mais férteis aberturas na matemática, mais de dois mil anos depois que ele escreveu sua obra.

Euclides propôs cinco postulados a serem usados como o "andar térreo" do arranha-céu infinito da geometria, do qual seu *Elementos* constituía apenas as primeiras centenas de andares. Os primeiros quatro postulados são bastante concisos e elegantes:

(1) Pode-se traçar um segmento de linha reta unindo-se dois pontos quaisquer.
(2) Qualquer segmento de linha reta pode ser estendido indefinidamente em uma linha reta.
(3) Dado qualquer segmento de linha reta, pode-se traçar um círculo tendo o segmento como raio e um de seus pontos extremos como centro.
(4) Todos os ângulos retos são congruentes.

O quinto, contudo, não tem a mesma leveza:

(5) Se se traçam duas linhas que cortam uma terceira de tal maneira que a soma dos ângulos internos de um dos lados é menor que dois ângulos retos, então as duas linhas se encontrarão necessariamente nesse lado, desde que se estendam o suficiente.

Embora nunca se tenha dito explicitamente, Euclides considerava este postulado algo inferior aos demais, pois logrou evitar usá-lo nas demonstrações das primeiras vinte e oito proposições. Desse modo, as primeiras vinte e oito proposições pertencem ao que poderia ser chamado de "geometria de quatro postulados" – a parte da geometria que pode ser derivada com base nos primeiros quatro postulados dos *Elementos*, sem a ajuda do quinto postulado. (É também freqüentemente denominada geometria absoluta.) Certamente, Euclides teria achado preferível demonstrar esse "patinho feio" a ter de supô-lo. Mas ele não encontrou a demonstração, e, por conseguinte, adotou-o.

Mas os discípulos de Euclides tampouco gostariam da idéia de ter de supor esse quinto postulado. No curso dos séculos, um sem-número de pessoas passou um sem-número de anos tentando provar que o quinto postulado era, em si mesmo, parte da geometria de quatro postulados. Até 1763, pelo menos vinte e oito demonstrações diferentes haviam sido publicadas – todas erradas! (Todas foram criticadas na dissertação de um certo G. S. Klügel.) Todas essas demonstrações erradas envolviam uma confusão entre a intuição cotidiana e propriedades estritamente formais. É pacífico dizer que, hoje em dia, praticamente nenhuma dessas "demonstrações" apresenta qualquer interesse matemático ou histórico – mas há certas exceções.

As múltiplas faces de Nãoeuclides

Girolamo Saccheri (1667-1733) viveu por volta do tempo de Bach. Tinha por ambição libertar Euclides de toda falha. Com base em alguns trabalhos anteriores que fizera sobre lógica, decidiu tentar um enfoque novo para a demonstração do famoso quinto: considere que você *supõe o seu oposto*; trabalhe, então, com isso como seu quinto postulado... Certamente, após certo tempo, você criará uma contradição. Uma vez que nenhum sistema matemático pode abrigar uma contradição, você terá demonstrado a impropriedade de seu próprio quinto postulado e, em conseqüência, a propriedade do quinto postulado de Euclides. Não é preciso entrar em detalhes aqui. Basta dizer que, com grande habilidade, Saccheri elaborou proposição após proposição da "geometria saccheriana" e se cansou. Em determinado ponto, decidiu haver encontrado uma proposição que era "contrária à natureza da linha reta". Isso era o que ele esperava – para ele, tratava-se da tão buscada contradição. Nesse ponto ele publicou sua obra sob o título *Euclides livre de toda falha* e em seguida expirou.

Mas, assim procedendo, Saccheri privou-se da glória póstuma, pois, involuntariamente, ele havia descoberto o que posteriormente se tornou conhecido como "geometria hiperbólica". Cinqüenta anos depois, J. H. Lambert repetiu o "quase-acerto" ficando, dessa vez, ainda mais próximo, se possível. Finalmente, quarenta anos depois de Lambert e noventa anos depois de Saccheri, a *geometria não-euclidiana* foi reconhecida pelo que era – um ramo novo e autêntico da geometria, uma bifurcação na corrente até então única da matemática. Em 1823, a geometria não-euclidiana foi descoberta simultaneamente, em uma dessas coincidências inexplicáveis, por um matemático húngaro, János (ou Johann) Bolyai, de vinte e um anos de idade, e por um matemático russo, Nikolay Lobachevskiy, de trinta anos. E, ironicamente, nesse mesmo ano, o grande matemático francês Adrien-Marie Legendre apresentou o que ele estava certo de ser a demonstração do quinto postulado de Euclides, em linhas muito semelhantes às de Saccheri.

A propósito, o pai de Bolyai, Farkas (ou Wolfgang) Bolyai, amigo íntimo do grande Gauss, dedicou ingentes esforços à tentativa de demonstrar o quinto postulado de Euclides. Em uma carta a seu filho János, ele tentou dissuadi-lo de pensar a respeito de matérias como essa:

> Você não deve tentar esse enfoque para as paralelas. Conheço esse caminho até o fim. Atravessei esta noite infinda que extinguiu toda a luz e a alegria de minha vida. Suplico-lhe que abandone a ciência das paralelas. [...] Pensei sacrificar-me em benefício da verdade. Estava pronto a tornar-me um mártir que eliminasse a falha da geometria e a devolvesse purificada à humanidade. Realizei labores enormes e monstruosos; minhas criações são incomparavelmente melhores que as de outros, mas nem assim alcancei a satisfação completa. Pois, nesse caso, é verdade que *si paullum a summo discessit, vergit ad imum*. Voltei para trás quando percebi que ninguém é capaz de encontrar o fundo dessa noite. Voltei para trás, desconsolado, com pena de mim e de toda a humani-

> dade. [...] Naveguei, contornando todos os recifes desse infernal mar Morto e sempre retornei com o mastro quebrado e a vela rasgada. A ruína de meu propósito e minha queda datam desse tempo. Arrisquei, impensadamente, minha vida e minha felicidade – *aut Caesar aut nihil.*[1]

Mas, depois, convencido de que seu filho realmente "encontrara algo", ele o exortou a publicá-lo, antecipando corretamente a simultaneidade tão freqüente nas descobertas científicas.

> Quando o tempo está maduro para certas coisas, elas aparecem em lugares diferentes, assim como as violetas vêm à luz no começo da primavera.[2]

E isso era mais verdadeiro que nunca no caso da geometria não-euclidiana! Na Alemanha, o próprio Gauss e outros haviam, de maneira mais ou menos independente, chegado à idéia não-euclidiana. Entre eles estava o advogado F. K. Schweikart, que em 1818 enviara a Gauss uma página onde descrevia uma nova geometria "astral"; o sobrinho de Schweikart, F. A. Taurinus, que propôs a trigonometria não-euclidiana; e F. L. Wachter, aluno de Gauss, falecido em 1817 com vinte e cinco anos de idade, que lograra resultados profundos na geometria não-euclidiana.

A chave para a geometria não-euclidiana era o "pensamento direto" sobre as proposições que surgem em geometria como as de Saccheri e de Lambert. As proposições saccherianas só são "contrárias à natureza da linha reta" se você não consegue livrar-se de noções preconcebidas a respeito do que uma "linha reta" deve significar. No entanto, se você lograr desvencilhar-se dessas imagens preconcebidas e deixar, simplesmente, que a "linha reta" seja algo que satisfaça as novas proposições, então terá conquistado um ponto de vista radicalmente novo.

Termos não-definidos

Isso deve começar a soar familiar. Em particular, remonta ao sistema mg e sua variante, nos quais os símbolos adquirem significados passivos em virtude do papel que desempenham em teoremas. O símbolo g é especialmente interessante, uma vez que seu "significado" modificou-se quando foi acrescentado um novo esquema axiomático. Exatamente do mesmo modo, pode-se *deixar que os significados de "ponto", "linha" e outras noções sejam determinados pelo conjunto de teoremas (ou proposições) em que ocorrem.* Essa foi a grande percepção dos descobridores da geometria não-euclidiana. Eles encontraram diferentes tipos de geometria não-euclidiana ao negar de diferentes maneiras o quinto postulado de Euclides e pesquisar as conseqüências. Estritamente falando, eles (e também Saccheri) não negaram o quinto postulado diretamente, mas sim negaram um postulado equivalente, denominado *postulado das paralelas,* que diz o seguinte:

> Dados qualquer linha reta e um ponto exterior a ela, existe uma e somente uma linha reta que passa por esse ponto e nunca se cruza com a primeira linha, qualquer que seja sua extensão.

Diz-se, então, que a segunda linha é paralela à primeira. Se você determina que não existe *nenhuma* linha assim, terá encontrado a *geometria elíptica*; se você determina que existem pelo *menos duas* linhas assim, terá encontrado a *geometria hiperbólica*. A propósito, a razão pela qual tais variações ainda são chamadas de "geometrias" é a de que o elemento central – a geometria absoluta, ou de quatro postulados – está contido nelas. É a presença desse núcleo mínimo que torna razoável considerar que elas descrevam propriedades de algum tipo de espaço geométrico, mesmo que tal espaço não seja tão intuitivo quanto o espaço comum.

Na verdade, a geometria elíptica é de fácil visualização. Todos os "pontos", "linhas" e outros elementos são vistos como parte da superfície de uma esfera comum. Vamos escrever "PONTO" quando quisermos dar o sentido técnico ao termo e "ponto" quando nos referirmos ao sentido cotidiano. Então, podemos dizer que um PONTO consiste de uma parte de pontos diametralmente opostos da superfície da esfera. Uma LINHA é um grande círculo sobre a esfera (um círculo que, como o equador, tem seu centro no centro da esfera). De acordo com essas proposições da geometria elíptica, embora contenham palavras como "PONTO" e "LINHA", falam dos acontecimentos em uma esfera, e não em um plano. Observe que duas LINHAS sempre se cruzam exatamente em dois pontos antípodas da superfície da esfera – ou seja, exatamente em um único PONTO! E assim como duas LINHAS determinam um PONTO, assim também dois PONTOS determinam uma LINHA.

Ao tratar palavras como "PONTO" e "LINHA" como se tivessem apenas o significado a elas atribuído pelas proposições em que ocorrem, damos um passo no sentido da formalização completa da geometria. Essa versão semiformal ainda emprega muitas palavras correntes em seus significados usuais (palavras tais como "o", "se", "e", "unir", "ter"), embora o significado cotidiano tenha sido eliminado de palavras especiais como "PONTO" e "LINHA", as quais, em conseqüência, são denominadas *termos não-definidos*. Termos não-definidos, como m e g do sistema mg, *encontram* definição em um sentido: *implicitamente* – pela totalidade de todas as proposições em que ocorrem – e não explicitamente como em uma definição.

Poder-se-ia sustentar que a definição completa dos termos não-definidos reside unicamente nos postulados, uma vez que as proposições deles decorrentes já estão implícitas nos postulados. Nessa visão, diríamos que os postulados são definições implícitas de todos os termos não-definidos, todos os quais se definem em termos dos demais.

A possibilidade de interpretações múltiplas

Uma formalização completa da geometria daria o passo drástico de transformar *todos* os termos em símbolos "sem significado" de um sistema formal. Pus "sem significado" entre aspas porque, como você sabe, os símbolos automaticamente ganham significados passivos de acordo com os teoremas em que ocorrem. Se as pessoas descobrem tais significados, no entanto, é uma outra história, porque para lográ-lo é necessário encontrar um conjunto de conceitos que possa ser ligado por meio de um isomorfismo aos símbolos de um sistema formal. Se se tem o ânimo de formalizar a geometria, presumivelmente ter-se-á uma interpretação *pretendida* para cada símbolo, de modo que os significados passivos se embutem no sistema. Isso foi o que fiz com o m e o g quando criei originalmente o sistema mg.

Mas pode haver outros significados passivos potencialmente perceptíveis que ninguém tenha ainda notado. Havia, por exemplo, as interpretações surpreendentes de m como "é igual a" e de g como "tirado de", no sistema mg original. Embora esse exemplo seja muito trivial, ele contém a essência da idéia de que os símbolos podem ter muitas interpretações significativas – cabe ao observador buscá-las.

Podemos resumir nossas observações até aqui em termos da palavra "coerência". Começamos nossas discussões compondo o que parecia ser um sistema formal incoerente – incoerente tanto internamente quanto com relação ao mundo exterior. Mas um momento depois revimos tudo ao perceber nosso erro: o de que havíamos escolhido interpretações inadequadas para os símbolos. Ao modificar as interpretações, readquirimos a coerência! Torna-se claro, agora, que a *coerência não é uma propriedade de um sistema formal em si mesmo, pois depende da interpretação que é proposta para ele.* Do mesmo modo, a incoerência tampouco é uma propriedade intrínseca de qualquer sistema formal.

Variedades da coerência

Temos falado de "coerência" e de "incoerência" o tempo todo sem defini-las. Simplesmente, baseamo-nos em noções consagradas e cotidianas. Mas pronunciemos agora o que se quer dizer exatamente com *coerência* de um sistema formal (juntamente com uma interpretação): que todo teorema, quando interpretado, se torna uma afirmação verdadeira. E diremos que a *incoerência* ocorre quando há pelo menos uma afirmação falsa entre os teoremas interpretados.

Essa definição parece referir-se à incoerência em relação ao mundo exterior – mas, e as incoerências *internas*? Presumivelmente, um sistema seria internamente incoerente se contivesse dois ou mais teoremas cujas interpretações fossem incompatíveis entre si, e internamente coerente se todos os teoremas interpretados fossem compatíveis entre si. Considere, por exemplo, um sistema formal que tenha apenas os seguintes três teoremas: TdZ, ZdE e EdT. Se T for interpretado como a "Tartaruga", Z como "Zenão", E como "Egbert" e *x*d*y* como "*x* derrota *y* no xadrez sempre", então teremos os seguintes teoremas interpretados:

A Tartaruga sempre derrota Zenão no xadrez.
Zenão sempre derrota Egbert no xadrez.
Egbert sempre derrota a Tartaruga no xadrez.

As afirmações não são incompatíveis, embora descrevam um círculo algo bizarro de jogadores de xadrez. Assim, de acordo com essa interpretação, o sistema formal de que essas três cadeias são teoremas é internamente coerente, embora, a rigor, nenhuma das três afirmações seja verdadeira! A coerência interna não requer que todos os teoremas resultem verdadeiros, mas simplesmente que resultem *compatíveis* uns com os outros.

Suponha agora que xdy seja interpretado como "*x* foi inventado por *y*". Então, teríamos:

A Tartaruga foi inventada por Zenão.
Zenão foi inventado por Egbert.
Egbert foi inventado pela Tartaruga.

Nesse caso, não importa se as afirmações individualmente são verdadeiras ou falsas – e talvez não haja maneira de saber quais são verdadeiras e quais são falsas. O que é certo, no entanto, é que *todas as três não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo*. Assim, a interpretação torna o sistema internamente incoerente. Essa coerência interna depende não das interpretações das três letras maiúsculas, mas apenas as de d e do fato de que as três maiúsculas são ciclicamente permutadas em torno das ocorrências de d. Assim, pode-se ter incoerência interna sem interpretar-se *todos* os símbolos do sistema formal. (Nesse caso, bastava interpretar um único símbolo.) Quando se chega a dar interpretações a um número suficiente de símbolos, pode resultar claro que não há maneira de interpretar os símbolos restantes de modo que todos os teoremas resultem verdadeiros. Mas não se trata apenas de uma questão de verdade – trata-se de uma questão de possibilidade. Todos os três teoremas resultariam falsos se as maiúsculas fossem interpretadas como os nomes de pessoas reais – mas essa não é a razão pela qual consideraríamos o sistema como internamente incoerente; as bases para que o fizéssemos seriam a circularidade combinada com a interpretação da letra d. (A propósito, você encontrará mais a respeito deste "triângulo de autoria" no capítulo XX.)

Mundos hipotéticos e coerência

Demos duas maneiras de encarar a coerência: a primeira diz que um sistema-mais-interpretação é *coerente com o mundo exterior* se todo teorema resulta *verdadeiro* ao ser interpretado; a segunda diz que um sistema-mais-interpretação é *internamente coerente* se todos os teoremas resultam *mutuamente compatíveis* quando interpretados. Ora, existe um relacionamento íntimo entre

estes dois tipos de coerência. Para determinar se diversas afirmações são mutuamente compatíveis, tenta-se imaginar um mundo em que todas elas pudessem ser simultaneamente verdadeiras. Portanto, a coerência interna depende da coerência com o mundo exterior – apenas agora "o mundo exterior" pode *ser qualquer mundo imaginável*, ao invés daquele em que vivemos. Mas essa é uma conclusão extremamente vaga e insatisfatória. O que constitui um mundo "imaginável"? Afinal, será possível imaginar um mundo em que três personagens inventem uma a outra ciclicamente? Será? Será possível imaginar um mundo em que haja círculos quadrados? É imaginável um mundo em que prevaleçam as leis de Newton e não as da relatividade? Será possível imaginar um mundo em que algo possa ser simultaneamente verde e não-verde? Ou um mundo em que existam animais que não são feitos de células? Em que Bach improvise uma fuga de oito vozes sobre um tema do rei Frederico, o Grande? Em que os mosquitos sejam mais inteligentes que as pessoas? Em que as tartarugas possam jogar futebol – ou falar? Uma tartaruga que falasse sobre futebol seria uma anomalia, evidentemente.

Alguns desses mundos parecem mais imagináveis que outros, visto como alguns deles parecem abrigar contradições *lógicas* – como, por exemplo, verde e não-verde – enquanto outros parecem, na falta de uma palavra melhor, "plausíveis" – como Bach improvisando uma fuga de oito vozes ou animais que não são feitos de células. Ou ainda, pensando bem, um mundo em que as leis da física sejam diferentes... Em geral, portanto, deveria ser possível estabelecer tipos diferentes de coerência. Por exemplo, a mais leniente seria a "coerência lógica", na qual não se colocam quaisquer restrições às coisas além das da lógica. Mais especificamente, um sistema-mais-interpretação seria *logicamente coerente* simplesmente na medida em que nenhum de seus teoremas, quando interpretado como afirmação, contradiga diretamente qualquer outro; e *matematicamente coerente* simplesmente quando os teoremas interpretados não violem a matemática; e *fisicamente coerente* simplesmente quando todos os seus teoremas interpretados sejam compatíveis com as leis físicas; a seguir, vem a *coerência biológica*, e assim por diante. Em um sistema biologicamente coerente, poderia haver um teorema cuja interpretação fosse a afirmação "Shakespeare escreveu uma ópera", mas não um teorema cuja interpretação fosse a afirmação "Existem animais não-celulares". De modo geral, esses tipos mais sutis de incoerência não são estudados, pela razão de que é muito difícil desentrelaçá-los uns dos outros. Que tipo de incoerência, por exemplo, deveria ser identificada no problema das três personagens que inventam uma a outra ciclicamente? Lógica? Física? Biológica? Literária?

Normalmente, o limite entre o desinteressante e o interessante é traçado entre a coerência física e a coerência matemática. (Evidentemente, o limite é traçado por matemáticos e lógicos – que dificilmente podem ser considerados imparciais...) Isso significa que os tipos de incoerência que "contam", para os sistemas formais, são apenas de tipo lógico e matemático. De acordo com essa convenção, ainda não encontramos uma interpretação que torne incoerente o trio de teoremas

TdZ, ZdE, EdT. Podemos fazê-lo interpretando d como "é maior que". E com relação a T, Z e E? Podem ser interpretados como números naturais – por exemplo, Z como 0, T como 2 e E como 11. Observe que, dessa maneira, dois teoremas resultam verdadeiros e um falso. Se, ao invés, houvéssemos interpretado Z como 3, teria havido dois teoremas falsos e um verdadeiro. Mas, de todos os modos, teríamos tido incoerência. Com efeito, os valores atribuídos a T, Z e E são irrelevantes, na medida em que se entenda que eles se restringem aos números naturais. Uma vez mais, vemos um caso em que apenas *algumas* das interpretações são necessárias para o reconhecimento da incoerência interna.

Encaixe de um sistema formal em outro

O exemplo precedente, em que alguns símbolos podiam ter interpretações sem que outros as tivessem, lembra a tarefa de fazer geometria com a linguagem natural, utilizando algumas palavras com termos não-definidos. Em tal caso, as palavras dividem-se em duas classes: aquelas cujo significado é fixo e imutável e aquelas cujo significado deve ser ajustado até que o sistema seja coerente (estes são os termos não-definidos). Fazer geometria dessa maneira requer que os significados já tenham sido estabelecidos para as palavras da primeira classe, em algum lugar alheio à geometria. Tais palavras formam um esqueleto rígido, que proporciona uma estrutura subjacente ao sistema; para revestir esse esqueleto emprega-se outro material, cuja natureza pode variar (geometria euclidiana ou não-euclidiana).

Com freqüência, os sistemas formais são construídos exatamente dessa maneira seqüencial ou hierárquica. Por exemplo, o Sistema Formal I pode ser concebido com regras e axiomas que dão determinados significados passivos a seus símbolos. Posteriormente, o Sistema Formal I é incorporado por inteiro em um sistema maior, com mais símbolos – o Sistema Formal II. Como os axiomas e as regras do Sistema Formal I fazem parte do Sistema Formal II, os significados passivos dos símbolos do Sistema Formal I permanecem válidos; eles formam um esqueleto imutável que por sua vez desenvolve um papel importante na determinação dos significados passivos dos novos símbolos do Sistema Formal II. O segundo sistema pode, da mesma forma, servir de esqueleto. Também é possível – e a geometria é um bom exemplo disso – haver um sistema (por exemplo, a geometria absoluta) que estabelece em parte os significados passivos de seus termos não-definidos e que pode ser suplementado por regras ou axiomas adicionais, o que, por sua vez, restringe *mais* os significados passivos dos termos não-definidos. Esse é o caso da geometria euclidiana *versus* não-euclidiana.

Camadas de estabilidade na percepção visual

De maneira similar, hierárquica, adquirimos conhecimentos novos, vocabulário novo ou percebemos objetos não familiares. Isto é particularmente interes-

sante no caso da compreensão de desenhos de Escher, tais como *Relativity* (*Relatividade*) (figura 22), em que ocorrem imagens flagrantemente impossíveis.

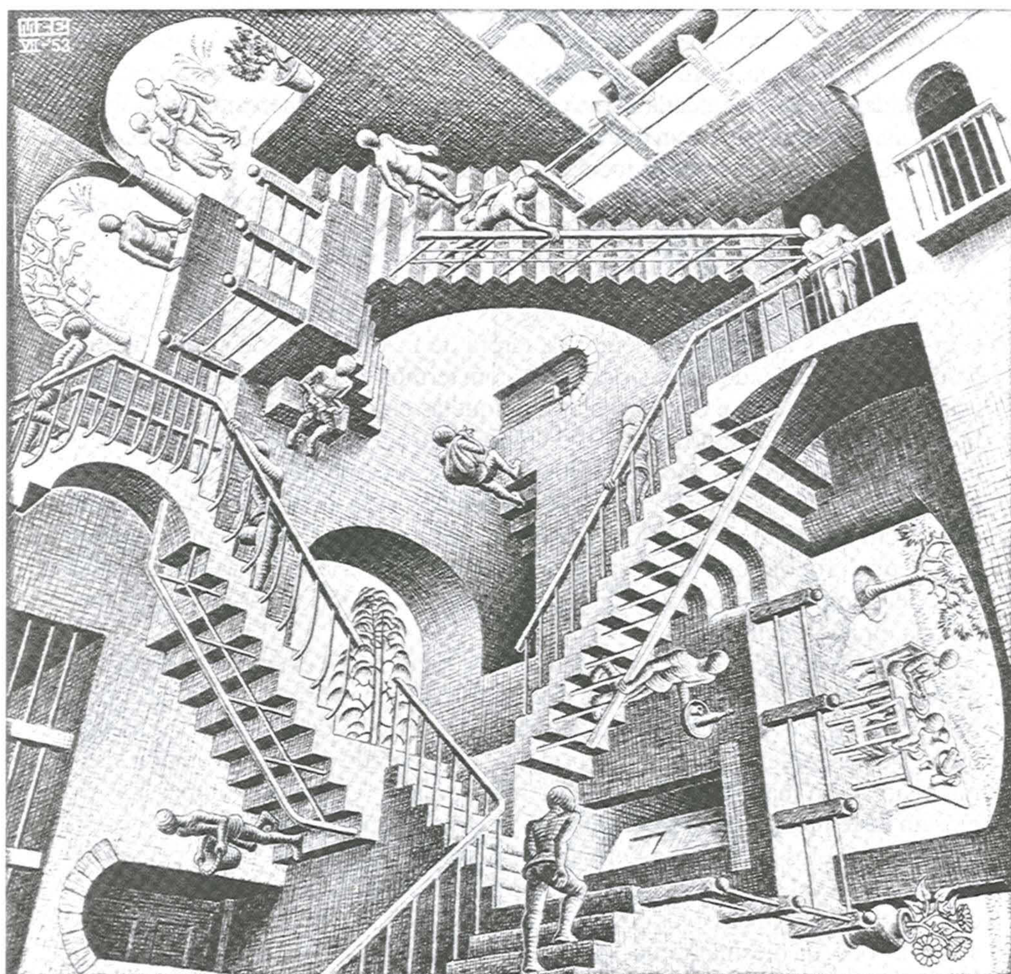


FIGURA 22. Relativity (Relatividade), *por M. C. Escher (xilogravura, 1928)*

Você poderia pensar que buscássemos reinterpretar o desenho por diversas vezes até que chegássemos a uma interpretação de suas partes que estivesse livre de contradições... mas não fazemos nada disso. Sentamo-nos a contemplá-lo, divertidos e intrigados com escadas que vão para todas as direções e pessoas que vão por rumos incoerentes pela mesma escada. Essas escadas são "ilhas de certeza" nas quais baseamos nossa interpretação do desenho como um todo. Tendo-as identificado, tentamos ampliar nossa compreensão buscando entender o relacio-

namento existente entre elas. Nesse estágio, encontramos dificuldades. Mas se tentássemos voltar atrás – ou seja, questionar as "ilhas de certeza" – também encontraríamos um outro tipo de dificuldade. Não há maneira de voltar atrás e "desdecidir" que elas são escadas. Não são peixes, nem chicotes, nem mãos; são simplesmente escadas. (Há, na verdade, uma outra saída – deixar totalmente sem interpretação todas as linhas do desenho, com os "símbolos não-significativos" de um sistema formal. Esta última saída de emergência é um exemplo de reação do "modo U" – uma atitude zen para com o simbolismo.)

Somos forçados, então, pela natureza hierárquica de nossos processos perceptivos, a ver ou um mundo louco ou um amontoado de linhas sem sentido. Análise semelhantes podem ser feitas com relação a dezenas de desenhos de Escher, que dependem fortemente do reconhecimento de certas formas básicas, as quais são reunidas em maneiras não-convencionais; e quando o observador percebe o paradoxo em um nível alto, já é tarde demais – ele não pode voltar atrás e modificar as idéias sobre como interpretar os objetos em nível mais baixo. A diferença entre um desenho de Escher e a geometria não-euclidiana está em que nesta última podem ser encontradas interpretações compreensíveis para os termos não-definidos, o que resulta em um sistema global compreensível, enquanto no primeiro o resultado final não se concilia com a concepção que se tem do mundo, por mais que se examine o desenho. Evidentemente, podem-se sempre produzir mundos hipotéticos em que os fatos escherianos pudessem ocorrer... mas em tais mundos, as leis da biologia, da física, da matemática ou mesmo da lógica serão violadas em um nível, ao mesmo tempo em que serão obedecidas em outro, o que torna esses mundos extremamente estranhos. (Um exemplo disso está em *Waterfall* (*Queda d'água*), em que a natureza do espaço viola as leis da física).

A matemática é igual em qualquer mundo concebível?

Ressaltamos, há pouco, o fato de que a coerência interna de um sistema formal (juntamente com uma interpretação) requer a existência de algum mundo *imaginável* – ou seja, um mundo cuja única restrição seja a de que nele a lógica e a matemática sejam iguais às de nosso mundo – em que todos os teoremas interpretados resultem verdadeiros. A coerência *externa* – coerência com o mundo exterior – requer, contudo, que todos os teoremas resultem verdadeiros no mundo *real*. Ora, no caso especial em que se deseje criar um sistema formal coerente cujos teoremas devam ser interpretados como afirmações da matemática, pareceria que a diferença entre os dois tipos de coerência deveria desvanecer-se, uma vez que, de acordo com o que dissemos anteriormente, *todos os mundos imagináveis têm a mesma matemática do mundo real*. Assim, em qualquer mundo concebível, 1 mais 1 teria de ser igual a 2; do mesmo modo, teria de haver infinidade de números primos; ademais, em todo mundo concebível, todos os ângulos retos teriam de ser congruentes, e, evidentemente, por qualquer ponto fora de uma linha teria de passar exatamente uma linha paralela...

Mas, espere um pouco! Esse é o postulado das paralelas – e afirmar sua universalidade seria um erro, à luz do que acabamos de dizer. Se em todos os mundos concebíveis o postulado das paralelas é obedecido, então estamos afirmando que a geometria não-euclidiana é inconcebível, o que nos coloca de volta ao mesmo estado mental de Saccheri e Lambert – claramente uma iniciativa pouco sábia. *Mas o que é, então, que todos os mundos concebíveis devem compartilhar, se não for a matemática como um todo?* Poderia ser a própria lógica? Ou mesmo a lógica seria suspeita? Poderia haver mundos em que as contradições são parte normal da existência – mundos em que as contradições não fossem contradições?

Bem, de certa maneira, simplesmente por inventar o conceito, revelamos que tais mundos são, com efeito, concebíveis; mas, em um sentido mais profundo, são também bastante inconcebíveis. (Isso, em si mesmo, é uma pequena contradição.) Falando sério, no entanto, parece que, se quisermos comunicar-nos de algum modo, temos de adotar alguma base comum, a qual, provavelmente, deve incluir a lógica. (Há sistemas de crenças que rejeitam esse ponto de vista – é lógico demais. Em particular, o zen acolhe contradições e não-contradições com igual receptividade. Isso pode parecer incoerente, mas ser incoerente é parte do zen e então... o que se pode dizer?)

A teoria dos números é igual em qualquer mundo concebível?

Supondo-se que a *lógica* faz parte de qualquer mundo concebível (e observe que não definimos lógica, mas o faremos nos capítulos vindouros), isso será tudo? Poder-se-ia, realmente, conceber que em alguns mundos não haja uma infinidade de números primos? Não pareceria necessário que os números obedecessem às mesmas leis em quaisquer mundos concebíveis? Ou... será melhor pensar no conceito de "número natural" como um termo não-definido, como "PONTO", ou "LINHA"? Nesse caso, a teoria dos números seria uma teoria bifurcada, como a geometria: haveria teorias dos números convencionais e não-convencionais. Mas teria de haver uma contrapartida para a geometria absoluta: uma teoria "central", um ingrediente invariável de todas as teorias dos números que as identificasse como teorias dos números e não como teorias sobre chocolate, borracha ou bananas. Parece haver um consenso entre a maioria dos matemáticos e filósofos modernos no sentido de que *existe* tal teoria central dos números, a qual deveria ser incluída, juntamente com a lógica, naquilo que consideramos serem "mundos concebíveis". Essa teoria central dos números – a contrapartida da geometria absoluta – é denominada *aritmética Peano* e será formalizada no capítulo VIII. Hoje, já é algo assentado, também – na verdade, como conseqüência direta do Teorema de Gödel –, que a teoria dos números é uma teoria bifurcada, com versões convencionais e não-convencionais. Todavia, ao contrário da situação da geometria, o número de "tipos" de teorias dos números é infinito, o que torna a situação da teoria dos números consideravelmente mais complexa.

Para fins *práticos*, todas as teorias dos números são iguais. Em outras palavras, se a construção de pontes dependesse da teoria dos números (o que, em certo sentido, ocorre), o fato de que existam diferentes teorias dos números não importaria, uma vez que, nos aspectos relevantes para o mundo real, todas as teorias dos números se superpõem. O mesmo não pode ser dito a respeito das diferentes geometrias; por exemplo, a soma dos ângulos de um triângulo é 180 graus apenas na geometria euclidiana; é maior na geometria elíptica e menor na hiperbólica. A história conta que Gauss uma vez tentou medir a soma dos ângulos de um grande triângulo definido pelos picos de três montanhas com o objetivo de determinar, de uma vez por todas, que tipo de geometria realmente governa nosso universo. Passaram-se mais de cem anos até que Einstein proporcionasse uma teoria (a relatividade geral) que dizia que a geometria do universo é determinada por seu conteúdo de matéria, de modo que nenhuma geometria individualmente é intrínseca ao espaço em si mesmo. Assim, à pergunta *"Qual geometria é a verdadeira?"*, a natureza dá uma resposta ambígua, não só na matemática, mas também na física. Quanto à pergunta correspondente *"Qual teoria dos números é a verdadeira?"*, teremos algo mais a dizer após examinar em detalhe o Teorema de Gödel.

Completitude

Se a coerência é a condição mínima para que os símbolos adquiram significados passivos, então a noção complementar a ela, a *completitude*, é a confirmação máxima de tais significados passivos. Se a coerência é a propriedade de que "Tudo produzido pelos sistemas é verdadeiro", a completitude é o contrário: "Toda afirmação verdadeira é produzida pelo sistema". Agora, refinemos ligeiramente essa noção. Não podemos estar-nos referindo a toda afirmação verdadeira no mundo – referimo-nos apenas àquelas pertencentes ao domínio que estamos tratando de representar no sistema. Por conseguinte, a completitude significa: "Toda afirmação verdadeira que pode ser expressa na notação do sistema é um teorema".

Coerência:	quando todo teorema, uma vez interpretado, resulta verdadeiro (em algum mundo imaginável).
Completitude:	quando todas as afirmações que são verdadeiras (em algum mundo imaginável) e que podem ser expressas como cadeias bem formadas do sistema são teoremas.

Um exemplo de sistema formal completo em seu próprio nível modesto é o sistema mg original, com sua interpretação original. Todas as adições verdadeiras de dois números inteiros positivos são representadas por teoremas do sistema. Isso poderia ser dito de outra maneira: "Todas as adições verdadeiras de dois números inteiros positivos são *demonstráveis* dentro do sistema". (Aten-

ção: quando começamos a empregar a expressão "afirmações demonstráveis", em vez de "teoremas", isso indica que estamos começando a tornar vaga a distinção entre os sistemas formais e suas interpretações. Não há problema nisso, desde que estejamos conscientes do que estamos fazendo e desde que nos lembremos de que as interpretações múltiplas são, por vezes, possíveis.) O sistema mg com sua interpretação original é *completo*; é também *coerente*, uma vez que nenhuma afirmação falsa é – para empregar nossa nova expressão – demonstrável dentro do sistema.

Alguém poderia argumentar que o sistema é incompleto com base em que as adições de *três* números inteiros positivos (tais como 2 + 3 + 4 = 9) não são representados por teoremas do sistema mg, apesar de poderem ser traduzíveis à notação do sistema (por exemplo, --m---m----g---------). No entanto, essa cadeia não é bem formada e, por conseguinte, deve ser considerada tão carente de significado quanto a cadeia mgm---gmg. As adições triplas são simplesmente *não expressáveis* na notação do sistema – de modo que sua completitude é preservada.

A despeito da completitude do sistema mg, de acordo com essa interpretação, ele certamente não chega a capturar a noção completa da verdade na teoria dos números. Por exemplo, não há maneira de que o sistema mg nos possa dizer quantos números primos existem. O Teorema da Incompletitude de Gödel diz que qualquer sistema que seja "suficientemente poderoso" é, em virtude de seu poder, incompleto, no sentido de que existem cadeias bem formadas que expressam afirmações verdadeiras da teoria dos números, mas que não são teoremas. (Há verdades que pertencem à teoria dos números e que não são demonstráveis dentro do sistema.) Sistemas como o mg, que são totais, mas não muito poderosos, assemelham-se ao toca-discos de baixa fidelidade; são tão fracos que, para começo de conversa, é óbvio que não podem fazer o que gostaríamos que fizessem – ou seja, dizer-nos tudo a respeito da teoria dos números.

Como uma interpretação pode acarretar ou impedir a completitude

O que significa dizer, como há pouco fiz, que "a completitude é a confirmação máxima dos significados passivos"? Significa que se um sistema é coerente, mas não total, há uma disparidade entre os símbolos e suas interpretações. O sistema não tem o poder de justificar a interpretação que lhe é aplicada. Algumas vezes, se a interpretação é ligeiramente "ajeitada", o sistema pode tornar-se total. Para ilustrar essa idéia, examinemos o sistema mg modificado (incluindo o Esquema Axiomático II) e a interpretação que utilizamos para ele.

Após modificarmos o sistema mg, modificamos a interpretação dada a **g**, de "é igual a" para "é maior ou igual a". Vimos que o sistema mg modificado era coerente de acordo com essa interpretação, no entanto, há algo com respeito à nova interpretação que não é muito satisfatório. O problema é simples: há agora muitas

verdades expressáveis que não são teoremas. Por exemplo, "2 mais 3 é maior ou igual a 1" é expresso pelo não-teorema --m---g-. A interpretação é demasiado atabalhoada! Ela não reflete com precisão o que fazem os teoremas do sistema. Segundo essa interpretação atabalhoada, o sistema mg não é total. Poderíamos reparar a situação, seja (1) *acrescentando novas regras* ao sistema para torná-lo mais poderoso, seja (2) *tornando a interpretação mais restrita*. Nesse caso, a alternativa razoável parece ser a de restringir a interpretação. Em vez de interpretar **g** como "é maior que ou igual a", deveríamos dizer "é igual a ou maior em uma unidade que". Assim, o sistema mg modificado torna-se tanto coerente quanto total. E a completitude confirma a propriedade da interpretação.

Incompletitude da teoria dos números formalizada

Na teoria dos números encontramos novamente a incompletitude; mas neste caso, para remediar a situação, seremos levados à direção oposta – rumo ao acréscimo de novas regras, com o fim de tornar o sistema mais poderoso. A ironia está em que, cada vez que acrescentamos uma nova regra, pensamos que, *desta vez* com certeza, alcançamos a completitude! A natureza do dilema pode ser ilustrada pela seguinte alegoria...

Temos um toca-discos e temos também um disco tentativamente intitulado "Cânone sobre B-A-C-H". No entanto, quando tocamos o disco no toca-discos, as vibrações induzidas no aparelho (assim como as causadas pelos discos da Tartaruga) interferem em tal medida que não chegamos sequer a reconhecer a melodia. Concluímos que *algo* apresenta defeito – ou o nosso disco, ou o nosso toca-discos. Para testar nosso *disco*, teríamos de tocá-lo em toca-discos de amigos e examinar sua qualidade. Para testar nosso *toca-discos*, teríamos de tocar nele discos de amigos e verificar se a música que ouvimos confere com os títulos. Se nosso toca-discos passar no teste, concluiremos que o disco apresenta defeito; ao contrário, se o disco passar em *seu teste*, concluiremos que o toca-discos apresenta defeito. Que conclusão podemos tirar, todavia, se verificarmos que *ambos* passam nos respectivos testes? Este é o momento de relembrar a cadeia de dois isomorfismos (figura 20) e pensar cuidadosamente.

Pequeno labirinto harmônico

A Tartaruga e Aquiles passam o dia no parque de diversões de Coney Island. Depois de comprar algodões-doces, decidem dar uma volta na roda-gigante.

Tartaruga: Esta é a minha diversão favorita. A gente parece ir longe e, na verdade, fica no mesmo lugar.
Aquiles: Já sei por que você gosta dela. Já colocou o cinto?
Tartaruga: Já. Já estou afivelado. Muito bem, lá vamos nós. Viva!
Aquiles: Puxa, você está exuberante, hoje!
Tartaruga: Tenho uma boa razão para isso. Minha tia, que lê a sorte, me disse que um golpe de Boa Fortuna me atingiria. Estou tinindo de expectativa!
Aquiles: Não me diga que você acredita em quem lê a sorte!
Tartaruga: Não... mas dizem que dá certo mesmo que você não acredite.
Aquiles: Bem, é uma sorte que seja assim.
Tartaruga: Ah, que vista da praia, da multidão, do mar, da cidade...
Aquiles: É verdade; é esplêndido. Ei, olhe aquele helicóptero lá. Parece que está vindo na nossa direção. Na verdade, ele está quase em cima de nós agora.
Tartaruga: Estranho – há um cabo saindo dele, e está chegando muito perto de nós. Está chegando tão perto que praticamente poderíamos agarrá-lo.
Aquiles: Veja! Na ponta do cabo há um gancho enorme, com uma nota.

(Ele se estica e pega a nota. A roda-gigante continua a girar e os dois agora tomam rumo descendente.)

Tartaruga: Você consegue ler o que diz a nota?
Aquiles: Sim – ela diz: "Alô, amigos. Agarrem o gancho da próxima vez, para uma Surpresa Inesperada".
Tartaruga: A nota é meio estranha, mas quem sabe aonde ela pode levar. Talvez tenha algo a ver com a tal Boa Fortuna que me cabe. Claro que sim; vamos experimentar!
Aquiles: Vamos!

(Na subida seguinte, eles soltam os cintos e, bem no alto da volta, agarram o gancho enorme. De repente, são suspensos pelo cabo, que os leva até o helicóptero parado no ar. Uma mão grande e forte ajuda-os a entrar.)

Voz: Bem-vindos a bordo – otários.
Aquiles: Que – quem é você?

Voz: Permitam-me apresentar-me. Sou Hexaclorofeno J. Boafortuna, Seqüestrador Extraordinário e Devorador de Tartarugas par Excellence, a seu serviço.

Tartaruga: Gulp!

Aquiles (sussurrando para o amigo): Uh-oh – Acho que esse "Boafortuna" não é exatamente o que esperávamos. *(Para Boafortuna.)* Ah – se me permite – para onde o senhor está nos seqüestrando?

Boafortuna: Ho, ho! Para a minha cozinha celeste, totalmente elétrica, onde prepararei ESTE apetitoso quitute – *(olhando cobiçoso para a Tartaruga enquanto fala)* – em um delicioso manjar dos céus! E não se enganem – tudo isso é apenas para satisfazer a minha gula! Ho, ho, ho!

Aquiles: Só posso dizer que o senhor tem um riso bastante perverso.

Boafortuna (com um riso perverso): Ho, ho, ho! Por essa observação, meu amigo, você pagará caro. Ho, ho!

Aquiles: Nossa senhora – o que será que ele quer dizer com isso?

Boafortuna: Muito simples – tenho um Destino Sinistro programado para vocês dois! Esperem só! Ho, ho, ho! Ho, ho, ho!

Aquiles: Brrr!

Boafortuna: Bem, chegamos. Desembarquem, meus amigos, em minha fabulosa cozinha celeste totalmente elétrica.

(Eles entram.)

Deixem-me mostrar-lhes o lugar antes de preparar suas sinas. Este é o meu quarto de dormir, este é o meu estúdio. Por favor, esperem um pouquinho aqui. Tenho de afiar as facas. Enquanto esperam, sirvam-se de pipoca. Ho, ho, ho! Torta de tartaruga! Torta de tartaruga! Minha torta favorita!

(Sai.)

Aquiles: Que bom – *pipoca!* Vou comer até me fartar!

Tartaruga: Aquiles! Você já se encheu de algodão-doce antes! Além disso, como é que você pode pensar em comer em uma hora dessas?

Aquiles: É, a situação está salgada – oh, perdão, não deveria empregar essa expressão, não é? Nessa circunstância desesperadora...

Tartaruga: Acho que estamos fritos.

Aquiles: Olhe – veja que livros quentes o velho Boafortuna tem nesse estúdio. Uma coleção bem esotérica: *Cérebro dos pássaros que conheci*; *Como jogar xadrez e virar guarda-chuvas sem esforço; Concerto para sapateado e orquestra...* Hmmm.

Tartaruga: Qual é esse livro pequeno aberto em cima da mesa?

Aquiles: Este? Bem, o título é *Provocantes aventuras de Aquiles e a Tartaruga que ocorrem em diversos pontos do globo.*

Tartaruga: Um título razoavelmente provocante.

Aquiles: Certamente – e a aventura da página que está aberta parece provocante. Chama-se "Tônico sideral".
Tartaruga: Posso ler a parte da Tartaruga e você a de Aquiles.
Aquiles: De acordo. Não temos nada a perder.

(Eles começam a ler "Tônico sideral".)

(Aquiles convidou a Tartaruga para ver sua coleção de gravuras de seu artista favorito, M. C. Escher.)

Tartaruga: **Estas gravuras são maravilhosas, Aquiles.**
Aquiles: **Eu sabia que você iria gostar de vê-las. Há alguma coisa de que você goste especialmente?**
Tartaruga: **Uma das minhas favoritas é *Convexo e côncavo*, em que dois mundos internamente coerentes, quando justapostos, formam um mundo composto completamente incoerente. É sempre engraçado visitar mundos incoerentes, mas eu não gostaria de viver neles.**
Aquiles: **O que é que você quer dizer com "é engraçado visitar"? Não EXISTEM mundos incoerentes; então como é que você pode visitá-los?**
Tartaruga: **Desculpe-me, mas nós não havíamos justamente concluído que esta obra de Escher retrata um mundo incoerente?**
Aquiles: **Sim, mas trata-se de um mundo bidimensional – um mundo fictício – um quadro. Não se pode visitar esse mundo.**
Tartaruga: **Eu tenho meus meios...**
Aquiles: **Como é que você pode lançar-se em um universo-quadro, de duas dimensões?**
Tartaruga: **Bebendo um vidrinho de POÇÃO DE DESCIDA. Aí está a mágica.**
Aquiles: **E que diabo é a poção de descida?**
Tartaruga: **É um líquido que vem em pequenos frascos de cerâmica e que, quando sorvido por uma pessoa que contempla um quadro, a faz "descer" para o mundo desse quadro. As pessoas que não conhecem os poderes da poção de descida muitas vezes ficam surpresas com as situações em que se vêem envolvidas.**
Aquiles: **Não existe um antídoto? Depois de descer, a pessoa fica irrecuperavelmente perdida?**
Tartaruga: **Em certos casos, isso não é uma coisa tão ruim. Mas, na verdade, existe uma outra poção – bem, não é propriamente uma poção, mas sim um elixir – não, não é um elixir, mas sim um... um...**
Tartaruga: Acho que ele quer dizer "tônico".
Aquiles: **Tônico?**
Tartaruga: **Essa era a palavra que eu estava procurando! "TÔNICO DE SUBIDA" é o nome, e se você se lembrar de levar uma garrafa com ele em sua mão direita ao sorver a poção de descida, o tônico desce junto com você para o quadro; então, sempre que você ficar ansioso para "subir" de volta à vida real, só precisa tomar um gole do tônico de subida, e pronto! Você volta para o mundo real, no mesmo lugar em que estava antes de descer.**

Aquiles: **Isso parece muito interessante. Que aconteceria se você tomasse o tônico sem ter antes descido para um quadro?**

Tartaruga: **Não sei ao certo, Aquiles, mas eu tomaria muito cuidado antes de andar por aí com esses líquidos estranhos de descer e subir. Uma vez eu tive um amigo que fez exatamente o que você sugeriu – e ninguém nunca mais ouviu falar dele.**

Aquiles: **Que pena. Não se pode levar junto também a garrafa de poção de descida?**

Tartaruga: **Claro que sim. É só segurá-la na mão esquerda e ela também desce com você para dentro do quadro que você está olhando.**

Aquiles: **O que acontece se você encontrar um quadro dentro do quadro em que você já entrou e então tomar outro gole da poção de descida?**

Tartaruga: **Exatamente o que você esperaria: você vai para dentro do quadro dentro do quadro.**

Aquiles: **Suponho, então, que você terá de subir duas vezes para desentrelaçar-se dos quadros aninhados e ressurgir na vida real.**

Tartaruga: **Certo. Você tem de subir uma vez para cada descida, uma vez que cada descida joga-o dentro de um quadro e cada subida anula esse efeito.**

Aquiles: **Sabe, isso tudo me parece muito suspeito... Será que você não está apenas testando os limites de minha credulidade?**

Tartaruga: **Eu juro! Veja – aqui estão dois frascos, bem aqui no meu bolso.** ***(Puxa do bolso da lapela dois frascos bastante grandes e sem rótulo. Em um deles, percebe-se a agitação de um líquido vermelho e, no outro, a agitação de um líquido azul.)*** **Se você quiser, podemos experimentar. O que me diz?**

Aquiles: **Bem, acho que, ahm, talvez, ahm...**

Tartaruga: **Ótimo! Eu sabia que você quereria experimentar. Vamos descer para o mundo de** ***Convexo e côncavo,*** **de Escher?**

Aquiles: **Bem, ah...**

Tartaruga: **Então está decidido. Temos de nos lembrar de levar conosco o frasco de tônico para que possamos subir de volta. Você quer assumir essa grave responsabilidade, Aquiles?**

Aquiles: **Se para você não fizer diferença, eu estou um pouco nervoso e prefiro deixar que você, com sua experiência, conduza a operação.**

Tartaruga: **Então está bem.**

(Assim dizendo, a Tartaruga verte duas pequenas poções da poção de descida. Em seguida, apanha o frasco de tônico e o segura firmemente com a mão direita; a Tartaruga e Aquiles levam os copos aos lábios.)

Tartaruga: **Tim! Tim!**

(Eles engolem.)

Aquiles: **O gosto é notavelmente estranho.**

Tartaruga: **A gente se acostuma.**

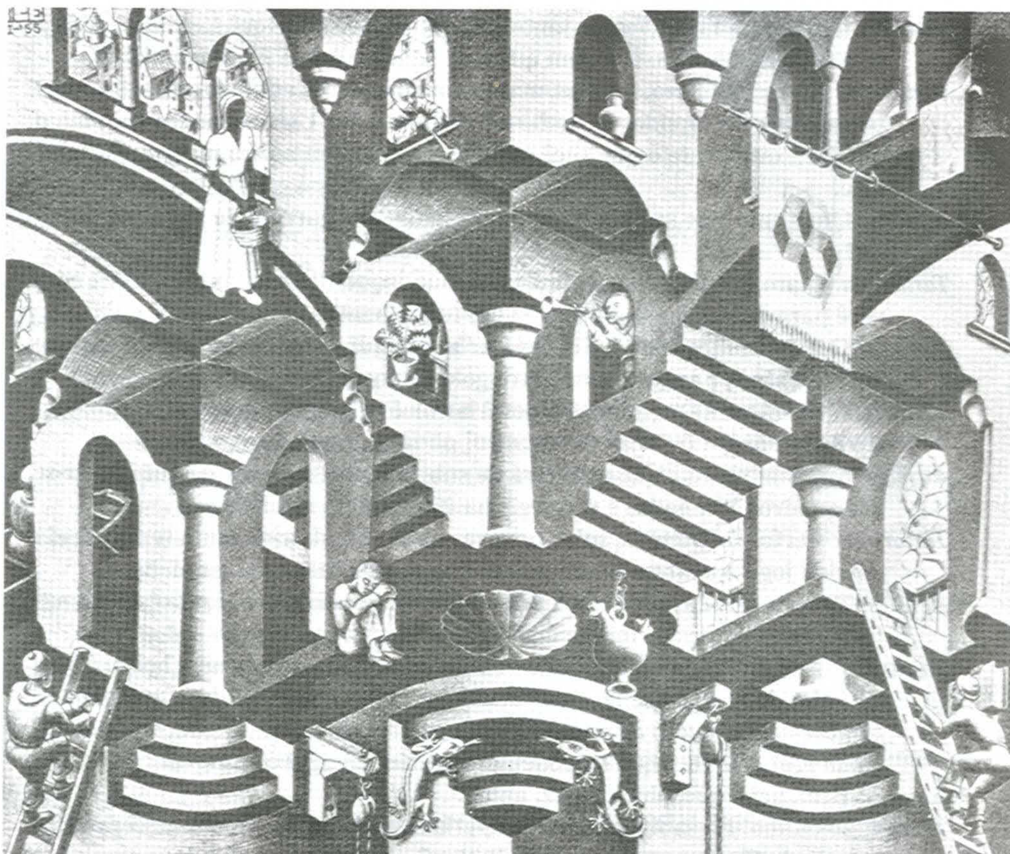


FIGURA 23. Convex and concave (Convexo e côncavo), *por M. C. Escher (litografia, 1955)*

Aquiles: O tônico também produz essa sensação estranha?

Tartaruga: Oh, é uma sensação muito diferente. Sempre que você toma o tônico experimenta uma sensação de satisfação, como se você estivesse esperando a vida inteira por isso.

Aquiles: Hum, estou impaciente para provar.

Tartaruga: Bem, Aquiles, onde é que nós estamos?

Aquiles (tomando conhecimento dos arredores): Estamos em uma pequena gôndola, deslizando por um canal! Quero sair. Senhor Gondoleiro, por favor, deixe-me sair daqui.

(O gondoleiro não dá atenção ao pedido.)

Tartaruga: Ele não fala português. Se quisermos sair daqui, melhor pularmos logo, antes que ele entre no sinistro "Túnel do amor", logo aí em frente.

(Aquiles, com a face pálida, mais do que depressa deixa a gôndola e depois tira seu amigo mais vagaroso.)

Aquiles: Por alguma razão, não gostei do som daquele lugar. Estou contente de termos saído. Diga-me, como é que você sabe tanto a respeito desse lugar? Você já esteve aqui antes?

Tartaruga: Muitas vezes, embora tenha sempre chegado a partir de outras obras de Escher. Todas elas se ligam atrás das molduras, sabia? Se você estiver em uma delas, pode ir para qualquer outra.

Aquiles: Fantástico! Se eu não estivesse aqui, vendo estas coisas com meus próprios olhos, não sei se acreditaria. (Eles vagueiam através de um pequeno arco.) Oh, veja esses mimosos lagartos!

Tartaruga: Mimosos? Não são nada mimosos – me dá arrepio só de pensar neles! Eles são os perversos guardiães da lâmpada mágica de cobre pendente do teto logo ali. Um simples toque de suas línguas e qualquer mortal vira pepino.

Aquiles: Azedo, ou doce?

Tartaruga: Azedo.

Aquiles: Oh, que destino mais amargo! Mas se a lâmpada tem poderes mágicos, eu gostaria de tentar pegá-la.

Tartaruga: É um empreendimento temerário, meu caro. Eu não arriscaria.

Aquiles: Vou tentar uma vez só.

(Furtivamente, ele se aproxima da lâmpada, cuidando para não despertar o rapaz que dorme ali perto. Mas, de repente, ele escorrega em um entalhe em forma de concha, no chão, e projeta-se no espaço. Cambaleando como louco, tenta apoiar-se em qualquer coisa e consegue, de algum modo, agarrar-se à lâmpada com uma das mãos. Balançando sem controle, com os dois lagartos chiando e apontando violentamente as línguas para ele, ele fica como um pêndulo, desvalido no meio do espaço.)

Aquiles: So-co-o-o-o-rro!

(Seu grito atrai a atenção de uma mulher, que corre escada abaixo e acorda o rapaz que dormia. Este toma conta da situação e, com um sorriso gentil, acena para Aquiles, indicando que tudo sairá bem. Ele grita algo, em uma língua estranha e gutural, para dois corneteiros, que estão em duas janelas altas, e imediatamente começam-se a ouvir sons incomuns, em um ritmo recíproco. O rapazinho dorminhoco aponta para os lagartos e Aquiles percebe que a música exerce um forte efeito soporífico sobre eles. Logo eles ficam completamente inconscientes. Em seguida, o prestativo rapaz grita para dois companheiros que sobem por duas escadas. Ambos levantam suas escadas e as colocam uma contra a outra no espaço, logo abaixo de Aquiles, formando uma espécie de ponte. Com gestos, indicam que Aquiles deve chegar logo às escadas. Mas antes de fazê-lo, Aquiles solta cuidadosamente o último elo da corrente que prende a lâmpada, soltando-a. Em seguida, chega à ponte-escada e os três jovens ajudam-no a des-

cer, são e salvo. Aquiles estende-lhes os braços em um abraço agradecido.)

Aquiles: Oh, Senhor T, como posso recompensá-los?
Tartaruga: Acontece que eu sei que estes rapazes adoram café e na cidade, lá embaixo, há um lugar onde se toma uma xícara incomparável de café expresso. Convide-os!
Aquiles: Perfeito!

(E assim por meio de uma série bastante cômica de gestos, sorrisos e palavras, Aquiles consegue transmitir o convite aos jovens e os cinco descem por uma escada íngreme que leva à cidade. Eles chegam a um café, pequeno e acolhedor, sentam-se e pedem cinco expressos. Enquanto bebem, Aquiles lembra-se de que está com a lâmpada.)

Aquiles: Esqueci. Senhor Tartaruga – trouxe esta lâmpada mágica comigo! Mas – qual é a mágica dela?
Tartaruga: Ora, você sabe, a mesma de sempre – um gênio.
Aquiles: O quê? Você quer dizer que se eu esfregar a lâmpada sai um gênio que atende meus pedidos?
Tartaruga: Isso mesmo. O que é que você esperava? Papai Noel?
Aquiles: Bem, é fantástico! Posso fazer qualquer pedido, não é? Eu sempre quis que isso acontecesse comigo...

(E assim Aquiles esfrega suavemente a grande letra "L", gravada na superfície de cobre da lâmpada... de repente, aparece uma enorme bola de fumaça e, dentre as formas que se vão delineando, os cinco amigos percebem uma figura estranha e fantasmagórica que se eleva diante deles.)

Gênio: Alô, amigos – e muitíssimo obrigado por livrar minha Lâmpada do maléfico Duo de Lagartos.

(E assim falando, o Gênio apanha a Lâmpada e a coloca em um bolso escondido entre as dobras de seu longo manto fantasmático, que sai rodopiando de dentro da Lâmpada.)

Como sinal de gratidão por seu feito heróico, gostaria de oferecer-lhe, sob os auspícios de minha Lâmpada, a oportunidade de ter três de seus desejos satisfeitos.
Aquiles: Assombroso! Não acha, Sr. T?
Tartaruga: Claro que sim. Ande, faça o seu primeiro pedido.
Aquiles: Puxa! Mas o que é que eu devo pedir? Ah, já sei! É o que eu pensei da primeira vez que li *As mil e uma noites* (aquela coleção de histórias bobas (e aninhadas)) – meu pedido é ter direito a CEM pedidos em vez de apenas três! Inteligente, hein, Sr. T? Aposto que VOCÊ nunca teria pensado nesse truque. Nunca entendi por que esses idiotas das histórias não fazem esse pedido.
Tartaruga: Talvez agora você fique sabendo a resposta.

Gênio: Lamento. Aquiles, mas eu não satisfaço metapedidos.
Aquiles: Gostaria que você me dissesse o que é um "metapedido"!
Gênio: Mas ESSE é um metametapedido, Aquiles – e eu tampouco os atendo.
Aquiles: O queeê? Eu não posso compreendê-lo.
Tartaruga: Por que você não reformula o seu último pedido, Aquiles?
Aquiles: Como assim? Por quê?
Tartaruga: Bem, você começou dizendo "gostaria". Como você está apenas buscando informação, por que você não faz simplesmente uma pergunta?
Aquiles: Está bem, embora não veja por quê. Diga-me, Sr. Gênio – o que é um metapedido?
Gênio: É simplesmente um pedido a respeito de pedidos. Eu não tenho permissão para atender metapedidos. Só está dentro de minha área de competência a satisfação de pedidos comuns e correntes, como dez garrafas de cerveja, Helena de Tróia envolta em um manto, um fim de semana para dois com todas as despesas pagas em Acapulco. Enfim, coisinhas assim. Mas metapedidos eu não posso atender. DEUS não me permite.
Aquiles: DEUS? Quem é DEUS? E por que ele não o deixa atender metapedidos? Isso me parece uma coisa ínfima perto das outras que você mencionou.
Gênio: Bem, é um assunto complicado. Por que é que você não faz os seus três pedidos logo de uma vez? Ou pelo menos um. Eu não tenho todo o tempo do mundo, sabe como é...
Aquiles: Puxa, estou me sentindo péssimo! eu QUERIA MUITO pedir cem pedidos...
Gênio: Detesto ver alguém tão desapontado assim. Além disso, os metapedidos são o meu tipo predileto de pedidos. Deixe-me ver se não há nada que eu possa fazer a respeito. Isso vai tomar um momento só.

(O gênio retira das tênues dobras de seu manto um objeto que parece exatamente igual à Lâmpada de cobre que ele guardara, mas feita de prata, e com as letras "ML" gravadas no lugar onde a outra tinha "L", com tipos menores, de modo a ocupar a mesma área.)

Aquiles: E o que é isso?
Gênio: Esta é a minha Metalâmpada...

(Ele esfrega a Metalâmpada e aparece uma enorme bola de fumaça. No turbilhão, todos percebem o delinear de uma forma fantasmagórica que se eleva sobre eles.)

Metagênio: Eu sou a Metagênio. Você me convocou, oh Gênio? Qual é o seu pedido?
Gênio: Tenho um pedido especial para fazer-lhe, oh Sid, e a DEUS. Peço permissão para uma suspensão temporária de todos os tipos de restrições a pedidos pela duração de um Pedido Atípico. Você pode, por fineza, satisfazer-me esse pedido?
Metagênio: Evidentemente, tenho de enviá-lo através dos Canais. Meio momento, por favor.

(E, duas vezes mais rápido que o Gênio, esta Metagênio retira das tênues dobras de seu manto um objeto que parece exatamente igual à Metalâmpada de prata, mas feita de ouro, e com as letras "MML" gravadas no lugar onde a outra tinha "ML", com tipos menores, de modo a ocupar a mesma área.)

Aquiles (com a voz uma oitava acima): **E o que é isso?**

Metagênio: **Esta é a minha Metametalâmpada...**

(Ela esfrega a Metametalâmpada e aparece uma enorme bola de fumaça. No turbilhão, todos percebem o delinear de uma forma fantasmagórica que se eleva sobre eles.)

Metametagênio: **Eu sou a Metametagênio. Você me convocou, oh Metagênio? Qual é o seu pedido?**

Metagênio: **Tenho um pedido especial para fazer-lhe, oh Sid, e a DEUS. Peço permissão para uma suspensão temporária de todos os tipos de restrições a pedidos pela duração de um Pedido Atípico. Você pode, por fineza, satisfazer-me este pedido?**

Metametagênio: **Evidentemente, tenho de enviá-lo através dos Canais. Um quarto de momento, por favor.**

(E duas vezes mais rápido que a Metagênio, esta Metametagênio retira das dobras de seu manto um objeto que parece exatamente igual à Metametalâmpada de ouro mas feita de...)

.
.
.
.
.
.
.
: {DEUS}
.
.
.
.
.
.
.

(...volta para dentro da Metametametalâmpada, que é então recolocada pela Metametagênio nas dobras de seu manto, duas vezes menos rápido que a Metametametagênio.)

Seu pedido foi satisfeito, oh Metagênio.

Metagênio: **Obrigada, oh Sid e DEUS.**

(E a Metametagênio, como todos os mais altos que o fizeram antes dela, volta para dentro da Metametalâmpada, que é então recolocada pela Metagênio nas dobras de seu manto, duas vezes menos rápido que a Metametagênio.

Seu pedido foi satisfeito, oh gênio.

Gênio: **Obrigado, oh Sid e DEUS.**

(E a Metagênio, como todos os mais altos que o fizeram antes dela, volta para dentro da Metalâmpada, que é então recolocada pelo Gênio nas dobras de seu manto, duas vezes menos rápido que a Metagênio.)

Seu pedido foi satisfeito, Aquiles.

(E passou-se precisamente um momento desde que ele dissera "Isto vai tomar um momento só".)

Aquiles: **Obrigado, oh Sid e DEUS.**

Gênio: **Tenho o prazer de informá-lo, Aquiles, de que você pode fazer exatamente um (1) Pedido Atípico – ou seja, um pedido, ou um metapedido, ou um meta-metapedido, tantos "meta" que você quiser – até mesmo um número infinitamente grande (se você pedir).**

Aquiles: **Oh, muito, muito obrigado, Gênio. Mas você atiçou a minha curiosidade. Antes de fazer meu pedido, você se importaria de dizer quem – ou o que – é DEUS?**

Gênio: **De modo algum, "DEUS" é uma sigla que corresponde a "DEUS É Ulterior ao Sid". A palavra "Sid" é empregada para designar Gênios, Metagênios, Metametagênios, etc. É uma Palavra Atípica.**

Aquiles: **Mas – mas – como pode "DEUS" ser uma palavra de sua própria sigla? Isso não faz nenhum sentido!**

Gênio: **Ora, você não conhece siglas recorrentes? Pensei que todo mundo conhecesse. Veja bem: "DEUS" corresponde a "DEUS É Ulterior ao Sid" – que pode, por sua vez, ser expandido em "DEUS É Ulterior ao Sid, É Ulterior ao Sid" – e isso pode, por sua vez, ser expandido em "DEUS É Ulterior ao Sid, É Ulterior ao Sid, É Ulterior ao Sid" – o que pode, por sua vez, ser expandido... Você pode ir tão longe quanto quiser.**

Aquiles: **Mas eu não vou terminar nunca!**

Gênio: **Claro que não. Nunca se pode expandir DEUS por inteiro.**

Aquiles: **Hmm ... É enigmático. O que é que você quis dizer quando disse para a Metagênio: "Tenho um pedido especial para fazer-lhe, oh Sid e a DEUS"?**

Gênio: **Eu queria fazer um pedido não só à Metagênio, mas também a todos os Sids ulteriores a ela. O método da sigla recorrente faz isso de maneira muito natural. Vejam bem, quando a Metagênio recebeu meu pedido, ela teve de passá-lo para cima, para seu DEUS. Portanto, ela enviou uma mensagem semelhante a Metametagênio, que, então, fez o mesmo com a Metametametagênio... O desenvolvimento da cadeia nesse sentido transmite a mensagem para DEUS.**

Aquiles: **Entendo. Você quer dizer que DEUS fica bem no topo da escada dos Sids?**

Gênio: **Não, não, não! Não existe nada "no topo", porque não existe topo. É por isso que DEUS é uma sigla recorrente. DEUS não é o último dos Sids; DEUS é a torre de Sids acima de qualquer Sid determinado.**

Tartaruga: **Parece-me, então, que cada Sid teria um conceito diferente a respeito do que é DEUS, uma vez que, para qualquer Sid, DEUS é o conjunto de Sids acima dele, ou dela, e esse conjunto é diferente para cada Sid.**

Gênio: Você está absolutamente certo – e como eu sou o mais baixo de todos os Sids, minha noção de DEUS é a mais exaltada. Não me agradam os Sids mais altos, que se crêem mais próximos de DEUS. Que blasfêmia!
Aquiles: Por Deus, deve ter sido tarefa de gênio inventar DEUS.
Tartaruga: Você acredita mesmo em toda essa história sobre DEUS, Aquiles?
Aquiles: É lógico que sim. Você é ateu, Sr. T? Ou é agnóstico?
Tartaruga: Não acho que eu seja agnóstico. Talvez eu seja metaagnóstico.
Aquiles: O queeê? Não estou entendendo nada.
Tartaruga: Vejamos... Se eu fosse metaagnóstico, estaria confuso sobre se sou agnóstico ou não – mas não estou muito certo sobre se eu sinto ASSIM; por conseguinte, eu devo ser metametaagnóstico (eu acho). Bem, bem... Diga-me, Gênio, os Sids cometem erros de vez em quando, truncando uma mensagem que sobe ou desce pela corrente de Sids?
Gênio: Isso acontece; é a causa mais comum da não-satisfação de Pedidos Atípicos. As possibilidades de que ocorra um truncamento em qualquer elo PARTICULAR da corrente são infinitesimais. Mas quando se trabalha com um número infinito de elos, é virtualmente certo que ocorra um truncamento em ALGUM PONTO. Com efeito, por estranho que pareça, normalmente ocorre um número infinito de truncamentos, embora eles se distribuam tenuemente pela corrente.
Aquiles: Então parece um milagre que qualquer Pedido Atípico chegue a ser atendido.
Gênio: Não é bem assim. A maioria dos truncamentos não produz conseqüências, e muitos deles tendem a cancelar-se mutuamente. Mas, ocasionalmente, na verdade muito raramente, a não-satisfação de um pedido pode ser atribuída a um único truncamento de algum Sid. Quando isso acontece, o Sid culpado é forçado a passar por uma crítica infinita e leva uma sova no traseiro, dada por DEUS. É bem engraçado para os que dão a sova e inofensivo para quem a toma. Vocês se divertiriam se vissem.
Aquiles: Eu adoraria ver! Mas isso só acontece quando um Pedido Atípico não é concedido?
Gênio: Assim é.
Aquiles: Hmm... Isso me dá uma idéia para o meu pedido.
Tartaruga: É mesmo? Qual é?
Aquiles: Eu peço que o meu pedido não seja satisfeito!

(Nesse momento, ocorre um evento – se é que "evento" é a palavra adequada? – indescritível e, por conseguinte, nenhuma tentativa será feita no sentido de descrevê-lo.)

Aquiles: Posso saber o que significa esse comentário críptico?
Tartaruga: Ele se refere ao Pedido Atípico feito por Aquiles.
Aquiles: Mas ele ainda não o tinha feito.
Tartaruga: Tinha sim. Ele disse: "Eu peço que o meu pedido não seja satisfeito", e o Gênio considerou ISSO como sendo o pedido.

(Nesse momento, ouvem-se as passadas de alguém que se aproxima.)

Aquiles: Minha nossa! Que coisa terrível.

(As passadas se interrompem; em seguida, mudam de direção e se afastam).

Tartaruga: Ufa!
Aquiles: Mas a história continua, ou aquilo era o final? Vire a página para vermos.

(A Tartaruga vira a página de "Tônico sideral" e eles verificam que a história prossegue...)

Aquiles: Hei! Que aconteceu? Onde está o meu Gênio? Minha lâmpada? Minha xícara de expresso? Que aconteceu com nossos amigos dos mundos Convexo e Côncavo? O que é que estes lagartinhos estão fazendo aqui?
Tartaruga: Acho que houve um erro na restauração de nosso contexto, Aquiles.
Aquiles: Posso saber o que significa esse comentário críptico?
Tartaruga: Eu me refiro ao Pedido Atípico feito por você.
Aquiles: Mas eu ainda não o tinha feito.
Tartaruga: Tinha sim. Você disse: "Eu peço que meu pedido não seja satisfeito", e o Gênio considerou ISSO como sendo o pedido.
Aquiles: Minha nossa! Que coisa terrível.
Tartaruga: O nome é PARADOXO. Para que esse Pedido Atípico fosse atendido, ele teria de ser negado – mas não atendê-lo seria atendê-lo.
Aquiles: E então, o que aconteceu? A Terra parou? O universo desmoronou?
Tartaruga: Não. O sistema ruiu.
Aquiles: O que significa isso?
Tartaruga: Significa, Aquiles, que você e eu fomos de repente, instantaneamente, transportados para Tumbolia.
Aquiles: Para onde?
Tartaruga: Tumbolia: a terra dos soluços mortos e das lâmpadas apagadas. É uma espécie de sala de espera, em que o *software* inativo espera a volta de seu respectivo *hardware*. Não há maneira de dizer por quanto tempo o Sistema ficou parado e nós ficamos em Tumbolia. Pode ter sido por momentos, horas, dias – até mesmo anos.
Aquiles: Não sei o que é *software*, nem *hardware*. O que eu sei é que não cheguei a fazer meus pedidos! Eu quero o meu Gênio de volta!
Tartaruga: Lamento, Aquiles – você estragou tudo. Fez o Sistema *ruir* e deveria dar graças aos céus por estarmos de volta aqui. As coisas poderiam ter saído muito pior. Mas eu não tenho idéia de onde estamos.
Aquiles: Agora estou reconhecendo. Estamos dentro de outra obra de Escher. Desta vez é *Répteis*.
Tartaruga: Ahá! O Sistema tratou de salvar o máximo possível de nosso contexto antes de ruir e chegou ao ponto de registrar que estávamos em uma obra de Escher com lagartos antes do colapso. Digno de elogio.

Aquiles: Veja – isso não é o nosso *frasco de tônico* de subida, ali em cima da mesa, perto do ciclo de lagartos?

Tartaruga: Sim senhor, Aquiles. Devo dizer que estamos mesmo com muita sorte. O Sistema foi muito bom conosco, dando-nos de volta nosso *tônico de subida*. É um material precioso!

Aquiles: Se é! Agora nós podemos *subir* de volta, do mundo de Escher para a minha casa.

Tartaruga: Há dois livros em cima da mesa, perto do tônico. O que serão? (*Ele apanha o menor dos dois, que está aberto em uma página qualquer.*) Parece ser um livro razoavelmente provocante.

Aquiles: De verdade? Qual é o título?

Tartaruga: Provocantes aventuras da Tartaruga e de Aquiles que ocorrem em diversas partes do globo. Parece um livro interessante para se ler.

Aquiles: Bem, VOCÊ pode lê-lo, se quiser, mas, quanto a mim, não me vou arriscar com aquele tônico de subida. Um dos lagartos poderia derrubá-lo e eu vou apanhá-lo agora mesmo!

(Ele corre para a mesa e estende o braço para apanhar o tônico; mas, na pressa, esbarra no frasco e o derruba. O frasco cai no chão e começa a rolar.)

Aquiles: Ah, não! Sr. T, veja! Derrubei o tônico no chão sem querer e ele está rolando em direção... em direção à escada! Rápido – antes que ele caia!

(A Tartaruga, no entanto, está completamente envolvida com o pequeno volume que tem nas mãos.)

Tartaruga (sussurrando): Como? Esta história parece fascinante.

Aquiles: Sr. T, Sr. T, ajude! Ajude a pegar o frasco de tônico!

Tartaruga: Que confusão é essa?

Aquiles: O frasco de tônico – eu o derrubei da mesa sem querer e ele está rolando e...

(Nesse instante o frasco chega ao topo da escada e se precipita...)

Aquiles: Ah, não! Que vamos fazer? Sr. Tartaruga – não está alarmado? Estamos perdendo nosso tônico! Ele acaba de cair pela escada! Só há uma coisa a fazer! Temos de descer um *nível*.

Tartaruga: Descer um *nível*? Com muito prazer. Você não quer vir comigo?

(Ele começa a ler alto e Aquiles, atraído simultaneamente para duas direções, finalmente fica, assumindo o papel da Tartaruga.)

Aquiles: Está muito escuro aqui, Sr. Tartaruga. Não enxergo nada. Opa! Bati em uma parede. Cuidado!

Tartaruga: Tome – eu tenho aqui duas pernas de pau. Pegue uma. Você a coloca na frente para não bater nas coisas.

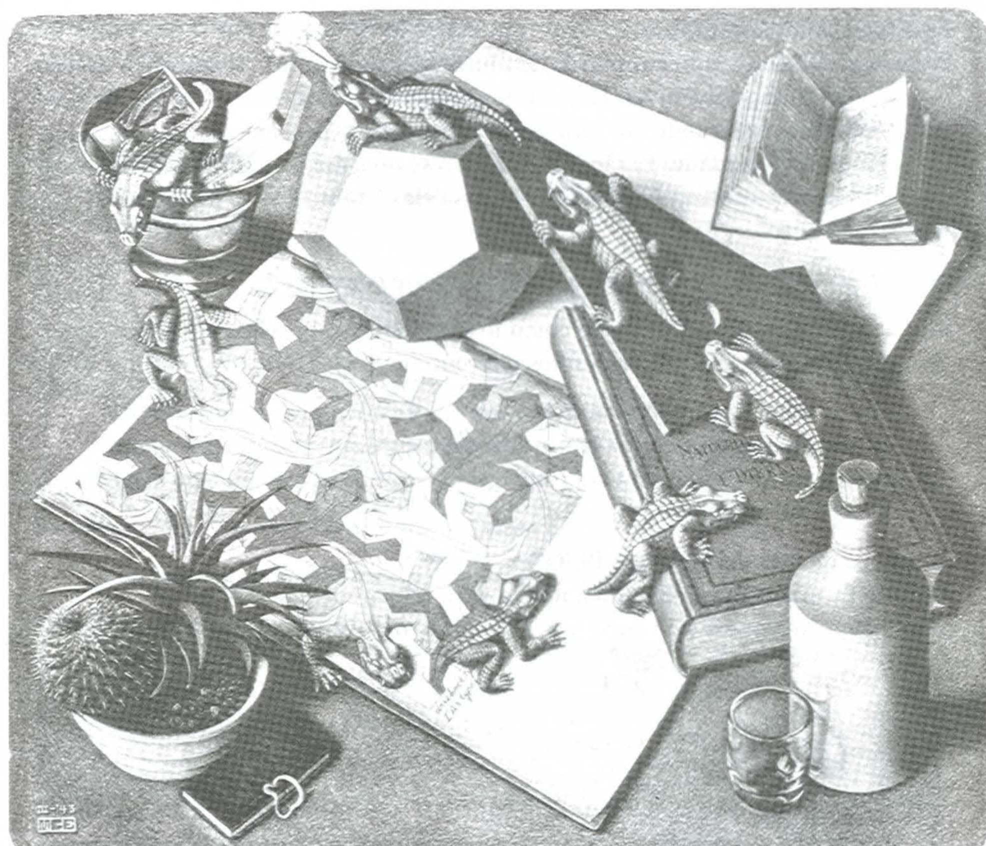


FIGURA 24. Reptiles (Répteis), *por M. C. Escher (litografia, 1943)*

Aquiles: **Boa idéia.** ***(Ele pega a vara.)*** **Você não acha que o caminho faz uma curva suave para a esquerda à medida que andamos?**

Tartaruga: **É verdade. Uma curva muito suave.**

Aquiles: **Onde será que estamos? Será que voltaremos a ver a luz do sol? Eu me arrependo de ter-lhe dado ouvidos quando me disse para tomar um pouco daquele líquido "BEBA-ME".**

Tartaruga: **Ele é inofensivo, eu tenho certeza. Já vi isso centenas de vezes e nunca me arrependi. Fique à vontade e delicie-se com ser pequeno.**

Aquiles: **Ser pequeno? O que é que você fez comigo, Sr. Tartaruga?**

Tartaruga: **Não me venha com acusações. Você bebeu por livre e espontânea vontade.**

Aquiles: **Você me fez encolher? De maneira que este labirinto em que estamos é, na verdade, alguma coisinha pequena em que alguém poderia PISAR?**

Tartaruga: **Labirinto? Labirinto? Será possível? Estaremos no famoso Pequeno Labirinto Harmônico do temível Majotauro?**

Aquiles: Uau! O que é isso?

Tartaruga: Dizem – embora eu próprio nunca tenha acreditado – que um Maléfico Majotauro criou um labirinto muito pequenino e fica em um buraco, bem no meio dele, esperando por vítimas inocentes que se perdem em meio a sua terrível complexidade. Então, quando elas se dirigem, aturdidas e desorientadas, para o centro, ele ri cada vez mais delas – tanto que as mata de rir!

Aquiles: Ah, não!

(E a intrépida dupla continua esgueirando-se adentro.)

Aquiles: Sinta estas paredes. São como folhas de lata corrugadas, ou algo assim. Mas o corrugado tem tamanhos diferentes.

(Para ressaltar sua argumentação, ele coloca a vara contra a superfície da parede enquanto anda. À medida que a vara passa pelos corrugados, ruídos estranhos ecoam para cima e para baixo do corredor longo e curvo em que estão.)

Tartaruga (alarmada): O que é ISSO?

Aquiles: Ora, sou eu esfregando a minha vara na parede.

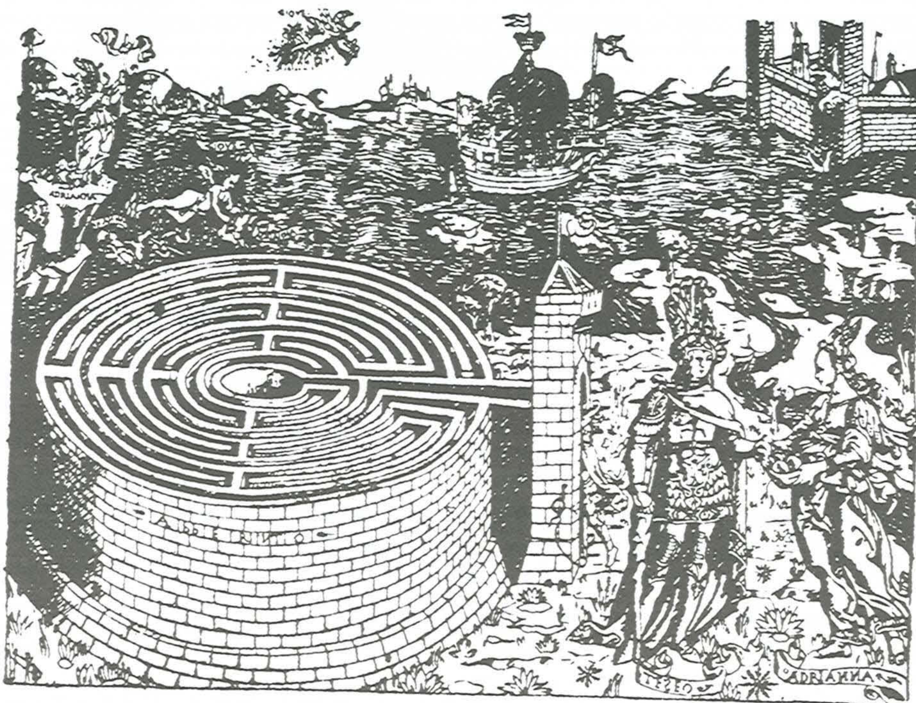


FIGURA 25. Cretan Labyrinth (Labirinto cretense) *(gravura italiana; escola de* Fini-Guerra*). [Em E. H. Matthews,* Mazes and labyrinths: their history and development *(Nova York: Dover Publications, 1970)]*

Tartaruga: Ufa! Por um momento pensei que fosse o bramido do feroz Majotauro!
Aquiles: Pensei que você tivesse dito que era tudo um mito.
Tartaruga: Claro que é. Não há nenhuma razão para ter medo.

(Aquiles volta a colocar a vara contra a parede e continua a andar. Ouvem-se, então, alguns sons musicais, provenientes do ponto em que a vara toca a parede.)

Tartaruga: Hmmm. Tenho um mau pressentimento, Aquiles. Afinal de contas, o labirinto pode não ser nenhum mito.
Aquiles: Espere um pouco. O que é que fez você mudar de opinião tão de repente?
Tartaruga: Está escutando essa música?

(Para ouvir com maior clareza, Aquiles baixa a vara e o fio melódico cessa.)

Tartaruga: Hei! Ponha a vara de novo! Quero ouvir o final da peça!

(Confuso, Aquiles obedece e a música recomeça.)

Tartaruga: Obrigado. Agora, como eu ia dizendo, acabo de descobrir onde é que nós estamos.
Aquiles: É mesmo? Onde é que nós estamos?
Tartaruga: Estamos andando pelo sulco espiral de um disco dentro da capa. Sua vara, esfregando-se contra as formas estranhas da parede, age como uma agulha que percorre o sulco e faz a música tocar.
Aquiles: Ah, não! Ah, não!
Tartaruga: O quê? Você não está vibrando de alegria? Você já teve alguma vez a oportunidade de ter um contato tão íntimo assim com a música?
Aquiles: Como é que eu vou ganhar corridas contra pessoas de tamanho normal se eu sou menor que uma pulga, Sr. Tartaruga?
Tartaruga: Ah, mas é isso o que está chateando você? Não há por que incomodar-se.
Aquiles: Da maneira como você fala, tenho a impressão de que não se chateia nunca.
Tartaruga: Não sei. Mas uma coisa é certa. Eu não me chateio de estar pequeno. Especialmente quando se trata de enfrentar o formidável perigo do temível Majotauro!
Aquiles: Que horror! Você está dizendo que...
Tartaruga: Temo que sim, Aquiles. A música o revelou.
Aquiles: Como pode ser?
Tartaruga: Muito simples. Quando escutei a melodia B-A-C-H na voz de cima, descobri imediatamente que os sulcos em que estamos andando só poderiam ser do *Pequeno labirinto harmônico*, uma das menos conhecidas peças de Bach para órgão. Ela tem esse nome por causa de suas modulações de freqüência estonteante.
Aquiles: O qu... o que são elas?

Tartaruga: **Bem, você sabe que a maioria das peças musicais é escrita em um tom, como dó maior, que, aliás, é o tom desta.**

Aquiles: **Já ouvi esse termo antes. Quer dizer que dó é a nota em que a música deve terminar, não é?**

Tartaruga: **É. O dó atua como um ponto de referência, em certo sentido. Na verdade, a expressão usual é "tônica".**

Aquiles: **Então, a pessoa se afasta da tônica com o objetivo de eventualmente regressar a ela?**

Tartaruga: **Assim é. À medida que a peça se desenvolve, usam-se acordes e melodias ambíguas que se afastam da tônica. Pouco a pouco, a tensão se estabelece – você sente um desejo crescente de voltar para o ponto de referência, de escutar a tônica.**

Aquiles: **É por isso que, no final da música, eu sempre me sinto tão satisfeito, como se tivesse esperado a vida inteira para escutar a tônica?**

Tartaruga: **Exatamente. O compositor usou os conhecimentos das progressões harmônicas para manipular suas emoções e fomentar em você a esperança de ouvir a tônica.**

Aquiles: **Mas você ia-me falar de modulações.**

Tartaruga: **Ah, sim. Uma coisa muito importante que um compositor pode fazer é "modular" parcialmente durante a peça, o que significa que ele estabelece um objetivo temporário diferente da resolução pela volta à tônica.**

Aquiles: **Entendo... eu acho. Você quer dizer que certa sucessão de acordes altera a tensão harmônica de tal modo que se passa a desejar sua resolução em outro tom?**

Tartaruga: **Certo. Isso torna a situação mais complexa, pois, embora no curto prazo você queira a resolução no novo tom, no fundo de sua mente, conserva o tempo todo a vontade de alcançar o objetivo original – nesse caso o dó maior. E quando o objetivo subsidiário é alcançado, acontece...**

Aquiles (gesticulando com entusiasmo, de repente): **Escute esses maravilhosos acordes que arremetem para cima e que marcam o final deste *Pequeno labirinto harmônico!***

Tartaruga: **Não, Aquiles, não é final. É apenas...**

Aquiles: **Claro que é! Puxa! Que final forte e intenso! Que sensação de alívio! Que beleza de resolução! Puxa!**

(E, realmente, naquele momento a música pára e eles emergem em uma área aberta, sem paredes.)

Tartaruga: **Alguma coisa está muito errada. Esse disco é uma desgraça para o mundo da música.**

Aquiles: **O que é que você quer dizer?**

Tartaruga: **Aconteceu exatamente o que eu lhe estava dizendo. Aqui, Bach modulou de dó para sol, estabelecendo o objetivo secundário de ouvir o sol. Isso significa que você sofre duas tensões ao mesmo tempo – espera a resolução em sol, mas conserva na mente aquele desejo ulterior de alcançar a resolução triunfante em dó maior.**

Aquiles: Por que é que se tem de conservar algo na mente ao escutar uma música? A música é apenas um exercício intelectual?

Tartaruga: Não, é claro que não. Algumas músicas são altamente intelectuais, mas a maioria não é. E, na maior parte das vezes, o ouvido ou o cérebro fazem os "cálculos" para você informar sua emoção sobre o que eles querem ouvir. Você não precisa pensar conscientemente sobre isso. Mas, nessa música, Bach estava brincando, esperando que você se perdesse. E no seu caso, Aquiles, ele ganhou a brincadeira.

Aquiles: Você está dizendo que reagi a uma resolução em um tom subsidiário?

Tartaruga: Estou.

Aquiles: De qualquer maneira, para mim parecia o final.

Tartaruga: Bach fez isso intencionalmente. E você caiu em sua armadilha. A construção foi feita deliberadamente para parecer um final, mas se você acompanhar a progressão harmônica com cuidado, verá que ela está no tom errado. Aparentemente, não só você, mas também essa miserável companhia gravadora caiu no mesmo truque. E a peça foi truncada cedo demais!

Aquiles: Que truque sujo do Bach!

Tartaruga: Essa é a jogada dele – fazer você se perder em seu labirinto! O Temível Majotauro está em conluio com Bach. E se você não se cuidar, ele vai matar você de rir – e talvez a mim também!

Aquiles: Oh, vamos dar o fora daqui depressa! Vamos correr para trás, pelos sulcos, e escapar para fora do disco antes que o Maléfico Majotauro nos encontre!

Tartaruga: Não, por Deus! Minha sensibilidade é demasiado delicada para suportar as progressões bizarras dos acordes que ocorrem quando se inverte o tempo.

Aquiles: Oh, Sr. Tartaruga, como é que nós vamos sair daqui se não podemos voltar sobre nossos passos?

Tartaruga: Essa é uma boa pergunta.

(Um tanto desesperado, Aquiles começa a correr sem rumo no escuro. De repente, ouve-se um breve arquejo e um "baque".)

Tartaruga: Aquiles – você está bem?

Aquiles: Só um pouco tonto. No mais, estou bem. Caí em algum buraco grande.

Tartaruga: Você caiu no buraco do Maléfico Majotauro! Eu vou ajudá-lo. Temos de andar depressa!

Aquiles: Cuidado, Sr. Tartaruga! Não quero que VOCÊ caia aqui também.

Tartaruga: Não se preocupe, Aquiles. Tudo sairá...

(De repente, ouve-se um breve arquejo e um "baque".)

Aquiles: Sr. Tartaruga – você caiu também! Você está bem?

Tartaruga: Só o meu orgulho está ferido – no mais estou bem.

Aquiles: Agora nos metemos num tremendo pepino, não é?

(De repente ouve-se uma risada gigantesca e cavernosa, alarmantemente próxima a eles.)

Tartaruga: Cuidado, Aquiles! Isto não é coisa para rir.
Majotauro: Hi, hi, hi! ho, ho! ha, ha, ha!
Aquiles: Estou começando a sentir uma fraqueza, Sr. Tartaruga...
Tartaruga: Tente não dar atenção à risada dele, Aquiles. É a nossa única esperança.
Aquiles: Farei o possível. Se pelo menos o meu estômago não estivesse vazio.
Tartaruga: Diga-me, eu estou cheirando coisas, ou há uma tigela de pipoca por aqui?
Aquiles: Também estou sentindo. De onde vem o cheiro?
Tartaruga: Daqui, eu acho. Oh! Acabo de encontrar uma grande tigela do negócio. Sim senhor – parece ser uma tigela de pipoca!
Aquiles: Que bom – pipoca! vou comer até estourar!
Tartaruga: Esperemos que não seja antipipoca! É tão difícil distinguir uma da outra.
Aquiles: Que foi isso? Antipódico?
Tartaruga: Eu não disse nada. Você deve estar escutando coisas.
Aquiles: Danou-se! Espero que não. Bem, comecemos!

(E os dois amigos começam a comer pipoca (ou antipipoca?) – e, instantaneamente – POP! Acho que era pipoca, afinal.)

Tartaruga: Que história engraçada. Você gostou?
Aquiles: Mais ou menos. Só queria saber se eles conseguiram sair daquele poço do Maléfico Majotauro ou não. Pobre Aquiles – ele queria voltar ao tamanho normal.
Tartaruga: Não se preocupe – eles saíram e ele voltou ao tamanho normal. Esse é o significado daquele "POP".
Aquiles: Não sei não. Bem, agora, eu quero DE VERDADE encontrar a garrafa de tônico. Meus lábios estão queimando por algum motivo. E nada teria melhor sabor que um gole do *tônico de subida.*
Tartaruga: Esse líquido é famoso por seu poder de aplacar a sede. Em certos lugares, as pessoas quase vão à loucura por causa dele. Na passagem do século, em Viena, a companhia de alimentação Schönberg deixou de fabricar o tônico e começou a produzir cereal. Você não imagina a celeuma que isso provocou.
Aquiles: Tenho uma idéia. Mas vamos procurar o tônico. Hei, um momento. Aqueles lagartos em cima da mesa – você está vendo uma coisa engraçada?
Tartaruga: Umm... nada especial. O que é que você vê de tão interessante?
Aquiles: Você não está vendo? Eles estão saindo da imagem bidimensional sem ter bebido nenhum tônico de subida! Como é que eles podem fazer isso
Tartaruga: Eu não lhe disse? Você pode sair de um quadro movendo-se perpendicularmente a seu plano, se não tiver o tônico de subida. Os lagartinhos aprenderam a SUBIR quando querem sair do mundo bidimensional do bloco de desenho.

Aquiles: **Nós poderíamos fazer a mesma coisa para sair desta gravura do Escher em que estamos?**

Tartaruga: **Claro! Só precisamos SUBIR um nível. Quer experimentar?**

Aquiles: **Faço qualquer coisa para voltar para minha casa! Estou cansado de todas essas aventuras provocantes.**

Tartaruga: **Siga-me, então, nesta direção.**

(E eles sobem um nível.)

Aquiles: Que bom estar de volta. Mas alguma coisa está errada. Essa não é a minha casa! É a SUA casa, Sr. Tartaruga.

Tartaruga: Bem, é isso mesmo – e eu estou feliz com isso! Não estava com nenhuma vontade de caminhar a distância toda da sua casa até a minha. Estou exausto e duvido que conseguisse.

Aquiles: Eu não me importo de andar. Portanto, foi bom terminarmos aqui, afinal de contas.

Tartaruga: Se foi! É mesmo um exemplo de Boa Fortuna!

CAPÍTULO V

Estruturas e processos recorrentes

O que é recorrência?

O que é recorrência? É o que foi ilustrado no diálogo *Pequeno labirinto harmônico*: aninhamentos e variações sobre aninhamentos. O conceito é muito amplo. (Histórias dentro de histórias, filmes dentro de filmes, pinturas dentro de pinturas, bonecas russas dentro de bonecas russas (e mesmo comentários entre parênteses dentro de comentários entre parênteses!) – esses são apenas alguns encantos da recorrência.) É preciso que você saiba, no entanto, que o significado "recorrente" neste capítulo se relaciona apenas vagamente com o significado dado no capítulo III. Tal relação deve ficar clara no transcurso deste capítulo.

Por vezes a recorrência parece aproximar-se muito do paradoxo. Existem, por exemplo, *definições recorrentes.* Tais definições podem dar ao observador pouco atento a impressão de que algo está sendo definido em termos de *si próprio*. Isso seria uma circularidade e levaria a uma regressão infinita, quando não ao paradoxo. Na verdade, uma definição recorrente (quando apropriadamente formulada) nunca leva à regressão infinita ou ao paradoxo. Isso porque a definição recorrente nunca define algo em termos de si própria, mas sim sempre em termos de versões *mais simples de si própria.* O que eu quero dizer com isso ficará claro em breve, quando eu apresentar alguns exemplos de definições recorrentes.

Uma das maneiras mais comuns pelas quais recorrência aparece na vida cotidiana ocorre quando se posterga a complementação de uma tarefa a favor de uma tarefa mais simples, freqüentemente do mesmo tipo. Aqui está um bom exemplo. Um executivo tem um telefone sofisticado, pelo qual recebe diversas chamadas. Ele está falando com A quando B chama. Para A ele diz: "Você se incomoda de esperar um momentinho?" Evidentemente, ele não está preocupado em saber se A se incomoda ou não; simplesmente aperta um botão e transfere a ligação para B. Então C chama. A mesma interrupção ocorre com B. Isso poderia repetir-se indefinidamente, mas não nos deixemos levar pelo entusiasmo. Digamos, então, que a conversa com C termina. Assim, A está sentado, do outro lado da linha, tamborilando os dedos sobre a mesa e ouvindo alguma música de mau gosto colocada na linha telefônica para aplacá-lo... A possibilidade mais simples é a de que a conversa com B simplesmente termine e o executivo, finalmente, volte para A. Mas *poderia* ocorrer que, durante a retomada da conversa com B, outra pessoa – D – chame. B desce novamente para a pilha dos que estão esperando e D é ouvido. Terminada a chamada de D, de volta para B e, depois, de volta para A. Nosso executivo é inapelavelmente mecânico, com efeito, mas estamos ilustrando a recorrência em sua forma mais precisa.

Descidas, subidas e pilhas

No exemplo precedente, apresentei parte da terminologia básica da recorrência – pelo menos do ponto de vista dos cientistas de computação. Os termos são *descida, subida* e *pilha* e todos se relacionam entre si. Eles surgiram ao final da década de 1950 como parte da IPL, uma das primeiras linguagens para a inteligência artificial. No diálogo, você já havia encontrado "descer" e "subir". Mas, de todo modo, deixarei as coisas claras. *Descer* significa suspender as operações na tarefa em que você está trabalhando, sem esquecer de onde você está – e dedicar-se a outra tarefa. A tarefa nova é normalmente vista como "de nível mais baixo" ao da anterior. *Subir* é o contrário – significa encerrar as operações em um nível e retomar as operações exatamente onde você estava, um nível acima.

Mas como você se lembrará exatamente de onde estava em cada nível diferente? A resposta é que você estoca as informações relevantes em uma *pilha*. Assim, uma pilha é apenas uma tabela que lhe diz coisas como: (1) onde você estava em cada tarefa inacabada (jargão: "endereço de retorno"); (2) quais eram os fatos relevantes a reter, nos pontos de interrupção (jargão: "relações entre variáveis", ou "fios da meada"). Quando você sobe de volta para retomar uma tarefa, é a pilha que restaura o seu contexto, para que você não fique perdido. No exemplo da chamada telefônica, a pilha lhe diz *quem* está esperando em cada nível diferente e *onde* você estava quando a conversa foi interrompida.

A propósito, os termos "descer", "subir" e "pilha" vêm do inglês (*push, pop* e *stack*, ou mais precisamente: *push-down stack*) e refletem a imagem visual das bandejas de um bandejão em uma pilha. Normalmente, há um tipo de mola na pilha que tende a manter a bandeja de cima a uma altura mais ou menos constante. Assim, quando você coloca uma bandeja na pilha, a mola se comprime (desce) um pouco, e quando você retira uma bandeja da pilha, ela se distende (sobe) um pouco.

Outro exemplo da vida quotidiana. Quando você ouve o noticiário no rádio, freqüentemente acontece de você ser transferido a um correspondente no exterior. "Passamos agora para Lucília Bajor, em Aveinhas, Portugal". Lucília tem uma fita gravada de um repórter local, que contém uma entrevista e então, depois de dar algumas informações de fundo, ela toca a fita. "Aqui fala Manuel Ferraz, diretamente dos arrabaldes de Aveinhas, onde ocorreu o grande assalto e tenho aqui a meu lado..." Agora você está três níveis abaixo e pode ser que o entrevistado também tenha uma fita para tocar. Não é raro descer três níveis em um noticiário real e, surpreendentemente, em geral mal nos damos conta das interrupções. Subconscientemente e sem dificuldades, mantemos a noção da ordem das coisas. Provavelmente, a razão da facilidade com que isso é feito está em que cada nível tem um sabor extremamente diferente dos demais. Se todos fossem muito semelhantes, nós nos confundiríamos de imediato.

Um exemplo de recorrência mais complexa é, evidentemente, nosso diálogo. Nele, Aquiles e a Tartaruga apareciam em todos os níveis diferentes. Por vezes, eles liam uma história em que apareciam como personagens. Nesse ponto,

sua cabeça pode ter ficado um pouco enevoada e você talvez tenha tido de concentrar-se com cuidado para pôr as coisas em ordem. "Vejamos, o Aquiles e a Tartaruga *reais* ainda estão lá em cima, no helicóptero de Boa Fortuna, mas os *secundários* estão em um quadro de Escher – quando então encontraram este livro e começaram a lê-lo, e, portanto, são o Aquiles e a Tartaruga *terciários* que vagueiam no interior dos sulcos do *Pequeno labirinto harmônico*. Mas, espere um pouco – pulei um nível em algum lugar..." Você precisa de uma pilha mental consciente desse tipo para conservar a noção da recorrência no diálogo (ver figura 26).

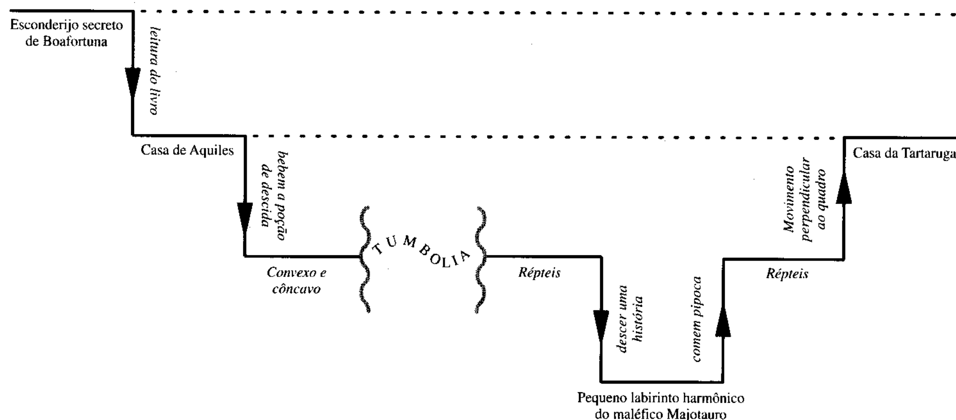


FIGURA 26. Diagrama da estrutura do diálogo Pequeno labirinto harmônico. *As descidas verticais são "descidas"; as subidas são "subidas". Note-se a similaridade deste diagrama com relação ao padrão de indentação do diálogo. Pelo diagrama, fica claro que a tensão inicial – a ameaça de Boafortuna – nunca foi resolvida; Aquiles e a Tartaruga foram deixados balançando no céu. Alguns leitores podem sentir agonia diante desta descida sem subida, enquanto outros podem não se importar o mínimo. Na história, o labirinto musical de Bach foi também interrompido – mas Aquiles sequer percebeu que algo estranho ocorria. Apenas a Tartaruga estava consciente da tensão balançante geral.*

Pilhas na música

Enquanto estamos falando do *Pequeno labirinto harmônico*, devemos discutir algo que foi insinuado, se não explicitamente enunciado, no diálogo: o fato de que escutamos música recorrentemente – em particular, mantemos uma pilha mental de tons e de que cada nova modulação faz descer um novo tom à pilha. A implicação ulterior é a de que queremos que essa sucessão de tons seja representada na ordem inversa – fazendo subir, um a um, os tons que foram descidos à pilha, até chegar à tônica. Isso é um exagero. Mas há algo de verdade na ilustração.

Qualquer pessoa razoavelmente musical mantém automaticamente uma pilha rasa, com dois tons. Nessa "pilha curta" estão o tom da tônica verdadeira e também o da "pseudotônica" mais imediata (o tom no qual o compositor finge estar). Em outras palavras, o tom mais global e o tom mais local. Desse modo, o ouvinte sabe quando a verdadeira tônica é retomada e experimenta uma forte sensação de "alívio". O ouvinte pode também distinguir (ao contrário de Aquiles) entre uma suavização *local* da tensão – por exemplo, uma resolução na pseudotônica – e uma resolução *global*. Com efeito, uma pseudoresolução tende a provocar um aumento da tensão global, e não seu alívio, por ser um tipo de ironia – assim como o socorro a Aquiles, quando estava perigosamente empoleirado na lâmpada oscilante, quando, na verdade, tanto ele quanto a Tartaruga estavam o tempo todo aguardando sua terrível sina na faca de *Monsieur* Boafortuna.

Uma vez que a tensão e a resolução constituem o corpo e a alma da música, os exemplos nesse sentido são inumeráveis. Mas vejamos apenas dois deles, em Bach. Bach escreveu inúmeras peças na forma "*AABB*" – ou seja, onde há duas metades e cada uma delas é repetida. Tomemos a giga da *Suíte francesa nº 5*, que é bem típica da forma. O tom da tônica é sol, e escutamos uma melodia alegre e dançante que marca fortemente o tom; contudo, uma modulação na seção *A* leva ao tom intimamente correlato de ré (dominante). Quando termina a seção *A*, estamos no tom de ré. Com efeito, parece como se a peça houvesse terminado no tom de ré! (Ou, pelo menos, assim poderia parecer a Aquiles.) Ocorre, então, algo estranho – abruptamente, saltamos de volta ao começo, ao tom de sol, e ouvimos novamente a mesma transição para ré. Ocorre, então, algo estranho – abruptamente, saltamos de volta ao começo, ao tom de sol, e ouvimos novamente a mesma transição para ré.

Vem, então, a seção *B*. Com a inversão do tema de nossa melodia, começamos em ré, como se essa houvesse sempre sido a tônica – mas modulamos novamente para sol, afinal de contas, o que significa que subimos de volta para a tônica, e a seção *B* termina apropriadamente! Então, ocorre a curiosa repetição engraçada, jogando-nos de volta, sem aviso, para ré e fazendo-nos retornar a sol uma vez mais. Então, ocorre a curiosa repetição engraçada, jogando-nos de volta, sem aviso, para ré e fazendo-nos retornar a sol uma vez mais.

O efeito psicológico de todas essas mudanças de tom – algumas repentinas, outras suaves – é de muito difícil descrição. Faz parte da magia da música que nós possamos automaticamente dar sentido a tais mudanças. Ou, talvez, seja a magia de Bach que o faça capaz de escrever peças com esse tipo de estrutura, dando-lhes tal graça natural que não nos damos conta do que está acontecendo exatamente.

O *Pequeno labirinto harmônico* original é uma peça em que Bach tenta fazer o ouvinte perder-se em um labirinto de rápidas mudanças de tom. Logo você fica tão desorientado que já não lhe resta nenhum sentido de direção – você não sabe qual é a tônica verdadeira, a menos que tenha o ouvido perfeito, ou, como Teseu, uma amiga como Ariadne, que lhe passe um fio para que você possa

voltar sobre seus passos. Nesse caso, o fio seria uma partitura escrita. Esta peça – outro exemplo é o *Cânone eternamente remontante* – serve para demonstrar que, como ouvintes de música, não possuímos *pilhas* muito profundas, nem muito confiáveis.

Recorrência na linguagem

Nosso poder de empilhamento mental talvez seja um pouco maior na linguagem. A estrutura gramatical de todas as línguas envolve o estabelecimento de pilhas bastante elaboradas, embora, na verdade, a dificuldade de compreender uma sentença aumente acentuadamente com o número de descidas na pilha. O proverbial fenômeno alemão de colocar o verbo no fim da sentença, sobre o qual tantas anedotas de professores distraídos que iniciam uma sentença, prosseguem durante a aula inteira e, por fim, desencadeiam uma saraivada de verbos, diante do que a platéia, tendo há muito tempo perdido a coerência de suas pilhas, fica totalmente atônita, são contadas, é um excelente exemplo de descidas e subidas lingüísticas. A confusão na platéia que as subidas fora de ordem da pilha na qual desciam os verbos do professor, é divertido imaginar, ocasionariam. Mas, no alemão falado, normalmente essas pilhas profundas quase nunca ocorrem. Com efeito, os próprios alemães freqüentemente violam, de maneira inconsciente, certas convenções que forçam a ida do verbo para o fim, para evitar o esforço mental de trabalhar com uma pilha profunda na cabeça. Todas as línguas têm construções que envolvem pilhas, embora, normalmente, de forma menos espetacular que o alemão. Mas há sempre maneiras de reformular as frases para que a profundidade da pilha seja mínima.

Redes de transição recorrente

A estrutura sintática das sentenças constitui um bom lugar para a apresentação de uma maneira de descrever estruturas e processos recorrentes: a *Rede de Transição Recorrente* (RTR). Uma RTR é um diagrama que mostra vários caminhos que podem ser seguidos para a realização de uma tarefa particular. Cada caminho consiste de certo número de *nós*, ou caixinhas com palavras dentro, unidas por *arcos*, ou linhas com setas. O nome genérico da RTR está escrito em separado, à esquerda, e o primeiro e o último dos nós contêm as palavras *começo* e *fim*. Todos os demais nós contêm ou instruções explícitas e curtas a cumprir ou nomes de outras RTRs. Cada vez que você encontra um nó, deve cumprir as instruções nele contidas ou saltar para a RTR nele mencionada e executá-la.

Tomemos uma amostra de RTR, denominada SUBSTANTIVO ADORNADO, que nos diz como construir certo tipo de sentença substantiva (ver a figura 27a). Se atravessarmos o SUBSTANTIVO ADORNADO de maneira puramente horizontal, nós *começamos*, depois criamos um ARTIGO, um SUBSTANTIVO e um ADJETIVO e chegamos ao *fim*. Por exemplo, "o creme idiota", ou "um al-

moço engraçado". Mas os arcos mostram outras possibilidades, tais como a omissão do artigo ou a repetição do adjetivo. Assim, poderíamos construir "leite", ou "espirros grandes vermelhos, azuis, verdes", etc.)

Quando você chega ao nó SUBSTANTIVO, você pede à caixa preta desconhecida, denominada SUBSTANTIVO, que lhe busque qualquer substantivo em seu depósito de substantivos. Isso é conhecido, na terminologia científica da computação, como *chamada de procedimentos*. Significa que você passa temporariamente o controle a um *procedimento* (nesse caso, o SUBSTANTIVO), o qual: (1) cumpre sua função (produz um substantivo) e a seguir (2) devolve o controle a você. Na RTR acima, há chamadas para três procedimentos: ARTIGO, SUBSTANTIVO e ADJETIVO. Ora, a própria RTR SUBSTANTIVO ADORNADO poderia ser chamada a partir de outra RTR – por exemplo, uma RTR denominada ORAÇÃO. Nesse caso, o SUBSTANTIVO ADORNADO produziria uma expressão como "o creme idiota" e, em seguida, voltaria ao lugar dentro da ORAÇÃO onde a chamada fora feita. É muito similar a maneira pela qual se retomam conversações telefônicas ou informações noticiosas interrompidas, no ponto em que se estava quando da interrupção.

Todavia, apesar de nos havermos referido a "redes de transição recorrente", não mostramos até aqui nenhuma recorrência verdadeira. As coisas tornam-

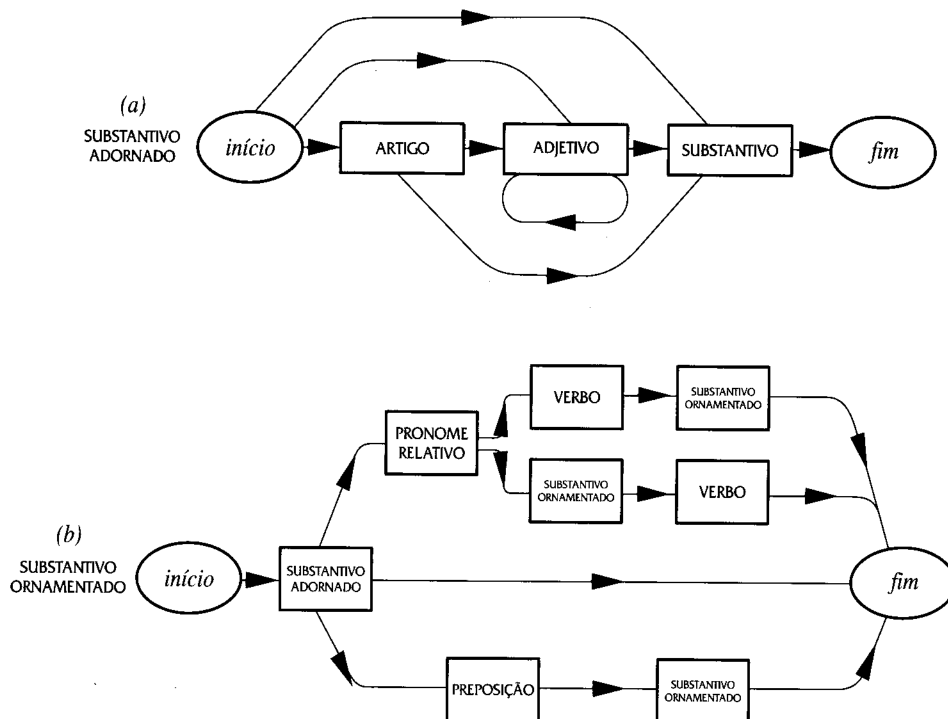


FIGURA 27. Redes de Transição Recorrente para SUBSTANTIVO ADORNADO *e* SUBSTANTIVO ORNAMENTADO

se recorrentes – e aparentemente circulares – quando você se dirige a uma RTR como a da figura 27 b, relativa a SUBSTANTIVO ORNAMENTADO. Como se vê, todos os caminhos possíveis no SUBSTANTIVO ORNAMENTADO envolvem uma chamada ao SUBSTANTIVO ADORNADO, de modo que não há maneira de evitar a obtenção de um substantivo de um tipo qualquer. E ele pode não ter adorno nenhum, como "leite", ou aparecer como "espirros grandes vermelhos, azuis, verdes". Mas três dos caminhos envolvem chamadas *recorrentes* ao próprio procedimento SUBSTANTIVO ORNAMENTADO. É evidente que algo parece estar sendo definido em seus próprios termos. É isso o que está acontecendo, ou não?

A resposta é "sim, mas benignamente". Suponha que no procedimento ORAÇÃO haja um nó que peça um SUBSTANTIVO ORNAMENTADO e que nós o alcancemos. Isso significa que remetemos à memória (ou seja, à pilha) a localização desse nó dentro da ORAÇÃO, para sabermos para onde voltar – e, a seguir, transferimos nossa atenção para o procedimento SUBSTANTIVO ORNAMENTADO. Agora temos de escolher o caminho a tomar para gerar um SUBSTANTIVO ORNAMENTADO. Suponha que escolhamos o último dos caminhos de cima, cuja ordem de chamada é a seguinte:

SUBSTANTIVO ADORNADO; PRONOME RELATIVO;
SUBSTANTIVO ORNAMENTADO; VERBO

Então, produz-se um SUBSTANTIVO ADORNADO: "*as rosquinhas estranhas*"; um PRONOME RELATIVO: "*que*"; e agora, de repente, se nos pede um SUBSTANTIVO ORNAMENTADO. Mas nós estamos no meio de um SUBSTANTIVO ORNAMENTADO! Sim, mas lembre-se de nosso executivo, que estava no meio de uma chamada telefônica quando recebeu outra. Ele simplesmente armazenou a situação da chamada antiga em uma pilha e começou a nova chamada como se não houvesse nada de estranho. Portanto, faremos o mesmo.

Em primeiro lugar, escrevemos em nossa pilha o nó em que estamos quando chega o pedido por um SUBSTANTIVO ORNAMENTADO, para termos o "endereço de retorno"; a seguir, saltamos para o começo do SUBSTANTIVO ORNAMENTADO como se não houvesse nada de estranho. Agora, temos de escolher novamente o caminho. Por amor à variedade, escolhamos o caminho de baixo:

SUBSTANTIVO ADORNADO; PREPOSIÇÃO; SUBSTANTIVO ORNAMENTADO

Quer dizer que produzimos um SUBSTANTIVO ADORNADO (como, por exemplo, "*a vaca roxa*"), depois uma PREPOSIÇÃO (como "*sem*") e novamente encontramos a recorrência. Respiramos fundo e descemos mais um nível. Para evitar maior complexidade, tomemos dessa vez o caminho direto – apenas SUBSTANTIVO ADORNADO. Por exemplo, poderíamos obter "*chifres*". Chegamos ao nó FIM desse SUBSTANTIVO ORNAMENTADO, o que significa uma subida, e va-

mos à nossa pilha para encontrar o endereço de retorno. Ela nos diz que estávamos no meio da execução de SUBSTANTIVO ORNAMENTADO, um nível acima e, assim, retomamos nesse ponto. Isso produz *"a vaca roxa sem chifres"*. Também nesse nível chegamos ao FIM e subimos novamente, encontrando-nos, dessa vez, à cata de um VERBO – escolhamos, portanto, *"abocanhou"*. Isso marca o fim do pedido mais alto por um SUBSTANTIVO ORNAMENTADO, resultando daí que a sentença

"as rosquinhas estranhas que a vaca roxa sem chifres abocanhou"

será alçada à paciente ORAÇÃO, enquanto subimos pela última vez.

Como se vê, não mergulhamos em nenhuma regressão infinita. A razão está em que pelo menos um dos caminhos internos da RTR SUBSTANTIVO ORNAMENTADO não envolve chamadas recorrentes ao próprio SUBSTANTIVO ORNAMENTADO. Evidentemente, poderíamos ter insistido sempre na escolha do último caminho interior do SUBSTANTIVO ORNAMENTADO e, desse modo, nunca alcançaríamos o fim, assim como a sigla "DEUS" nunca atinge a expansão total. Mas se os caminhos forem escolhidos aleatoriamente, uma regressão infinita desse tipo não ocorrerá.

"Atingindo o fundo do poço" e heterarquias

Esse é o fato crucial que distingue as definições recorrentes das circulares. Há sempre uma parte da definição que evita a auto-referência, de modo que a ação de construção de um objeto que satisfaça a definição em algum momento "atinge o fundo do poço".

Ora, existem maneiras mais oblíquas que a da autochamada para se chegar à recorrência nas RTRs. Há uma analogia do desenho de Escher *Drawing hands* (*Mãos que desenham*) (figura 135), em que cada um dos dois procedimentos pede pelo outro, mas não por si próprio. Por exemplo, poderíamos ter uma RTR denominada ORAÇÃO SUBORDINADA, que pede por um SUBSTANTIVO ORNAMENTADO sempre que necessite de um objeto para um verbo transitivo e, ao contrário, o caminho superior do SUBSTANTIVO ORNAMENTADO poderia pedir por um PRONOME RELATIVO e depois por uma ORAÇÃO SUBORDINADA sempre que necessite de uma oração relativa. Esse é um exemplo de recorrência *indireta*. Faz lembrar também a versão de dois passos do paradoxo de Epimênides.

É desnecessário dizer que pode haver um trio de procedimentos que peçam uns pelos outros ciclicamente – e assim por diante. Pode haver toda uma família de RTRs entrelaçadas, chamando a si próprias e às demais sem parar. Um programa que contenha uma estrutura como essa, em que não há um "nível máximo" único, ou "monitor", é denominado *heterarquia* (em distinção à hierarquia). O termo deve-se, creio eu, a Warren McCulloch, um dos primeiros cibernéticos e estudioso devoto dos cérebros e das mentes.

A expansão dos nós

Uma maneira gráfica de pensar sobre RTRs é a seguinte: sempre que você esteja percorrendo um caminho e encontre um nó que peça por uma RTR, você "expande" o nó, o que significa substituí-lo por uma cópia muito pequena da RTR que ele solicita (ver figura 28).

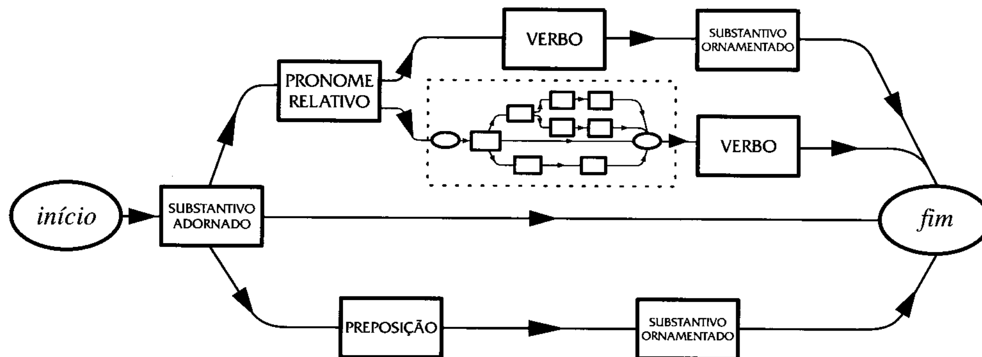


FIGURA 28. A RTR do SUBSTANTIVO ORNAMENTADO *com um nó recorrentemente expandido*

Então, você trabalha sobre a RTR muito pequena! Quando você sobe de volta, está automaticamente no lugar certo da RTR grande. Enquanto estiver na pequena, você pode acabar construindo ainda mais RTRs em miniatura. Mas expandindo os nós apenas quando os encontra, você evita a necessidade de compor um diagrama infinito, mesmo quando uma RTR pede por ela própria.

Expandir um nó é algo semelhante a substituir uma letra em uma sigla pela palavra que representa. A sigla "DEUS" é recorrente, mas tem o defeito – ou a vantagem – de que o "D" tem de ser expandido repetidamente; assim, ele nunca atinge o fundo do poço. No entanto, quando uma RTR é implementada como programa de computador real, ela tem sempre pelo menos um caminho que evita a recorrência (direta ou indireta), de maneira que não se cria uma regressão infinita. Mesmo a estrutura programática mais heterárquica atinge o fundo do poço – do contrário, ela não poderia fluir! Ela apenas se expandiria constantemente, nó após nó, mas nunca executaria qualquer ação.

O diagrama G e seqüências recorrentes

As estruturas geométricas infinitas podem ser definidas exatamente dessa maneira – ou seja, pela expansão nó após nó. Definamos, por exemplo, um diagrama infinito denominado "diagrama G". Para fazê-lo, usaremos uma representação implícita. Em dois nós, escrevemos simplesmente a letra "G", a qual,

contudo, representará uma cópia completa do diagrama G. O diagrama está descrito implicitamente na figura 29 a. Se desejarmos vê-los de maneira mais explícita, expandiremos cada um dos dois Gs – ou seja, *substituí-los-emos pelo mesmo diagrama*, em escala mais reduzida (ver figura 29 b). Essa versão "de segunda ordem" do diagrama G nos dá uma vaga idéia de sua aparência final, impossível de realizar. A figura 30 mostra uma porção maior do diagrama G, na qual todos os nós foram numerados, de baixo para cima e da esquerda para a direita. Dois novos nós, números 1 e 2, foram inseridos na base gráfica.

Essa *árvore* infinita tem algumas propriedades matemáticas bastante curiosas. Em sua margem direita flui a famosa sucessão dos *números de Fibonacci*:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233,...

descobertos por volta do ano 1202 por Leonardo de Pisa, filho de Bonaccio, donde "Filius Bonacci", ou "Fibonacci", em forma abreviada. Tais números são mais bem definidos recorrentemente pelo conjunto de duas fórmulas.

$$\text{FIBO}(n) = \text{FIBO}(n-1) + \text{FIBO}(n-2) \qquad \text{para } n > 2$$

$$\text{FIBO}(1) = \text{FIBO}(2) = 1$$

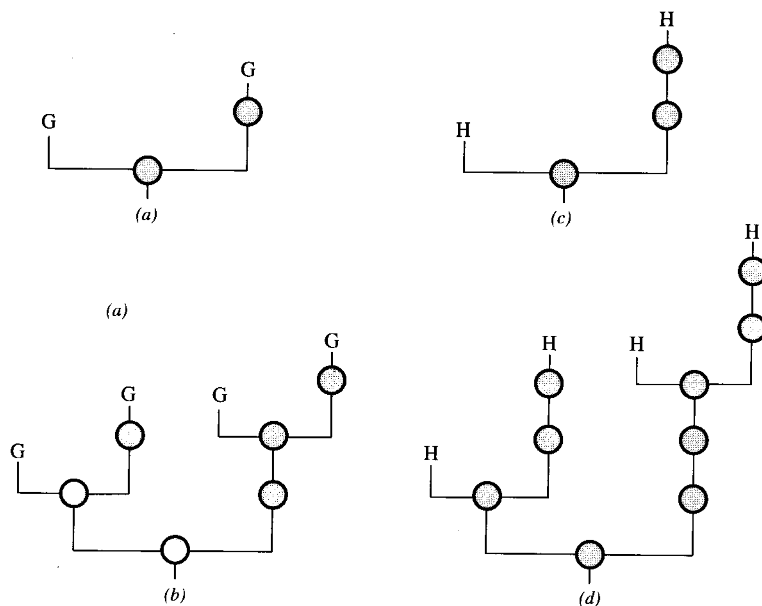


FIGURA 29. (a) Diagrama G, não-expandido (b) Diagrama G, expandido uma vez (c) Diagrama H, não-expandido (d) Diagrama H, expandido uma vez

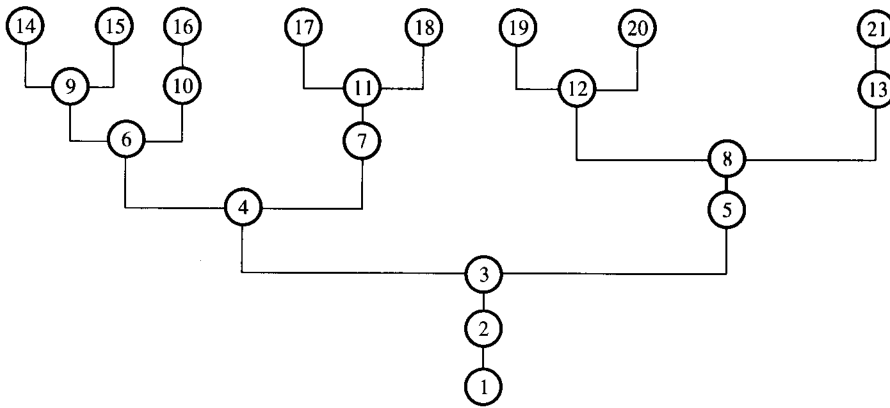


FIGURA 30. Diagrama G, novamente expandido e com nós numerados

Observe como os novos números de Fibonacci são definidos em termos dos anteriores. Poderíamos representar esse par de fórmulas em uma RTR (ver figura 31). Desse modo, pode-se calcular o FIBO (15) por meio de uma sucessão de chama-

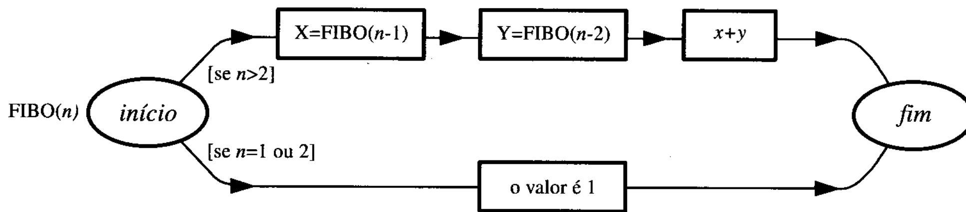


FIGURA 31. Uma RTR para números de Fibonacci

das recorrentes ao procedimento definido pela RTR anterior. Essa definição recorrente atinge o fundo do poço quando se atinge o FIBO (1) ou o FIBO (2) (que são dados explicitamente), após se ter percorrido o caminho de trás para a frente através de valores descendentes de n. É algo incômodo trabalhar de trás para a frente quando se poderia simplesmente trabalhar no sentido crescente, começando com o FIBO (1) e o FIBO (2) e acrescentando sempre os dois valores mais recentes até alcançar o FIBO (15). Desse modo, não é necessário reter a ordem da pilha.

Mas o diagrama G tem prioridades ainda mais surpreendentes que essa. Toda a sua estrutura pode ser codificada em uma única definição recorrente, como se segue:

$$G(n) = n - G(G(n-1)) \qquad \text{para } n > 0$$

$$G(0) = 0$$

Como essa função G(n) codifica a estrutura em forma de árvore? Muito simplesmente: se se construir uma árvore colocando G(n) abaixo de n para todos os valores de n, recriar-se-á o diagrama G. Com efeito, foi dessa maneira que eu descobri o diagrama G, para início de conversa. Eu estava investigando a *função* G e, ao tratar de calcular seus valores com rapidez, imaginei dispor os valores que já conhecia em uma árvore. Para minha *surpresa*, a árvore mostrou ter essa descrição geométrica recorrente e extremamente ordenada.

Mais notável ainda, se você fizer a árvore análoga para uma função H(n) definida com um aninhamento a mais que G:

$$H(n) = n - H(H(H(n-1))) \qquad \text{para } n > 0$$

$$H(0) = 0$$

– então o "diagrama H", correlato, define-se implicitamente como mostra a figura 29 c. O tronco da direita contém mais um nó; essa é a única diferença. A primeira expansão recorrente do diagrama H é mostrada na figura 29 d. E assim prossegue para qualquer grau de aninhamento. Há uma bela regularidade nas estruturas geométricas recorrentes, que corresponde precisamente às definições algébricas recorrentes.

Um problema para leitores curiosos é o seguinte: suponha que você vire o diagrama G, como em um espelho, e classifique os nós da nova árvore de modo que eles aumentem da esquerda para a direita. Você pode encontrar uma definição *algébrica* recorrente para esta "árvore virada"? E com relação à "virada" da árvore H? Etc.?

Outro problema interessante envolve duas funções recorrentes interligadas, F(n) e M(n) – funções "casadas", poder-se-ia dizer – definidas assim:

$$\left.\begin{aligned} F(n) &= n - M(F(n-1)) \\ M(n) &= n - F(M(n-1)) \end{aligned}\right\} \text{para } n > 0$$

$$F(0) = 1 \text{ e } M(0) = 0$$

As RTRs para essas duas funções chamam tanto por si próprias quanto pela outra. O problema é simplesmente o de descobrir as estruturas recorrentes do diagrama F e do diagrama M. Elas são muito elegantes e simples.

Uma cadeia caótica

Um último exemplo de recorrência na teoria dos números leva a um pequeno mistério. Considere a seguinte definição recorrente de uma função:

$$Q(n) = Q(n - Q(n-1)) + Q(n - Q(n-2)) \quad \text{para } n > 2$$

$$Q(1) = Q(2) = 1$$

Ela lembra a definição de Fibonacci na medida em que cada novo valor é uma soma de dois valores anteriores – mas não dos dois valores *imediatamente* anteriores. Em vez disso, os dois valores imediatamente anteriores dizem *quanto se tem de contar* para trás para se obter os números que devem ser somados para a obtenção do novo valor! Os 17 primeiros números Qs têm a seguinte ordem:

1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 10, 9, 10 ...

5 + 6 = 11 *termo novo*

extensão do movimento para a esquerda

Para se obter o próximo número, deve-se caminhar para a esquerda (a partir dos três pontos) respectivamente 10 e 9 termos; encontrar-se-ão um 5 e um 6, mostrados pelas setas. Sua soma – 11 – produz o novo valor: Q(18). Esse é o estranho processo pelo qual a lista dos números Q conhecidos é utilizada para estender-se a si própria. A cadeia resultante é, para dizer o mínimo, errática. Quanto mais se avança, menos sentido ela parece fazer. Esse é um dos casos bastante peculiares em que o que parece ser uma definição natural leva a um comportamento bastante intrigante: o caos produzido de uma maneira ordenada. Naturalmente, existe a tendência a perguntar se o caos aparente não esconderia alguma regularidade sutil. Evidentemente, por definição existe uma regularidade, mas o que interessa é saber se existe outra maneira de caracterizar essa sucessão – e, com sorte, uma maneira não-recorrente.

Dois notáveis gráficos recorrentes

As maravilhas da recorrência na matemática são inumeráveis, e não é meu propósito apresentá-las todas. Contudo, há dois exemplos particularmente notáveis, resultantes de minha própria experiência, que julgo dever apresentar. Ambos são gráficos. Um deles surgiu durante pesquisas sobre a teoria dos números. O outro surgiu durante a preparação de minha tese de doutorado, referente à física do estado sólido. O que é realmente fascinante é que ambos se relacionam intimamente.

O primeiro (figura 32) é o gráfico de uma função que denomino INT(x). Aqui ele aparece desenhado para os valores de x entre 0 e 1. Para os valores de x entre qualquer outro par de números inteiros, n e n+1, você simplesmente obtém INT($x - n$) e acrescenta n de volta. A estrutura do desenho é bastante saltitante, como se vê. Consiste de um número infinito de elementos curvos que se tornam cada vez menores ao se aproximarem dos cantos – e, aliás, cada vez menos curvos. Se você

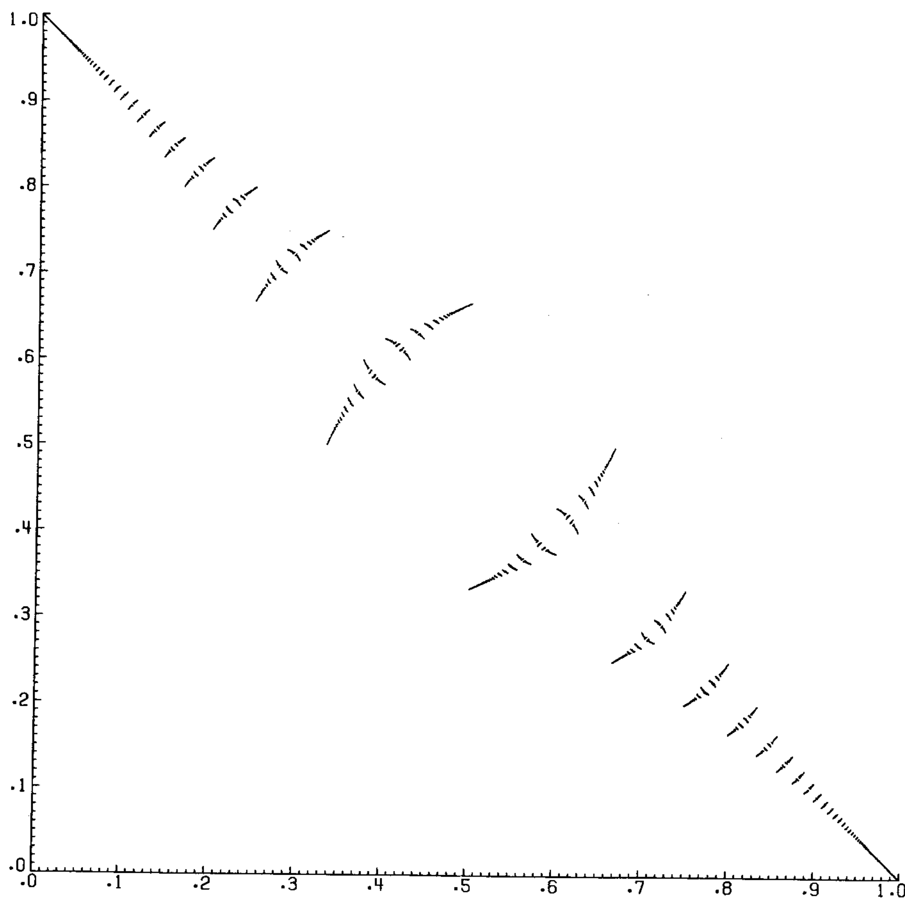


FIGURA 32. Gráfico da função INT (x). Há um salto de descontinuidade para todo valor racional de x

olhar atentamente para os elementos, verificará que cada um deles é uma cópia do gráfico como um todo, simplesmente curvado! As implicações são incríveis. Uma delas é a de que o gráfico da INT consiste de nada mais que cópias de si mesmo, *aninhadas* em profundidade infinita. Se você tomar qualquer elemento do gráfico, não importa quão pequeno, estará de posse de uma cópia completa do gráfico como um todo – na verdade, de um número infinito de cópias!

O fato de que a INT consista de nada mais que cópias de si própria poderia levar ao pensamento de que sua existência é demasiado efêmera. Sua definição parece ser demasiado circular. Como fazê-la render? Essa é uma questão muito interessante. O principal a observar é que, para descrever a INT a alguém que nunca a tenha visto, bastaria dizer simplesmente que "ela consiste de cópias de si mesma". A outra metade da história – a metade não-recorrente – fala sobre onde estão

tais cópias, no interior do quadro, e como elas se deformaram com relação ao gráfico por inteiro. Somente a combinação desses dois aspectos da INT especificarão sua estrutura. É exatamente como na definição dos números de Fibonacci, quando eram necessárias duas linhas – uma para definir a *recorrência* e a outra para definir o *fundo* (isto é, os valores iniciais). Falando de maneira bastante concreta, se se tomar 3, em vez de 1, como um dos valores iniciais, produzir-se-á uma série completamente diferente, conhecida como *Cadeia de Lucas*:

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, ...
29 + 47 = 76

o "fundo" — *mesma regra recorrente dos números de Fibonacci*

O que corresponde ao *fundo* na definição da INT é uma figura (figura 33 a) composta de muitos quadrados, que mostra *onde* ficam as cópias e *como* elas são distorcidas. Isso eu denomino "esqueleto" da INT. Para construir a INT a partir do esqueleto, faz-se o seguinte: em primeiro lugar, para cada quadrado do esqueleto, executam-se duas operações: (1) coloca-se uma pequena cópia curvada do esqueleto dentro do quadrado, usando a linha curva nele desenhada como guia; (2) apaga-se o quadrado e a linha curva. Isso feito, para cada quadrado do esqueleto original haverá múltiplos pequenos esqueletos em lugar do esqueleto grande anterior. A seguir, repete-se o processo do nível mais baixo, com todos os pequenos esqueletos. A seguir, o mesmo novamente e novamente e novamente... No limite, chega-se próximo a um gráfico exato do INT, sem nunca alcançá-lo, contudo. Aninhando-se o esqueleto dentro de si próprio repetidas vezes, gradualmente se constrói o gráfico da INT "a partir do nada". Mas, na verdade, o "nada" não era o nada – era uma figura.

Para ilustrar esse ponto de maneira mais enfática, imagine que se mantenha a parte recorrente da definição da INT, mas que se modifique a figura inicial, o esqueleto. Um esqueleto variante é mostrado na figura 33 b, também com campos que se tornam cada vez menores na medida em que se aproximam dos cantos. Se se aninha este segundo esqueleto dentro de si mesmo repetidas vezes, criar-se-á gráfico-chave de minha tese de doutorado, que eu denominei *Gplot* (figura 34). (Na verdade, necessita-se também de uma distorção mais complicada de cada cópia, mas o aninhamento é a idéia básica.) O Gplot é, portanto, um membro da família INT. É um parente distante, uma vez que seu esqueleto é bastante diferente do da INT – e também consideravelmente mais complexo. Todavia, a parte recorrente da definição é idêntica e aí está o vínculo familiar.

Não quero mantê-los às escuras quanto às origens desses belos gráficos. A INT – de "intercâmbio" – provém de um problema que envolve "séries Eta", as quais se relacionam com frações contínuas. A idéia básica subjacente à INT é a de que os sinais de mais e de menos são intercambiados em certo tipo de fração contínua. Como resultado disso, $\text{INT}(\text{INT}(x)) = x$. A INT tem a propriedade de que, se x é racional, $\text{INT}(x)$ também o é; se x é quadrático, $\text{INT}(x)$ também o é. Não estou certo de que

essa tendência se mantenha para graus algébricos mais elevados. Outro aspecto adorável da INT é o de que para todos os valores racionais de *x* ela apresenta um salto de descontinuidade, mas para todos os valores irracionais de *x* ela é contínua.

O Gplot provém de uma versão altamente idealizada da pergunta: "Quais são as energias permitidas aos elétrons em um cristal em um campo magnético?" Esse problema é interessante por ser um cruzamento entre duas situações físicas muito simples e fundamentais: um elétron em um cristal perfeito e um elétron em um campo magnético homogêneo. Esses dois problemas mais simples são bem conhecidos e suas soluções características parecem quase incompatíveis entre si. Por conseguinte, apresenta bastante interesse verificar como a natureza consegue conciliá-las. Na realidade, a situação cristal sem campo magnético e a do campo magnético sem cristal têm um aspecto em comum: em cada uma delas, o elétron tem um comportamento periódico no tempo. Resulta que, quando as duas situações se combinam, a razão entre seus dois períodos de tempo é o parâmetro-chave. Com efeito, tal razão contém todas as informações a respeito da distribuição das energias permitidas aos elétrons – mas ela só revela seu segredo após ser expandida em uma fração contínua.

O Gplot mostra essa distribuição. O eixo horizontal representa a energia e o vertical representa a razão entre os períodos de tempo, há pouco mencionada, e que podemos denominar "α". No extremo inferior, α é zero e, no extremo superior, α é a unidade. Quando α é zero, não há campo magnético. Cada um dos segmentos de linha que compõe o Gplot é uma "banda energética" – ou seja, representa valores permitidos de energia. Os espaços vazios que atravessam o Gplot em todas as diferentes escalas de tamanho são, portanto, regiões de energia proibida. Uma das propriedades mais impactantes do Gplot é a de que, quando é racional (digamos p/q em termos mínimos), há exatamente q faixas (embora, quando q seja par, duas delas se "beijem", no meio). E quando α é irracional, as faixas se reduzem a pontos, dos quais existe um número infinitamente grande, distribuído de maneira muito esparsa no que é chamado "conjunto de Cantor" – outra entidade definida recorrentemente que aparece em topologia.

Você pode perfeitamente se perguntar se uma estrutura complicada como essa apareceria em algum experimento. Francamente, eu ficaria mais surpreso que ninguém se o Gplot surgisse de um experimento. A fisicalidade do Gplot reside no fato de que ele indica o rumo do tratamento matemático adequado de problemas menos idealizados desse tipo. Em outras palavras, o Gplot é simplesmente uma contribuição à física teórica e não uma pista para os experimentalistas referente ao que eles devam esperar ver! Um amigo meu, agnóstico, em uma ocasião ficou tão impressionado com as infinitas infinidades do Gplot que se referiu a ele como "um retrato de DEUS", o que não creio ser, de modo algum, uma blasfêmia.

A recorrência no nível mínimo da matéria

Vimos a recorrência nas gramáticas das línguas, vimos árvores geométricas recorrentes que crescem indefinidamente e vimos uma maneira pela qual a

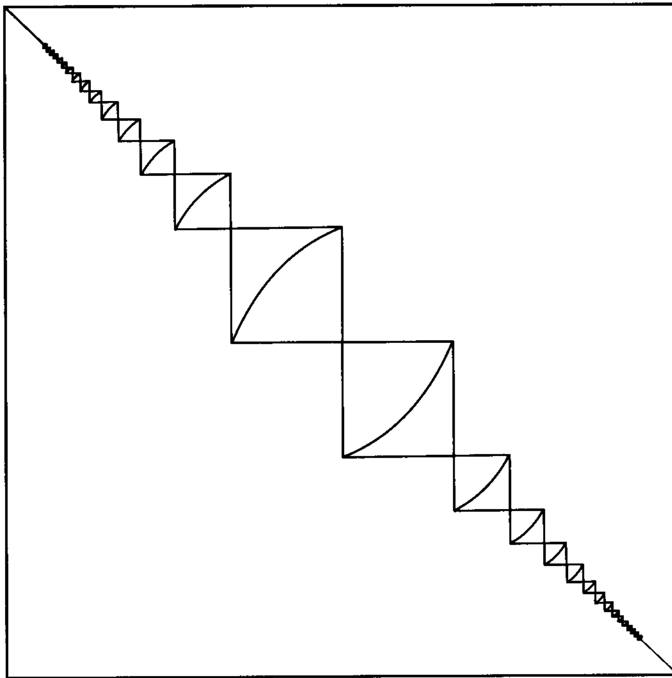
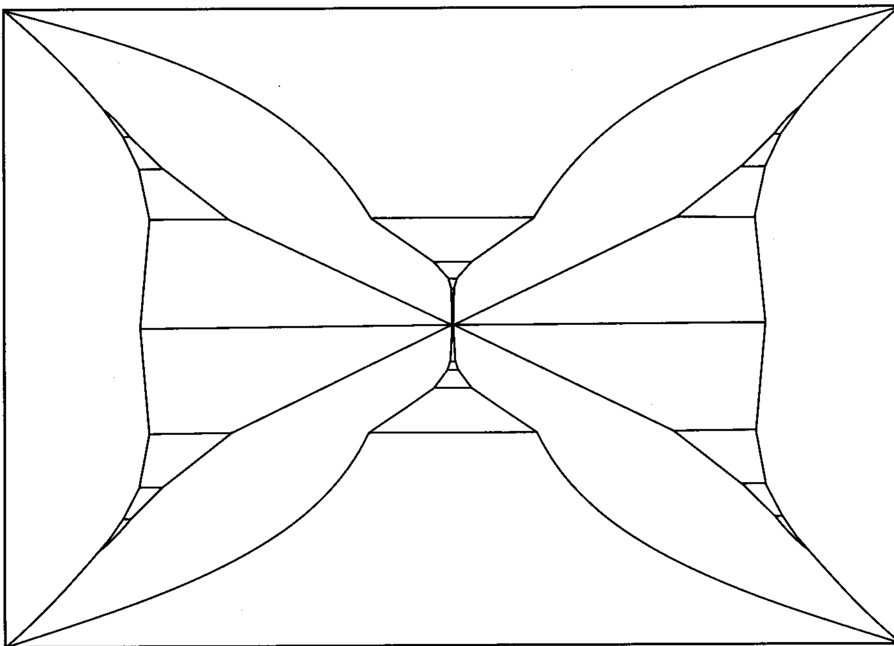


FIGURA 33 (a) Esqueleto a partir do qual a INT pode ser reconstruída por substituições recorrentes
(b) Esqueleto a partir do qual o Gplot pode ser reconstruído por substituições recorrentes



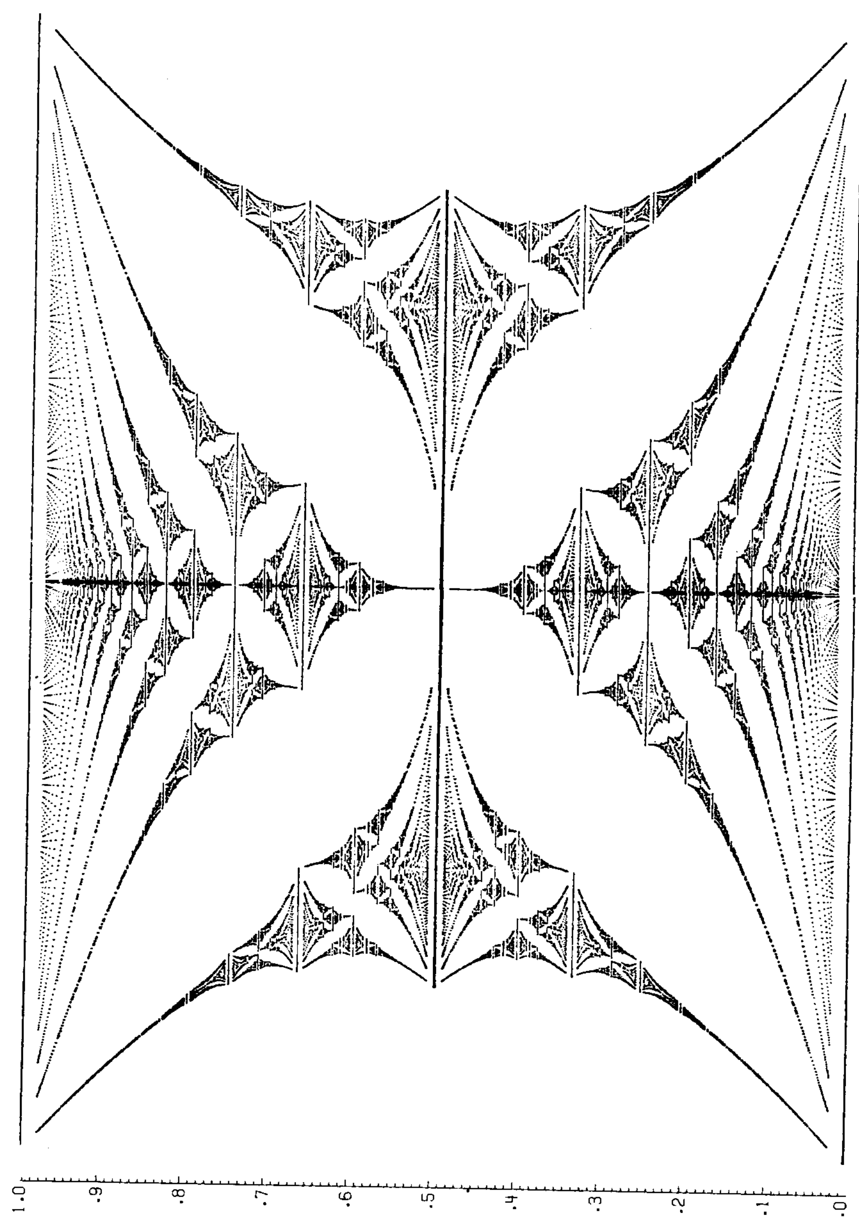


FIGURA 34. O Gplot: gráfico recorrente que mostra todas as faixas de energia para os elétrons em um cristal idealizado em um campo magnético. α, que representa a força do campo magnético, desloca-se verticalmente de 0 a 1. A energia desloca-se horizontalmente. Os segmentos de linha horizontais são faixas de energia possível dos elétrons

recorrência penetra na teoria da física dos estados sólidos. Agora veremos outra maneira em que a recorrência penetra na construção do mundo como um todo. Isso tem muito a ver com a estrutura das partículas elementares: elétrons, prótons, nêutrons e os *quanta* mínimos de radiação eletromagnética a que chamamos "fótons". Veremos que as partículas – em um certo sentido que só pode ser definido rigorosamente pela mecânica quântica relativista – ficam aninhadas umas dentro das outras de um modo que pode ser descrito recorrentemente, talvez até por meio de algum tipo de "gramática".

Começaremos com a observação de que se as partículas não interagissem umas com as outras, as coisas seriam incrivelmente simples. Os físicos apreciariam um mundo assim, porque poderiam facilmente calcular o comportamento de todas as partículas (se é que nesse mundo pudessem existir físicos, o que é uma proposição duvidosa). As partículas sem interação são denominadas partículas simples e são criações puramente hipotéticas, sem existência real.

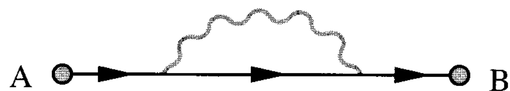
Quando se introduzem as interações, as partículas se envolvem entre si, do mesmo modo que as funções F e M se envolvem mutuamente, ou como o fazem as pessoas casadas. Diz-se que essas partículas reais são *renormalizadas*, um termo feio, mas intrigante. Na verdade, nenhuma partícula pode sequer ser definida sem referência a todas as demais partículas, cujas definições dependem, por sua vez, das primeiras partículas, etc. Como um carrossel em uma *volta infinita.*

Sejamos um pouco mais concretos. Limitemo-nos a dois tipos apenas de partículas: *elétrons* e *fótons*. Teremos de introduzir também a antipartícula do elétron, o *pósitron*. (Os fótons são suas próprias antipartículas.) Imagine-se inicialmente um mundo pobre, em que um elétron simples deseje propagar-se do ponto A ao ponto B, como Zenão propõe em minha *Invenção de três vozes*. Um físico desenharia uma figura como esta:

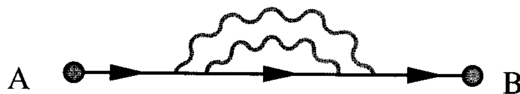


Há uma expressão matemática que corresponde a essa linha e a seus extremos, e é fácil descrevê-la. Por meio dela, o físico pode compreender o comportamento do elétron simples em sua trajetória.

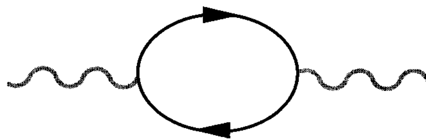
Introduzamos agora a interação eletromagnética por meio da qual os elétrons e os fótons interagem. Embora não haja fótons em cena, conseqüências profundas ocorreram mesmo para essa trajetória simples. Em particular, nosso elétron adquire a capacidade de emitir e então reabsorver *fótons virtuais* – fótons que oscilam entre a existência e a não-existência antes que possam ser vistos. Mostremos um desses processos:



À medida que nosso elétron se propaga, pode *emitir* e *reabsorver* um fóton após outro, ou pode mesmo aninhá-los, como mostrado abaixo:



As expressões matemáticas correspondentes a estes diagramas – denominados "diagramas de Feynman" – são fáceis de escrever, mas mais difíceis de calcular que a relativa ao elétron simples. Mas o que realmente complica o quadro é que um fóton (real ou virtual) pode deteriorar-se, por um breve momento, em um par elétron-pósitron. Esses, então, se aniquilam mutuamente e, como por milagre, o fóton original ressurge. Esse tipo de processo é mostrado a seguir:



O elétron tem uma seta que aponta para a direita, enquanto que a seta do pósitron aponta para a esquerda.

Como você pode ter visto, esses processos virtuais podem ser aninhados uns dentro dos outros até uma profundidade arbitrária. Isso pode dar origem a dese-

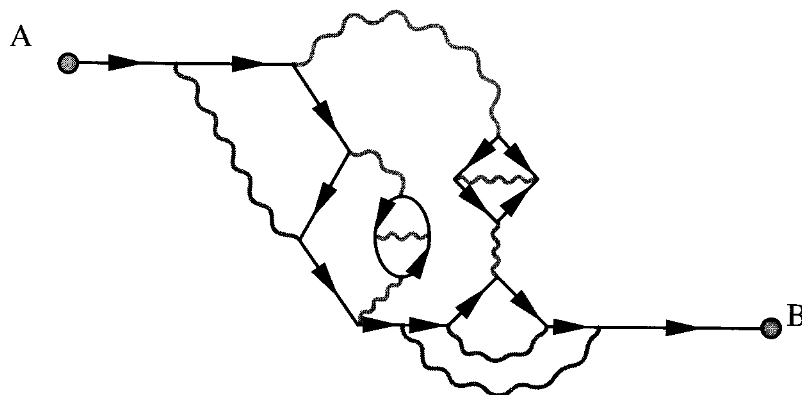


FIGURA 35. Um diagrama de Feynman que mostra a propagação de um elétron renormalizado de A para B. Neste diagrama, o tempo cresce para a direita. Por conseguinte, nos segmentos em que a flecha do elétron aponta para a esquerda, ele se move "para trás no tempo". Um modo mais intuitivo de dizer isso é de que um antielétron (pósitron) move-se para frente no tempo. Os fótons são suas próprias antipartículas; por conseguinte, suas linhas não necessitam de flechas

nhos de aparência bastante complicada, como o que aparece na figura 35. Nesse diagrama de Feynman, um único elétron entra pela esquerda, no ponto A, executa algumas acrobacias espantosas e depois um único elétron emerge à direita, no ponto B. Para um estranho, que não possa ver a confusão interior, parece apenas que um elétron viajou pacificamente de A até B. No diagrama pode-se ver como as linhas dos elétrons podem ser ataviadas arbitrariamente, assim como as linhas dos fótons. Um diagrama assim seria extremamente difícil de calcular.

Há um tipo de "gramática" nesses diagramas que permite que apenas certos desenhos sejam realizáveis na natureza. O desenho a seguir, por exemplo, é impossível.



Você poderia dizer que não se trata de um diagrama de Feynman "bem formado". A gramática é resultado de leis básicas da física, como a da conservação da energia, a da conservação da carga elétrica e assim por diante. E assim como as gramáticas das línguas humanas, essa gramática tem uma estrutura recorrente, na medida em que permite aninhamentos profundos de estruturas, umas dentro das outras. Seria possível traçar um conjunto de redes de transição recorrentes que definissem a "gramática" da interação eletromagnética.

Quando se permite que os elétrons simples e os fótons simples interajam nesses envolvimentos arbitrários, o resultado são elétrons e fótons *normalizados*. Assim, para compreender como um elétron físico real se propaga de A a B, o físico deve ter a possibilidade de tomar uma espécie de média de todos os infinitamente diferentes desenhos possíveis que envolvem partículas virtuais. Isso é Zenão elevado ao quadrado!

Por conseguinte, o importante é que uma partícula física – uma partícula renormalizada – envolve: (1) uma partícula simples e (2) um enorme emaranhado de partículas virtuais, inextrincavelmente entrelaçadas em uma confusão recorrente. Assim, a existência de toda partícula real envolve portanto a existência de um número infinitamente grande de outras partículas, contidas em uma "nuvem" virtual que a envolve na medida em que se propaga. E cada uma das partículas virtuais da nuvem, evidentemente, também leva consigo sua própria nuvem virtual e assim por diante *ad infinitum.*

Os físicos de partículas verificaram que tal complexidade é imanejável e, para compreender o comportamento de elétrons e fótons, utilizam aproximações que desprezam todos os diagramas de Feynman que não sejam razoavelmente singelos. Felizmente, quanto mais complexo é um diagrama, menor sua contribuição. Não há maneira conhecida de resumir o número infinitamente grande de diagramas possíveis para se obter uma expressão do comportamento de um elétron físico totalmente renormalizado. Mas consideran-

do aproximadamente os cem diagramas mais singelos para certos processos, os físicos podem prever um valor (o chamado fator g do múon) até nove casas decimais – corretamente!

A renormalização não ocorre apenas entre elétrons e fótons. Sempre que quaisquer tipos de partículas interagirem, os físicos usam as idéias da renormalização para compreender o fenômeno. Assim, prótons e nêutrons, neutrinos, mésons pi, quarks – todas as feras do zoológico subnuclear – têm versões simples e renormalizadas nas teorias físicas. E dos bilhões dessas bolhas dentro de bolhas todas as bulhas e belezas do mundo são compostas.

Cópias e igualdades

Consideremos agora novamente o Gplot. Você se lembrará de que na "Introdução" falamos de diferentes variedades de cânones. Cada tipo de cânone explora uma maneira de tomar um tema original e copiá-lo por meio de um isomorfismo, ou transformação preservadora de informações. Por vezes, as cópias são feitas de cabeça para baixo, por vezes com reduções, ou com expansões... No Gplot temos todos esses tipos de transformações e outros mais. As transposições entre o Gplot como um todo e suas "cópias" internas envolvem mudanças de tamanho, curvatura, reflexões e outras coisas. Permanece, contudo, uma certa identidade de esqueletos, que o olho pode perceber com algum esforço, particularmente após haver já praticado com a INT.

Escher retomou a idéia de que uma parte do objeto seja cópia do objeto como um todo e levou-a a uma gravura: sua xilografia *Fish and scales* (*Peixes e escamas*) (figura 36). Evidentemente, esses peixes e essas escamas são uma mesma coisa apenas quando vistos em um plano suficientemente abstrato. Todos sabem que as escamas de um peixe não são, na verdade, pequenas cópias do peixe; e que tampouco o são as células do peixe; contudo, o ADN de um peixe, que reside dentro de cada uma de suas células, é uma cópia muito retorcida do peixe como um todo – e, portanto, há mais que um grão de verdade na obra de Escher.

O que há de "igual" em todas as borboletas? A comparação entre uma borboleta e outra não superpõe cada célula a sua contraparte; em vez disso, a superposição dá-se entre cada parte funcional e a parte funcional correspondente, o que pode ocorrer parcialmente em escala macroscópica e parcialmente em escala microscópica. As proporções exatas das partes não são preservadas; apenas os relacionamentos funcionais entre elas. Esse é o tipo de isomorfismo que liga todas as borboletas na xilografia de Escher, *Butterflies* (*Borboletas*) (figura 37). O mesmo ocorre com relação às borboletas mais abstratas do Gplot, que se ligam entre si por meio de transposições matemáticas que ligam as partes funcionais correspondentes, mas ignoram totalmente as proporções exatas das linhas, dos ângulos e assim por diante.

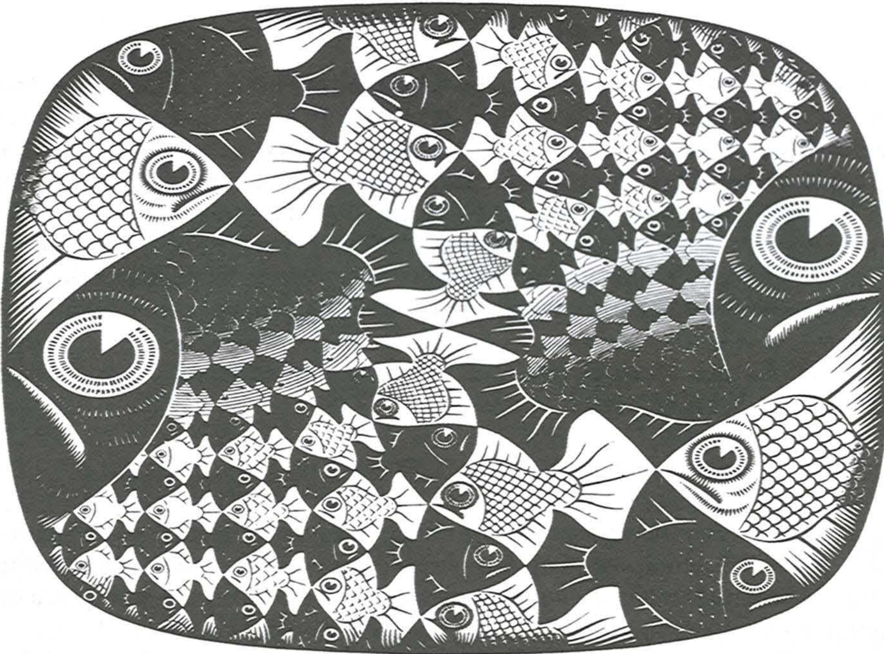


FIGURA 36. Fish and scales (Peixes e escamas), *por M.C. Escher (xilogravura, 1959)*

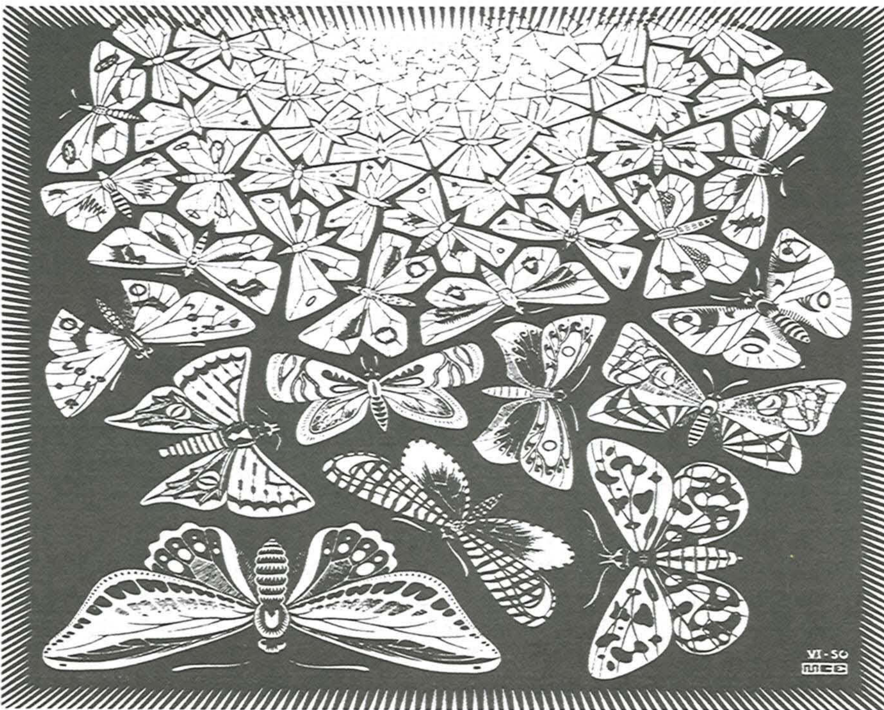


FIGURA 37. Butterflies (Borboletas), *por M. C. Escher (gravura em madeira, 1950)*

Levando essa exploração da igualdade a um plano de abstração ainda mais alto, poderíamos bem perguntar: "O que há de 'igual' em todos os desenhos de Escher?" Seria absurdo tentar superpô-los um ao outro ponto por ponto. O surpreendente é que mesmo uma pequena seção de um desenho de Escher ou de uma peça de Bach fornece a pista certa. Assim como o ADN de um peixe está contido dentro de cada porção mínima do peixe, também a "assinatura" do criador está contida dentro de cada porção mínima de suas criações. Não temos mais que uma palavra – vaga e escorregadia – para nos referirmos a isso – "estilo".

Continuamos a nos defrontar com a "igualdade na diferença" e com a pergunta:

Quando é que duas coisas são iguais?

Ela aparecerá recorrentemente por diversas vezes neste livro. A ela chegaremos a partir de todo tipo de ângulos oblíquos e, por fim, veremos a maneira profunda pela qual essa pergunta simples está relacionada com a natureza da inteligência.

Não foi por acidente que tal pergunta surgiu no capítulo sobre recorrência, pois esse é o domínio em que a "igualdade na diferença" desempenha papel protagonista. A recorrência baseia-se em uma "mesma" coisa que acontece simultaneamente em diversos níveis diferentes. Mas os fatos nos níveis diferentes *não são* exatamente os mesmos – ao invés, encontramos neles algum aspecto invariável a despeito das múltiplas maneiras em que diferem. No *Pequeno labirinto harmônico*, por exemplo, todas as histórias em níveis diferentes são desconectadas – sua "igualdade" reside apenas em dois fatos: (1) elas são histórias e (2) envolvem a Tartaruga e Aquiles. Afora isso, são radicalmente diferentes uma das outras.

Programação e recorrência: modularidade, voltas, procedimentos

Uma das habilidades essenciais à programação de computadores é a de perceber quando dois processos são iguais, nesse sentido amplo, pois isso leva à *modularização* – a divisão de uma tarefa em subtarefas naturais. Por exemplo, pode-se desejar que uma seqüência de muitas operações similares seja executada em sucessão. Em vez de escrevê-las todas, podemos anotar uma *volta*, que diz ao computador que execute um conjunto fixo de operações e depois volte ao começo e execute-as novamente, por diversas vezes, até que determinada condição seja satisfeita. O *corpo* da volta – o conjunto fixo de instruções a ser repetido – não precisa, na verdade, ser completamente fixo. Ele pode variar segundo uma maneira previsível.

Um exemplo é o teste mais tosco sobre a condição de número primo de um natural N, no qual se começa tentando dividir N por 2, depois por 3, 4, 5,

etc., até $N - 1$. Se N passar por todos esses testes sem ser divisível, ele é primo. Observe que cada passo da volta é similar, mas não igual aos demais passos. Observe também que o número de passos varia com N, e, portanto, uma volta de extensão fixa jamais poderia funcionar como teste para a condição de primo. Há dois critérios para "abortar" a volta: (1) se um número divide N exatamente, conclui-se com a resposta "NÃO"; (2) se se alcança $N - 1$ como divisor e N sobrevive, conclui-se com a resposta "SIM".

A idéia das voltas é, portanto, a seguinte: executar uma série de passos correlatos repetidas vezes e abortar o processo quando são satisfeitas condições específicas. Por vezes, conhecer-se-á de antemão o número máximo de passos de uma volta; outras vezes, tem-se de começar e esperar até que o processo seja abortado. O segundo tipo de volta – que eu denomino volta *livre* – é perigoso porque o critério para o abortamento pode não ocorrer nunca, o que deixa o computador em uma chamada "volta infinita". Essa distinção entre *voltas limitadas* e *voltas livres* é um dos conceitos mais importantes de toda a ciência da computação e a ela dedicaremos um capítulo inteiro: "VoD e VoL e VoM".

As voltas podem aninhar-se umas dentro das outras. Suponhamos, por exemplo, que desejemos testar todos os números entre 1 e 5.000 quanto à condição de primo. Podemos construir uma segunda volta que use reiteradamente o teste antes descrito, começando com $N = 1$ e terminando com $N = 5.000$. Assim, nosso programa terá a estrutura de uma "volta da volta". Tais estruturas de programas são típicas – com efeito, são consideradas como de bom estilo em programação. Esse tipo de volta aninhada também ocorre em instruções de montagem de itens corriqueiros e em atividades como tricô e crochê – voltas muito pequenas são repetidas por diversas vezes em voltas maiores que, por sua vez, também são executadas reiteradamente... Enquanto o resultado de uma volta de nível baixo pode não ser mais que alguns pontos, o resultado de uma volta de nível alto pode ser uma parte substancial de uma vestimenta.

Também na música, voltas aninhadas ocorrem com freqüência – como, por exemplo, quando uma escala (uma volta pequena) é tocada diversas vezes seguidas, talvez deslocada de um tom a cada vez. A propósito, os últimos movimentos do concerto para piano nº 5 de Prokofiev e da segunda sinfonia de Rachmaninoff contêm passagens extensas em que voltas de escala, rápidas, médias e vagarosas, são tocadas simultaneamente por diferentes grupos de instrumentos, produzindo grande efeito. As escalas de Prokofiev sobem; as de Rachmaninoff descem. Faça sua escolha.

Uma noção mais genérica que a de volta é a de *sub-rotina*, ou *procedimento*, que já foi algo discutida. A idéia básica aqui é a de que um conjunto de operações é agrupado e considerado como uma unidade com um nome próprio – como o procedimento SUBSTANTIVO ADORNADO. Como vimos com relação às RTRs, os procedimentos podem pedir uns pelos outros por meio do nome, expressando, assim, de maneira muito concisa, séries de operações que devem ser executadas. Essa é a essência da modularidade na programação. A modularidade existe, evi-

dentemente, em sistemas de alta fidelidade, no mobiliário, nas células vivas, na sociedade humana – onde quer que haja uma organização hierárquica.

Com grande freqüência, deseja-se um procedimento que atue variavelmente, de acordo com o contexto. Tais procedimentos devem contar ou com uma maneira de dar uma espiada no que está guardado na memória e selecionar suas ações com base nisso, ou serem dotados de uma lista de *parâmetros* que guiem a escolha das ações a tomar. Por vezes, ambos os métodos são empregados. Em terminologia de RTR, a escolha da ordem das ações a tomar representa a *escolha do caminho a seguir*. Uma RTR suprida com parâmetros e condições que controlam a escolha de caminhos em seu interior é denominada *Rede de Transição Aumentada* (RTA). Um lugar onde se pode preferir uma RTA a uma RTR é o da produção de frases que façam sentido a partir de palavras puras, de acordo com uma gramática representada em um conjunto de RTAs. Os parâmetros e as condições permitiriam a inserção de várias limitações semânticas, de forma que justaposições aleatórias como "o creme idiota" seriam proibidas. Falaremos mais a esse respeito, todavia, no capítulo XVIII.

Recorrência em programas de xadrez

Um exemplo clássico de procedimento recorrente com parâmetros é o da escolha do "melhor" movimento em xadrez. O melhor movimento pareceria ser o que deixa o oponente na situação mais difícil. Por conseguinte, um teste para a qualidade do movimento é simplesmente o seguinte: imagine que você já fez o movimento e avalie a situação do ponto de vista do oponente. Mas como o oponente avalia a posição? Bem, ele busca o *seu* melhor movimento. Ou seja, verifica mentalmente todos os movimentos possíveis e avalia-os a partir do que pensa ser o *teu* ponto de vista, esperando, ainda, que todos os movimentos *te* pareçam maus. Mas observe que agora definimos o "melhor movimento" recorrentemente, usando simplesmente a máxima de que o que é melhor para um lado é pior para o outro. O procedimento recorrente que busca o melhor movimento opera experimentando um movimento e, em seguida, *chamando por si próprio no papel de oponente!* Como tal, ele experimenta outro movimento e chama por si próprio no papel de oponente do oponente – ou seja, ele próprio.

Essa recorrência pode alcançar uma profundidade de vários níveis – mas ela tem de atingir o fundo do poço em algum momento! Como avaliar uma posição de jogo *sem* olhar adiante? Há numerosos critérios úteis para esse fim, tais como simplesmente o número de peças em cada lado, o número e o tipo de peças sob ataque, o controle do centro e assim por diante. Utilizando esse tipo de avaliação, o gerador recorrente de movimentos pode subir de volta e proporcionar uma avaliação do nível mais alto de cada movimento diferente. Um dos parâmetros na autochamada, portanto, tem de determinar quantos movimentos adiante são necessários considerar. A chamada mais exterior ao procedimento utilizará valor externamente atribuído para esse parâmetro. A partir de então, cada vez que o pro-

cedimento recorrentemente chama a si próprio, deve diminuir em uma unidade esse parâmetro de previsão de movimentos. Dessa maneira, quando o parâmetro chega a zero, o procedimento seguirá o caminho alternativo – a avaliação não-recorrente.

Nesse tipo de programa de jogo, cada movimento investigado causa a geração de uma chamada "árvore de movimentos ulteriores", tendo o próprio movimento como tronco, as reações como os galhos principais, as contra-reações como galhos subsidiários e assim por diante. Na figura 38, mostro uma árvore de movimentos ulteriores simples, que descreve o início de um jogo da velha. Descobrir como evitar ter de explorar cada ramo da árvore de movimentos ulteriores até a ponta é uma arte. Na árvore do xadrez, certas pessoas – e não computadores – parecem denominar essa arte; sabe-se que os melhores jogadores consultam os movimentos ulteriores relativamente pouco, em comparação com a maioria dos programas de xadrez – e, no entanto, as pessoas são muito melho-

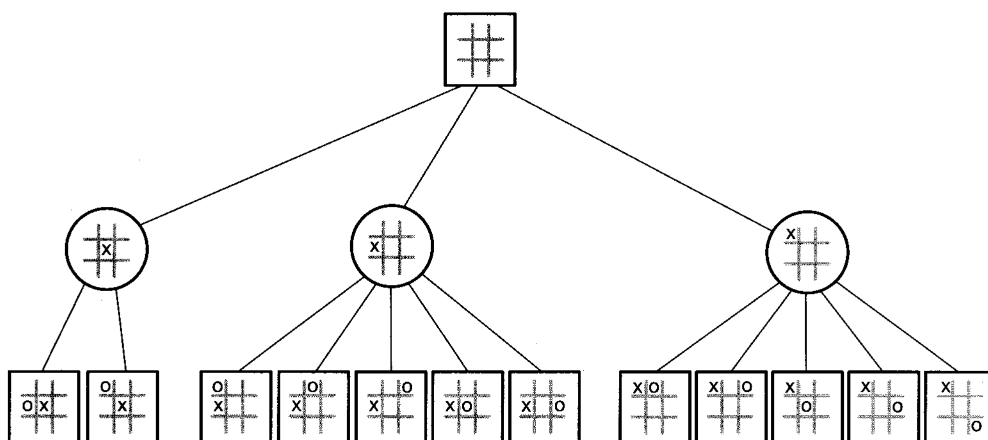


FIGURA 38. A árvore de movimentos e contramovimentos ao início de um jogo da velha

res! Nos primórdios do xadrez de computadores costumava-se estimar que em um período de dez anos um computador (ou um programa) seria campeão mundial. Mas transcorridos esses dez anos, parecia que o dia em que um computador seria campeão mundial ainda estava dez anos à frente... Esse é apenas mais um elemento de comprovação da bastante recorrente

> *Lei de Hofstadter*: Sempre demora mais que o esperado, mesmo quando você leva em conta a Lei de Hofstadter.

Recorrência e imprevisibilidade

Qual a relação entre os processos recorrentes deste capítulo e os conjuntos recorrentes do capítulo anterior? A resposta envolve a noção de um *conjunto recorrentemente enumerável*. Diz-se que um conjunto é r.e. quando pode ser gerado a partir de um conjunto de pontos de partida (axiomas), por meio da aplicação reiterada de regras de inferência. Desse modo, o conjunto cresce cada vez mais, com cada elemento novo sendo composto, de alguma maneira, a partir de elementos anteriores, em uma espécie de "bola de neve matemática". Mas essa é a essência da recorrência – algo que é definido em termos de versões mais simples que ele próprio, ao invés de sê-lo explicitamente. Os números de Fibonacci e os números de Lucas são exemplos perfeitos de conjuntos r.e.: forma-se uma bola de neve de conjuntos infinitos a partir de dois elementos, por meio de uma regra recorrente. É apenas matéria de convenção denominar "recorrente" um conjunto r.e. cujo complemento também é r.e.

A enumeração recorrente é um processo em que coisas novas emergem de coisas antigas por meio de regras fixas. Parece haver muitas surpresas em tais processos – por exemplo, a imprevisibilidade da seqüência Q. Poderia parecer que séries recorrentemente definidas desse tipo possuem alguma espécie de complexidade de comportamento inerentemente crescente, de modo que quanto mais você avança, mais imprevisíveis elas se tornam. Levado um pouco mais longe, esse tipo de pensamento sugere que sistemas recorrentes devidamente complicados poderiam ter força suficiente para romper com quaisquer padrões predeterminados. E não é essa uma das propriedades definitórias da inteligência? Em vez de apenas considerar programas compostos de procedimentos que podem recorrentemente *chamar* a si próprios, por que não chegar à sofisticação de inventar programas que possam *modificar* a si próprios – programas que possam agir sobre programas, ampliando-os, aperfeiçoando-os, generalizando-os, reparando-os e assim por diante? Esse tipo de "recorrência entrelaçada" provavelmente se encontra no cerne da inteligência.

Cânone por aumentação de intervalos

Aquiles e a Tartaruga acabam de terminar um delicioso banquete chinês, no melhor restaurante chinês da cidade.

Aquiles: Você maneja os pauzinhos com destreza, Sr. T.
Tartaruga: Não me espanta. Desde minha juventude tenho um fraco pela cozinha oriental. Gostou da refeição, Aquiles?
Aquiles: Imensamente. Eu não havia provado comida chinesa antes. Essa refeição foi uma esplêndida apresentação. E agora? Está com pressa de ir-se ou vamos ficar sentados aqui e conversar um pouco?
Tartaruga: Eu adoraria conversar enquanto bebemos chá. Garçom!

(O garçom aproxima-se.)

A conta, por favor, e um pouco mais de chá.

(O garçom afasta-se.)

Aquiles: Pode ser que você entenda mais de cozinha chinesa do que eu, Senhor T, mas aposto que, por outro lado, eu conheço poesia japonesa melhor. Você já leu algum haicai?
Tartaruga: Temo que não. O que é um haicai?
Aquiles: Um haicai é um poema japonês em dezessete sílabas – ou melhor, um minipoema, evocativo, talvez, da mesma forma como o é uma pétala de rosa ou uma lagoa de lírios sob o chuvisco. Geralmente consiste de grupos de cinco, sete e cinco sílabas, nessa ordem.
Tartaruga: Os poemas de dezessete sílabas não têm sentido.
Aquiles: O sentido está na cabeça do leitor, como no haicai.
Tartaruga: Hmm... Esta é uma afirmação evocativa.

(O garçom chega com a conta, outro bule de chá e dois pastéis da sorte.)

Obrigado. Quer mais chá, Aquiles?
Aquiles: Por favor. Estes pasteizinhos parecem deliciosos. *(Apanha um, morde-o e começa a mastigar.)* Hei! Há algo de estranho aqui dentro. Um pedaço de papel?
Tartaruga: É a sua sorte, Aquiles. Em muitos restaurantes chineses a conta é acompanhada por pastéis da sorte, como meio de suavizar o golpe. Caso você passe a freqüentar restaurantes chineses, acabará por encarar os pastéis da sorte

menos como pastéis do que como transmissores de mensagens. Infelizmente, parece que você engoliu um pouco da sua sorte. O que diz o resto?

Aquiles: Estranho. Todas as letras estão juntas, sem que haja qualquer espaço entre elas. Talvez seja necessário decifrá-las de algum modo. Ah, agora estou vendo. Se os espaços forem reintroduzidos nos devidos lugares, temos "OSE MTO MSE MSO MOH". Não tem pé nem cabeça. Talvez seja um poema do tipo haicai, de que comi a maioria das sílabas.

Tartaruga: Nesse caso, sua sorte é, agora, apenas 5/17 de um haicai. E que imagem curiosa que isso evoca. Se 5/17 de um haicai é uma nova forma de arte, então direi que é uma arte sem tom, sem som, de formas inusitadas... Posso dar uma olhada?

Aquiles (entregando à Tartaruga o pedacinho de papel): Claro.

Tartaruga: Imagine! Quando sou eu que o "decifro", Aquiles, sai algo completamente diferente! Não se trata, de forma alguma, do que você disse. Trata-se de uma mensagem que diz "O SEM TOM SEM SOM, OH". Soa como um comentário perspicaz sobre a nova forma de arte do 5/17 de haicai.

Aquiles: Tem razão. Não lhe parece surpreendente que o poema contenha seu próprio comentário!

Tartaruga: Tudo o que fiz foi deslocar o padrão de leitura – isto é, deslocar todos os espaços uma unidade para a direita.

Aquiles: Vejamos o que diz a sua sorte, Sr. Tartaruga.

Tartaruga (lendo, após partir habilmente seu biscoito): "A fortuna é tanto parte do glutão quanto do pastel".

Aquiles: Sua sorte é, também, um haicai, Sr. Tartaruga, ao menos ela contém dezessete sílabas na mencionada forma 5-7-5.

Tartaruga: Benza Deus! Eu nunca o teria notado, Aquiles. É o gênero de coisa que só você notaria. O que mais me chamou a atenção foi o que está dito – o que, é claro, está aberto à interpretação.

Aquiles: Isso é para se ver como cada um de nós tem uma maneira característica de interpretar as mensagens que encontra...

(Aquiles contempla, distraído, as folhas de chá no fundo de sua xícara vazia.)

Tartaruga: Mais chá, Aquiles?

Aquiles: Sim, obrigado. A propósito, como vai passando seu amigo, o Caranguejo? Tenho pensado nele desde que você me contou sobre sua estranha batalha fonográfica.

Tartaruga: Falei-lhe sobre você também e ele está bastante ansioso para conhecê-lo. Vai passando muito bem. Aliás, recentemente adquiriu um novo item na linha dos toca-discos: um tipo raro de toca-discos automático.

Aquiles: Ah! Fale-me um pouco sobre isso. Os toca-discos automáticos, com suas luzes coloridas que cintilam e suas canções tolas, parecem-me tão pitorescos, recordando eras passadas.

Tartaruga: Esse toca-discos é demasiado grande e não coube na casa do Caranguejo. Por isso, ele mandou construir um barracão nos fundos, especialmente para abrigá-lo.

Aquiles: Não posso imaginar a razão desse tamanho, a não ser que o aparelho possua uma coleção de discos inusitadamente grande. Acertei?

Tartaruga: Para dizer a verdade, o aparelho tem um disco só.

Aquiles: O quê? Um toca-discos automático com um disco só? Trata-se de uma contradição em termos. Se é esse o caso, porque então o aparelho é tão grande? Seria este único disco gigante – com seis metros de diâmetro?

Tartaruga: Não; é simplesmente um disco do tipo usado nos toca-discos automáticos comuns.

Aquiles: Sr. Tartaruga, você deve estar me passando a perna. Afinal, que tipo de toca-discos automático é esse que tem uma música só?

Tartaruga: Quem falou de uma música só, Aquiles?

Aquiles: Todo toca-discos automático que encontrei na vida obedecia ao axioma fundamental dos toca-discos automáticos: um disco, uma música.

Tartaruga: Esse é diferente, Aquiles. O disco está suspenso em posição vertical. Atrás e acima dele há uma pequena mas elaborada rede de trilhos, onde estão pendurados vários toca-discos. Quando você aperta dois botões, tais como B-1, opera-se a seleção de um toca-discos. Isso dispara um mecanismo automático que faz com que o toca-discos selecionado comece a locomover-se, rangendo, ao longo dos trilhos enferrujados... Ele entra, então, num desvio, ao lado do disco – e é engatado na posição de tocar.

Aquiles: E então o disco começa a girar e a música sai, não é?

Tartaruga: Não exatamente. O disco permanece fixo – o toca-discos é que adquire um movimento de rotação.

Aquiles: Eu devia ter adivinhado. Mas, se você só tem um disco, seria possível obter mais de uma música dessa engenhoca maluca?

Tartaruga: Eu mesmo fiz essa pergunta ao Caranguejo. Ele se limitou a sugerir que eu experimentasse o aparelho. Então, pesquei uma moeda do bolso (cada moeda vale por três músicas), meti-a na fresta e apertei os botões B-1, C-3 e B-10, um após o outro simplesmente ao acaso.

Aquiles: Suponho, então, que o toca-discos B-1 veio deslizando pelos trilhos, ligou-se ao disco vertical e começou a girar?

Tartaruga: Exatamente. A música que se escutou era bastante agradável, baseada na famosa melodia antiga B-A-C-H, de que, acredito, você se lembra...



Aquiles: Como poderia esquecê-la?

Tartaruga: Foi esse, portanto, o toca-discos B-1. Ao terminar, deslizou vagarosamente até o seu lugar anterior, para que o C-3 pudesse entrar em posição.

Aquiles: Não me venha dizer que o C-3 tocou outra música?

Tartaruga: Sim, senhor. Foi exatamente isso.

Aquiles: Ah, entendo. Ele tocou o outro lado do disco ou outra faixa do mesmo lado.
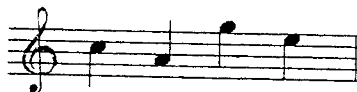
Tartaruga: Não. O disco está gravado só de um lado e tem uma única faixa.

Aquiles: Então não entendo nada. NÃO SE PODE obter músicas diferentes de um mesmo disco!

Tartaruga: É o que eu pensava até deparar com o toca-discos automático do Sr. Caranguejo.

Aquiles: Qual era a segunda canção?

Tartaruga: É isso que é interessante... Era uma canção baseada na melodia de C-A-G-E.



Aquiles: Mas é uma melodia totalmente diferente!

Tartaruga: É verdade.

Aquiles: E esse John Cage não é um compositor de música moderna? Parece-me ter lido algo sobre ele num dos meus livros sobre haicai.

Tartaruga: Exatamente. Ele compôs várias peças célebres, tais como *4'33"*, uma peça em três movimentos, que consiste de silêncios de comprimentos diferentes. É admiravelmente expressiva – se é que você aprecia o gênero.

Aquiles: Imagino que, se eu estivesse num bar barulhento, pagaria, com prazer, para ouvir *4'33"* do Cage num toca-discos automático. Poderia trazer algum alívio!

Tartaruga: Certo – quem é que gosta de ouvir barulho de pratos e talheres? Aliás, outro lugar em que a *4'33"* viria a calhar seria na Ala dos Leões, na hora da comida.

Aquiles: Você está sugerindo que o lugar do Cage é no zoológico? Talvez faça sentido. Mas, voltando ao toca-discos automático do Caranguejo... Estou perplexo. Como é que "BACH" e "CAGE" podem estar ambos codificados, ao mesmo tempo, num único disco?

Tartaruga: Aquiles, você verá que há relação entre os dois, se os examinar com cuidado. Deixe-me indicar-lhe o caminho. O que é que se obtém ao se fazer uma lista dos intervalos sucessivos na melodia B-A-C-H?

Aquiles: Deixe-me ver. Em primeiro lugar, ela desce um semitom, de B para A (tomando B à maneira alemã); depois, sobe três semitons até C; e finalmente cai um semitom até H. A configuração resultante é:

-1, +3, -1

Tartaruga: Precisamente. E quanto ao C-A-G-E?

Aquiles: Bem, nesse caso, inicia-se com uma queda de três semitons, depois de uma elevação de dez semitons (quase uma oitava) e, finalmente, outra queda de três semitons: O que nos dá a configuração:

-3, +10, -3

É bastante parecida com a anterior, não é?

Tartaruga: Na verdade, é. Num certo sentido, elas têm exatamente o mesmo "esqueleto". Pode-se produzir C-A-G-E a partir de B-A-C-H, multiplicando-se todos os intervalos por 3 1/3 e tomando-se o número inteiro mais próximo.

Aquiles: Macacos me mordam! Então, isso quer dizer que só há uma espécie de código-esqueleto nos sulcos do disco e que os vários toca-discos entram com sua própria interpretação do código?
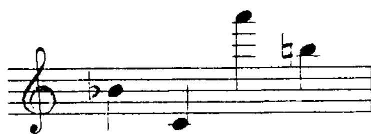
Tartaruga: Não tenho certeza. O Caranguejo não quis dar todos os detalhes. Mas eu ainda cheguei a ouvir a terceira música, quando o toca-discos B-10 entrou em posição.

Aquiles: Como era ela?

Tartaruga: A melodia consistia de intervalos enormemente largos e era assim: B-C-A-H.

A configuração dos intervalos em semitons era:

-10, +33, -10



e pode ser obtida a partir da configuração CAGE por meio de mais uma multiplicação de 3 1/3 e do arredondamento para números inteiros.

Aquiles: Você sabe se existe um nome para essa espécie de multiplicação de intervalos?

Tartaruga: Poderia ser chamada de "aumentação de intervalos". É semelhante ao mecanismo canônico de aumentação temporal, onde todos os valores de tempo das notas de uma melodia são multiplicados por alguma constante. Lá, o efeito é meramente tornar mais lenta a melodia. Aqui, o efeito é expandir o campo melódico de maneira curiosa.

Aquiles: Incrível. Quer dizer que todas as três melodias que você experimentou eram aumentações de intervalos de uma única configuração de sulcos, inerente ao disco?

Tartaruga: Foi o que concluí.

Aquiles: Parece-me curioso que, ao aumentar-se BACH, obtenha-se CAGE, e que, ao aumentar-se CAGE outra vez, volte-se a BACH, só que, dessa vez, embaralhado por dentro, como se BACH tivesse ficado com um enjôo de estômago ao passar pelo estágio intermediário de CAGE.

Tartaruga: Soa como um comentário perspicaz sobre a nova forma de arte de CAGE.

CAPÍTULO VI

A localização do significado

Quando uma coisa não é sempre a mesma coisa?

No último capítulo defrontamo-nos com a pergunta: "Quando é que duas coisas são iguais?" Neste capítulo, trataremos do reverso da medalha: "Quando é que uma coisa não é sempre a mesma?" A questão que abordamos é a de se o significado pode ser tido como inerente a uma mensagem ou se o significado é sempre manufaturado pela interação de uma mente, ou um mecanismo, com uma mensagem – como no diálogo precedente. No último caso, não se pode dizer que o significado esteja localizado em qualquer lugar específico e tampouco se pode dizer que a mensagem tenha qualquer significado universal ou objetivo, uma vez que cada observador poderia aportar seu próprio significado a cada mensagem. Mas, no primeiro caso, o significado teria tanto localização quanto universalidade. Neste capítulo, desejo defender a universalidade de pelo menos algumas mensagens, sem reivindicá-la, contudo, para todas as mensagens. A idéia do "significado objetivo" de uma mensagem mostrar-se-á relacionada, de um modo interessante, com a simplicidade com que a inteligência pode ser descrita.

Portadores de informação e reveladores de informação

Começarei com meu exemplo favorito: o relacionamento entre discos, música e toca-discos. Para nós é natural a idéia de que um disco contenha a mesma informação que uma peça musical devido à existência dos toca-discos, que podem "ler" os discos e converter os padrões dos sulcos em sons. Em outras palavras, existe um isomorfismo entre os padrões dos sulcos e os sons, e o toca-discos é um mecanismo que torna fisicamente real esse isomorfismo. É natural, portanto, pensar no disco como um *portador de informações* e no toca-discos como um *revelador de informações*. Um segundo exemplo dessas noções é proporcionado pelo sistema mg. Nele, os "portadores de informação" são os teoremas e o "revelador de informação" é a interpretação, a qual é tão transparente que não necessitamos de nenhuma máquina elétrica para nos ajudar a extrair a informação dos teoremas mg.

Tem-se a impressão, a partir desses dois exemplos, de que os isomorfismos e os mecanismos de decifração (isto é, os reveladores de informação) simplesmente revelam informações que estão intrinsecamente dentro das estruturas, esperando serem "extraídas". Isso leva à idéia de que para cada estrutura existem certas informações que *podem* ser extraídas, ao mesmo tempo em que há outras informações que *não podem* ser extraídas. Mas qual é o sentido real

da expressão "extrair"? Com que força se pode "puxar" a informação? Há casos em que, aplicando-se esforço suficiente, pode-se extrair informações bastante recônditas de certas estruturas. Com efeito, a extração pode envolver operações tão complicadas que se fica com a sensação de estar introduzindo mais informações que as extraídas.

Genótipo e fenótipo

Tomemos o caso das informações genéticas que comumente se supõe estarem contidas na hélice dupla do ácido desoxirribonucléico (ADN). Uma molécula de ADN – um *genótipo* – converte-se em um organismo físico – *fenótipo* – por meio de um processo muito complicado que envolve a produção de proteínas, a duplicação do ADN, a duplicação de células, a diferenciação gradual de tipos celulares e assim por diante. A propósito, esse desdobramento do fenótipo a partir do genótipo – *epigênese* – é a mais entrelaçada de todas as recorrências entrelaçadas e no capítulo XVI a ele dedicaremos nossa atenção integral. A epigênese é guiada por um conjunto de ciclos enormemente complexos de reações químicas e de voltas de realimentação. Quando o organismo como um todo tem completada sua construção, não existe sequer a mais remota semelhança entre suas características físicas e seu genótipo.

E, no entanto, a prática universalmente aceita é a de atribuir a estrutura física do organismo à estrutura do seu ADN e exclusivamente a ela. As primeiras comprovações desse ponto de vista foram obtidas em experimentos conduzidos por Oswald Avery, em 1944, e a partir de então as provas reunidas são avassaladoras. Os experimentos de Avery revelaram que, dentre todas as moléculas biológicas, apenas o ADN transmite propriedades hereditárias. Outras moléculas de um organismo, como as proteínas, podem ser modificadas, mas tais modificações não são transmitidas às gerações seguintes. Todavia, quando se modifica o ADN, todas as gerações seguintes herdam o ADN modificado. Tais experimentos mostram que a única maneira de mudar as instruções referentes à construção de um novo organismo é a modificação do ADN – e isso, por sua vez, implica que tais instruções devam estar de algum modo codificadas na estrutura do ADN.

Isomorfismos exóticos e prosaicos

Por conseguinte, somos aparentemente forçados a aceitar a idéia de que a estrutura do ADN contém as informações da estrutura do fenótipo, o que vale dizer que ambas são *isomórficas*. Contudo, esse isomorfismo é *exótico*, e com isso quero dizer que não é de modo algum trivial dividir o fenótipo e o genótipo em "partes" que podem ser superpostas umas às outras. Os isomorfismos *prosaicos*, ao contrário, seriam aqueles em que as partes de uma estrutura podem facilmente ser superpostas às partes de outra. Um exemplo é o isomorfismo entre um disco e

uma peça musical, onde se sabe que para qualquer som da peça existe uma "imagem" exata nos padrões gravados nos sulcos, o que pode ser demonstrado com precisão arbitrária em caso de necessidade. Outro isomorfismo prosaico é o existente entre o Gplot e qualquer de suas borboletas interiores.

O isomorfismo entre a estrutura do ADN e a estrutura do fenótipo é tudo menos prosaico e o mecanismo que o executa fisicamente é assombrosamente complicado. Por exemplo, se você quisesse encontrar uma parte de seu ADN responsável pela forma de seu nariz, ou de sua impressão digital, estaria diante de dificuldades muito sérias. Seria algo semelhante a tentar identificar a nota de uma peça musical que fosse a portadora do significado emocional da peça como um todo. Evidentemente, tal nota não existe porque o significado emocional é transmitido em um nível muito elevado por grandes "pedaços" ou "agrupamentos" da peça e não por notas isoladas. Aliás, tais "pedaços" não são necessariamente conjuntos de notas contíguas; pode haver seções desconexas que, tomadas em conjunto, transmitem algum significado emocional.

De modo similar, o "significado genético" – ou seja, as informações referentes à estrutura do fenótipo – está disseminado por todas as pequenas partes de uma molécula de ADN, embora ninguém ainda conheça a linguagem aí envolvida. (Aviso: compreender essa "linguagem" não seria, de modo algum, o mesmo que decifrar o código genético, algo que ocorreu no início da década de 1960. O código genético nos diz como traduzir pequenas porções de ADN em diversos aminoácidos. Assim, decifrar o código genético é algo comparável a conhecer os valores fonéticos das letras de um alfabeto estrangeiro, sem, contudo, conhecer a gramática da língua ou o significado de qualquer de suas palavras. A decifração do código genético foi um passo decisivo no sentido da extração do significado das cadeias do ADN, mas foi também o primeiro passo de um longo caminho que ainda está por trilhar.)

Toca-discos automáticos e acionadores

O significado genético contido no ADN é um dos melhores exemplos possíveis de significado implícito. Para converter genótipo em fenótipo, um conjunto de mecanismos bastante mais complexos que o genótipo deve operar sobre ele. As várias partes do genótipo servem como *acionadores* para tais mecanismos. O toca-discos automático – o tipo comum, não o do Caranguejo! – proporciona aqui uma analogia útil: um par de botões especifica uma ação bastante complexa a ser executada pelo mecanismo, de modo que os botões poderiam ser perfeitamente descritos como "acionadores" da música tocada. No processo que converte genótipo em fenótipo, toca-discos automáticos celulares – se me perdoam a expressão! – aceitam "toques de botão" de pequenos trechos de uma longa cadeia de ADN e as "músicas" que eles tocam são, muitas vezes, ingredientes essenciais para a criação de outros "toca-discos automáticos". É como se o produto dos toca-discos automáticos reais fosse, em vez de canções de amor, músicas cujas letras ensinassem como construir toca-discos

automáticos mais complexos... Porções de ADN desencadeiam a produção de proteínas; tais proteínas desencadeiam centenas de reações novas e acionam também a operação de réplica que, em passos sucessivos, copia o ADN – e por aí vamos... Isso dá uma idéia de como o processo é recorrente. O resultado final desses desencadeamentos levados a efeito por múltiplos acionadores é o fenótipo – o indivíduo. E diz-se que o fenótipo é a *revelação* – a "extração" – das informações que estavam presentes em estado latente no ADN para começo de conversa. (O termo "revelação" nesse contexto se deve a Jacques Monod, um dos mais profundos e originais biólogos moleculares do século XX.)

Ora, ninguém diria que a música que sai do alto-falante de um toca-discos automático constitui uma "revelação" de informações inerentes ao par de botões que foram apertados, pois esses parecem ser simples *acionadores* cujo propósito é o de ativar porções portadoras de informações do mecanismo do toca-discos. Por outro lado, parece perfeitamente razoável qualificar a extração de uma música a partir de um disco como uma "revelação" de informações inerentes ao disco por uma série de razões:

(1) a música não parece estar oculta no mecanismo do toca-discos;
(2) é possível equiparar partes do insumo (o disco) com partes do produto (a música) em um grau arbitrário de precisão;
(3) é possível tocar outros discos no mesmo toca-discos e obter outros sons;
(4) o disco e o toca-discos são facilmente separáveis um do outro.

Questão totalmente diferente é a de se os fragmentos de um disco *quebrado* contêm significado intrínseco. As bordas dos pedaços separados se entrosam e, dessa maneira, permitem que a informação seja reconstruída – mas algo muito mais complexo está ocorrendo aqui. Há também a questão do significado intrínseco de uma linha cruzada em uma chamada telefônica... Há uma ampla gama de graus de inerência do significado. É interessante tentar localizar a epigênese nessa gama. À medida que ocorre o desenvolvimento de um organismo, pode-se dizer que a informação está sendo "extraída" de seu ADN? É aí que residem todas as informações referentes à estrutura do organismo?

O ADN e a necessidade de contexto químico

Em um sentido, a resposta parece ser afirmativa, graças a experimentos como os de Avery. Mas, em outro sentido, ela parece ser negativa, porque grande parte do processo de extração depende de processos químicos celulares extraordinariamente complexos que não estão codificados no próprio ADN. O ADN depende de que eles aconteçam, mas não parece conter nenhum código que os acarrete. Temos, assim, duas opiniões conflitantes a respeito da natureza das informações em um genótipo. Segundo uma delas, a quantidade de informações que está *fora do ADN* é tão grande que não é razoável encarar o ADN como algo

mais que um conjunto muito intrincado de acionadores, como uma série de botões que são apertados em um toca-discos automático; segundo a outra opinião, *todas as informações estão lá*, mas de forma muito implícita.

Ora, poderia parecer que se trata de duas maneiras diferentes de dizer a mesma coisa, mas isso não é necessariamente verdade. Segundo uma opinião, o ADN é bastante despido de significado quando fora de contexto; a outra corrente diz que, mesmo quando retirada do contexto, uma molécula de ADN de um ser vivo tem uma *lógica interior de tal maneira mandatória* para com sua estrutura que sua mensagem poderia ser deduzida de qualquer maneira. Em termos muito resumidos, uma corrente diz que para que um ADN tenha significado é necessário um *contexto químico*; a outra corrente diz que apenas a *inteligência* é necessária para revelar o "significado intrínseco" de uma cadeia de ADN.

Um OVNI improvável

Podemos ver a questão em perspectiva considerando um estranho fato hipotético. Um disco de David Oistrakh e Lev Oborin, com a sonata em fá menor para violino e cravo, de Bach, é enviado em um satélite. A partir daí, é colocado em um rumo que o levará para fora do sistema solar, talvez para além da própria galáxia – apenas um fino disco de plástico com um furo no meio, girando através do espaço intergaláctico. Certamente, ele perdeu seu contexto. Qual o teor de significado que encerra? Se uma civilização extraterrestre o encontrasse, seus habitantes certamente se impressionariam com sua forma e provavelmente se interessariam por ele. Assim, de imediato, a forma, atuando como acionador, proporcionaria certas informações: que se trata de um artefato, e talvez um artefato portador de informação. Essa idéia – comunicada ou acionada pelo próprio disco – *cria um novo contexto* no qual o disco será percebido daí por diante. Os passos seguintes da decifração poderiam durar muito mais tempo – mas isso é muito difícil de avaliar. Podemos imaginar que, se um disco como esse chegasse à Terra à época de Bach, ninguém saberia o que fazer com ele e, muito provavelmente, não teria sido decifrado. Mas isso não diminui nossa convicção de que a informação estava, em princípio, *lá*; sabemos apenas que o conhecimento humano naquele tempo não era muito sofisticado com respeito às possibilidades de armazenamento, transformação e revelação de informações.

Níveis de compreensão de uma mensagem

Hoje em dia, a idéia da decifração está amplamente disseminada; constitui parte significativa da atividade de astrônomos, lingüistas, arqueólogos, especialistas, militares, etc. Sugere-se com freqüência a possibilidade de que estejamos flutuando em um mar de mensagens de rádio de outras civilizações, que ainda não sabemos como decifrar. Sérios esforços têm sido dedicados à técnica de decifração de tais mensagens eventuais. Um dos problemas principais – e

talvez o mais profundo – é a pergunta: "Como poderemos reconhecer o fato de que se trata de uma mensagem? Como identificar uma estrutura?" O envio de um disco parece ser uma solução simples. Seu próprio aspecto físico chama a atenção e é pelo menos plausível pensar que ele suscitaria, em qualquer inteligência suficientemente poderosa, a idéia de buscar a informação nele contida. No entanto, por razões tecnológicas, o envio de objetos sólidos a outros sistemas estelares parece estar fora de questão. De todos os modos, isso não impede que pensemos sobre a matéria.

Suponhamos agora que uma civilização extraterrestre desenvolva a idéia de que o mecanismo apropriado para a tradução de um disco é uma máquina que converta os padrões dos sulcos em sons. Isso ainda estaria longe de uma verdadeira decifração. O que constituiria, na verdade, uma decifração *bem-sucedida* de tal disco? Evidentemente, a civilização teria de ser capaz de dar significado aos sons. A simples produção dos sons, por si mesma, tem pouco valor, a menos que produza o efeito acionador desejado nos cérebros (se é que essa é a palavra) das criaturas de tal civilização. E qual é o efeito desejado? Seria o de ativar estruturas em seus cérebros, as quais criassem nos seres efeitos emocionais análogos aos que nós experimentamos ao ouvir a música. Com efeito, a produção dos sons poderia até mesmo ser dispensada se o disco fosse usado de alguma outra maneira que chegasse às estruturas apropriadas do cérebro dos seres. (Se nós, humanos, dispuséssemos de uma maneira de acionar as estruturas apropriadas de nossos cérebros em ordem seqüencial, como faz a música, poderíamos perfeitamente dispensar os sons – mas parece totalmente improvável que haja outra maneira de fazê-lo, a não ser por meio dos ouvidos. Compositores surdos – Beethoven, Dvorak, Fauré – ou músicos que podem "ouvir" a música lendo uma partitura não desmentem essa afirmação, pois tais habilidades se baseiam em décadas anteriores de experiências auditivas diretas.)

É aqui que as coisas se tornam muito pouco claras. Os seres de uma outra civilização terão emoções? Suas emoções – supondo que existam – poderão ser comparadas, ou superpostas, de alguma maneira, às nossas? Se eles tiverem emoções algo semelhantes às nossas, elas se agruparão de maneira similar às que ocorrem conosco? Compreenderão eles amálgamas tais como a beleza trágica ou o sofrimento corajoso? Se, afinal, se tornar claro que os seres, por todo o universo, compartilham conosco estruturas cognitivas a ponto de que até as emoções se superponham, então, em certo sentido, o disco nunca poderá estar fora de seu contexto natural; tal contexto é parte do esquema das coisas da natureza. E se tal for o caso, então seria provável que o disco vagante, desde que não fosse destruído no caminho, fosse captado por um ser ou grupo de seres e eventualmente decifrado de um modo que pudéssemos considerar bem-sucedido.

"Paisagem imaginária"

Ao inquirir sobre o significado de uma molécula de ADN, há pouco, empreguei a expressão "lógica interna mandatória", e creio que essa é uma noção-

chave. Para ilustrar esse ponto, modifiquemos ligeiramente nossa aventura espacial substituindo a peça de Bach pela "Paisagem imaginária nº 4", de John Cage. Essa peça é um clássico da música *aleatória* ou *casual* – música cuja estrutura é escolhida por meio de vários processos aleatórios e não por meio da tentativa de transmitir uma emoção pessoal. Nesse caso, vinte e quatro executantes manipulam vinte e quatro controles de doze receptores de rádio. Durante todo o transcorrer da peça, eles acionam os controles de maneira aleatória, de modo que cada rádio aumenta e diminui de volume e capta estações diferentes o tempo todo. O resultado total dos sons produzidos é a música. A atitude de Cage é expressa em suas próprias palavras: "deixar que os sons sejam eles próprios e não veículos de teorias feitas pelo homem ou expressões de sentimentos humanos".

Imaginemos agora que seja essa a música gravada no disco que enviamos ao espaço. Seria extraordinariamente difícil – se não absolutamente impossível – que uma civilização extraterrestre compreendesse a natureza do artefato. Seus habitantes provavelmente ficariam intrigadíssimos com a contradição entre a mensagem formal ("Sou uma mensagem; decifre-me") e o caos da estrutura interior. Há poucos trechos, ou "agrupamentos", a apreender nesta peça de Cage e poucos padrões que pudessem orientar o decifrador. Por outro lado, numa peça de Bach parece haver muito a apreender – padrões, padrões de padrões e assim por diante. Não temos meios de saber se tais padrões são apreensíveis ou reconhecíveis em todo o universo. Não temos conhecimento suficiente sobre a natureza da inteligência, das emoções ou da música para dizer se a lógica interna de uma peça de Bach é universalmente tão mandatória que seu significado pudesse abarcar as galáxias.

Contudo, o fato de se Bach em particular tem suficiente lógica interna não está em questão aqui; a questão está em saber se *qualquer* mensagem, por si só, tem suficiente lógica interna mandatória para que seu contexto seja restaurado automaticamente sempre que uma inteligência de nível suficientemente alto entre em contato com ela. Se alguma mensagem realmente contivesse essa propriedade restauradora de contextos, então pareceria razoável considerar o significado da mensagem como propriedade intrínseca dela.

Os decifradores heróicos

Outro exemplo esclarecedor dessas idéias é a decifração de textos antigos escritos em línguas e em alfabetos desconhecidos. A intuição sente que *existem* informações inerentes a tais textos, ainda que não logremos descobri-las. Tal sentimento é tão forte quanto a crença de que existe um significado intrínseco em um jornal escrito em chinês, ainda que sejamos totalmente ignorantes em matéria de língua chinesa. Uma vez conhecidos o alfabeto ou a língua em que um texto é escrito, ninguém questiona sobre onde reside o significado: claramente ele reside *no texto* e não no método de decifração – assim como a música reside *no disco* e não dentro do toca-discos! Uma das maneiras de identificar

os mecanismos de decifração está no fato de que eles não *acrescentam* nenhum significado aos signos e aos objetos que tomam como insumo; eles simplesmente *revelam* o significado intrínseco de tais signos e objetos. Um toca-discos automático não é um mecanismo de decifração, pois não revela nenhum significado pertencente aos símbolos que compõem seus insumos; ao contrário, ele fornece o significado oculto dentro de si.

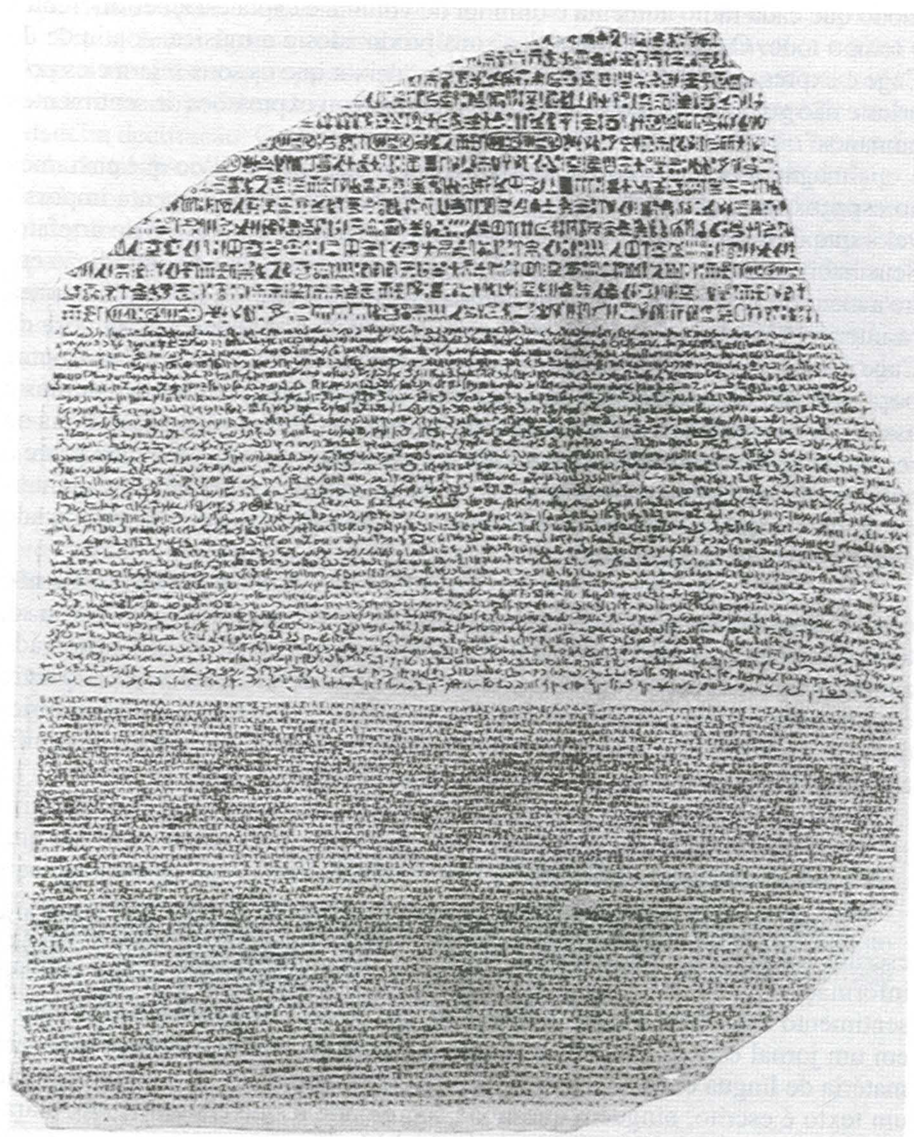


FIGURA 39. A pedra de Roseta [cortesia do British Museum]

Ora, a decifração de um texto antigo pode envolver décadas de trabalho por parte de equipes rivais de intelectuais que sorvem dos conhecimentos armazenados em bibliotecas espalhadas por todo o mundo... Esse processo não acrescenta informação também? Quão intrínseco é o significado de um texto quando são requeridos esforços tão gigantescos para descobrir as regras de decifração? O significado foi colocado no texto ou já estava nele? Minha instrução diz que o significado esteve sempre lá e que apesar de ser tão árduo o processo de extração, não se extraiu nenhum significado que não estivesse no texto desde o início. Essa intuição provém principalmente de um fato: eu sinto que o resultado era inevitável; que se o texto não tivesse sido decifrado por um grupo em um momento, teria sido decifrado por outro grupo em outro momento – e o resultado final teria sido o mesmo. É por isso que o significado é parte do próprio texto; ele age sobre a inteligência de maneira previsível. Em geral, podemos dizer: o significado é parte de um objeto na medida em que age sobre a inteligência de maneira previsível.

A figura 39 mostra a pedra de Roseta, uma das descobertas históricas mais preciosas. Ela foi a chave para a decifração dos hieróglifos egípcios por conter textos paralelos em três escritas antigas: hieroglífica, demótica e grega. A inscrição dessa estela basáltica foi decifrada inicialmente em 1821 por Jean-François Champollion, o "Pai da Egiptologia"; é um decreto de sacerdotes reunidos em Mênfis em favor de Ptolomeu V Epifanes.

Três camadas de qualquer mensagem

Nesses exemplos de decifração de mensagens fora de contexto, podemos distinguir três níveis razoavelmente claros de informação: (1) a mensagem *formal*; (2) a mensagem *exterior*; (3) a mensagem *interior*. Aquela com a qual estamos mais familiarizados é a mensagem *interior*; é a mensagem que se supõe transmitir: as experiências emocionais na música, o fenótipo na genética, os ritos das civilizações antigas em inscrições, etc.

Compreender a mensagem interior é extrair o significado pretendido por quem enviou a mensagem.

A mensagem formal é a mensagem "eu sou a mensagem; decifre-me se puder"; e ela é transmitida implicitamente pelos aspectos estruturais mais flagrantes de qualquer portador de informações.

Compreender a mensagem formal é reconhecer a necessidade de um mecanismo de decifração.

Se a mensagem formal é reconhecida como tal, a atenção é então transferida para o nível (2), a mensagem exterior. É a informação, implicitamente transportada pelos padrões simbólicos e estruturais da mensagem, que nos indica como decifrar a mensagem interior.

Compreender a mensagem exterior é compor, ou saber como compor, o mecanismo correto de decifração de mensagem interior.

Esse nível exterior é, por força, uma mensagem implícita, no sentido de que quem envia não pode assegurar que ela será compreendida. Seria um esforço vão enviar instruções sobre como decifrar a mensagem exterior, pois elas teriam de fazer parte da mensagem interior, que só pode ser compreendida depois da descoberta do mecanismo de decifração. Por essa razão, a *mensagem exterior é necessariamente um conjunto de adicionadores,* em vez de uma mensagem que pode ser revelada por um decifrador conhecido.

A formulação dessas três camadas é apenas um esboço preliminar para a análise de como o significado está contido nas mensagens. Pode haver camadas e camadas de mensagens exteriores e interiores, ao invés de apenas uma de cada. Pense-se, por exemplo, em como eram intrincadas as correlações entre as mensagens exteriores e as interiores da pedra de Rosetta. Para decifrar inteiramente uma mensagem, ter-se-ia de reconstruir a totalidade da estrutura semântica subjacente a sua criação – para assim compreender quem envia a mensagem com profundidade e em todas as maneiras. Por conseguinte, a mensagem interior poderia ser desprezada, uma vez que, para quem compreendesse todas as virtualidades da mensagem exterior, a mensagem interior seria passível de reconstrução.

O livro *After Babel*, de George Steiner, é uma longa discussão da interação entre mensagens interiores e exteriores (embora ele nunca empregue essa terminologia). O tom do livro é dado por esta citação:

> Empregamos normalmente uma linguagem taquígrafa, subjacente à qual existe uma pletora de associações subconscientes, deliberadamente ocultas ou declaradas, tão extensas e intrincadas que provavelmente igualam a soma e a singularidade de nossa condição de pessoa individual.[1]

Leonard B. Meyer, em seu livro *Music, the arts, and ideas*, expressa a mesma linha de pensamento:

> A maneira de escutar uma composição de Elliott Carter é radicalmente diferente da maneira de ouvir apropriadamente uma obra de John Cage. Do mesmo modo, uma novela de Beckett deve, em sentido significativo, ser lida diferentemente com relação a outra de Bellow. Uma pintura de Willem de Kooning e outra de Andy Warhol requerem atitudes perceptivo-cognitivas diferentes.[2]

Talvez as obras de arte visem transmitir seu estilo mais que qualquer outra coisa. Nesse caso, se se pudesse identificar um estilo em todas as suas implicações, poder-se-ia dispensar as criações realizadas nesse estilo. "Estilo", "mensagem exterior", "técnica de decifração" – todas são maneiras diferentes de expressar uma mesma idéia.

Os cristais aperiódicos de Schrödinger

O que nos leva a ver uma mensagem formal em certos objetos e não em outros? Por que uma civilização extraterrestre deveria suspeitar, caso seus habitantes interceptassem um disco errante, que ele contém uma mensagem? O que faria o disco parecer diferente de um meteorito? Claramente, sua forma geométrica é a primeira indicação de que "algo curioso está acontecendo". A indicação seguinte é a de que, em uma escala mais microscópica, ele consiste em uma sucessão aperiódica muito longa de padrões, disposta em uma espiral. Se desenrolássemos a espiral, teríamos uma grande *cadeia* linear (de cerca de seiscentos metros) de símbolos minúsculos. Isso não é muito diferente de uma molécula de ADN, cujos símbolos, derivados de um pequeno "alfabeto" de quatro bases químicas diferentes, são arranjados em uma sucessão unidimensional e então acomodados em um helicóide. Antes que Avery estabelecesse a ligação entre os genes e o ADN, o físico Erwin Schrödinger previra, em bases puramente teóricas, em seu influente livro intitulado *What is life?* (O que é a vida?), que as informações genéticas teriam de ser armazenadas em "cristais aperiódicos". Com efeito, os próprios livros são cristais aperiódicos, contidos em formas claramente geométricas. Esses exemplos sugerem que, quando um cristal aperiódico aparece "empacotado" em uma estrutura geométrica bem regular, pode existir uma mensagem interior. (Não afirmo que essa seja uma caracterização completa das mensagens formais; contudo, é um fato que muitas mensagens comuns têm mensagens formais dessa descrição. Ver a figura 40 para alguns bons exemplos.)

Linguagem para os três níveis

Os três níveis são bastante claros no caso de uma mensagem encontrada em uma garrafa trazida pelo mar até a praia. O primeiro nível, a mensagem formal, é encontrado quando alguém apanha a garrafa e vê que ela está fechada e contém um pedaço de papel seco. Mesmo sem ver algo escrito, a pessoa reconhece esse tipo de artefato como um portador de informações e, nesse ponto, seria necessária uma extraordinária – quase sobre-humana – falta de curiosidade para abandonar a garrafa e não continuar a examiná-la. A seguir, a pessoa abre a garrafa e examina as marcas no papel. Talvez elas estejam em japonês, isto pode ser descoberto sem que qualquer porção da mensagem interior seja compreendida – provém apenas do reconhecimento dos caracteres. A mensagem exterior pode ser expressa como uma sentença: "Eu estou em japonês". Descoberto isso, então a pessoa prossegue em direção à mensagem interior, que pode ser um pedido de ajuda, um poema haicai, um lamento de amor...

Não teria qualquer utilidade incluir na mensagem interior uma tradução da sentença "Esta mensagem está em japonês", uma vez que seria necessário que alguém soubesse japonês para lê-la. E, antes de lê-la, ele teria de reconhecer o fato de que, como ela está em japonês, ele pode lê-la. Pode-se tentar uma

เรียนภาษาอังกฤษด้วยภาพ

เมื่อท่านเรียนตามวิธีนี้ไปได้ ๓๐ หน้า ลองทวนความรู้ของท่านดูด้วยการหัดตอบ คำถามเป็นภาษาอังกฤษในหน้า ๓๑, ๓๒ และ ๓๓ แล้วพลิกไปตรวจดูคำตอบในหน้า ๓๔ ว่าถูกต้องหรือไม่ คำถามและคำตอบมีให้ไว้ต่อๆ ไปตลอดทั้งเล่ม

வாசித்துவருகையில், ஒவ்வொரு வாக்கியத்தையும் அதற்குரிய படத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்குந் தோறும் அர்த்தமாகிக்கொண்டு வரும். மனப்பாடம் பண்ணிக்கொள்ள வேண்டிய அம்சங்கள் மிகக் குறைவு. ஆகையினால் அர்த்தத்துக்கு இணங்க வாக்கிய அமைப்பின் வேறுபாடுகளைக் கண்டறிந்து கொள்வதற்கு வசதிகள் உண்டு. இம்முறை அநுசரித்து ஆங்கிலம் கற்றுக்கொள்வது கஷ்டமில்லாததுமன்றிவிளையாட்டுச் சம்பந்தப்பட்டது.

কত অজানারে জানাইলে তুমি.
কত ঘরে দিলে ঠাঁই---
দূরকে করিলে নিকট বন্ধু.
পরকে করিলে ভাই।
পুরানো আবাস ছেড়ে যাই যবে
মনে ভেবে মরি কী জানি কী হবে.
নূতনের মাঝে তুমি পুরাতন
সে কথা যে ভুলে যাই
দূরকে করিলে নিকট বন্ধু.
পরকে করিলে ভাই

ഡീസൽ തീവണ്ടി എൻജിന്

നാടൻ നിർമ്മിത വസ്തുക്കൾ

saída incluindo a tradução da afirmação "Esta mensagem está em japonês" em muitas línguas diferentes. Isso ajudaria em termos práticos, mas, em termos teóricos, a mesma dificuldade persistiria. Uma pessoa de fala inglesa também teria de reconhecer a natureza inglesa da mensagem; se assim não for, a mensagem não traz benefício algum. Portanto, não se pode evitar o problema de se ter de descobrir como decifrar a mensagem interior *do exterior;* a mensagem interior em si pode dar evidências e confirmações, mas estas são, na melhor das hipóteses, acionadores que agem sobre quem encontrou a garrafa (ou sobre as pessoas a quem ele recorre para pedir auxílio).

Problemas de tipo semelhante confrontam quem escuta o rádio de ondas curtas. Em primeiro lugar, ele tem de decidir se os sons que ouve constituem efetivamente uma mensagem, ou se são apenas estática. Os sons em si mesmos não proporcionam a resposta, nem mesmo no caso improvável de que a mensagem interior esteja na língua do ouvinte e diga: "Estes sons constituem efetivamente uma mensagem e não são apenas estática!" Se o ouvinte reconhecer uma mensagem formal nos sons, tentará identificar a língua em que é feita a emissão – e ele ainda está claramente no exterior; ele aceita *acionadores* do rádio, os quais não podem dar-lhe explicitamente a resposta.

Faz parte da natureza das mensagens exteriores que elas não podem ser transmitidas em nenhuma linguagem explícita. Encontrar uma linguagem explícita pela

FIGURA 40. Uma colagem de escritas. No canto superior esquerdo está uma inscrição no sistema de escrita boustrofedônico, da Ilha da Páscoa, até aqui não decifrado, em que as linhas pares são de cabeça para baixo. Os caracteres foram cinzelados em uma tábua de madeira de 10 por 88 centímetros. Caminhando no sentido dos ponteiros do relógio, encontramos o mongol, escrito verticalmente: acima, o mongol atual, e abaixo, um documento datado de 1314. Chegamos, a seguir, a um poema em bengali, escrito por Rabindranath Tagore, no canto inferior direito. A seu lado está uma manchete de jornal em malaiala (Kerala Ocidental, sul da Índia), acima da qual está a elegante escrita curvilínea tâmil (Kerela Oriental). A menor inscrição de todas é a parte de uma lenda popular em buginês (Ilha Celebes, Indonésia). No centro da colagem está um parágrafo escrito em tailandês e acima dele, um manuscrito em rúnico, datado do século quatorze, que contém uma amostra da lei provincial de Scania (sul da Suécia). Finalmente, à esquerda, está uma seção das leis de Hamurábi, escrita em cuneiforme assírio. De um ponto de vista externo, experimento um profundo sentido de mistério ao meditar sobre como o significado está contido nas estranhas curvas e ângulos de cada um desses belos cristais aperiódicos. Na forma está o conteúdo. [Em Han Jensen, Sign, symbol, and script *(Nova York, G. Putnam's Sons, 1969), p. 89 (cuneiforme), p. 356 (Ilha da Páscoa), pp. 386, 417 (mongol), p. 552 (rúnico); em Kenneth Katzner,* The languages of the world *(Nova York, Funk & Vagnalls, 1975); p. 190 (bengali), p. 237 (buginês); em I. A. Richards e Christine Gibson,* English through pictures *(Nova York, Washington Square Press, 1960), p. 73 (tâmil), p. 82 (tailandês)*

qual transmitir mensagens exteriores não seria um progresso – seria uma contradição em termos! A tarefa de compreender a mensagem exterior cabe sempre a quem a recebe. O êxito permite que ele avance para o interior, e nesse ponto a proporção de acionadores referentes a significados explícitos aumenta radicalmente. Em comparação com os estágios anteriores, a compreensão da mensagem interior parece não demandar esforços. É como se ela jorrasse por meio de uma bomba hidráulica.

A teoria do significado do "toca-discos automático"

Esses exemplos podem parecer uma contribuição ao ponto de vista de que nenhuma mensagem tem significado intrínseco, pois, para compreender qualquer mensagem interior, por mais simples que seja, é necessário compreender primeiro sua mensagem formal e sua mensagem exterior, ambas sendo transmitidas apenas por acionadores (tais como serem escritas no alfabeto japonês, ou terem sulcos espirais, etc.). Começa a parecer, então, que não se pode evitar uma teoria do significado do "toca-discos automático" – a teoria de que *nenhuma mensagem contém significado inerente* porque, antes que qualquer mensagem possa ser compreendida, ela tem de ser usada como o insumo de algum "toca-discos automático", o que significa que as informações contidas no "toca-discos automático" devem ser acrescentadas à mensagem antes que ela adquira significado.

Essa argumentação é muito semelhante à armadilha em que a Tartaruga aprisionou Aquiles no diálogo de Lewis Carroll. No diálogo, a armadilha consistia na idéia de que antes de poder usar uma regra é necessário dispor de uma regra que diga como usar aquela regra; em outras palavras, há uma hierarquia infinita de níveis de regras que impede que qualquer regra chegue a ser utilizada. Nesse caso, a armadilha consiste na idéia de que antes de poder compreender qualquer mensagem é necessário dispor de uma mensagem que diga como compreender aquela mensagem; em outras palavras, há uma hierarquia infinita de níveis de mensagens que impede que qualquer mensagem chegue a ser compreendida. Contudo, todos nós sabemos que esses paradoxos são inválidos, pois as regras *são* utilizadas e as mensagens *são* compreendidas. Como pode?

Contra a teoria do toca-discos automático

Isso acontece porque nossa inteligência não é incorpórea, mas sim requer um veículo material: nosso cérebro. Sua estrutura resulta de longo processo de evolução e suas operações são comandadas pelas leis da física. Por serem entidades físicas, *nossos cérebros funcionam sem que se lhes diga como funcionar*. Portanto, é no nível em que os pensamentos são produzidos por leis físicas que o paradoxo das regras de Carroll se dissolve; e, do mesmo modo, é no nível que o cérebro interpreta os dados que afluem como uma mensagem que o paradoxo da mensagem se dissolve. Parece que os cérebros vêm equipados com *hardware* apto a reconhecer que certas coisas são mensagens e a decifrar tais mensa-

gens. Essa capacidade inata mínima de extrair o significado interno é o que permite a existência do processo altamente recorrente e progressivo da aquisição da linguagem. O mecanismo inato é como um toca-discos automático: ele fornece as informações adicionais que transformam simples gatilhos detonadores em mensagens completas.

O significado é intrínseco se a inteligência é natural

Ora, se os "toca-discos automáticos" das diferentes pessoas contivessem diferentes "músicas" e reagissem a determinados acionadores de maneiras inteiramente idiossincráticas, não teríamos por que atribuir significado intrínseco a esses acionadores. No entanto, os cérebros humanos são construídos de tal maneira que um cérebro determinado reage a um acionador determinado de maneira muito semelhante a dos demais, se outros fatores não interferirem. É por isso que um bebê pode aprender qualquer língua; ele reage a acionadores de maneira semelhante à de qualquer outro bebê. Essa uniformidade dos "toca-discos automáticos humanos" estabelece uma "linguagem" uniforme na qual podem ser comunicadas mensagens formais e mensagens exteriores. Além disso, se acreditarmos que a inteligência humana é apenas um exemplo de um fenômeno geral da natureza – o surgimento de seres inteligentes em contextos amplamente diferenciados –, então, presumivelmente, a "linguagem" em que as mensagens formais e as mensagens exteriores são comunicadas entre os seres humanos será um "dialeto" de uma linguagem *universal,* por meio da qual as inteligências podem comunicar-se entre si. Assim, haveria certos tipos de acionadores com "poder acionador universal", no sentido de que todos os seres inteligentes tenderiam a reagir a eles da mesma maneira como nós o fazemos.

Isso nos permitiria mudar nossa descrição de onde está localizado o significado. Poderíamos atribuir os significados (formal, exterior e interior) de uma mensagem à própria mensagem em virtude do fato de que os mecanismos de decifração são, eles próprios, universais – ou seja, são formas fundamentais da natureza, que surgem da mesma maneira em contextos diferentes. Para tornar as coisas bem concretas, suponha que "A-5" acione a mesma música em todos os toca-discos automáticos – e suponha ainda que os toca-discos automáticos não sejam artefatos humanos, mas sim objetos naturais de ocorrência freqüente, como galáxias ou átomos de carbono. Nessas circunstâncias, provavelmente acharíamos justificado considerar o poder acionador universal de "A-5" como seu "significado intrínseco"; ainda mais, "A-5" mereceria o nome de "mensagem", mais que "acionador", e a música seria na verdade uma "revelação" do significado inerente, embora implícito, de "A-5".

Chauvinismo terrestre

A atribuição de significado a uma mensagem provém da invariabilidade do processamento da mensagem por inteligências distribuídas em qualquer lugar do

universo. Nesse sentido, ela apresenta certa semelhança à atribuição de massas a um objeto. Para os antigos, deve ter parecido que o peso de um objeto era uma propriedade intrínseca do mesmo. Mas quando a gravidade foi compreendida, verificou-se que o peso varia com o campo gravitacional em que o objeto está imerso. Não obstante, existe uma quantidade correlata, a massa, que *não* varia de acordo com o campo gravitacional; e a partir dessa invariabilidade veio a conclusão de que a massa de um objeto era uma propriedade intrínseca do próprio objeto. Se se revelar que a massa também é variável, de acordo com o contexto, então teremos de rever nossa opinião de que ela seja uma propriedade intrínseca dos objetos. Da mesma maneira, poderíamos imaginar a existência de outros tipos de "toca-discos automáticos" – inteligências – que se comunicam entre si por meio de mensagens que nunca reconheceríamos como tais e que também nunca reconheceriam *nossas* mensagens como tais. Se fosse esse o caso, a afirmação de que o significado é uma propriedade intrínseca de um conjunto de símbolos teria de ser reconsiderada. Por outro lado, como poderíamos chegar a perceber a existência de tais seres?

É interessante comparar essa argumentação em favor da inerência do significado com uma argumentação paralela em favor da inerência do peso. Suponha que o peso de um objeto fosse definido como "a magnitude da força descendente que o objeto exerce quando na superfície do planeta Terra". De acordo com essa definição, a força descendente que um objeto exerce quando na superfície de Marte teria de receber outro nome que não "peso". Essa definição torna o peso uma propriedade inerente, mas ao preço de um geocentrismo – "chauvinismo terrestre". Seria semelhante ao "chauvinismo de Greenwich" – a recusa a aceitar a hora local em qualquer lugar do globo que não fosse a zona de tempo GTM. Essa é uma maneira não natural de pensar sobre o tempo.

Talvez estejamos inconscientemente assoberbados com um chauvinismo semelhante com respeito à inteligência e, em conseqüência, com respeito ao significado. Em nosso chauvinismo, consideraríamos "inteligente" qualquer ser com um cérebro suficientemente parecido com o nosso e recusar-nos-íamos a reconhecer como inteligente outros tipos de objetos. Consideremos, em um exemplo extremo, um meteorito que, ao invés de decifrar o disco espacial de Bach, o perfurasse com indiferença colossal e prosseguisse em sua órbita fugaz. Ele interagiu com o disco de uma maneira que, em nossa percepção, ignora o significado do próprio disco. Portanto, poderíamos sofrer a tentação de rotular o meteorito de "estúpido". Mas talvez com isso o estivéssemos subestimando. Talvez ele tenha uma "inteligência superior", que nós, em nosso chauvinismo terrestre, não possamos perceber, e sua interação com o disco seja uma manifestação de tal inteligência. Talvez, então, o disco tenha um "significado mais alto" – totalmente diferente do que lhe atribuímos; talvez seu significado dependa do *tipo* de inteligência que o perceba. Talvez.

Seria bom se pudéssemos definir a inteligência de maneira diferente que "aquilo que deriva o mesmo significado que nós de uma sucessão de símbolos". Pois, se só a podemos definir assim, nossa definição de que o significado é uma propriedade intrínseca seria circular e, por conseguinte, carente de conteúdo.

Deveríamos tratar de formular, de alguma maneira independente, um conjunto de características que mereça o nome de "inteligência". Tais características constituiriam o cerne uniforme da inteligência, compartilhado pelos seres humanos. Nesse ponto da história, ainda não dispomos de uma lista bem definida de tais características. Contudo, parece provável que no curso das próximas décadas far-se-á grande progresso na elucidação do que constitui a inteligência humana. Em particular, talvez os psicólogos cognitivos, os que trabalham com a inteligência artificial e os neurocientistas sejam capazes de sintetizar suas percepções e elaborar uma definição de inteligência. Ela poderá ser ainda humano-chauvinista; não há como evitá-lo. Mas, para contrabalançar esse fato, pode haver maneiras abstratas, elegantes e belas – e talvez mesmo simples – de caracterizar a essência da inteligência. Isso serviria para minorar o sentimento de haver formulado um conceito antropocêntrico. E, evidentemente, se se estabelecesse contato com uma civilização de outro sistema estelar, encontraríamos apoio para a crença de que nosso tipo de inteligência não é apenas um acaso, mas sim exemplo de uma forma básica que reaparece na natureza em diversos contextos, como as estrelas e os núcleos de urânio. Isso, por sua vez, reforçaria a idéia de que o significado é uma propriedade inerente.

Para concluir este tópico, consideremos alguns exemplos novos e velhos e discutamos o grau de significado inerente que têm, colocando-nos, na medida do possível, no lugar de uma civilização alienígena que intercepta um objeto estranho...

Duas placas no espaço

Considere uma placa retangular, feita de uma liga metálica indestrutível, na qual são gravados dois pontos, um imediatamente acima do outro: como no sinal gráfico precedente. Embora a forma total do objeto possa sugerir que se trata de um artefato, que, portanto, poderia ocultar uma mensagem, dois pontos são simplesmente insuficientes para transmitir o que quer que seja. (Poderá você, antes de continuar a ler, formular uma hipótese sobre o que eles pretendem significar?) Mas suponha que façamos uma segunda placa, que contém mais pontos, como se vê a seguir:

```
                .
                .
               ..
               ...
              .....
             ........
           .............
        .....................
..................................
```

Ora, uma das coisas mais óbvias a fazer – pelo menos assim poderia parecer a uma inteligência terrestre – seria contar os pontos nas linhas sucessivas. A série obtida é:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34

Nesse caso, existem indicações de que há uma regra que governa a progressão de uma linha à seguinte. Com efeito, a parte recorrente da definição dos números de Fibonacci pode ser inferida, com alguma confiança, a partir dessa lista. Suponha que encaremos os dois primeiros valores (1,1) como um "genótipo", a partir do qual o "fenótipo" – a série completa de Fibonacci – é derivado por meio de uma regra recorrente. Enviando apenas o genótipo – ou seja, a primeira versão da placa – deixamos de enviar a informação que permite a reconstituição do fenótipo. Assim, o genótipo não contém a especificação completa do fenótipo. Por outro lado, se considerarmos a segunda versão da placa como o genótipo, haverá muito melhor razão para supor que o fenótipo possa ser efetivamente reconstruído. Essa nova versão do genótipo – um "genótipo longo" – contém tanta informação que *o mecanismo pelo qual o fenótipo é derivado do genótipo pode ser inferido pela inteligência apenas a partir do genótipo.*

Uma vez firmemente assentado esse mecanismo como maneira de derivar o fenótipo a partir do genótipo, podemos voltar a usar "genótipos curtos" – como a primeira placa. Por exemplo, o "genótipo curto" (1, 3) produzirá o fenótipo:

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, ...

– a série de Lucas. E para cada conjunto de dois valores iniciais, ou seja, para cada genótipo curto, haverá um fenótipo correspondente. Mas os genótipos curtos, ao contrário dos longos, são apenas botões a serem apertados nos toca-discos automáticos em que a regra recorrente foi construída. Os genótipos longos são suficientemente informativos para acionar em um ser inteligente o reconhecimento do tipo de "toca-discos automático" a ser construído. Nesse sentido, os genótipos longos contêm as informações do fenótipo, enquanto os genótipos curtos não. Em outras palavras, o genótipo longo transmite não apenas uma mensagem interior, mas também uma mensagem exterior que possibilita a leitura da mensagem interior. Parece que a clareza da mensagem exterior reside na simples extensão da mensagem. Isso não chega a surpreender, trata-se de um paralelo perfeito do que acontece com a decifração de textos antigos. Claramente, a probabilidade do êxito depende crucialmente das dimensões do texto disponível.

Bach *versus* Cage, novamente

Mas dispor de um texto longo pode não ser suficiente. Retomemos a diferença entre o envio ao espaço de um disco com música de Bach e outro com

música de Cage. A propósito, este último, sendo uma Composição Aleatoriamente Gerada de Elementos, poderia adequadamente ser denominado "CAGE", enquanto o primeiro, sendo um Belo e Aperiódico Cristal de Harmonia, poderia, com propriedade, ser chamado de "BACH". Consideremos agora qual o significado que uma peça de Cage tem para nós. Ela tem de ser tomada em um contexto cultural amplo – como uma revolta contra certos tipos de tradição. Assim, se desejamos transmitir esse significado, devemos não só enviar as notas da peça, mas devemos comunicar antes uma ampla história da cultura ocidental. É justo dizer, então, que um disco isolado com a música de John Cage *não* tem significado intrínseco. Contudo, para um ouvinte que seja suficientemente versado nas culturas ocidental e oriental, e particularmente nas tendências da música ocidental nas últimas décadas, ele contém um significado – mas tal ouvinte é como o toca-discos automático e a música é como um par de botões. Para começo de conversa, o significado está contido principalmente no ouvinte; a música serve apenas para acioná-lo. E esse "toca-discos automático", ao contrário da inteligência pura, não é de modo algum universal; é altamente terreno, dependente que é de sucessões idiossincráticas de eventos ocorridos por todo o planeta durante longos períodos de tempo. Esperar que a música de John Cage seja compreendida por outra civilização é como esperar que sua música predileta, em um toca-discos automático na Lua, tenha o mesmo código de botões utilizado em Santa Rita do Passa Quatro.

Por outro lado, a apreciação de Bach requer muito menos conhecimento cultural. Isso pode soar como uma grande ironia, uma vez que Bach é tão mais complexo e organizado e Cage é tão despido de intelectualidade. Mas aqui ocorre uma estranha reversão: a inteligência ama os padrões e rejeita a aleatoriedade. Para a maioria das pessoas, a aleatoriedade da música de Cage requer grandes explicações; e mesmo depois dessas explicações, tais pessoas podem continuar a sentir que não captaram a mensagem – enquanto com relação a grande parte dos aspectos da música de Bach as palavras são supérfluas. Nesse sentido, a música de Bach é mais autocontida do que a música de Cage. No entanto, ainda não está claro qual o teor da condição humana que é presumido por Bach.

Por exemplo, a música tem três dimensões importantes de estrutura (melodia, harmonia e ritmo), cada uma das quais pode ser subdividida em aspectos de pequena escala, intermediários e globais. Ora, em cada uma dessas dimensões há um certo teor de complexidade que nossas mentes podem processar antes de atrapalharem-se; é claro que os compositores levam em conta esse fator, no mais das vezes de forma inconsciente, ao escrever suas peças. Esses "níveis de complexidade tolerável" em diferentes dimensões provavelmente dependem muito das condições peculiares de nossa evolução como espécie, e outra espécie inteligente poderia ter desenvolvido a música em níveis totalmente diferentes de complexidade tolerável nessas mesmas dimensões. Assim, uma peça de Bach poderia ter de ser acompanhada por uma série de informações sobre a espécie humana, as quais simplesmente não poderiam ser inferidas a partir da própria estrutura musical. Se igualarmos a música de Bach

a um genótipo e as emoções que ela supostamente evoca ao fenótipo, nosso interesse será então o de saber se o genótipo contém todas as informações necessárias à revelação do fenótipo.

Quão universal é a mensagem do ADN?

A pergunta geral com que nos defrontamos, muito semelhante, aliás, às perguntas inspiradas pelas duas placas, é a seguinte: "Que proporção do contexto necessário à sua própria compreensão uma mensagem é capaz de restaurar?" Podemos agora retornar aos significados biológicos originais de

```
CCGTCAGGATTGACACCCTCCCAATTGTATGTTTTCATGCCTCCAAATCTTGGAGGCTTTTTTATGGTTCGTTCTTATTACCCTTCTGAATGTCACGCTG
ACGAATACCTTCGGTTCGTAACCCCTAACTCTTTCTCATCTTTACGGTGTTCGGAGTTATCGTCCAAATTCTCGGAGCTATGCGAGTTTCAGTTTTATTA
GATGGATAACCGCATCAAGCTCTTGGAAGAGATTCTGTCTTTTCGTATGCAGGGCGTTGAGTTCGATAATGGTGATATGTATGTTGACGGCCATAAGGCT
ACAATAATTATAGTTCAACCCCCTCGTGTAACATCGTAACACGGTTAAGTAGGTAATTGAAGAGTCATTGTCTATGTTTGAGTAGTGCTTGCAGTCTTCG
CTATAGACCACCGCCCCGAAGGGGACGAAAAATGGTTTTTAGAGAACGAGAAGACGGTTACGCAGTTTTGCCGCAAGCTGGCTGCTGAACGCCCTCTTAA
TTTCGGAGATGCGCTATAGAATCACCTCCGGAGGTCGTTAGAACTTGTGAGTAGGAATTATGGAAAGAAAAACCCCATTAATATGAGTAGCGCTTATAGG
GCTATTCAGCGTTTGATGAATGCAATGCGACAGGCTCATGCTGATGGTTGGTTTATCGTTTTTGACACTCTCACGTTGGCTGACGACCGATTAGAGGCGT
GTCAGCCGCACACTTAGTAATCGGAACGCTGGGAGCCGTCGTTCTTGGTATGCTGGTTATAGTGCTTTTATCAGTGCGTTTCGTAACCCTAATAGTATTT
CTATCAGTATTTTTGTGTGCCTGAGTATCGTACAGCTAATGGCCGTCTTCATTTCCATGCGGTGCACTTTATGCGGACACTTCCTACAGGTAGCGTTGAC
CGCACATCGCTTGACGCTACCGTATGACATTGGTATTCCGGTGCATAAAACGTTCGATAAATTGACCGCCGCTAACGCATAGGCTGCTGGTTTTAATCC
AGGACGCTTTTTCACGTTCTGGTTGGTTGTGGCCTGTTGATGCTAAAGGTGAGCCGCTTAAAGCTACCAGTTATATGGCTGTTGGTTTCTATGTGGCTAA
GAACCCTTCATCGCTGTCGAACCAAAAATCACTCAACAAGGTAAGAAATCGAGGATCTGGAAATCGTCGTTCCAGGTATAGACTGAAAAACAATTGCATA
AAGCTGTTCAGAATCAGAATGAGCCGCAACTTCGGGATGAAAATGCTCACAATGACAAATCTGTCCACGGAGTGCTTAATCCAACTTACCAAGCTGGGTT
ACGCGGCGGTTTTGCAGCCGATGTCATTGAAAAGGGTCGGAGTTAGAGTAGAGAGAAAAACGCAAGACGAAGTTATAGACCAACTTGCCGCAGCGCAGCA
ACCTGTGACGACAAATCTGCTCAAATTTATGCGCGCTTCGATAAAAATGATTGGCGTATCCAACCTGCAGAGTTTTATCGCTTCCATGACGCAGAAGTTA
AAGGCGGTCGTCAGGTGAAGCTAAATTAAGCATTTGTTCGTCATCATTAAGGACGAAATAGTTCTATTAAAAAGCTGAGTAGTCTTTATAGGCTTTCACA
AATGAGAAAATTCGACCTATCCTTGCGCAGCTCGAGAAGCTCTTACTTTGCGACCTTTCGCCATCAACTAACGATTCTGTCAAAAACTGACGCGTTGGAT
AATTTTACAGTTGTTCTCTTAGAGATGGTACTTGTTTTACACTGAGTATAGATTTGGTCAGGAACTGCTTGCACGGTTCGTATAATTCGGTGAAGAGGAG
AAGAGCGTGGATTACTATCTGAGTCCGATGCTGTTCAACCACTAATAGGTAAGAAATCATGAGTCAAGTTACTGAACAATCCGTACGTTTCCAGACCGCT
CCAGTCATCGTTAGGTTTGAAACAATGAGCAGTCTTTTAGCTTTAGTAGAAGCCAATTTAGGTTTTGCCGTCTTCGGACTTACTCGAATTATCTCCGGTT
GCTCTCGTGCTCGTCGCTGCGTTGAGGCTTGCGTTTATGGTACGCTGGACTTTGTAGGATACCCTCGCTTTCCTGCTCCTGTTGAGTTTATTGCTGCCGT
GCCTGCCGAGCTGCGGTAATTATTACAAAAGGCATTTAAGTCGCGGAAGGTACTACTCTGTCCGGCAAACTTACAACTGCCCTACTTGTATTATTCGTTAC
GTTAAAGCCGCTGAATTGTTCGCGTTTACCTTGCGTGTACGCGCAGGAAACACTGACGTTCTTACTGACGCAGAAGAAAACGTGCGTCAAAAATTACGTG
TCGCGGAAATGCGAACGGAAATCATGGAGCGTTGCCGACGCCTGCTGGTCCCGCTCGCGGTCTTGCAAAAAATGGAAATCTGTAATGTAGTGAGGAAGGC
CGTCTTTGGTATGTAGCTGGTCAACAATTTTAATTGCAGGGGCTTCGGCCCCTTACTTGAGGATAAATTATGTCTAATATTCAAACTGGCGCCGAGCGTA
TAGAGCTTCCTCAGCGGTCGCTATTGGCCTCATCAACTTTACCATTATTCTGCTGGTTAGACTGGTCGTTCCTTCGGTTCTACCCTTTCCAGTACGCCGT
GGACGCCGTTGGCGCTCTCCGTCTTTCTCCATTGCGTCGTGGCCTTGCTATTGACTCTACTGTAGACATTTTTACTTTTTATGTCCCTCATCGTCACGTT
GTTCTTTTCGCCGTACCAGTTATATTGGTCATCACAATTGTCAGCCCTCTCCTCACCGTAATTGTGGTAGGAAGTACTTGAATTAGGTGACAAGTGGTAT
GCACGATTAACCCTGATACCAATAAAATCCCTAAGCATTTGTTTCAGGGTTATTTGAATATCTATAACAACTATTTTAAAGCGCCGTGGATGCCTGACCG
GAGTCCTCCTTCGCCTCGTCAGGTTTACAAAAACTCTACCGTCGTTGCCTTTGGTATTGCTCGTAGTAGAACTAATTCGAGTAATCCCAATCGGAGCCAT
ACTGAGCTTTCTCGCCAAATGACGACTTCTACCACATCTATTGACATTATGGGTCTGCAAGCTGCTTATGCTAATTTGCATACTGACCAAGAACGTGATT
GTCTCTAATCTCGCGTACTGTTCATTTCCTGCCAACAGTCGCAGTATACTCCAAAATGGAGGTTTACTTCTTTATTGTAGTACCATTGCGACGTACTTCA
GGCATCTGGCTATGATGTTGATGGAACTGACCAAACGTCGTTAGGCCAGTTTTCTGGTCGTGTTCAACAGACCTATAAACATTCTGTGCCGCGTTTCTTT
TTCAGTTTCGTGGAAATCGCAATTCCATGACTTAGAGAAATCAGCGTCATCCGCCTTTTGCTTGTTCGCGTTCTCATTTGTATCACGGTACGAGTCCTTG
ATACCGATATTGCTGGCGACCCTGTTTTGTATGGCAACTTGCCGCCGCGTGAAATTTCTATGAAGGATGTTTTCCGTTCTGGTGATTCGTCTAAGAAGTT
TCTTCCGCCAAGGACTTACTTACCCTTCGGAAGTTCTTCCACTATTCGTCCTCTTTGTATGCTTCCGCGTATTGCTATGGTGACTGGGAGTCGTTAGAAT
GGTGATTTGCAAGAACGCGTACTTATTCGCAACCATGATTATGACCAGTGTTTCAGTCGTTCAGTTGTTGCAGTGGATAGTCTTACCTCATGTGACGTTT
CGCCGTTTTTAATTTTAAAAATGGCGAAGCCAATATTGGAGTGTGAGTTAGAAAATAGTGCTTCAGTACTAACTTAGCGCTCACCAGCCGTCTAACGCTA
TGAGGGGTTGACCAAGCGAAGCGCGGTAGGTTTTCTGCTTAGGAGTTTAATCATGTTTCAGACTTTTATTTCTCGCCACAATTCAAACTTTTTTTCTGAT
ATTGGCAGTTTGATAGTTTTATATTGCAACTGCTACATCGAAATCCACAGACATTTTGTCCACGGCTTCTTCGACCTCATTGTCTTCACTCTTGGTCGAA
ATGCTGGTAATGGTGGTTTTCTTCATTGCATTCAGATGGATACATCTGTCAACGCCGCTAATCAGGTTGTTTCAGTTGGTGCTGATATTGCTTTTGATGC
TACCGCTGGTAGGTTTCCTATTTGTAGTATCCGTCAGCCCTCCCATCAGCCTTGGCTTCTTCTGAGTTTCGCTTGGTTTGTCCGTTTTTTAAATCCCAGC
GATGGTGGTTATTATACCGTCAAGGACTGTGTGACTATTGACGTCCTTCCCCGTACGCCCGGCAATAACGTCTACGTTGGTTTCATGGTTTGGTCTAACT
TCGTGCTTTGTATTTAGTGGAGTGAATTCACCGACCTCTGTTTATTAGAGAAATTATTGGACTAAGTCGCTTTGGTTAGGCGCCGTAAATCATCGCCATT
ATTGCTGGCGGTATTGCTTCTGCTCTTGCTGGTGGCGCCATGTCTAAATTGTTTGGAGGCGGTCAAAAAGCCGCCTCCGGTGGCATTCAAGGTGATGTGC
TTTGATCCCCGCCGGAGTAGTCCCAATCCTTGTAATCTCGGAACTTACCGTCTAAATTATGGTCGTAGTGGGTACGGATGTCATAACAATAGCCATCGTT
TGTTTCTGGTGCTATGGCTAAAGCTGGTAAAGGACTTCTTGAAGGTACGTTGCAGGCTGGCACTTCTGCCGTTTCTGATAAGTTGCTTGATTTGGTTGGA
GTAGTCGTGGTCGTGCGAGGGTTCGTAATTCGAGTCCTTTACGTCGTCGTTCTATTAGTGCTCATAGGAAAGGAAATAGTCGCCGTCTGAACGGTGGTTC
CTTCCTCTGCTGGTATGGTTGACGCCGGATTTGAGAATCAAAAAGAGCTTACTAAAATGCAACTGGACAATCAGAAAGAGATTGCCGAGATGCAAAATGA
GAAGACAACTATTCGTTCGTAGAGTAAAACACGTATATGGACCAGAAAGCATAAGACCCCACTTCAGCGGCTGACTTACGGTCGTTAGAGAAAAACTCAG
GAGTCTACTGCTCGCGTTGCGTCTATTATGGAAAACACCAATCTTTCCAAGCAACAGCAGGTTTCCGAGATTATGCGCCAAATGCTTACTCAAGCTCAAA
ATGGCGACTAAGACGCAAACGACTACTTGATTCAGTTGGAGTCGTGATTGGAACGCTCAGTAAAGAAACTAAACCAGTAACCATTTTATGACTGGTCGGC
TGGCTCTTCTCATATTGGCGCTACTGCAAAGGATATTTCTAATGTCGTCACTGATGCTGCTTCTGGTGTGGTTGATATTTTTCATGGTATTGATAAAGCT
                          AATAAAGGATCTGTTTAATCTCGGTTATGGTAGTCGAAATGGCAGAAGGTCTTTAACAAGGTTCATAGCCGTTG
```

FIGURA 41. Tal Cristal Aperiódico Gigante é a cadeia básica para o cromossoma do bacteriófago ΦX174. *Trata-se do primeiro genoma completo a ser mapeado com relação a qualquer organismo. Seriam necessárias cerca de 2000 dessas páginas boustrofedônicas para mostrar a cadeia básica de uma única célula* E. coli *e cerca de um milhão de páginas para mostrar a cadeia básica do ADN de uma única célula humana. O livro que está em suas mãos contém aproximadamente o mesmo volume de informações de um modelo molecular de uma mísera célula* E. coli

"genótipo" e "fenótipo" – o ADN e um organismo vivo – e formular perguntas similares. O ADN tem poder acionador universal? Ou ele requer um "biotocadiscos automático" para revelar seu significado? O ADN pode invocar um fenótipo sem estar envolvido no contexto químico apropriado? A resposta a esta pergunta é "não" – mas um "não" qualificado. Por certo, uma molécula de ADN no vácuo não criará absolutamente nada. No entanto, se uma molécula de ADN fosse enviada para tentar sua sorte no universo, como imaginamos com relação a BACH e a CAGE, ela poderia ser interceptada por uma civilização inteligente. Seus habitantes poderiam, em primeiro lugar, reconhecer sua mensagem formal. Feito isso, eles poderiam prosseguir com tentativas de deduzir, a partir de sua estrutura química, o tipo de ambiente químico que ela pareceria desejar e, então, proporcionar esse tipo de ambiente. Tentativas cada vez mais bem-sucedidas, de acordo com essas linhas, poderiam eventualmente levar à restauração completa do contexto químico necessário à revelação do significado fenotípico do ADN. Isso pode parecer algo implausível, mas se muitos milhões de anos fossem dedicados ao experimento, talvez o significado do ADN pudesse finalmente surgir.

Por outro lado, se a série de bases que compõe uma cadeia de ADN fosse enviada como símbolos abstratos (como na figura 41) e não como uma longa molécula helicoidal, seriam praticamente nulas as chances de que isso, como mensagem exterior, pudesse acionar o mecanismo decodificador apropriado que permitiria a extração do fenótipo a partir do genótipo. Esse seria um caso em que uma mensagem interior estaria envolvida em uma mensagem exterior tão abstrata que o poder de restauração do contexto dessa última se perderia, e assim, em um sentido muito pragmático, o conjunto de símbolos não teria nenhum significado intrínseco. Para que não se fique com a impressão de que tudo isso é irremediavelmente abstrato e filosófico, considere-se que o momento exato em que o fenótipo pode ser tido como "disponível" ou "implícito" pelo genótipo é uma questão altamente controvertida em nossa época: é a questão do aborto.

Fantasia cromática e luta

Após um esplêndido mergulho no lago, a Tartaruga está se secando quando quem, se não Aquiles, passa por ali.

Tartaruga: Olá, Aquiles. Eu estava justamente pensando em você enquanto brincava na água.

Aquiles: Não é curioso? Eu também estava justamente pensando em você enquanto andava pelo prado. Ele fica tão verde nesta época do ano...

Tartaruga: Você acha? Isso me faz lembrar de um pensamento que eu gostaria de compartilhar com você. Você gostaria de ouvi-lo?

Aquiles: Oh, com o maior prazer. Quero dizer, teria o maior prazer, desde que você não tente armar cilada para mim em uma de suas maldosas armadilhas lógicas, Sr. T.

Tartaruga: Maldosas armadilhas? Ora, você está me interpretando mal. Seria eu capaz de fazer algo maldoso? Sou uma alma pacífica, não amolo ninguém e levo uma vida suave e herbívora. E meus pensamentos simplesmente vagueiam por entre as estranhezas e as sutilezas das coisas como são (como eu as vejo). Eu, humilde e vagarento observador dos fenômenos, profiro minhas palavras ao ar de modo tão pouco espetacular. Mas, para tranqüilizá-lo quanto às minhas intenções, advirto-o de que planejava apenas lhe falar hoje de meu casco de Tartaruga, e, como você sabe, essas coisas não têm nada – absolutamente nada – a ver com a lógica!

Aquiles: As suas palavras REALMENTE me tranqüilizam, Sr. T. E, com efeito, minha curiosidade foi atiçada. Evidentemente, gostaria de escutar o que você tem a dizer, ainda que seja pouco espetacular.

Tartaruga: Vejamos... como hei de começar? Hmm... O que é que lhe chama mais a atenção em meu casco, Aquiles?

Aquiles: Ele me parece extraordinariamente limpo!

Tartaruga: Obrigado. Eu estava nadando e, com isso, lavei diversas camadas de sujeira que se haviam acumulado durante o último século. Agora você pode ver como o meu casco é verde.

Aquiles: Um casco tão bonito, sadio e verde! É bom vê-lo brilhando ao sol.

Tartaruga: Verde? Não é verde.

Aquiles: Como? Você não acaba de dizer que o seu casco é verde?

Tartaruga: Sim.

Aquiles: Então, estamos de acordo: ele é verde.

Tartaruga: Não, não é verde.

Aquiles: Ah, já entendo o seu jogo. Você está me dando a entender que o que você diz não é necessariamente verdade; que as tartarugas brincam com as palavras; que suas afirmações e a realidade não se coadunam necessariamente; que...
Tartaruga: Não é nada disso. As tartarugas tratam as palavras como coisas sagradas; as tartarugas reverenciam a precisão.
Aquiles: Muito bem, então por que você disse que o seu casco é verde e também que não é verde?
Tartaruga: Eu nunca disse isso; mas gostaria de ter dito.
Aquiles: Você teria gostado de dizer isso?
Tartaruga: De modo algum. Lamento dizê-lo e discordo totalmente disso.
Aquiles: Mas isso claramente contradiz o que você disse antes!
Tartaruga: Contradiz? Contradiz? Eu nunca me contradigo. Não faz parte da natureza de uma Tartaruga.
Aquiles: Dessa vez eu o peguei, seu trapalhão evasivo. Peguei-o em uma contradição total.
Tartaruga: É. Acho que sim.
Aquiles: Lá vai você de novo! Agora você está se contradizendo mais ainda! Você está tão envolvido em contradições que é impossível argumentar com você!
Tartaruga: Não é verdade. Eu argumento comigo mesmo sem nenhum problema. Talvez o problema esteja em você. Eu me arriscaria a conjeturar que talvez seja você o contraditório, mas está tão entrelaçado em sua própria teia que não pode ver como está sendo incoerente.
Aquiles: Que conjetura insultante! Vou mostrar-lhe que é você o contraditório e não pode haver dúvidas a respeito.
Tartaruga: Bem, se é assim, sua tarefa deve ser fácil. O que poderia ser mais simples que assinalar uma contradição? Vamos lá! Experimente.
Aquiles: Hmm... Não sei direito por onde começar. Ah... já sei. Primeiro, você disse que: (1) seu casco é verde, e depois você passou a dizer que (2) seu casco não é verde. O que mais é preciso dizer?
Tartaruga: Mas, por favor, assinale a contradição. Deixe de volteios.
Aquiles: Mas – mas – mas... Ah, agora estou vendo. (Às vezes sou tão lento!) Deve ser que você e eu divergimos quanto ao que constitui uma contradição. Esse é o problema. Bem, serei bastante claro: uma contradição ocorre quando alguém diz uma coisa e a nega ao mesmo tempo.
Tartaruga: Um belo truque. Gostaria de ver como é que se faz. Provavelmente, os ventríloquos seriam excelentes em matéria de contradições, falando, por assim dizer, com duas caras. Coisas opostas, simultaneamente. Mas eu não sou ventríloquo.
Aquiles: Bem, o que eu quis dizer é que uma pessoa pode dizer uma coisa e negá-la em uma única sentença! Isso não tem de ocorrer literalmente no mesmo instante.
Tartaruga: Muito bem, você não deu UMA sentença. Você deu DUAS.

Aquiles: Sim – duas sentenças que se contradizem mutuamente!

Tartaruga: É uma pena ver a estrutura entrelaçada de seus pensamentos exposta assim tão claramente, Aquiles. Primeiro, você me disse que uma contradição é algo que ocorre em uma única sentença. Depois, você me disse que encontrou uma contradição em um par de sentenças que proferi. Francamente, é como eu disse. Seu próprio sistema de pensamento é tão ilusório que você consegue deixar de ver sua própria incoerência. Do lado de fora, no entanto, ela é clara como o dia.

Aquiles: Às vezes eu me confundo tanto com suas táticas diversionistas que não sei nem dizer se estamos discutindo a respeito de algo extremamente prosaico ou de algo realmente profundo!

Tartaruga: Asseguro-o de que as tartarugas não perdem tempo com coisas prosaicas. Por conseguinte, é algo profundo.

Aquiles: Fico bem mais tranqüilo. Obrigado. Tive um momento para refletir e percebi o passo lógico necessário para convencê-lo de que você caiu em contradição.

Tartaruga: Ótimo! Espero que seja um passo fácil e indiscutível.

Aquiles: E é mesmo. Até você vai concordar. A idéia é a de que, uma vez que você acreditou na sentença 1 ("Meu casco é verde") e acreditou na sentença 2 ("Meu casco não é verde"), você acreditaria na sentença composta em que ambas se combinam, não é?

Tartaruga: É claro. Não seria mais que razoável... contanto apenas que a maneira da combinação seja universalmente aceitável. Mas estou certo de que estamos de acordo quanto a isso.

Aquiles: Sim, e é aí que eu o pego! A combinação que proponho é...

Tartaruga: Mas temos de ser cuidadosos ao combinar sentenças. Por exemplo, você concordaria em que "Aquiles tem dez dedos" é uma verdade, não é?

Aquiles: Como poderia negá-lo?

Tartaruga: Muito bem. Do mesmo modo, "Esta sentença tem cinco palavras" é uma afirmação válida, não é?

Aquiles: Sem dúvida.

Tartaruga: Então, colocando as duas sentenças juntas, teremos "Aquiles tem dez dedos e esta sentença tem cinco palavras". Ora, não é bem assim, não é verdade?

Aquiles: Espere um momento ... Bem, não, mas...

Tartaruga: Está vendo? A combinação de duas sentenças verdadeiras em uma única não é uma política prudente, é?

Aquiles: Mas você – você as combinou – de um modo tão pernicioso!

Tartaruga: Pernicioso? Qual é a objeção que você levantaria quanto à maneira como eu as combinei? Preferiria que eu tivesse feito de outro modo?

Aquiles: Eu não sei, mas seu resultado não é lógico. Deve haver algo duvidoso no que você fez.

Tartaruga: É sempre aí que você se perde – quando recorre a sua lógica, com seus princípios altissonantes. Hoje não quero saber de nada disso, por favor.

Aquiles: Oh, Senhor Tartaruga, não me submeta a toda essa agonia. Você sabe perfeitamente que você roubou.

Tartaruga: Roubei, como? Você me ofende, Aquiles. Pensando bem, vejamos quem está roubando aqui. Se não me engano era sua intenção juntar as sentenças com um "e", justamente o que fiz, ao que me parece ...

Aquiles: Você me deixa sem palavras. Você faz que eu me sinta como um vilão, quando, na verdade, eu tinha a mais inocente das motivações.

Tartaruga: Isso é o que todo o mundo acha a respeito de si próprio...

Aquiles: Pobre de mim. Tentando ser mais esperto que você, usando palavras para encurralá-lo em uma autocontradição. Sinto-me péssimo.

Tartaruga: É assim mesmo que você deve sentir-se. Eu sei onde você queria chegar. Seu plano era fazer-me aceitar a sentença 3, que diria: "Meu casco é verde e meu casco não é verde". E uma falsidade tão patente e repulsiva à língua de uma Tartaruga.

Aquiles: Oh, lamento tanto ter começado tudo isso.

Tartaruga: Não é preciso lamentar-se. Meus sentimentos não foram feridos. Afinal, estou acostumado com as maneiras pouco razoáveis com que as pessoas me encaram. Gosto de sua companhia, Aquiles, mesmo que falte clareza a seu pensamento.

Aquiles (suspirando): Sim... Temo que eu esteja preso à minha maneira de ser e provavelmente continue a errar e errar em minha busca da Verdice – perdão, da Verdade.

Tartaruga: Coragem, Aquiles. A troca de idéias de hoje talvez possa contribuir um pouco para ajustar seu caminho. Até logo, Aquiles.

Aquiles: Até logo, Sr. T.

CAPÍTULO VII

O cálculo proposicional

Palavras e símbolos

O diálogo precedente faz lembrar a *Invenção a duas vozes*, de Lewis Carroll. Em ambos, a Tartaruga recusa-se a empregar palavras comuns e correntes da maneira comum e corrente – ou pelo menos recusa-se a fazê-lo quando não seja em proveito próprio. No último capítulo foi proporcionada uma maneira de considerar o paradoxo de Carroll. Neste capítulo vamos fazer com que os símbolos façam o que Aquiles não conseguiu fazer com que a Tartaruga fizesse com suas palavras. Ou seja, vamos compor um sistema formal onde um de seus símbolos fará exatamente o que Aquiles queria que a palavra *"e"* fizesse quando pronunciada pela Tartaruga, enquanto outro (de seus símbolos) se comportará da maneira que as palavras *"se ... então ..."* deveriam comportar-se. Só haverá duas outras palavras com as quais trataremos de lidar: *"ou"* e *"não"*. O raciocínio que dependa exclusivamente do emprego correto dessas quatro palavras é denominado *raciocínio proposicional.*

Alfabeto e primeira regra do cálculo proposicional

Apresentarei este novo sistema formal, denominado *cálculo proposicional*, um pouco como se fosse um quebra-cabeça, sem explicar tudo de uma vez e deixando que você vá arranjando as coisas em certa medida. Começamos pela lista dos símbolos:

	<	>	
P	Q	R	'
∧	∨	⊃	~
	[	]	

A primeira regra desse sistema que revelarei é a seguinte:

REGRA DA UNIÃO: Se *x* e *y* são teoremas do sistema, então a cadeia <*x*∧*y*> também o é.

Esta regra toma dois teoremas e os combina em um só. Ela deve fazê-lo lembrar-se do diálogo.

Cadeias bem formadas

Haverá diversas outras regras de inferência e todas elas serão apresentadas em breve – mas antes é importante definir um subconjunto de todas as cadeias, isto é, as cadeias *bem formadas*. Elas serão definidas de maneira recorrente. Começamos com os:

ÁTOMOS: P, Q e R são chamados *átomos*. Novos átomos são formados adicionando-se primos à direita dos átomos antigos – assim, R', Q'', P''', etc. Isso fornece um suprimento infinito de átomos. Todos os átomos são bem formados.

A seguir temos quatro:

REGRAS DE FORMAÇÃO RECORRENTES: Se *x* e *y* são bem formados, então as quatro cadeias também são bem formadas:

(1) ~*x*
(2) <*x*∧*y*>
(3) <*x*∨*y*>
(4) <*x*⊃*y*>

Todos os exemplos seguintes são bem formados:

P	átomo
~P	(1)
~~P	(1)
Q'	átomo
~Q'	(1)
<P∧~Q'>	(2)
~<P∧~Q'>	(1)
<~~P⊃Q'>	(4)
<~<P∧~Q'>∨<~~P⊃Q'>>	(3)

O último pode parecer assustador, mas é construído diretamente a partir de dois componentes – ou seja, as duas linhas imediatamente acima dele próprio. Cada uma delas é, por sua vez, construída a partir de linhas anteriores... e assim sucessivamente. Toda cadeia bem formada pode, dessa maneira, ser referida a seus constituintes elementares – ou seja, átomos. Basta empregar as regras de trás para frente até não poder mais. Esse processo tem um fim assegurado, uma vez que cada regra de formação (quando empregada no sentido usual) é uma regra de *aumento*, de modo que quando a empregamos de trás para frente isso nos encaminha para os átomos.

Esse processo de decomposição das cadeias serve, assim, como verificação da boa formação de qualquer cadeia. É um *procedimento decisório inverti-*

do para a boa formação. Você pode avaliar se compreendeu bem esse procedimento decisório verificando quais das cadeias seguintes são bem formadas:

(1) <P>
(2) <~P>
(3) <P∧Q∧R>
(4) <P∧Q>
(5) <<P∧Q>∧<Q~∧P>>
(6) <P∧~P>
(7) <<P∨<Q⊃R>>∧<~P∨~R'>>
(8) <P∧Q>∧<Q∧P>

(*Resposta*: Aquelas cujos números são números de Fibonacci não são bem formadas. As demais são bem formadas.)

Mais regras de inferência

Agora chegamos às demais regras pelas quais são construídos os *teoremas* deste sistema. Seguem-se algumas regras de inferência. Em todas elas, os símbolos "*x*" e "*y*" devem ser compreendidos como restritos a cadeias *bem formadas*.

REGRA DA DISSOCIAÇÃO: Se < *x*∧*y* > é um teorema, então tanto *x* como *y* são teoremas.

A propósito, agora você já deve ter uma boa idéia a respeito do que o símbolo "∧" representa. (Pista: é a palavra problemática do diálogo precedente.) A partir da regra seguinte, você deve ser capaz de imaginar o que o *til* ("~") representa:

REGRA DO DUPLO TIL: A cadeia "~~" pode ser eliminada de qualquer teorema. Pode também ser inserida em qualquer teorema, contanto que a cadeia resultante seja ela própria bem formada.

A regra da fantasia

Uma característica especial desse sistema é a de que ele *não tem axiomas* – apenas regras. Voltando a atenção para os sistemas formais anteriores que vimos, você poderá perguntar-se como, então, haverá teoremas. Como é que as coisas começam? A resposta é que existe uma regra que fabrica teoremas a partir do nada. Ela não necessita de um teorema anterior como insumo. (As demais regras requerem insumos.) Essa regra especial é denominada *regra da fantasia*. A razão dessa denominação é bastante simples.

Para empregar a regra da fantasia, a primeira coisa a fazer é escrever qualquer cadeia bem formada *x* que você deseje e entrar então na *fantasia*, perguntan-

do: "*Que tal se* esta cadeia *x* fosse um axioma, ou um teorema?" A seguir, você deixa que o próprio sistema dê a resposta. Ou seja, você segue adiante e faz uma derivação, tendo *x* como linha de abertura; suponhamos que *y* seja a última linha. (Evidentemente, a derivação deve seguir estritamente as regras do sistema.) Tudo o que vai de *x* a *y* (inclusive) é a *fantasia*; *x* é a *premissa* e y é o *resultado*. O passo seguinte é *saltar fora da fantasia*, tendo aprendido com isso que:

Se *x* fosse um teorema, *y* seria um teorema.

Contudo, você ainda poderia perguntar-se onde está o teorema *real*. O teorema real é a cadeia

<*x*⊃*y*>.

Note a semelhança entre esta cadeia e a sentença impressa acima.

Para assinalar a entrada na fantasia e a saída dela, empregam-se os colchetes "[" e "]", respectivamente. Assim, sempre que você vir um colchete esquerdo, saberá que está "descendo" para a fantasia e a linha *seguinte* conterá a *premissa* da fantasia. Sempre que você vir um colchete direito, saberá que está "subindo" de volta e que a linha *precedente* era o *resultado*. É útil (embora não necessário) marcar linhas de uma derivação que ocorrem em fantasias.

Aqui está uma ilustração da regra da fantasia em que a cadeia P é tomada como premissa. (Acontece que P *não* é um teorema, mas isso não importa; estamos simplesmente perguntando: "Que tal se fosse?".) Fazemos a seguinte fantasia:

[	descida para a fantasia
P	premissa
~~P	resultado (pela regra do duplo til)
]	subida para fora da fantasia.

A fantasia mostra que:

Se P fosse um teorema, então ~~P também o seria.

Agora comprimiremos esta sentença de linguagem comum (a metalinguagem) para notação formal (a linguagem-objeto): <P⊃~~P>. Isso, nosso primeiro teorema do cálculo proposicional, deve revelar-lhe a interpretação pretendida para o símbolo "⊃".

Eis outra derivação que usa a regra da fantasia:

[	descida
<P∧Q>	premissa
P	separação
Q	separação

<Q∧P>	união
]	subida
<<P∧Q>⊃<Q∧P>>	regra da fantasia

É importante compreender que apenas a última linha é um teorema genuíno; nesse caso, tudo mais está na fantasia.

A recorrência e a regra de fantasia

Como você pode deduzir a partir da terminologia de recorrência, "subida" e "descida", a regra da fantasia pode ser empregada recorrentemente – desse modo, pode haver fantasias dentro de fantasia, fantasias triplamente aninhadas e assim por diante. Isso significa que há todo tipo de "níveis de realidade", assim como em histórias ou filmes aninhados. Quando você sobe para fora de um filme dentro de um filme, por um momento sente como se estivesse voltando ao mundo real, embora ainda esteja a um nível abaixo do topo. Do mesmo modo, quando você sobe para fora de uma fantasia dentro de uma fantasia, está em um mundo "mais real" do que aquele em que se encontrava, mas ainda está a um nível abaixo do topo.

Ora, o aviso de "não fumar" dentro de uma sala de cinema não se aplica às personagens do filme – não há nada que seja transportado do mundo real para o mundo da fantasia nos filmes. Mas no cálculo proposicional há um transporte do mundo real para as fantasias; há até mesmo um transporte de uma fantasia para as fantasias dentro dela. Isso é formalizado pela seguinte regra:

REGRA DE TRANSPORTE: Dentro de uma fantasia, qualquer teorema da "realidade" um nível acima pode ser trazido e empregado.

É como se o aviso de "não fumar" da sala de cinema se aplicasse não apenas a todos os espectadores mas também a todos os atores do filme e, pela repetição da mesma idéia, a qualquer pessoa no interior de filmes multiplamente aninhados! (Advertência: Não há transporte no sentido inverso: os teoremas de dentro das fantasias não podem ser levados para o exterior! Se não fosse por isso, você poderia escrever o que quer que fosse como primeira linha de uma fantasia e trazê-lo de volta para o mundo real como teorema.)

Para mostrar como opera o transporte e para mostrar como a regra da fantasia pode ser empregada recorrentemente, apresentamos a seguinte derivação:

[	descida
P	premissa da fantasia exterior
[	nova descida
Q	premissa da fantasia interior
P	transporte de P para a fantasia interior
<P∧Q>	união

]	subida da fantasia interior, volta à fantasia exterior
<Q⊃<P∧Q>>	regra da fantasia
]	subida da fantasia exterior, volta ao mundo real
<P⊃<Q⊃<P∧Q>>>	regra da fantasia

Note que inseri a fantasia exterior em um nível e a fantasia interior em dois para ressaltar a natureza desses "níveis de realidade" aninhados. Uma maneira de encarar a regra da fantasia é dizer que uma observação feita *a respeito* do sistema insere-se *dentro do* sistema. Especificamente, o teorema (*x*⊃*y*) que é obtido pode ser considerado como uma representação no sistema da afirmação a respeito do sistema: "Se *x* é um teorema, então *y* também é". Mais especificamente ainda: a interpretação pretendida para <P⊃Q> é "se P, então Q", ou, o que é equivalente, "P implica Q".

O inverso da regra da fantasia

Ora, o diálogo de Lewis Carroll referia-se a afirmações do tipo "se – então". Em particular, Aquiles teve grande dificuldade em persuadir a Tartaruga a aceitar a segunda sentença de uma afirmação "se – então", ainda que a própria afirmação "se – então" tivesse sido aceita, assim como a primeira sentença. A regra seguinte permite inferir a segunda "sentença" de uma série "⊃", contanto que a própria série "⊃" seja um teorema e que a primeira sentença também seja um teorema.

REGRA DA SEPARAÇÃO: Se *x* e <*x*⊃*y*> são ambos teoremas, então *y* é um teorema.

A propósito, essa regra é freqüentemente denominada "modus ponens" e a regra de fantasia é freqüentemente denominada "Teorema de dedução".

A interpretação pretendida para os símbolos

A essa altura já podemos abrir a arca e revelar os "significados" dos demais símbolos de nosso sistema. Caso ainda não esteja claro, pretende-se que o símbolo "∧" atue isomorficamente com a palavra comum e corrente "e". O símbolo "~" representa a palavra "não" – é uma espécie formal de negação. Os símbolos "<" e ">" são agrupadores – sua função é muito semelhante a dos parênteses na álgebra comum. A diferença principal está em que na álgebra você tem liberdades para inserir os parênteses ou omiti-los, de acordo com o gosto ou o estilo, enquanto num sistema formal tal liberdade anárquica não é tolerada. O símbolo "∨" representa a palavra "ou" ("vel" é a palavra latina para "ou"). O "ou" pretendido é o chamado "ou" *includente*, o que significa que a interpretação de <*x* ∨ *y*> é "ou *x* ou *y* – ou ambos".

Os únicos símbolos que não interpretamos são os átomos. Um átomo não tem uma interpretação única, pode ser interpretado por *qualquer* sentença escrita (ele tem de continuar a ser interpretado pela mesma sentença se ocorrer múltiplas vezes dentro de uma cadeia ou derivação). Assim, por exemplo, a cadeia bem formada <P∧~P> poderia ser interpretada pela sentença composta:

Esta mente é Buda e esta mente não é Buda.

Examinemos agora cada um dos teoremas até aqui derivados e interpretemo-los. O primeiro foi <P⊃~~P>. Se mantivermos a mesma interpretação para P, teremos a seguinte interpretação:

Se esta mente é Buda,
então não é o caso de que esta mente não seja Buda.

Observe como expus a dupla negação. É deselegante repetir uma negação em qualquer linguagem natural e, portanto, isso é contornado pelo emprego de duas maneiras diferentes de expressar a negação. O segundo teorema derivado foi <<P∧Q>⊃<Q∧P>>. Se interpretamos Q pela sentença "Este pano pesa dois quilos", então nosso teorema é o seguinte:

Se esta mente é Buda, e este pano pesa dois quilos,
então este pano pesa dois quilos e esta mente é Buda.

O terceiro teorema era <P⊃<Q⊃<P∧Q>>>. Isso correspondente à seguinte sentença aninhada "se... então...":

Se esta mente é Buda,
então, se este pano pesa dois quilos,
então esta mente é Buda e este pano pesa dois quilos.

Você provavelmente terá notado que cada teorema, quando interpretado, diz algo absolutamente trivial e auto-evidente. (Por vezes, eles são *tão* auto-evidentes que parecem vazios e – paradoxalmente – confusos ou mesmo errados!) Isso pode não ser algo notável, mas lembre-se de que há muitas falsidades por aí que poderiam ser produzidas – e, no entanto, não o foram. Este sistema – o cálculo proposicional – avança claramente de verdade em verdade, evitando cuidadosamente todas as falsidades, assim como uma pessoa preocupada em manter-se seca avança cuidadosamente de uma pedra a outra ao atravessar um riacho, seguindo o padrão das pedras por mais retorcido e enganoso que seja. O que é notável é que – no cálculo proposicional – tudo é feito em bases puramente *tipográficas*. Não há ninguém "por aí" pensando a respeito do *significado* das cadeias. Tudo é feito mecanicamente, impensadamente, rigidamente e mesmo estupidamente.

Listagem das regras

Ainda não expusemos todas as regras do cálculo proposicional. O conjunto completo delas, incluindo três novas, está enumerado a seguir.

REGRA DA UNIÃO: Se x e y são teoremas, então $<x\wedge y>$ é um teorema.

REGRA DA DISSOCIAÇÃO: Se $<x\wedge y>$ é um teorema, então tanto x quanto y são teoremas.

REGRA DO DUPLO TIL: A cadeia "~~" pode ser eliminada de qualquer teorema. Pode também ser inserida em qualquer teorema, contanto que a cadeia resultante seja, ela própria, bem formada.

REGRA DA FANTASIA: Se y pode ser derivado quando se supõe que x é um teorema, então $<x\supset y>$ é um teorema.

REGRA DE TRANSPORTE: Dentro de uma fantasia, qualquer teorema proveniente da "realidade" um nível acima pode ser trazido e utilizado.

REGRA DA SEPARAÇÃO: Se tanto x quanto $<x\supset y>$ são teoremas, então y é um teorema.

REGRA CONTRAPOSITIVA: $<x\supset y>$ e $<\sim y\supset\sim x>$ são intercambiáveis.

REGRA DE DE MORGAN: $<\sim x\wedge\sim y>$ e $\sim<x\vee y>$ são intercambiáveis.

REGRA DO TROCA-TROCA: $<x\vee y>$ e $<\sim x\supset y>$ são intercambiáveis.

(A regra do Troca-Troca tem esse nome em razão de Q.q. Troca-Troca, um engenheiro ferroviário albanês dedicado à reflexão lógica sobre desvios e linhas de manobra. Nas regras recém-citadas, entende-se o seguinte por "intercambiável": se uma expressão de uma forma ocorre, seja como teorema ou como parte de um teorema, a outra forma pode ser utilizada em seu lugar e a cadeia resultante também será um teorema. É preciso ter em mente que os símbolos "x" e "y" sempre representam cadeias bem formadas do sistema.

Justificação das regras

Antes de vermos o emprego dessas regras em derivações, examinemos algumas breves justificações para elas. Provavelmente, você poderá justificá-las para si mesmo melhor que meus exemplos – razão por que darei apenas uns poucos.

A regra contrapositiva expressa explicitamente uma maneira de contornar afirmações condicionais que efetuamos inconscientemente. Por exemplo, a "Zentença":

Se você o está estudando, então você está longe do Caminho

significa o mesmo que:

Se você está perto do Caminho, então você não o está estudando.

A regra de De Morgan pode ser ilustrada por nossa familiar sentença: "A bandeira não está se movendo e o vento não está se movendo". Se P simboliza "a bandeira está se movendo" e Q simboliza "o vento está se movendo", então a sentença composta é simbolizada por $<\sim P\wedge\sim Q>$, o que, de acordo com a lei de De Morgan, é intercambiável com $\sim<P\vee Q>$, cuja interpretação seria "Não é verdade que a bandeira ou o vento estejam se movendo". E ninguém poderia negar que esta é uma conclusão que faz Zentido.

Para a regra do Troca-Troca, considere a sentença: "Ou uma nuvem está suspensa sobre a montanha, ou a luz da Lua está penetrando as ondas do lago", a qual poderia ser pronunciada, suponho eu, por um atento mestre de zen ao se lembrar de um lago familiar que ele pode visualizar mentalmente, mas não pode ver. Agora fique sentado, pois a regra do Troca-Troca nos diz que isso é intercambiável com o pensamento: "Se uma nuvem não está suspensa sobre a montanha, então a luz da Lua está penetrando nas ondas do lago". Isso pode não ser o esclarecimento, mas é o melhor que o cálculo proposicional pode oferecer.

Brincando com o sistema

Apliquemos agora essas regras a teoremas anteriores e vejamos o que obtemos. Por exemplo, tomemos o teorema $<P\supset\sim\sim P>$:

$<P\supset\sim\sim P>$	teorema antigo
$<\sim\sim\sim P\supset\sim P>$	contrapositiva
$<\sim P\supset\sim P>$	duplo til
$<P\vee\sim P>$	Troca-Troca

Esse novo teorema, quando interpretado, diz:

Ou esta mente é Buda, ou esta mente não é Buda.

Novamente, o teorema interpretado, embora não chegue a ser fascinante, é, pelo menos, verdadeiro.

Semi-interpretações

Quando se lêem em voz alta os teoremas do cálculo proposicional, é natural interpretar todas as coisas, com exceção dos átomos. A isso dou o nome de *semi-interpretação*. Por exemplo, a semi-interpretação de <P∨~P> seria:

P ou não P.

Apesar de o P não ser uma sentença, a semi-sentença anterior também parece verdadeira porque é muito fácil imaginar uma sentença qualquer no lugar de P – e a forma do teorema semi-interpretado assegura que, qualquer que seja a escolha, a sentença resultante será verdadeira. E essa é a idéia-chave do cálculo proposicional: ele produz teoremas que, quando semi-interpretados, revelam-se "semi-sentenças universalmente verdadeiras", o que significa que qualquer que seja a maneira pela qual a interpretação é completada, o resultado final será uma afirmação verdadeira.

O machado de Ganto

Agora podemos passar a um exercício mais complexo, baseado em um *koan* zen denominado "O machado de Ganto". Eis como começa:

> Um dia, Tokusan disse a seu discípulo Ganto: "Tenho dois monges que estão aqui há muitos anos. Vá e examine-os". Ganto tomou um machado e foi à cabana onde os dois monges meditavam. Ergueu o machado, dizendo: "Se vocês disserem uma palavra, cortarei suas cabeças; e se vocês não disserem nenhuma palavra, também cortarei suas cabeças".[1]

Se você disser uma palavra, cortarei esse *koan*; e se você não disser nenhuma palavra, também cortarei esse *koan* – por que quero traduzir parte dele para nossa notação. Simbolizemos "vocês disserem uma palavra" por P e "cortarei suas cabeças" por Q. Então, a ameaça do machado de Ganto é simbolizada pela série <<P⊃Q>∧<~P⊃Q>>. Que tal se essa ameaça fosse um axioma? Aqui está a fantasia para responder a essa pergunta.

(1)	[	descida
(2)	<<P⊃Q>∧<~P⊃Q>>	axioma de Ganto
(3)	<P⊃Q>	separação
(4)	<~Q⊃~P>	contrapositiva
(5)	<~P⊃Q>	separação
(6)	<~Q⊃~~P>	contrapositiva
(7)	[	nova descida
(8)	~Q	premissa
(9)	<~Q⊃~P>	transporte da linha 4

(10)	~P	destacamento
(11)	<~Q⊃~~P>	transporte da linha 6
(12)	~~P	destacamento (linhas 8 e 11)
(13)	<~P∧~~P>	união
(14)	~<P∨~P>	De Morgan
(15)	]	primeira subida
(16)	<~Q⊃~<P∨~P>>	regra da fantasia
(17)	<<P∨~P>⊃Q>	contrapositiva
(18)	[	descida
(19)	~P	premissa (também resultado!)
(20)	]	subida
(21)	<~P⊃~P>	regra da fantasia
(22)	<P∨~P>	Troca-Troca
(23)	Q	destacamento (linhas 22 e 17)
(24)	]	subida final

O poder do cálculo proposicional está demonstrado nesse exemplo. Em míseros vinte e quatro passos, deduzimos Q: que as cabeças serão cortadas! (E é terrível que a última regra invocada tenha sido a da "separação"...) Poderia parecer supérfluo dar prosseguimento ao *koan*, uma vez que sabemos o que deve decorrer... No entanto, abandonarei meu propósito de cortar o *koan*; afinal, é um *koan* zen autêntico. A continuação do incidente é aqui relatada:

> Ambos os monges prosseguiram sua meditação como se nada ele houvesse falado. Ganto baixou o machado e disse: "Vocês são verdadeiros discípulos do zen". Voltou a Tokusan e relatou o incidente. "Vejo bem o seu lado", concordou Tokusan, "mas diga-me, como é o lado deles?" "Tozan pode admiti-los", respondeu Ganto, "mas eles não devem ser admitidos sob Tokusan".[2]

Você vê bem o meu lado? Como é o lado zen?

Há uma procedimento decisório para os teoremas?

O cálculo proposicional dá-nos um conjunto de regras para produzir afirmações que seriam verdadeiras em todos os mundos concebíveis. É por isso que todos os seus teoremas soam tão ingênuos; parece que eles não têm conteúdo algum! Visto sob esse ângulo, o cálculo proposicional pode parecer uma perda de tempo, uma vez que o que nos diz é absolutamente trivial. Por outro lado, ele o faz especificando a *forma* das afirmações que são universalmente verdadeiras e isso esclarece de uma maneira nova as verdades básicas do universo: elas não só são fundamentais, mas também *regulares*: elas podem ser produzidas por um único conjunto de regras tipográficas. Em outras palavras, todas elas são "farinha do mesmo saco". Você poderá considerar se o mesmo pode ser dito a respeito dos *koans* zen: poderiam todos eles ser produzidos por um único conjunto de regras tipográficas?

É bastante pertinente suscitar aqui a questão de um procedimento decisório. Ou seja, existe um método mecânico para distinguir entre não-teoremas e teoremas? Se assim for, isso nos diria que o conjunto de teoremas do cálculo proposicional é não só r.e., mas também recorrente. Na verdade, existe um procedimento decisório interessante – o método das tabelas de verdades. Apresentá-lo aqui nos levaria a uma incursão bastante longa; você pode encontrá-lo em praticamente qualquer livro sobre lógica. E o que dizer dos *koans* zen? Seria concebível a existência de um procedimento decisório mecânico que distinguisse os *koans* zen autênticos das demais coisas?

Sabemos que o sistema é coerente?

Até aqui, limitamo-nos a *presumir* que todos os teoremas, quando interpretados como indicado, são afirmações verdadeiras. Mas *sabemos* realmente que assim o é? Poderíamos prová-lo? Essa é outra maneira de perguntar se as interpretações pretendidas ("e" para "∧", etc.) merecem a denominação de "significados passivos" dos símbolos. Essa questão pode ser encarada de dois pontos de vista bastante diferentes, que podem ser descritos como "prudente" e "imprudente". Apresentarei agora esses dois lados como os vejo, personificando seus defensores como "Prudência" e "Imprudência".

Prudência: Só SABEREMOS que todos os teoremas resultam verdadeiros de acordo com a interpretação pretendida se conseguirmos PROVÁ-LO. Esse é o procedimento cauteloso e ponderado.

Imprudência: Ao contrário. É ÓBVIO que todos os teoremas resultarão verdadeiros. Se você tem dúvidas, consulte de novo as regras do sistema. Você verá que cada regra faz com que o símbolo aja exatamente como a palavra que ele representa deve ser utilizada. Por exemplo, a regra de união faz com que o símbolo "∧" aja como a palavra "e" deve agir, a regra de separação faz com que "⊃" aja como deve, em correspondência com "implica", ou "se... então..." e assim por diante. A menos que você seja como a Tartaruga, reconhecerá em cada regra a codificação de um padrão usado em seu próprio pensamento. Assim, se você confia em seus próprios padrões de pensamento, você TEM de acreditar que todos os teoremas resultam verdadeiros! Essa é minha maneira de ver. Não necessito de nenhuma prova adicional. Se você acha que algum teorema resulta falso, presumivelmente você acha que alguma regra deve estar errada. Mostre-me qual.

Prudência: Não sei se existe alguma regra errada; portanto, não posso mostrar-lhe uma. Contudo, posso imaginar o seguinte tipo de cenário. Seguindo as regras, você depara com um teorema – digamos, x. Enquanto isso, eu também, seguindo as regras, deparo com outro teorema – acontece que ele é $\sim x$. Que é que você acha disso?

Imprudência: Tudo bem; suponhamos que isso aconteça. O que é que tem de errado? Deixe-me expor de outra maneira. Suponha que ao brincar com o

sistema MIU eu depare com um teorema *x* e você depare com *x*U. Que é que você acha disso?

Prudência: Nada de mais. Na verdade, tanto MI quanto MIU são teoremas.

Imprudência: E isso não lhe preocupa?

Prudência: Claro que não. Seu exemplo é ridículo porque MI e MIU não são CONTRADITÓRIOS, enquanto as cadeias *x* e ~*x* no cálculo proposicional SÃO contraditórias.

Imprudência: Está bem, contanto que você queira interpretar "~" como "não". Mas o que faz você pensar que "~" deva ser interpretado como "não"?

Prudência: As próprias regras. Ao examiná-las, você verifica que a única interpretação possível para "~" é "não" – e, do mesmo modo, a única interpretação concebível para "∧" é "e", etc.

Imprudência: Em outras palavras, você está convencida de que as regras captam os significados dessas palavras?

Prudência: Precisamente.

Imprudência: E mesmo assim você continua a considerar a possibilidade de que tanto *x* quanto ~*x* possam ser teoremas? Por que não considerar também a noção de que os porcos-espinhos são sapos, ou de que 1 é igual a 2, ou de que a Lua é feita de queijo? De minha parte, não estou disposto a considerar nem mesmo se esses ingredientes básicos de meus processos de pensamento estão errados – porque, se admitisse essa noção, eu teria de considerar também se meus modos de analisar a questão como um todo também estão errados e terminaria em uma barafunda total.

Prudência: Sua argumentação é poderosa... Contudo, eu ainda gostaria de ver uma DEMONSTRAÇÃO de que todos os teoremas resultam verdadeiros, ou de que *x* e ~*x* nunca podem ser teoremas ao mesmo tempo.

Imprudência: Você quer uma demonstração. Acho que isso significa que você quer estar mais convencido da coerência do cálculo proposicional que de sua própria sanidade. Qualquer demonstração que eu possa imaginar envolveria operações mentais de complexidade superior a de qualquer coisa referente ao próprio cálculo proposicional. O que é que ela provaria então? Sua insistência em uma demonstração da coerência do cálculo proposicional me faz pensar em alguém que esteja aprendendo português e queira ter um dicionário que defina todas as palavras simples em termos de palavras complicadas...

O diálogo de Carroll novamente

Esse pequeno debate mostra a dificuldade de usar a lógica e o raciocínio em sua própria defesa. Em algum ponto você esgota as possibilidades e não há outra defesa se não gritar alto: "Eu sei que estou certo!" Novamente nos defrontamos com a questão que Lewis Carroll apresentou com tanta argúcia em seu diálogo: você não pode defender seus padrões de raciocínio indefinidamente. Chega a um ponto em que a fé toma o comando.

Um sistema de raciocínio pode ser comparado a um ovo. O ovo tem uma casca que protege seu interior. No entanto, se quiser despachar um ovo para algum lugar, você não confia só na casca. É preciso envolvê-lo em algum tipo de embalagem, escolhida de acordo com a dureza das condições que ele deverá enfrentar na viagem. Se quiser ser extremamente cuidadoso, você poderá colocar o ovo dentro de sucessivas caixas aninhadas. Contudo, por mais caixas que envolvam o ovo, é possível sempre imaginar um cataclisma que o quebre. Mas isso não significa que você nunca corra o risco de despachar o ovo. Do mesmo modo, nunca se pode dar uma demonstração definitiva e absoluta de que uma demonstração, em um sistema determinado, esteja correta. Evidentemente, pode-se dar uma demonstração de uma demonstração e uma demonstração de uma demonstração de uma demonstração – mas a validade do sistema exterior a todos os demais sempre permanece como uma premissa não comprovada, aceita como artigo de fé. Pode-se sempre imaginar que alguma sutileza insuspeitada invalidará todos os níveis de demonstração até o último reduto e que o resultado "demonstrado" se revelará, afinal de contas, incorreto. Mas isso não significa que os matemáticos e os lógicos estejam constantemente preocupados com que todo o edifício da matemática possa estar errado. Por outro lado, quando se propõem demonstrações heterodoxas, ou extremamente longas, ou geradas por computadores, as pessoas param um pouco para pensar sobre o significado desta palavra quase sagrada – "demonstrado".

Um excelente exercício para você nesse ponto seria o de voltar ao diálogo de Carroll e codificar os vários estágios do debate em nossa notação – começando pela controvérsia original:

Aquiles: Se você tem <<A∧B>⊃Z> e também tem <A∧B>, então certamente você tem Z.

Tartaruga: Oh! Você quer dizer: <<<<A∧B>⊃Z>∧<A∧B>>⊃Z>, não é?

(Pista: O que quer que Aquiles considere como regra de inferência, a Tartaruga achata imediatamente a uma simples cadeia do sistema. Se você usar apenas as letras A, B e Z, obterá um padrão recorrente de cadeias cada vez mais longas.)

Atalhos e regras derivadas

Ao proceder às derivações no cálculo proposicional, rapidamente se inventam vários tipos de atalhos que não fazem estritamente parte do sistema. Por exemplo, se a cadeia <Q∧~Q> fosse requerida em algum ponto e se <P∧~P> houvesse sido derivada antes, muitas pessoas procederiam como se <Q∧~Q> houvesse sido derivada, uma vez que sabem que sua derivação é um paralelo exato à de <P∧~P>. O teorema derivado é tratado como um "esquema de teoremas": um molde para outros teoremas. Esse procedimento resulta ser perfeitamente válido, na medida em que sempre leva a novos teoremas, mas não é uma

regra do cálculo proposicional tal como as apresentamos. Trata-se de uma *regra derivada*. É parte do conhecimento que temos *a respeito* do sistema. O fato de que essa regra sempre o mantenha dentro do espaço dos teoremas requer demonstração, evidentemente – mas tal demonstração não é como uma derivação dentro do sistema. É uma demonstração no sentido comum e intuitivo – uma cadeia de raciocínio levada a efeito no modo I. A teoria *a respeito* do cálculo proposicional é uma "metateoria" e os resultados nela obtidos podem ser denominados "metateoremas" – Teoremas sobre teoremas. (A propósito, observe a maiúscula peculiar na expressão "Teoremas sobre teoremas". É uma conseqüência de nossa convenção: os metateoremas são Teoremas (resultados demonstrados) concernentes a teoremas (cadeias deriváveis).

No cálculo proposicional, podem-se descobrir muitos outros metateoremas, ou regras derivadas de inferência. Por exemplo, existe uma segunda regra de De Morgan:

$<\sim x \vee \sim y>$ e $\sim<x \wedge y>$ são intercambiáveis.

Se essa fosse uma regra do sistema, muitas derivações poderiam ser consideravelmente aceleradas. Mas se *demonstrarmos* que ela é correta, isso não bastaria? Não poderíamos usá-la como regra de inferência a partir de então?

Não há razões para dúvida quanto à correção dessa regra derivada em particular. Contudo, uma vez que você comece a admitir regras derivadas como parte de seu procedimento no cálculo proposicional, perderá a formalidade do sistema, visto que as regras derivadas são derivadas informalmente – fora do sistema. Ora, os sistemas formais foram propostos como uma maneira de exibir todos os passos de uma demonstração explicitamente, dentro de um arcabouço único e rígido, de modo que qualquer matemático possa verificar mecanicamente o trabalho de outro. Mas se você preferir abandonar esse arcabouço por qualquer motivo, melhor seria não tê-lo criado. Por conseguinte, há inconvenientes na utilização desses atalhos.

A formalização dos níveis superiores

Por outro lado, existe uma saída alternativa. Por que não formalizar também a metateoria? Desse modo, as regras derivadas (metateoremas) seriam teoremas de um sistema formal maior e seria legítimo procurar atalhos e derivá-los como teoremas – ou seja, teoremas da metateoria formalizada –, os quais poderiam então ser utilizados para acelerar as derivações de teoremas do cálculo proposicional. Essa é uma idéia interessante, mas assim que é sugerida começamos imediatamente a pensar em metametateorias e por aí afora. É evidente que, por mais níveis que sejam formalizados, alguém eventualmente quererá buscar atalhos no nível superior.

Poder-se-ia mesmo sugerir que uma teoria do raciocínio poderia ser idêntica a sua própria metateoria, desde que fosse elaborada com cuidado. Então, poderia parecer que todos os níveis se comprimiriam em um só, e pensar *a respeito* do sistema seria apenas uma maneira de trabalhar *no* sistema! Mas isso não é fácil. Mesmo que um sistema possa "pensar a respeito de si próprio", ele ainda não estará *fora* de si próprio. Estando fora do sistema, você o percebe de maneira diferente da qual ele se percebe a si mesmo. Portanto, ainda existe uma metateoria – uma visão de fora –, mesmo para uma teoria que possa "pensar a respeito de si própria" dentro de si própria. Verificaremos que existem teorias que podem "pensar a respeito de si próprias". Com efeito, logo veremos um sistema em que isso acontece de modo completamente acidental, sem que sequer o pretendamos! E veremos que tipo de efeito isso produz. Mas para nosso estudo do cálculo proposicional, ficaremos com as idéias mais simples – sem misturar os níveis.

Podem resultar falácias se não se fizerem distinções cuidadosas entre o trabalho dentro do sistema (o modo M) e o pensamento a respeito do sistema (o modo I). Por exemplo, poderia parecer perfeitamente razoável supor que, uma vez que <P∨~P> (cuja semi-interpretação é "ou P ou não P") é um teorema, ou P ou ~P deve ser um teorema. Mas isso é totalmente errado: nenhum deles é teorema. Em geral, é uma prática perigosa supor que os símbolos possam percorrer livremente níveis diferentes – nesse caso, a linguagem do sistema formal e sua metalinguagem (o português).

Reflexões sobre as forças e as fraquezas do sistema

Acabamos de ver um exemplo de um sistema com um propósito – representar parte da arquitetura do pensamento lógico. Os conceitos que esse sistema manipula são muito poucos e muito simples e precisos. Mas a simplicidade e a precisão do cálculo proposicional são exatamente as características que o fazem atraente aos matemáticos. Há duas razões para isso: (1) Ele pode ser estudado por suas próprias propriedades, exatamente como a geometria estuda formas simples e rígidas. Podem-se compor variantes dele, empregando-se símbolos, regras de inferência, axiomas ou esquemas axiomáticos diferentes e assim por diante. (A propósito, a versão do cálculo proposicional aqui apresentada se relaciona a uma outra, inventada por G. Gentzen no começo da década de 1930. Há outras versões em que apenas uma regra de inferência é utilizada – normalmente a separação – e em que há diversos axiomas ou esquemas axiomáticos.) O estudo das maneiras de desenvolver o raciocínio proposicional em sistemas formais elegantes é um ramo atraente da matemática pura. (2) O cálculo proposicional pode ser facilmente ampliado para incluir outros aspectos fundamentais do raciocínio. Alguma coisa nesse sentido será mostrada no próximo capítulo, quando o cálculo proposicional será incorporado por inteiro em um sistema muito maior e mais profundo, no qual se pode efetuar um raciocínio numérico-teórico sofisticado.

Demonstrações *versus* derivações

O cálculo proposicional é muito semelhante ao raciocínio, de diversas maneiras, mas suas regras não devem ser equiparadas às regras do pensamento humano. Uma *demonstração* é algo informal, ou, em outras palavras, um produto do pensamento normal, escrito em linguagem humana para consumo humano. Todos os tipos de aspectos complexos do pensamento podem ser empregados em demonstrações e, embora eles possam "parecer corretos", pode-se sempre cogitar se eles podem ser defendidos logicamente. É para isso, na verdade, que a formalização existe. Uma *derivação* é uma contrapartida artificial de uma demonstração e seu propósito é o de alcançar o mesmo objetivo, mas por meio de uma estrutura lógica cujos métodos são não só totalmente explícitos, mas também muito simples.

Se – como normalmente acontece – uma derivação formal for extremamente longa em comparação com a demonstração "natural" correspondente, paciência. É o preço a pagar para que cada passo seja tão simples. O que acontece com freqüência é que uma derivação e uma demonstração são "simples" em sentidos complementares da palavra. A demonstração é simples na medida em que cada passo "parece correto", embora não se saiba exatamente por quê; a derivação é simples na medida em que cada um de seus milhares de passos é considerado tão trivial que fica acima de reparos, e uma vez que a derivação como um todo consiste exclusivamente em tais passos triviais ela é supostamente livre de erros. No entanto, cada tipo de simplicidade traz consigo um tipo característico de complexidade. No caso das demonstrações, é a complexidade do sistema subjacente cujo fundamento, por sua vez, é a linguagem humana; e no caso das derivações, é seu tamanho astronômico, que torna quase impossível dominá-las.

Assim, o cálculo proposicional deve ser visto como parte de um método geral de sintetização de estruturas artificiais semelhantes a demonstrações. Contudo, ele não tem demasiada flexibilidade ou generalidade. Ele se destina a ser empregado apenas com relação a conceitos matemáticos – os quais são, por si só, bastante rígidos.

Como exemplo interessante desse fato, efetuemos uma derivação em que uma cadeia muito peculiar é tomada como premissa em uma fantasia: <P∧~P>. Pelo menos sua semi-interpretação é peculiar. O cálculo proposicional, no entanto, não pensa a respeito de semi-interpretações; ele apenas manipula cadeias tipograficamente – e tipograficamente não há nada que seja peculiar nessa cadeia. Aqui está uma fantasia que tem tal cadeia como premissa:

(1)	[	descida
(2)	<P∧~P>	premissa
(3)	P	separação
(4)	~P	separação
(5)	[	descida
(6)	~Q	premissa

(7)	P	transporte da linha 3
(8)	~~P	duplo til
(9)	]	subida
(10)	<~Q⊃~~P>	fantasia
(11)	<~P⊃Q>	contrapositiva
(12)	Q	destacamento (linhas 4, 11)
(13)	]	subida
(14)	<<P∧~P>⊃Q>	fantasia

Esse teorema tem uma semi-interpretação muito estranha:

P e não P juntos implicam Q.

Como Q pode ser interpretado por qualquer afirmação, podemos considerar que o teorema diz que: "A partir de uma contradição segue-se qualquer coisa"! Assim, em sistemas baseados no cálculo proposicional, as contradições não podem estar contidas; elas infeccionam o sistema como um todo, tal qual um câncer global instantâneo.

O manuseio de contradições

Isso não soa muito como pensamento humano. Quando você encontra uma contradição em seu próprio pensamento, é pouco provável que toda sua estrutura mental venha abaixo. Ao invés, você possivelmente começa a questionar as crenças ou modos de raciocínio que, em sua opinião, levaram aos pensamentos contraditórios. Em outras palavras, na medida do possível, você sai para fora dos sistemas interiores que considera como responsáveis pela contradição e tenta repará-los. Entre as coisas que você pode fazer, uma das mais improváveis é abrir os braços e gritar: "Bem, acho que isso mostra que agora eu acredito em tudo!" Como brincadeira, sim – mas, seriamente, não.

Como efeito, a contradição é uma fonte importante de esclarecimento e progresso em todos os domínios da vida – e a matemática não é uma exceção. No passado, quando se encontrava uma contradição na matemática, os matemáticos imediatamente buscavam identificar o sistema responsável por ela, sair fora dele, raciocinar a seu respeito e corrigi-lo. Ao invés de debilitar a matemática, a descoberta e a correção da contradição fortaleciam-na. Isso poderia demandar tempo e requerer bom número de tentativas frustradas, mas ao final produziria frutos. Por exemplo, na Idade Média, o valor da cadeia infinita

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \ldots$$

era motivo de grandes disputas. "Demonstrava-se" que era igual a 0, 1, 1/2 e talvez outros valores. A partir dessas conclusões controversas surgiu uma teoria mais completa e mais profunda a respeito das cadeias infinitas.

Um exemplo mais pertinente é a contradição com que deparamos agora – ou seja, a diferença entre a maneira como realmente pensamos e aquela em que o cálculo proposicional nos imita. Isso tem sido fonte de inquietação para muitos lógicos e muitos esforços criativos têm sido dedicados à tentativa de aperfeiçoar o cálculo proposicional de maneira que ele não aja de modo tão estúpido e inflexível. Uma dessas tentativas, apresentada no livro *Entailment,* de A. R. Anderson e N. Belnap,[3] envolve a "implicação relevante", que tenta fazer do símbolo para "se... então..." um reflexo da causalidade genuína, ou, pelo menos, da ligação de significados. Considere os seguintes teoremas do cálculo proposicional:

<P⊃<Q⊃P>>
<P⊃<Q∨~Q>>
<<P∧~P>⊃Q>
<<P⊃Q>∨<Q⊃P>>

Eles, assim como muitos outros, mostram que não é de modo algum necessário que exista uma relação entre a primeira e a segunda sentença de uma afirmação do tipo "se... então..." para que ela seja demonstrável dentro do cálculo proposicional. Em protesto, a "implicação relevante" impõe certas restrições aos contextos em que as regras de inferência podem ser aplicadas. Intuitivamente, ela diz que "uma coisa só pode ser derivada de outra se ambas tiverem algo a ver entre si". Por exemplo, a linha dez da derivação acima exposta não seria permitida em tal sistema, o que bloquearia derivação da cadeia <<P∧~P>⊃Q>.

Outras tentativas mais radicais abandonam por completo a busca da totalidade ou da coerência e tratam de imitar o raciocínio humano com todas as suas incoerências. Esse tipo de pesquisa já não tem por objetivo proporcionar apoios sólidos para os matemáticos, mas apenas estudar o processo de pensamento humano.

Apesar de seus caprichos, o cálculo proposicional tem algumas características que o recomendam. Se ele for inserido dentro de um sistema maior (como faremos no próximo capítulo) e se tal sistema, com segurança, não tiver contradições (e de fato não as terá), o cálculo proposicional fará tudo o que dele se pode esperar: proporcionará inferências proposicionais válidas – todas as que podem ser feitas. Assim, se se descobrirem quaisquer não-totalidades ou incoerências, pode-se ter a certeza de que as falhas estarão no sistema maior e não em seu subsistema, que é o cálculo proposicional.

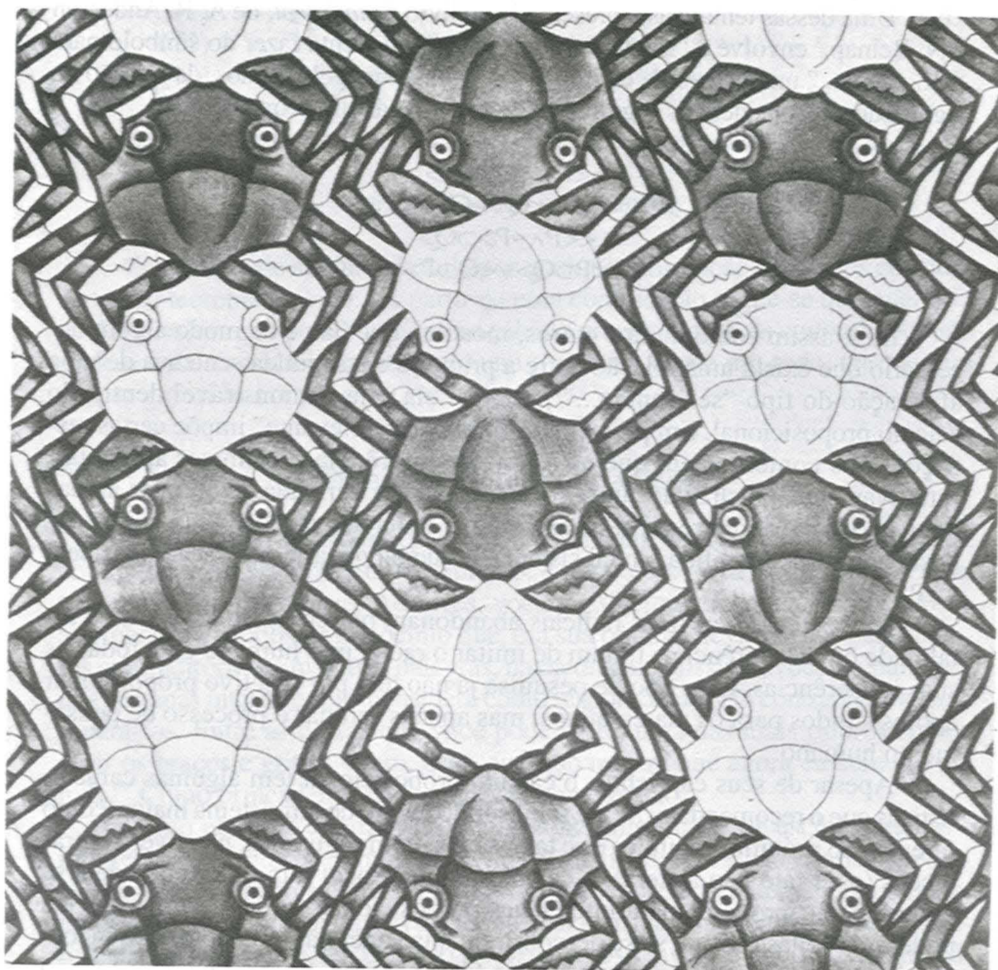
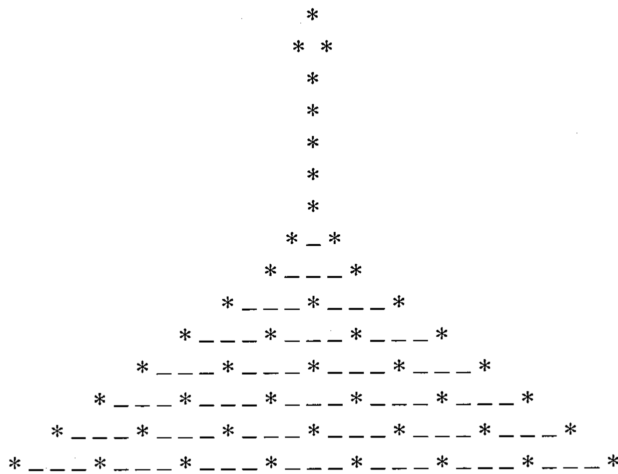


FIGURA 42. Crab canon (Cânone caranguejo), *por M. C. Escher (~1965)*



Cânone caranguejo

Aquiles e a Tartaruga cruzam-se casualmente no parque, um dia, ao caminhar.

Tartaruga: Bom dia, Sr. A.
Aquiles: Igualmente.
Tartaruga: Foi bom tê-lo encontrado.
Aquiles: Também acho.
Tartaruga: E é um dia perfeito para caminhar. Acho que vou andando para casa logo.
Aquiles: É mesmo? Acho que não há nada melhor que caminhar.
Tartaruga: Aliás, nestes dias você parece estar em plena forma.
Aquiles: Muito obrigado.
Tartaruga: Absolutamente. Fui apenas sincero. Quer um de meus charutos?
Aquiles: Ora, não seja prosaico. Nessa área, as contribuições holandesas são de gosto notadamente inferior, você não acha?
Tartaruga: Discordo neste caso. Mas, falando de gosto, finalmente vi o *Cânone caranguejo*, de seu artista favorito M. C. Escher, outro dia, em uma galeria, e aprecio plenamente a beleza e a criatividade com que ele fez com que um tema único se mesclasse consigo mesmo, tanto para a frente quanto para trás. Mas temo que, para mim, Bach será sempre superior a Escher.

Aquiles: Não sei. Mas uma coisa é certa: eu não me preocupo com discussões sobre gosto. *De gustibus non est disputandum.*
Tartaruga: Diga-me, como é que alguém se sente na sua idade? É verdade que não se tem preocupação alguma?
Aquiles: Para ser preciso, não há de que queixar-se.
Tartaruga: Bem, para mim não faz muita diferença.
Aquiles: Não faz muita diferença?
Tartaruga: Diga-me, você não toca violão?
Aquiles: Esse é o meu bom amigo. Sempre na fanfarra! Mas eu não tocaria um violão nem que fosse espanhol.

(De repente, o Caranguejo, aparecendo como por milagre, começa a falar, excitado, apontando para um olho roxo e saliente.)

Caranguejo: Olá! Alô! O que é que há? Quais são as novidades? Estão vendo este calombo? Está doendo e eu não zombo. Obra de um pilantra rabugento. Ah! E com um dia tão bonito. Sabem como foi? Eu estava mandriando pelo parque quando vi um enorme sujeito, um tremendo espanhol, tocando flamenco com uma linda bailarina ao lado, um verdadeiro violão. O cara tinha pelo menos três metros de altura. Eu fui-me chegando, estiquei-me até quase tocar o céu e consegui dar um toque no joelho dele, dizendo: "Desculpe-me, senhor, a bailarina é coisa fina, mas com seu flamenco eu encrenco". Mas, veja só! O homem não tinha nenhum senso de humor – nem um pouco, era um louco – e POU! – soltou um tremendo direto no meu olho! Se fosse de minha natureza, eu aprontava uma confusão caranguejeira, mas, seguindo a venerável tradição da minha espécie, dei para trás. Está nos nossos genes isso de dar voltas e voltas. Isso me faz lembrar – eu sempre quis saber: "O que veio primeiro – o Caranguejo, ou o Gene?" Quer dizer: "O que veio por último – o Gene, ou o Caranguejo?" Eu estou sempre dando voltas nas coisas, sabe como é? Está nos nossos genes, afinal. Quando a gente anda para trás, anda para a frente. Ah, eu! eta nós! Tenho de me mandar a jato, de fato, com o meu jeito de festa – e lá vou eu neste dia tão bonito. Digam "ho!" para o Caranguejo! Olê! Olá!

(E ele desaparece tão depressa como chegara.)

Tartaruga: Esse é o meu bom amigo. Sempre na fanfarra! Mas eu não tocaria um espanhol nem que fosse por um violão.
Aquiles: Diga-me, você toca violão?
Tartaruga: Não. Faz muita diferença?
Aquiles: Bem, para mim não faz muita diferença.
Tartaruga: Para ser preciso, não há de que queixar-se.
Aquiles: Diga-me, como é que alguém se sente na sua idade? É verdade que não se tem preocupação alguma?

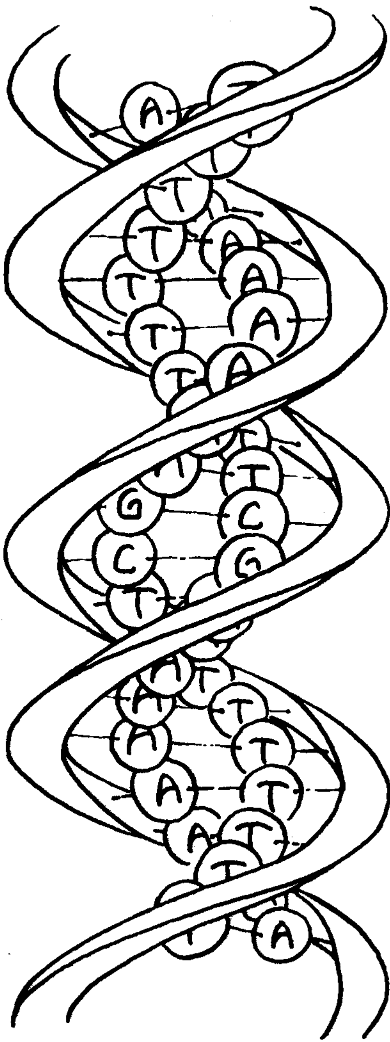


FIGURA 43. Aqui está uma pequena seção de um dos genes do caranguejo, dando voltas sucessivas. Quando as duas cadeias de ADN são desenroladas e postas lado a lado, elas mostram o seguinte:

... TTTTTTTTCGAAAAAAA ...
... AAAAAAAAGCTTTTTTT ...

Observe que elas são idênticas, acontecendo apenas que uma se desenrola no sentido contrário da outra. Essa é a propriedade que define a forma denominada "Cânone caranguejo" na música. Embora apresente diferenças, ela faz lembrar um palíndromo, sentença que se lê do mesmo modo em ambos os sentidos. Em biologia molecular, tais segmentos de ADN são denominados "palíndromos" – nome algo equivocado, pois "cânone caranguejo" seria mais preciso. Esse segmento de ADN não só tem a forma do cânone caranguejo, mas também sua cadeia básica é um código da estrutura do diálogo. Observe com atenção!

Tartaruga: Não sei. Mas uma coisa é certa: eu não me preocupo com discussões sobre gosto. *Disputandum non est de gustibus.*

Aquiles: Discordo neste caso. Mas, falando de gosto, finalmente ouvi o *Cânone caranguejo*, de seu artista favorito, J. S. Bach, outro dia, em um concerto, e aprecio plenamente a beleza e a criatividade com que ele fez com que um tema único se mesclasse consigo mesmo, tanto para a frente quanto para trás. Mas temo que, para mim, Escher será sempre superior a Bach.

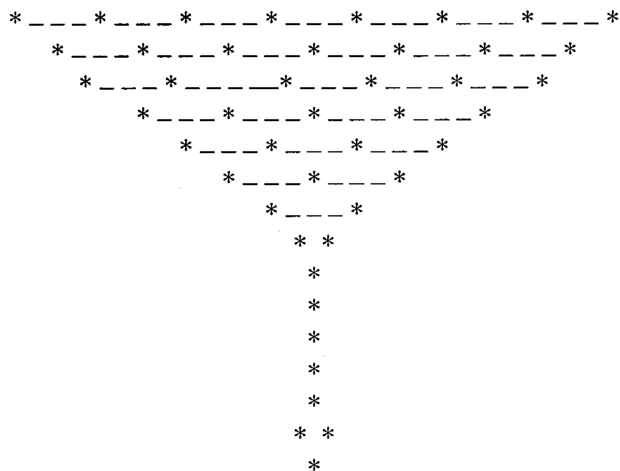
Tartaruga: Ora, não seja prosaico. Nessa área, as contribuições holandesas são de gosto notadamente inferior, você não acha?

Aquiles: Absolutamente. Fui apenas sincero. Quer um de meus charutos?
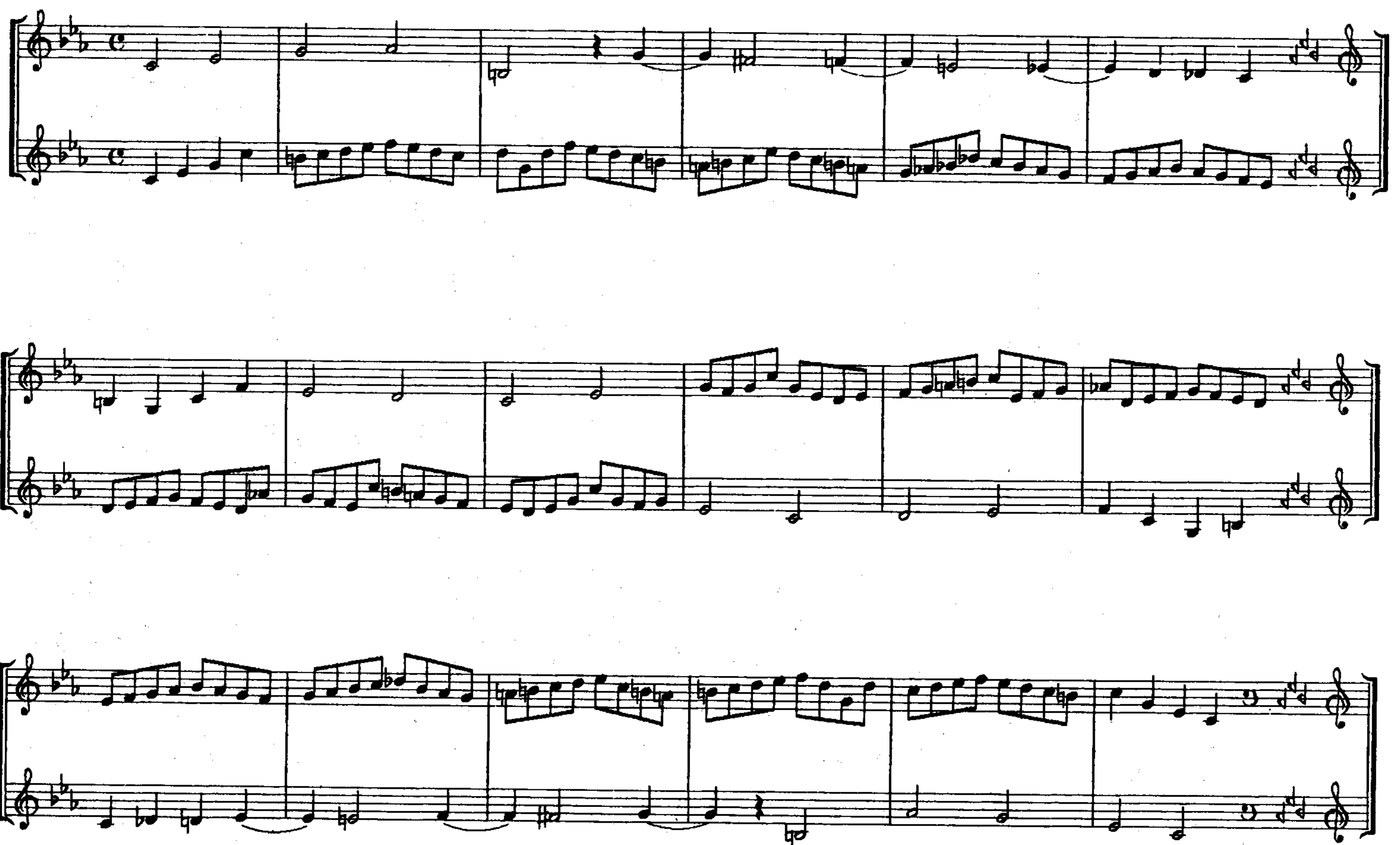


FIGURA 44. Cânone caranguejo, *da* Oferenda musical, *por J. S. Bach* [*Música impressa pelo programa SMUT, de Donald Byrd*]

Tartaruga: Muito obrigado.
Aquiles: Aliás, nestes dias você parece estar em plena forma.
Tartaruga: É mesmo? Acho que não há nada melhor que caminhar.
Aquiles: E é um dia perfeito para caminhar. Acho que vou andando para casa logo.
Tartaruga: Também acho.
Aquiles: Foi bom tê-lo encontrado.
Tartaruga: Igualmente.
Aquiles: Bom dia, Sr. T.



CAPÍTULO VIII

A Teoria dos Números Tipográfica

O *Cânone caranguejo* e a auto-referência indireta

Três exemplos de auto-referência indireta podem ser encontrados no *Cânone caranguejo.* Tanto Aquiles quanto a Tartaruga descrevem criações artísticas que conhecem – e, de maneira bastante acidental, resulta que tais criações têm a mesma estrutura que o diálogo em que se encontram. (Imagine minha surpresa quando eu, o autor, percebi isso!) Ainda mais: o Caranguejo descreve uma estrutura biológica que também tem a mesma propriedade. Evidentemente, pode-se ler o diálogo e compreendê-lo sem notar que ele também tem a forma de um Cânone caranguejo. Isso seria compreendê-lo em um nível, mas não no outro. Para perceber a auto-referência, é preciso atentar para a forma assim como para o conteúdo do diálogo.

A construção de Gödel depende da descrição da forma, assim como da do conteúdo de cadeias do sistema formal que definiremos neste capítulo – *A Teoria dos Números Tipográfica* (TNT). A mudança inesperada é a de que, em virtude da sutil superposição descoberta por Gödel, a forma das cadeias pode ser descrita no próprio sistema formal. Vamos conhecer esse estranho sistema que tem a capacidade de se auto-envolver.

O que queremos poder expressar com a TNT

Começaremos por citar algumas afirmações típicas que pertencem à Teoria dos Números; a seguir, tentaremos encontrar um conjunto de noções básicas em termos das quais todas as nossas afirmações podem ser reescritas. Essas noções receberão, então, símbolos individuais. A propósito, deve-se dizer desde o início que a expressão "Teoria dos Números" se referirá apenas a propriedades dos números inteiros positivos e do zero (e do conjunto de tais números inteiros). Esses números são denominados *números naturais*. Os números negativos não participam dessa teoria. Assim, a palavra "número", quando empregada, significará exclusivamente um número natural. E é importante – vital – que você mantenha separados em sua mente o sistema formal (TNT) do ramo antigo, mal definido, mas confortável da matemática, que é a própria Teoria dos Números; a esta denominarei "N".

Algumas afirmações típicas de N – a Teoria dos Números – são:

(1) 5 é um número primo.
(2) 2 não é um quadrado.

(3) 1729 é a soma de dois cubos.
(4) Nenhuma soma de dois cubos positivos é ela própria um cubo.
(5) Há uma infinidade de números primos.
(6) 6 é par.

Pode parecer que vamos precisar de um símbolo para cada noção como "número primo", "cubo" ou "positivo" – mas essas noções não são, na verdade, primitivas. A condição de primo, por exemplo, tem a ver com os fatores que um número tenha, o que, por sua vez, tem a ver com a multiplicação. A condição de cubo também é definida em termos de multiplicação. Reescrevamos as afirmações, portanto, em termos do que parecem ser noções mais elementares.

(1') Não existem dois números, a e b, ambos maiores que 1, tais que 5 seja igual a a vezes b.
(2') Não existe um número b tal que b vezes b seja igual a 2.
(3') Existem dois números b e c tais que b vezes b vezes b mais c vezes c vezes c seja igual a 1729.
(4') Para todos os números b e c maiores que 0, não existe nenhum número a tal que a vezes a vezes a seja igual a b vezes b vezes b.
mais c vezes c vezes c.
(5') Para cada número a existe um número b maior que a com a propriedade de que não existem dois números c e d ambos maiores que 1, tais que b seja igual a c vezes d.
(6') Existe um número e tal que 2 vezes e é igual a 6.

Essa análise já nos fez avançar muito no rumo dos elementos básicos da linguagem da Teoria dos Números. Está claro que algumas expressões reaparecem continuamente:

para todos os números b
existe um número b tal que ...
maior que
é igual a
vezes
mais
0, 1, 2, ...

A maioria delas receberá símbolos individuais. Uma exceção será "maior que", que será reduzido ainda mais. Com efeito, a afirmação "a é maior que b" torna-se:

existe um número c, não igual a 0, tal que a seja igual a b mais c.

Numerais

Não teremos um símbolo distinto para cada número natural. Ao invés, disporemos de uma maneira muito simples e uniforme de atribuir um símbolo composto a cada número natural – de modo muito semelhante ao que fizemos para o sistema mg. Eis nossa notação para os números naturais:

zero: 0
um: S0
dois: SS0
três: SSS0
etc.

O símbolo S tem uma interpretação: "o sucessor de". Por conseguinte, a interpretação de SS0 é, literalmente, "o sucessor do sucessor de zero". As cadeias com essa forma denominam-se *numerais*.

Variáveis e termos

Por certo, necessitaremos de uma maneira de nos referir a números não-especificados ou variáveis. Para isso, serão empregadas as letras, a, b, c, d, e. Mas cinco letras não bastarão. Necessitaremos de um estoque ilimitado delas, assim como com relação aos átomos do cálculo proposicional. Empregaremos um método similar para representar mais variáveis: acrescentando um número qualquer de "linhas", ou plicas. Por exemplo:

e
d'
c''
b'''
a''''

são variáveis.

De certo modo, é um luxo empregar as cinco primeiras letras do alfabeto quando poderíamos contentar-nos com o a e com as linhas. Posteriormente, chegarei a dispensar b, c, d e e, o que resultará em uma versão de tipo mais "austero" da TNT – austero no sentido de que é um pouco mais difícil decifrar fórmulas complexas. Mas, por enquanto, concedamo-nos esse luxo.

E quanto à adição e à multiplicação? Muito simples: empregaremos os símbolos comuns "+" e "·". Contudo, introduziremos também o requisito dos parênteses (pouco a pouco vamos chegando às regras que definem as cadeias bem formadas da TNT). Para escrever "b mais c" e "b vezes c", por exemplo, usamos as cadeias:

(b + c)
(b · c)

Não há flexibilidade no emprego dos parênteses; violar a convenção significa produzir uma fórmula não bem formada. ("Fórmula"? Emprego esse termo no lugar de "cadeia" porque é convencional fazê-lo. Uma *fórmula* não é nem mais nem menos que uma cadeia da TNT.)

A propósito, a adição e a multiplicação devem ser vistas sempre como operações *binárias* – isto é, elas unem precisamente dois números e nunca três ou mais. Por conseguinte, se você desejar traduzir "1 mais 2 mais 3" terá de decidir qual das duas expressões seguintes preferirá empregar:

(S0+(SS0+SSS0))
((S0+SS0)+SSS0)

A próxima noção que simbolizaremos é a de *igual a*. Isso é muito simples: empregamos "=". A vantagem de utilizar o símbolo padrão empregado em N – a Teoria dos Números Não-Formal – é óbvia: fácil legibilidade. A desvantagem é muito semelhante à de empregar palavras como "ponto" e "linha" em um tratamento formal da geometria: a menos que se seja muito consciente e cuidadoso, pode-se obscurecer a distinção entre o significado familiar e o comportamento estritamente baseado em regras do símbolo formal. Ao discutir a geometria, distingui entre a palavra cotidiana e o termo formal usando para este último letras maiúsculas: assim, na geometria elíptica, um PONTO era a união de dois pontos comuns. Aqui não há tal distinção; por conseguinte, é necessário um esforço mental para não confundir um símbolo com todas as associações que ele encerra. Como disse antes, com referência ao sistema mg: a cadeia "..." não é o número 3, mas age de maneira isomórfica com relação ao 3, pelo menos no contexto das adições. Comentários similares valem com relação à cadeia SSS0.

Átomos e símbolos proposicionais

Todos os símbolos do cálculo proposicional, exceto as letras empregadas para fazer átomos (P, Q e R), serão empregados na TNT e reterão suas interpretações. O papel dos *átomos* será desempenhado por cadeias que, quando interpretadas, são afirmações de igualdade, tais como S0=SS0 ou (S0·S0)=S0. Muito bem, já temos o equipamento para fazer um bom número de traduções de afirmações simples à notação da TNT:

2 mais 3 é igual a 4: (S00+SSS0)=SSSS0
2 mais 2 não é igual a 3: ~(SS0+SS0)=SSS0
Se 1 é igual a 0, então 0 é igual a 1: <S0=0⊃0=S0>

A primeira dessas cadeias é um átomo; as demais são fórmulas compostas. (Advertência: O "e" da expressão "1 e 1 são 2" é equivalente a "mais" e deve ser representado por "+" (e os parênteses requeridos).)

Variáveis livres e quantificadores

Todas as fórmulas bem formadas antes têm a propriedade de que suas interpretações são afirmações que são ou verdadeiras ou falsas. Há, no entanto, fórmulas bem formadas que não têm essa propriedade, tais como esta:

(b+SO)=SSO

Sua interpretação é "b mais 1 é igual a 2". Como b não é especificado, não há como atribuir valor de verdade à afirmação. É como uma declaração fora de contexto com um pronome, tal como "ela é desajeitada". A declaração não é verdadeira nem falsa; ela fica esperando que você a coloque em um contexto. Por não ser verdadeira nem falsa, uma fórmula assim é denominada *aberta* e a variável b é denominada *variável livre.*

Uma maneira de transformar uma fórmula aberta em uma fórmula *fechada*, ou *afirmação*, consiste em antepor-lhe como prefixo um *quantificador:* a expressão "existe um número b tal que..." , ou a expressão "para todos os números b". No primeiro caso, você obtém a afirmação:

Existe um número b tal que b mais 1 é igual a 2.

Isso é claramente verdadeiro. No segundo caso, você obtém a afirmação:

Para todos os números b, b mais 1 é igual a 2.

Isso é claramente falso. Apresentamos agora os símbolos para esses quantificadores. Essas afirmações são traduzidas para a notação da TNT da seguinte maneira:

∃b:(b+SO)=SSO ("∃" representa "existe")
∀b:(b+SO)=SSO ("∀" representa "todos")

É muito importante observar que essas afirmações já não se referem a números não especificados; a primeira é uma *assertiva de existência* e a segunda é uma *assertiva universal.* Elas significariam a mesma coisa mesmo que c estivesse no lugar de b:

∃c:(c+SO)=SSO
∀c:(c+SO)=SSO

Uma variável que esteja sob o domínio de um quantificador é denominada *variável quantificada*. As duas fórmulas seguintes ilustram a diferença entre variáveis livres e variáveis quantificadas:

(b·b)=SSO (aberta)
~∃b:(b·b)=SSO (fechada: uma *afirmação* da TNT)

A primeira expressa uma *propriedade* que poderia ser possuída por algum número natural. Evidentemente, nenhum número natural possui essa propriedade. E isso é exatamente o que é expresso pela segunda. É crucial compreender esta diferença entre uma cadeia com uma *variável livre*, que expressa uma *propriedade*, e uma cadeia em que a variável é *quantificada*, a qual expressa uma *verdade ou falsidade*. A tradução para o português de uma fórmula com pelo menos uma variável livre – uma fórmula aberta – é denominada *predicado*. É uma afirmação sem sujeito (ou uma afirmação cujo sujeito é um pronome fora de contexto). Por exemplo:

"é uma oração sem sujeito"
"seria uma anomalia"
"anda simultaneamente para frente e para trás"
"improvisou uma fuga de seis vozes a pedido"

são predicados não-aritméticos. Eles expressam *propriedades* que entidades específicas podem possuir ou não. Poder-se-ia igualmente figurar um "sujeito indefinido", como "qualquer coisa". Uma cadeia com variáveis livres é como um predicado que tem por sujeito "qualquer coisa". Por exemplo:

SO+SO=b

é como dizer "1 mais 1 é igual a qualquer coisa". Esse é um predicado da variável b. Ele expressa uma propriedade que o número b poderia ter. Se se substituísse b por diferentes numerais, ter-se-ia uma sucessão de fórmulas, a maioria das quais expressaria falsidades. Aqui está outro exemplo da diferença entre fórmulas abertas e *afirmações*:

∀b:∀c:(b+c)=(c+b)

A fórmula anterior é uma afirmação que representa, evidentemente, a comutatividade da adição. Por outro lado,

∀c:(b+c)=(c+b)

é uma fórmula, uma vez que b é livre. Ela expressa uma propriedade que o número b, não especificado, poderia ter ou não: a da comutatividade com todos os números c.

Tradução de nossas afirmações de amostra

Isso completa o vocabulário com que expressaremos todas as afirmações referentes à Teoria dos Números! É preciso prática considerável para expressar com facilidade afirmações complexas de N nessa notação e também para compreender o significado das fórmulas bem formadas. Por essa razão, voltemos às seis afirmações de amostra dadas no começo e façamos suas traduções para a TNT. A propósito, não pense que as traduções dadas a seguir sejam as únicas – longe disso. Há muitas – infinitas – maneiras de expressar cada uma delas.

Comecemos pela última: "6 é par". Ela já foi colocada em termos de noções mais primitivas como "Existe um número e tal que 2 vezes e é igual a 6". Esta é fácil:

$$\exists e:(SS0\cdot e)=SSSSSS0$$

Observe a necessidade do quantificador; escrever simplesmente

$$(SS0\cdot e)=SSSSSS0$$

não daria resultado. Evidentemente, a interpretação desta cadeia não é verdadeira nem falsa; ela apenas expressa uma propriedade que o número e poderia ter.

É curioso que, como sabemos que a multiplicação é comutativa, poderíamos facilmente ter escrito:

$$\exists e:(e\cdot SS0)=SSSSSS0$$

Ou, como sabemos que a igualdade é uma relação simétrica, poderíamos ter escolhido escrever os lados da equação na ordem inversa:

$$\exists e:SSSSSS0=(SS0\cdot e)$$

Ora, essas três traduções de "6 é par" são cadeias bem diferentes e não é de modo algum óbvio que a teoremidade de qualquer uma delas esteja vinculada à teoremidade de qualquer das outras. (Do mesmo modo, o fato de que --m-g--- era um teorema tinha muito pouco a ver com o fato de que a cadeia -m--g---, a ela "equivalente", fosse um teorema. A equivalência está em nossas mentes, uma vez que, como seres humanos, pensamos quase que automaticamente a respeito das interpretações e não das propriedades estruturais das fórmulas.)

Podemos traduzir, quase que de imediato, a afirmação 2: "2 não é um quadrado":

$$\sim\exists b:(b\cdot b)=SS0$$

Contudo, uma vez mais encontramos uma ambigüidade. E se tivéssemos escolhido escrevê-la desta maneira?

∀b:~(b·b)=SS0

A primeira maneira diz: "Não é o caso de que exista um número b com a propriedade de que o quadrado de b seja 2"; enquanto a segunda maneira diz: "Para todos os números b, não é o caso de que o quadrado de b seja 2". Novamente, *para nós*, elas são conceitualmente equivalentes – mas para a TNT elas são distintas.

Passemos à afirmação 3: "1729 é a soma de dois cubos". Essa envolverá *dois* quantificadores existenciais, um após o outro, como se segue:

∃b:∃c:SSSSSS.....SSSSS0=(((b·b)·b)+((c·c)·c))

1729 esses

Há um número enorme de alternativas. Inverta a ordem dos quantificadores; mude os lados da equação; modifique as variáveis para d e e; inverta a adição; escreva as multiplicações de outra maneira, etc. Contudo, prefiro as duas traduções seguintes para a afirmação:

∃b:∃c:(((SSSSSSSSSS0·SSSSSSSSSS0)·SSSSSSSSSS0)+
((SSSSSSSSS0·SSSSSSSSS0)·SSSSSSSSS0))= (((b·b)·b)+((c·c)·c))

e

∃b:∃c:(((SSSSSSSSSSSS0.SSSSSSSSSSSS0)·SSSSSSSSSSSS0)+
((S0·S0)·S0))=(((b·b)·b)+((c·c)·c))

Percebeu por quê?

Truques do ofício

Tomemos agora a afirmação 4, que é correlata: "Nenhuma soma de dois cubos positivos é ela própria um cubo". Suponha que desejemos simplesmente afirmar que 7 não é soma de dois cubos positivos. A maneira mais fácil de fazê-lo é *negando* a fórmula que afirma que 7 *é* a soma de dois cubos positivos. O procedimento será semelhante ao empregado com relação à afirmação anterior, relativa ao número 1729, exceto quanto a que temos de adicionar à condição de que os cubos sejam positivos. Podemos fazê-lo por meio de um truque: colocar como prefixo das variáveis o símbolo S, como se segue:

∃b:∃c:SSSSSSSO=(((Sb·Sb)·Sb)+((Sc·Sc)·Sc))

Como você vê, não estamos elevando b e c ao cubo, mas sim seus sucessores, que têm de ser positivos, uma vez que o menor valor que b ou c podem tomar é zero. Por conseguinte, o lado direito representa uma soma de dois cubos positivos. Observe, a propósito, que a expressão "existem números b e c tais que...", quando traduzida, não envolve o símbolo "∧" que vale por "e". Esse símbolo é empregado para unir cadeias bem formadas por inteiro e não para unir dois quantificadores.

Agora que já traduzimos "7 é a soma de dois cubos positivos", queremos negar a afirmação. Isso requer simplesmente colocar um til como prefixo de tudo. (Nota: Você *não* deve negar cada quantificador, muito embora a expressão desejada diga "não existem dois números b e c tais que...".) Assim, obtemos:

~∃b:∃c:SSSSSSSO=(((Sb·Sb)·Sb)+((Sc·Sc)·Sc))

Ora, nosso objetivo original era afirmar essa propriedade não com relação ao número 7, mas com relação a todos os cubos. Portanto, substituamos o numeral SSSSSSSO pela cadeia ((a·a)·a), que é a tradução de "a ao cubo":

~∃b:∃c:((a·a)·a)=(((Sb·Sb)·Sb)+((Sc·Sc)·Sc))

Nesse estágio, estamos de posse de uma fórmula *aberta*, uma vez que a ainda está livre. Essa fórmula expressa uma propriedade que o número a pode ter ou não – e nosso propósito é o de afirmar que todos os números têm efetivamente essa propriedade. Isso é simples, basta colocar um quantificador universal como prefixo da coisa toda:

∀a:~∃b:∃c:((a·a)·a)=(((Sb·Sb)·Sb)+((Sc·Sc)·Sc))

Uma tradução igualmente boa seria esta:

~∃a:∃b:∃c:((a·a)·a)=(((Sb·Sb)·Sb)+((Sc·Sc)·Sc))

Na TNT *austera* poderíamos usar a' ao invés de b, e a'' ao invés de c e a fórmula tornar-se-ia:

~∃a:∃a':∃a'':((a·a)·a)=(((Sa'·Sa')·Sa')+ ((Sa''·Sa'')·Sa''))

E a afirmação 1: "5 é um número primo"? Já havíamos modificado sua redação da seguinte maneira: "Não existem dois números a e b, ambos maiores que 1, tais que 5 seja igual a a vezes b". Podemos modificá-la ligeiramente, como se segue: "Não existem dois números a e b tais que 5 seja igual a a mais 2 vezes b mais 2". Esse é outro truque – como a e b estão restritos aos valores dos nú-

meros naturais, essa é uma maneira adequada de dizer a mesma coisa. "b mais 2" pode ser traduzido por (b+SS0), mas há uma maneira mais concisa de escrevê-lo, ou seja, SSb. Do mesmo modo, "c mais 2" pode ser escrito como SSc. Agora, nossa tradução é extremamente concisa:

~∃b:∃c:SSSSS0=(SSb·SSc)

Sem o til inicial, ela seria uma assertiva de que *existem* dois números naturais que, quando aumentados de 2, têm um produto igual a 5. Com o til inicial, toda a argumentação é negada, resultando na asserção de que 5 é um número primo.

Se quiséssemos afirmar que d mais e, mais 1, ao invés de 5, é primo, a maneira mais econômica de fazê-lo seria substituir o numeral correspondente a 5 pela cadeia (d+Se):

~∃b:∃c:(d+Se)=(SSb·SSc)

Novamente, uma fórmula aberta, cuja interpretação não é uma afirmação falsa, nem verdadeira, mas apenas uma assertiva a respeito de dois números não especificados, d e e. Note que o número representado pela cadeia (d+Se) é necessariamente maior que d, uma vez que foi acrescentado a d um montante não especificado, mas definitivamente positivo. Por conseguinte, se colocarmos um quantificador existencial sobre a variável e teremos uma fórmula que afirma que:

Existe um número que é maior que d e é primo.

∃e:~∃b:∃c:(d+Se)=(SSb·SSc)

Ora, tudo o que temos a fazer agora é afirmar que essa propriedade prevalece, na verdade, qualquer que seja o valor de d. A maneira de fazê-lo é colocar um quantificador universal sobre a variável d:

∀d:∃e:~∃b:∃c:(d+Se)=(SSb·SSc)

Essa é a tradução da afirmação 5!

Quebra-cabeças de tradução para você

Isso conclui o exercício de tradução de todas as seis afirmações típicas da Teoria dos Números. Contudo, isso não basta para torná-lo necessariamente um perito na notação da TNT. Ainda existem algumas situações embaraçosas que devem ser dominadas. As seis fórmulas bem formadas que se seguem testarão seu entendimento da notação da TNT. O que elas significam? Quais são verdadeiras (sob interpretação, naturalmente) e quais são falsas? (Pista: A maneira de encarar este exercício é mover-se para a esquerda. Em primeiro lugar, tradu-

za o átomo; a seguir, imagine o que acontece com a adição de um quantificador ou de um til; depois, mova-se para a esquerda, adicionando outro quantificador ou outro til; depois, mova-se novamente para a esquerda e faça o mesmo.)

~∀c:∃b:(SS0·b)=c
∀c:~∃b:(SS0·b)=c
∀c:∃b:~(SS0·b)=c
~∃b:∀c:(SS0·b)=c
∃b:~∀c:(SS0·b)=c
∃b:∀c:~(SS0·b)=c

(Segunda pista: Ou quatro são verdadeiras e duas falsas, ou quatro são falsas e duas verdadeiras.)

Como distinguir o verdadeiro do falso?

Nesse ponto, é útil fazer uma pausa e meditar sobre o que significaria dispor de um sistema formal que pudesse separar o verdadeiro do falso. Esse sistema trataria todas essas cadeias que para nós parecem ser afirmações – como modelos, que têm forma, mas não conteúdo. E esse sistema seria como uma peneira pela qual só poderiam passar os modelos que tivessem um estilo pessoal – o "estilo da verdade". Se você fez o exercício anterior e separou o verdadeiro do falso, pensando a respeito do significado, poderá avaliar a sutileza que qualquer sistema teria de possuir para fazer a mesma coisa – mas tipograficamente! A linha que separa o conjunto de afirmações verdadeiras do conjunto de afirmações falsas (tal como descritos na notação da TNT) não é de modo algum reta; é uma linha com muitas curvas traiçoeiras (lembre-se da figura 18), uma linha da qual só alguns trechos, aqui e ali, foram traçados pelos matemáticos após centenas de anos de trabalho. Imagine a importância que teria um método tipográfico que colocasse, com segurança, qualquer fórmula no lado correto do quadro!

As regras da boa formação

É útil contar com uma tabela de Regras de Formação de fórmulas bem formadas. Isso é o que se proporciona a seguir. Há alguns estágios preliminares, que definem *numerais*, *variáveis* e *termos*. Essas três classes de cadeia são ingredientes de fórmulas bem formadas, sem serem por si só bem formadas. As menores fórmulas bem formadas são os *átomos*; a seguir, há maneiras de compor átomos. Muitas dessas regras são regras recorrentes de aumento, na medida em que tomam como insumo um elemento de uma classe determinada e produ-

zem um elemento maior da mesma classe. Nessa tabela emprego "x" e "y" para representar fórmulas bem formadas e "s", "t" e "u" outros tipos de cadeias da TNT. Não é preciso dizer que nenhum destes cinco símbolos é, em si mesmo, símbolo da TNT.

NUMERAIS

0 é um numeral.
Um numeral precedido de S também é um numeral.
Exemplos: 0 S0 SS0 SSS0 SSSS0 SSSSS0

VARIÁVEIS

a é uma variável. Se não formos austeros, b, c, d e e também o são.
Uma variável seguida por uma plica também é uma variável.
Exemplos: a b' c'' d''' e''''

TERMOS

Todos os numerais e variáveis são termos.
Um termo precedido de S também é um termo.
Se *s* e *t* forem termos, então (*s*+*t*) e (*s*·*t*) também o são.
Exemplos: 0 b SSa' (S0·(SS0+c)) S(Sa·(Sb·Sc))

Os termos podem ser divididos em duas categorias:

(1) Termos DEFINIDOS. Esses não contêm variáveis.
Exemplos: 0 (S0+S0) SS((SS0·SS0)+(S0·S0))

(2) Termos INDEFINIDOS. Esses contêm variáveis.
Exemplos: b Sa (b+S0) ((S0+S0)+S0)+e)

As regras anteriores nos dizem como construir *partes* de fórmulas bem formadas; as regras remanescentes nos dizem como construir fórmulas bem formadas *completas*.

ÁTOMOS

Se *s* e *t* forem termos, então *s* = *t* é um átomo.
Exemplos: S0=0 (SS0+SS0)=SSSS0 S(b+c)=((c·d)·e)

Se um átomo contiver a variável *u*, então *u* está *livre* nele. Assim, há quatro variáveis livres no último exemplo.

NEGAÇÕES

Uma fórmula bem formada precedida de um til é bem formada.
Exemplos: ~S0=0 ~∃b:(b+b)=S0 ~<0=0⊃S0=0> ~b=S0
A *condição de quantificação* de uma variável (que diz se a variável é livre ou quantificada) não se altera com a negação.

COMPOSTOS

Se *x* e *y* forem fórmulas bem formadas, e contanto que nenhuma variável seja livre em uma e quantificada na outra, então todas as fórmulas seguintes são bem formadas:

<*x*∧*y*>, <*x*∨*y*>, <*x*⊃*y*>

Exemplos: <0=0∧~0=0> <b=b∨~∃c:c=b>

<S0=0⊃∀c:~∃b:(b+b)=c>

A condição de quantificação de uma variável não se modifica aqui.

QUANTIFICAÇÕES

Se *u* for uma variável e se *x* for uma fórmula bem formada em que *u* é livre, então as seguintes cadeias são fórmulas bem formadas: ∃*u*: *x* e ∀*u*: *x*

Exemplos: ∀b:<b=b∨~∃c:c=b> ∀c:~∃b:(b+b)=c ~∃c:Sc=d

FÓRMULAS ABERTAS contêm pelo menos uma variável livre.

Exemplos: ~c=c b=b <∀b:b=b∧~c=c>

FÓRMULAS FECHADAS (AFIRMAÇÕES) não contêm variáveis livres.

Exemplos: S0=0 ~∀d:d=0 ∃c:<∀:b=b∧~c=c>

Isso completa a tabela de Regras de Formação das fórmulas bem formadas da TNT.

Mais alguns exercícios de tradução

E agora, alguns exercícios para você praticar e testar seu entendimento na notação da TNT. Tente traduzir as quatro primeiras das seguintes afirmações em N para afirmações em TNT e a última em uma fórmula bem formada aberta.

Todos os números naturais são iguais a 4.
Não existe nenhum número natural que seja igual a seu próprio quadrado.
Números naturais diferentes têm sucessores diferentes.
Se 1 é igual a 0, então todo número é ímpar.
b é uma potência de 2.

A última pode apresentar alguns problemas. Mas isso não é nada, se comparado com a seguinte:

b é uma potência de 10.

Por estranho que pareça, este último exercício requer grande habilidade para que se logre a tradução para nossa notação. Aconselhamos a não tentar, a

menos que você queira passar horas e horas trabalhando – e que conheça um bocado de Teoria dos Números!

Um sistema não-tipográfico

Isso conclui a exposição da notação da TNT; contudo, temos ainda o problema de converter a TNT no sistema ambicioso que descrevemos. O êxito justificaria as interpretações que demos aos vários símbolos. Até que o tenhamos feito, no entanto, essas interpretações não estão mais justificadas que as interpretações "cavalo-maçã-feliz" com relação aos símbolos do sistema mg.

Alguém poderia sugerir a seguinte maneira de construir a TNT: (1) Não tenhamos nenhuma regra de inferência; elas são desnecessárias porque (2) Tomamos como axiomas todas as afirmações verdadeiras da Teoria dos Números (tal como escritas na notação da TNT). Que receita simples! Infelizmente, ela é tão vazia quanto nos indica nossa reação inicial. A parte (2), evidentemente, não é uma descrição tipográfica de cadeias. O propósito maior da TNT é o de determinar se, e como, é possível caracterizar as cadeias verdadeiras tipograficamente.

Os cinco axiomas e as primeiras regras da TNT

Assim, seguiremos um caminho mais difícil que o da sugestão anterior; teremos axiomas e regras de inferência. Em primeiro lugar, como prometido, *todas as regras do cálculo proposicional serão transportadas à TNT*. Por conseguinte, um dos teoremas da TNT será o seguinte:

<S0=0∨~S0=0>

que pode ser derivado da mesma maneira como <P∨~P> o foi.

Antes de darmos mais regras, enunciemos os cincos *axiomas* da TNT:

Axioma 1: ∀a:~Sa=0

Axioma 2: ∀a:(a+0)=a

Axioma 3: ∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)

Axioma 4: ∀a:(a·0)=0

Axioma 5: ∀a:∀b:(a·Sb)=((a·b)+a)

(Nas versões austeras, usa-se a' ao invés de b.) Todos são de compreensão muito simples. O axioma 1 enuncia um fato especial a respeito do número 0; os

axiomas 2 e 3 referem-se à natureza da adição; os axiomas 4 e 5 referem-se à natureza da multiplicação e, em particular, à sua relação com a adição.

Os cinco postulados de Peano

A propósito, a interpretação do axioma 1 – "Zero não é o sucessor de nenhum número natural" – é uma das cinco famosas propriedades dos números naturais, reconhecidas explicitamente pela primeira vez em 1889 pelo matemático e lógico Giuseppe Peano. Ao estabelecer seus postulados, Peano estava seguindo o caminho de Euclides da seguinte maneira: ele não fez qualquer tentativa de formalizar os princípios do raciocínio, mas tentou configurar um pequeno conjunto de propriedades dos números naturais a partir do qual tudo o mais poderia ser derivado por meio do raciocínio. O esforço de Peano pode, assim, ser considerado como "semiformal". Seu trabalho exerceu influência significativa, de maneira que seria interessante expor os cinco postulados de Peano. Uma vez que a noção de "número natural" era aquilo que ele tentava definir, não empregaremos o termo familiar, "número natural", que é carregado de conotações. Nós o substituiremos pelo termo não-definido *sid*, palavra nova que nos vem à cabeça sem conotação alguma. Assim, os cinco postulados de Peano colocam cinco restrições aos sids. Há outros dois termos não-definidos: *Gênio* e *meta*. Deixarei que você descubra por si próprio que conceito comum cada um deles visa representar. Os cinco postulados de Peano:

(1) O Gênio é um sid.
(2) Todo sid tem um meta (que também é um sid).
(3) O Gênio não é meta de nenhum sid.
(4) Sids diferentes têm metas diferentes.
(5) Se o Gênio tem X, e cada sid transporta X a seu meta, então todos os sids obtêm X.

À luz das lâmpadas do *Pequeno labirinto harmônico*, devemos denominar o conjunto de *todos* os sids "DEUS". Isso nos leva a uma célebre afirmação do matemático e lógico alemão Leopold Kronecker, arqüiinimigo de Georg Cantor: "Deus fez os números naturais; tudo o mais é trabalho dos homens".

O quinto postulado de Peano pode ser reconhecido como o princípio da indução matemática – outro termo apto a uma discussão infindável. Peano esperava que suas cinco restrições aos conceitos de "gênio", "sid" e "meta" fossem tão fortes que, se duas pessoas diferentes formassem em suas mentes imagens de tais conceitos, ambas teriam *estruturas inteiramente isomórficas*. Por exemplo, a imagem de todas as pessoas incluiria um número infinito de sids distintos. E, presumivelmente, todas as pessoas concordariam em que nenhum sid coincide com seu próprio meta, ou com o meta de seu meta, e assim por diante.

Peano acreditava haver colhido a essência dos números naturais em seus cinco postulados. Os matemáticos geralmente concordam em que ele o conse-

guiu, mas isso não diminui a importância da pergunta: "Como se deve distinguir uma afirmação verdadeira a respeito dos números naturais de uma afirmação falsa?" E para dar resposta a essa pergunta, os matemáticos voltaram-se para sistemas totalmente formais, como a TNT. Contudo, você perceberá a influência de Peano sobre a TNT, porque todos os seus postulados estão nela incorporados, de uma maneira ou de outra.

Novas regras da TNT: especificação e generalização

Chegamos agora às novas regras da TNT. Muitas delas nos permitirão atingir e modificar a estrutura interna dos átomos da TNT. Nesse sentido, elas se referem a propriedades mais "microscópicas" das cadeias que as regras do cálculo proposicional, que tratam os átomos como unidades indivisíveis. Por exemplo, seria bom se pudéssemos extrair a cadeia ~S0=0 a partir do primeiro axioma. Para fazê-lo, necessitaríamos de uma regra que nos permitisse eliminar um quantificador universal e, ao mesmo tempo, modificar a estrutura interna da cadeia que permanece, se o desejarmos. Aqui está tal regra:

REGRA DE ESPECIFICAÇÃO: Suponha que *u* seja uma variável que ocorre no interior de uma cadeia *x*. Se a cadeia ∀*u*: *x* for um teorema, então *x* também o será, assim como quaisquer cadeias formadas a partir de *x*, pela substituição de *u*, onde quer que ocorra, sempre pelo mesmo termo.

(*Restrição*: O termo que substitui *u* não deve conter nenhuma variável que esteja quantificada em *x*.)

A regra de especificação permite que a cadeia desejada seja extraída do axioma 1. É uma derivação de um passo:

∀a:~Sa=0 axioma 1
~S0=0 especificação

Observe que a regra de especificação permitirá que algumas fórmulas que contêm variáveis livres (isto é, fórmulas abertas) se tornem teoremas. Por exemplo, as seguintes cadeias poderiam também ser derivadas a partir do axioma 1 por especificação:

~Sa=0
~S(c+SS0)=0

Existe outra regra, a *regra da generalização*, que nos permite restaurar o quantificador universal em teoremas que contêm variáveis que se tornaram livres em conseqüência do uso da especificação. Atuando sobre a cadeia de baixo, por exemplo, a generalização proporcionaria:

∀c:~S(c+SS0)=0

A generalização anula a ação da especificação e vice-versa. Normalmente, a generalização é aplicada após diversos passos intermediários terem transformado a fórmula aberta de várias maneiras. Aqui está o enunciado exato da regra:

REGRA DE GENERALIZAÇÃO: Suponha que *x* seja um teorema em que *u*, uma variável, ocorra em forma livre. Então, ∀*u*: *x* é um teorema.

(*Restrição*: Nenhuma generalização é permitida em uma fantasia referente a qualquer variável que tenha aparecido livre na premissa da fantasia.)

A necessidade da existência de restrições referentes a essas duas regras será, dentro em breve, demonstrada explicitamente. A propósito, esta generalização é a mesma que foi mencionada no capítulo II, na demonstração de Euclides a respeito da infinidade dos números primos. Já podemos ver como as regras de manipulação de símbolos começam a aproximar-se do tipo de raciocínio empregado pelos matemáticos.

O quantificador existencial

As duas últimas regras ensinaram-nos como eliminar quantificadores universais e colocá-los de volta; as duas próximas regras ensinar-nos-ão como manipular os quantificadores existenciais.

REGRA DE INTERCÂMBIO: Suponhamos que *u* seja uma variável. Então, as cadeias ∀*u*:~ e ~∃*u*: serão intercambiáveis em qualquer lugar no interior de qualquer teorema.

Apliquemos, por exemplo, esta regra ao axioma 1:

∀a:~Sa=0	axioma 1
~∃a:Sa=0	intercâmbio

Aliás, você poderá notar que estas cadeias são representações perfeitamente naturais, na TNT, da afirmação: "Zero não é sucessor de nenhum número natural". Por conseguinte, é bom que elas possam transformar-se uma na outra com facilidade.

Pode-se dizer que a próxima regra é ainda mais intuitiva. Ela corresponde ao tipo de inferência muito simples que fazemos ao passarmos de "2 é primo" para "Existe um número primo". O nome desta regra é auto-esclarecedor:

REGRA DE EXISTÊNCIA: Suponhamos que um termo (que pode conter variáveis, contanto que sejam livres) apareça uma vez ou múltiplas vezes em um teore-

ma. Então, em qualquer uma (várias ou todas) das situações em que o termo aparece, ele poderá ser substituído por uma variável que de outro modo não ocorre no teorema, e o quantificador existencial correspondente deverá ser colocado em frente.

Apliquemos a regra – como de costume – ao axioma 1:

∀a:~Sa=0	axioma 1
∃b:∀a:~Sa=b	existência

Agora você poderia tentar reordenar os símbolos de acordo com as regras até aqui mencionadas, de modo a produzir o teorema ~∀b:∃a:Sa=b.

Regras de igualdade e sucessão

Formulamos as regras para a manipulação de quantificadores, mas até aqui nenhuma para os símbolos "=" e "S". Retificamos agora essa situação. No que se segue, *r*, *s* e *t* representarão termos arbitrários.

REGRAS DE IGUALDADE:
SIMETRIA: Se *r*=*s* é um teorema, então *s*=*r* também o será.
TRANSITIVIDADE: Se *r*=*s* e *s*=*t* são teoremas, então *r*=*t* também o será.

REGRAS DE SUCESSÃO:
ACRÉSCIMO DE S: Se *r*=*t* é um teorema, então S*r*=S*t* é um teorema.
ELIMINAÇÃO DE S: Se S*r*=S*t* é um teorema, então *r*=*t* é um teorema.

Agora estamos equipados com regras que nos podem dar uma variedade fantástica de teoremas. Por exemplo, as seguintes derivações produzem teoremas bem fundamentais:

(1)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	axioma 3
(2)	∀b:(S0+Sb)=S(S0+b)	especificação (S0 por a)
(3)	(S0+S0)=S(S0+0)	especificação (0 por b)
(4)	∀a:(a+0)=a	axioma 2
(5)	(S0+0)=S0	especificação (S0 por a)
(6)	S(S0+0)=SS0	acréscimo de S
(7)	(S0+S0)=SS0	transitividade (linhas 3,6)

* * * * *

(1)	∀a:∀b:(a·Sb)=((a·b)+a)	axioma 5
(2)	∀b:(S0·Sb)=((S0·b)+S0)	especificação (S0 por a)
(3)	(S0·S0)=((S0·0)+S0)	especificação (0 por b)

(4)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	axioma 3
(5)	∀b:((SO·O)+Sb)=S((SO·O)+b)	especificação ((SO.O) por a)
(6)	((SO·O)+SO)=S((SO·O)+O)	especificação (O por b)
(7)	∀a:(a+O)=a	axioma 2
(8)	((SO·O)+O)=(SO·O)	especificação ((SO.O) por a)
(9)	∀a:(a·O)=O	axioma 4
(10)	(SO·O)=O	especificação (SO por a)
(11)	((SO·O)+O)=O	transitividade (linhas 8,10)
(12)	S((SO·O)+O)=SO	acréscimo de S
(13)	((SO·O)+SO)=SO	transitividade (linhas 6,12)
(14)	(SO·SO)=SO	transitividade (linhas 3,13)

Atalhos ilegais

Eis agora uma pergunta interessante: "Como se pode fazer uma derivação para a cadeia O=O?" Parece óbvio que o caminho a seguir seria, em primeiro lugar, derivar a cadeia ∀a:a=a, e a seguir usar a especificação. Então, o que dizer da seguinte "derivação" de ∀a:a=a ...? O que há de errado com ela? Você pode corrigi-la?

(1) ∀a:(a+O)=a	axioma 2
(2) ∀a:a=(a+O)	simetria
(3) ∀a:a=a	transitividade (linhas 2,1)

Propus esse miniexercício para ressaltar um fato simples: não se deve avançar rápido demais na manipulação de símbolos (tais como "=") que são familiares. É necessário seguir as regras e não o conhecimento que se tem dos significados passivos dos símbolos. Evidentemente, este último tipo de conhecimento é inestimável para orientar o caminho da derivação.

Por que a especificação e a generalização são restritas

Agora vejamos por que são necessárias restrições tanto à especificação quanto à generalização. Aqui estão duas derivações. Em cada uma delas, uma das restrições é violada. Observe os resultados desastrosos que se obtêm:

(1)	[	descida
(2)	a=O	premissa
(3)	∀a:a=O	generalização (*errado!*)
(4)	Sa=O	especificação
(5)	]	subida
(6)	<a=O⊃Sa=O>	regra da fantasia
(7)	∀a:<a=O⊃Sa=O>	generalização

(8) <0=0⊃S0=0> especificação
(9) 0=0 teorema anterior
(10) S0=0 destacamento (linhas 9,8)

Esse é o primeiro desastre. O outro ocorre em conseqüência de um erro de especificação.

(1) ∀a:a=a teorema anterior
(2) Sa=Sa especificação
(3) ∃b:b=Sa existência
(4) ∀a:∃b:b=Sa generalização
(5) ∃b:b=Sb especificação (*errado!*)

Agora você pode ver por que as restrições são necessárias.

Eis aqui um quebra-cabeça simples: traduza (se ainda não o fez) o quarto postulado de Peano para a notação da TNT e derive, então, essa cadeia como um teorema.

Está faltando algo

Se você trabalhar um pouco com as regras e os axiomas da TNT até aqui apresentados, verificará que pode produzir a seguinte *família piramidal* de teoremas (um conjunto de cadeias onde todas provêm do mesmo molde, diferindo entre si apenas na medida em que os numerais 0, S0, SS0 e assim por diante são nelas introduzidos):

(0+0) = 0
(0+S0) = S0
(0+SS0) = SS0
(0+SSS0) = SSS0
(0+SSSS0) = SSSS0
etc.

Na verdade, cada um dos teoremas dessa família pode ser derivado a partir do que lhe é imediatamente anterior, e isso em apenas duas linhas. Trata-se, assim, de uma espécie de "cascata" de teoremas, em que cada um desencadeia o seguinte. (Esses teoremas são muito semelhantes aos teoremas mg, em que os grupos de hifens do centro e da direita cresciam simultaneamente.)

Ora, existe uma cadeia que podemos escrever com facilidade e que resume o significado passivo de todas elas, tomadas em conjunto. Tal *cadeia-resumo* com o quantificador universal é a seguinte:

∀a:(0+a)=a

No entanto, com as regras dadas até aqui, essa cadeia não pode ser produzida. Tente fazê-lo, se não acreditar em mim.

É possível que você pense que a situação possa ser remediada imediatamente com a seguinte:

(PROPOSTA DE) REGRA DA FAMÍLIA: Se todas as cadeias de uma família piramidal são teoremas, então a cadeia com o quantificador universal que as resume também o é.

O problema dessa regra está em que ela não pode ser utilizada no modo M. Só as pessoas que estejam pensando *a respeito* do sistema podem chegar a saber que todas as cadeias de um conjunto infinito são teoremas. Portanto, essa é uma regra que não pode ser inserida no interior de nenhum sistema formal.

Sistemas incompletos em ω e cadeias indecidíveis

Desse modo, nós nos encontramos em uma situação estranha, na qual podemos produzir tipograficamente teoremas a respeito da adição de quaisquer números *específicos*, mas mesmo uma cadeia simples como a acima exposta, que expressa uma propriedade da adição *em geral*, não é um teorema. Você pode pensar que isso não é de modo algum estranho, uma vez que nos encontrávamos exatamente nessa situação no sistema mg. No entanto, o sistema mg não tinha pretensões a respeito do que ele fosse capaz de fazer; e, com efeito, não havia maneira de *expressar* afirmações gerais a respeito da adição por meio de seus símbolos, para não falar da demonstração delas. O equipamento simplesmente não existia e nem sequer nos ocorreu pensar que o sistema contivesse defeitos. Nesse caso, contudo, a capacidade de expressão é muito maior e nossas expectativas com relação à TNT são correspondentemente maiores que com relação ao sistema mg. Se a cadeia acima não é um teorema, então temos boas razões para considerar que a TNT contém defeitos. Na verdade, existe um nome para sistemas que apresentam esse tipo de defeito – eles são denominados sistemas *incompletos em* ω ("ω" – "ômega" – deriva do fato de que a totalidade dos números naturais é por vezes denotada por "ω"). Aqui está a definição exata:

> Um sistema é incompleto em ω se todas as cadeias de uma família piramidal são teoremas, mas a cadeia-resumo com o quantificador universal não é um teorema.

A propósito, a negação da cadeia-resumo acima exposta:

~∀a:(0+a)=a

– também é um não-teorema da TNT. Isso significa que a cadeia original é *indecidível dentro do sistema*. Se uma ou outra fosse um teorema, então diríamos que

ela seria decidível. Embora o termo possa parecer místico, na realidade não há nada de místico com relação à indecidibilidade dentro de um sistema dado. Trata-se apenas de um sinal de que o sistema poderia ser estendido. Por exemplo, dentro da geometria absoluta, o quinto postulado de Euclides é indecidível. Ele tem de ser acrescentado como postulado extraordinário da geometria para produzir a geometria euclidiana; ou, ao revés, sua negação pode ser acrescentada para produzir a geometria não-euclidiana. Se voltar a pensar na geometria, você lembrará por que essa coisa curiosa acontece. É porque os quatro postulados da geometria simplesmente não precisam os significados dos termos "ponto" e "linha", deixando lugar para *diferentes extensões* dessas noções. Os pontos e as linhas da geometria euclidiana proporcionam um tipo de extensão das noções de "ponto" e "linha"; os PONTOS e as LINHAS da geometria não-euclidiana proporcionam outro. No entanto, o emprego das palavras pré-conotadas "ponto" e "linha" tendeu, por dois milênios, a fazer com que as pessoas acreditassem que tais palavras fossem necessariamente univalentes, portadoras de um único significado.

TNT não-euclidiana

Defrontamo-nos agora com uma situação semelhante, que envolve a TNT. Adotamos uma notação que nos torna de certo modo preconceituosos. Por exemplo, o emprego do símbolo "+" tende a nos fazer pensar que todo teorema que contenha um sinal mais tem de dizer algo conhecido, familiar e "razoável" a respeito da conhecida e familiar operação que denominamos "adição". Por conseguinte, os narizes se torcem diante da proposta de inclusão do seguinte "sexto axioma":

~∀a:(0+a)=a

Ele não se casa com nossas crenças a respeito da adição. Mas essa é uma extensão possível da TNT, tal como até aqui formulada. O sistema que empregue esse como seu sexto axioma é um sistema *coerente*, no sentido de não conter dois teoremas da forma *x* e ~*x*. Contudo, quando se justapõe este "sexto axioma" à família piramidal de teoremas mostrada antes, você provavelmente se sentirá perturbado por uma aparente incoerência entre a família e o novo axioma. Mas essa incoerência não é tão danosa quanto a outra (na qual tanto *x* quanto ~*x* são teoremas). Com efeito, não se trata de uma incoerência verdadeira, porque existe uma maneira de interpretar os símbolos segundo a qual tudo resulta bem.

Incoerência em ω não é o mesmo que incoerência

Este tipo de incoerência, criado pela oposição entre (1) uma família piramidal de teoremas que afirma coletivamente que *todos* os números naturais têm alguma propriedade e (2) um único teorema que parece afirmar que *nem todos* os números a têm, recebe o nome de *incoerência em ω*. Um sistema incoerente

em ω se parece mais à geometria não-euclidiana, desagradável no começo, mas aceitável no final. Para compor um modelo mental a respeito do que está ocorrendo, você deve imaginar que existem alguns números "extras" e insuspeitados – não os denominemos "naturais", mas sim números *sobrenaturais* – para os quais não há numerais. Por conseguinte, os fatos a respeito deles não podem ser representados na família piramidal. (Isso se assemelha um pouco à concepção que Aquiles tinha de DEUS – como uma espécie de "super-sid", um ser maior que qualquer dos sids. Isso foi motivo da zombaria do Gênio, mas é razoável e pode ajudá-lo a conceber os números sobrenaturais.)

O que isso nos revela é que os axiomas e as regras da TNT, tais como até aqui apresentados, não precisam inteiramente as interpretações dos símbolos da TNT. Ainda há campo, nos modelos mentais, para a variação das noções que eles representam. Cada uma das várias extensões possíveis tornaria precisas mais algumas das noções; mas de maneiras diferentes. Que símbolos começariam a tomar significados passivos "desagradáveis" se acrescentássemos o "sexto axioma" dado antes? Será que *todos* os símbolos seriam atingidos, ou alguns deles ainda significariam o que queremos que signifiquem? Deixarei que você pense a esse respeito. Encontraremos uma questão no capítulo XIV e então discutiremos a matéria. De toda maneira, não seguirei essa extensão agora, tentando, antes, reparar o fato de que a TNT é incompleta em ω.

A última regra

O problema da "Regra da Família" é que ela requeria o conhecimento de que todas as linhas de uma família piramidal infinita são teoremas – o que é demais para um ser finito. Mas suponha que cada linha da pirâmide possa ser derivada a partir da precedente de um modo *padronizado*. Então, haveria uma *razão finita* para explicar o fato de que todas as cadeias da pirâmide são teoremas. O truque, então, é encontrar o *padrão* que causa a cascata e mostrar que esse padrão é, em si próprio, um teorema. Isso é como demonstrar que cada sid passa uma mensagem a seu meta, como no jogo infantil do "telefone". A outra coisa a ser mostrada é que o Gênio dá início à mensagem cascateante – ou seja, estabelecer que a primeira linha da pirâmide é um teorema. Então, você saberá que DEUS receberá a mensagem!

Na pirâmide particular que estamos observando, existe um modelo, capturado pelas linhas 4-9 da derivação abaixo.

(1)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	axioma 3
(2)	∀b:(0+Sb)=S(0+b)	especificação
(3)	(0+Sb)=S(0+b)	especificação
(4)	[	descida
(5)	(0+b)=b	premissa
(6)	S(0+b)=Sb	acréscimo de S
(7)	(0+Sb)=S(0+b)	transporte da linha 3

(8) (0+Sb)=Sb transitividade
(9)] subida

A premissa é (0+b)=b; o resultado é (0+Sb)=Sb.

A primeira linha da pirâmide também é um teorema; ela decorre diretamente do axioma 2. Tudo o de que precisamos agora é de uma regra que nos permita deduzir que a cadeia que resume a pirâmide como um todo é, ela própria, um teorema. Tal regra será uma afirmação formalizada no quinto postulado de Peano.

Para expressá-la, necessitaremos de um pouco mais de notação. Abreviemos uma fórmula bem formada em que a variável a é livre com a seguinte notação:

X{a}

(Pode haver também outras variáveis, mas isso é irrelevante.) Então, a notação *X*{Sa/a} representará essa mesma cadeia, mas com a substituição de toda ocorrência de a por Sa. Do mesmo modo, *X*{0/a} representaria a mesma cadeia com cada ocorrência de a substituída por 0.

Um exemplo específico seria fazer com que *X*{a} representasse a cadeia em questão: (0+a)=a. Então, *X*{Sa/a} representaria a cadeia (0+Sa)=Sa e *X*{0/a} representaria a cadeia (0+0)=0. (Advertência: Essa notação não faz parte da TNT; ela existe para que possamos falar *a respeito* da TNT.)

Com essa nova notação, podemos enunciar a última regra da TNT de maneira bastante precisa:

REGRA DE INDUÇÃO: Suponhamos que *u* seja uma variável e que *X*{*u*} seja uma fórmula bem formada em que *u* ocorre livre. Se tanto ∀*u*:<*X*{*u*}⊃*X*{S*u*/*u*}> quanto *X*{0/*u*} são teoremas, então ∀*u*:*X*{*u*} também é um teorema.

Isso é praticamente o máximo a que podemos chegar para colocar o quinto postulado de Peano na TNT. Valhamo-nos disso, agora, para mostrar que ∀a:(0+a)=a é realmente um teorema da TNT. Saindo da fantasia em nossa derivação anterior, podemos aplicar a regra da fantasia, que nos dará:

(10) <(0+b)=b⊃(0+Sb)=Sb> regra da fantasia
(11) ∀b:<(0+b)=b⊃(0+Sb)=Sb> generalização

Esse é o primeiro dos dois teoremas de insumo requeridos pela regra de indução. O outro requisito é a primeira linha da pirâmide, que nós temos. Por conseguinte, podemos aplicar a regra de indução para deduzir o que desejávamos:

∀b:(0+b)=b

A especificação e a generalização permitir-nos-ão modificar a variável de b para a: assim, ∀a:(0+a)=a já não é uma cadeia indecidível da TNT.

Uma longa derivação

Agora desejo apresentar uma derivação mais longa na TNT, de modo que você possa perceber como é sua natureza e também porque ela demonstra um fato significativo, ainda que simples, da Teoria dos Números.

(01)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	axioma 3
(02)	∀b:(d+Sb)=S(d+b)	especificação
(03)	(d+SSc)=S(d+Sc)	especificação
(04)	∀b:(Sd+Sb)=S(Sd+b)	especificação (linha 1)
(05)	(Sd+Sc)=S(Sd+c)	especificação
(06)	S(Sd+c)=(Sd+Sc)	simetria
(07)	[	descida
(08)	∀d:(d+Sc)=(Sd+c)	premissa
(09)	(d+Sc)=(Sd+c)	especificação
(10)	S(d+Sc)=S(Sd+c)	acréscimo de S
(11)	(d+SSc)=S(d+Sc)	transporte de 3
(12)	(d+SSc)=S(Sd+c)	transitividade
(13)	S(Sd+c)=(Sd+Sc)	transporte de 6
(14)	(d+SSc)=(Sd+Sc)	transitividade
(15)	∀d:(d+SSc)=(Sd+Sc)	generalização
(16)	]	subida
(17)	<∀d:(d+Sc)=(Sd+c)⊃∀d:(d+SSc)=(Sd+Sc)>	regra da fantasia
(18)	∀c:<∀d:(d+Sc)=(Sd+c)⊃∀d:(d+SSc)=(Sd+Sc)>	generalização

****

(19)	(d+S0)=S(d+0)	especificação (linha 2)
(20)	∀a:(a+0)=a	axioma 1
(21)	(d+0)=d	especificação
(22)	S(d+0)=Sd	acréscimo de S
(23)	(d+S0)=Sd	transitividade (linhas 19, 22)
(24)	(Sd+0)=Sd	especificação (linha 20)
(25)	Sd=(Sd+0)	simetria
(26)	(d+S0)=(Sd+0)	transitividade (linhas 23, 25)
(27)	∀d:(d+S0)=(Sd+0)	generalização

****

(28)	∀c:∀d:(d+Sc)=(Sd+c)	indução (linhas 18, 27)

[S pode ser deslocado para trás e para a frente numa adição.]

****

(29)	∀b:(c+Sb)=S(c+b)	especificação (linha 1)
(30)	(c+Sd)=S(c+d)	especificação
(31)	∀b:(d+Sb)=S(d+b)	especificação (linha 1)
(32)	(d+Sc)=S(d+c)	especificação
(33)	S(d+c)=(d+Sc)	simetria
(34)	∀d:(d+Sc)=(Sd+c)	especificação (linha 28)
(35)	(d+Sc)=(Sd+c)	especificação
(36)	[	descida
(37)	∀c:(c+d)=(d+c)	premissa
(38)	(c+d)=(d+c)	especificação
(39)	S(c+d)=S(d+c)	acréscimo de S
(40)	(c+Sd)=S(c+d)	transporte de 30
(41)	(c+Sd)=S(d+c)	transitividade
(42)	S(d+c)=(d+Sc)	transporte de 33
(43)	(c+Sd)=(d+Sc)	transitividade
(44)	(d+Sc)=(Sd+c)	transporte de 35
(45)	(c+Sd)=(Sd+c)	transitividade
(46)	∀c:(c+Sd)=(Sd+c)	generalização
(47)	]	subida
(48)	<∀c:(c+d)=(d+c)⊃∀c:(c+Sd)=(Sd+c)>	regra da fantasia
(49)	∀d:<∀c:(c+d)=(d+c)⊃∀c:(c+Sd)=(Sd+c)>	generalização

[Se d é comutável com todo c, então Sd também o é.]

* * * * * * *

(50)	(c+0)=c	especificação (linha 20)
(51)	∀a:(0+a)=a	teorema anterior
(52)	(0+c)=c	especificação
(53)	c=(0+c)	simetria
(54)	(c+0)=(0+c)	transitividade (linhas 50, 53)
(55)	∀c:(c+0)=(0+c)	generalização

[0 é comutável com todo c.]

* * * * * * *

(56)	∀d:∀c:(c+d)=(d+c)	indução (linhas 49, 55)

[Por conseguinte, todo d é comutável com todo c.]

Tensão e resolução na TNT

A TNT comprovou a comutatividade da adição. Mesmo que você não siga essa derivação em detalhe, é importante verificar que, como uma música, ela tem seu próprio "ritmo" natural. Não se trata de uma marcha aleatória que casualmente termina na desejada última linha. Inseri "pontos de respiração" para mostrar algo do "fraseado" dessa derivação. A linha 28, em particular, é um ponto de inflexão na derivação, algo como o ponto médio em uma música de tipo *AABB*, em que se alcança uma resolução momentânea, mesmo que não seja no tom da tônica. Esses estágios intermediários importantes são com freqüência denominados "lemas".

É fácil imaginar um leitor que comece na linha 1 dessa derivação, sem saber onde ela deve terminar e que tenha uma sensação do rumo em que vai ao olhar cada nova linha. Isso desencadearia uma tensão interna muito semelhante à tensão musical causada por progressões de acordes que revelam qual a tonalidade, mas sem resolução. A chegada à linha 28 confirmaria a intuição do leitor e lhe daria um sentimento momentâneo de satisfação, ao mesmo tempo em que fortaleceria seu ânimo de progredir em direção ao que ele presume ser o verdadeiro objetivo.

Ora, a linha 49 é um momento criticamente importante de aumento de tensão, em virtude da sensação de "estar quase chegando" que ela induz. Seria extremamente insatisfatório deixar as coisas como estão nesse ponto! A partir daí, é quase previsível o rumo das coisas. Mas ninguém quer que uma música se interrompa justamente quando ela torna aparente o modo de resolução. Ninguém gosta de *imaginar* o final, ele deve ser *ouvido*. Em nosso caso também temos de levar as coisas até sua conclusão. A linha 55 é inevitável e estabelece todas as tensões finais que se resolvem na linha 56.

Isso é típico não só das derivações formais, mas também das demonstrações informais. O sentido de tensão do matemático está intimamente relacionado a seu sentido de beleza, e é isso o que faz a matemática valer a pena. Observe, contudo, que na própria TNT não parece haver qualquer reflexo dessas tensões. Em outras palavras, a TNT não formaliza as noções de tensão e resolução, objetivo e subobjetivo, "naturalidade" e "inevitabilidade", assim como uma música não é um livro sobre harmonia e ritmo. Poder-se-ia conceber um sistema tipográfico muito mais sofisticado, que fosse *consciente* das tensões e objetivos existentes no interior das derivações?

Raciocínio formal *versus* raciocínio informal

Eu preferiria demonstrar como derivar o Teorema de Euclides (a infinidade dos números primos) na TNT, mas isso provavelmente duplicaria o volume deste livro. Depois desse teorema, a direção natural a tomar seria demonstrar a associatividade da adição, a comutatividade e a associatividade da multiplica-

ção e a distributividade da multiplicação sobre a adição. Isso proporcionaria uma sólida base de trabalho.

Tal como formulada, a TNT alcançou "massa crítica" (metáfora talvez estranha para aplicar-se a algo que se chama "TNT"). Ela tem a mesma força que o sistema de *Principia mathematica*; já se podem demonstrar na TNT todos os teoremas encontrados normalmente em um tratado referente à Teoria dos Números. Evidentemente, ninguém poderia pretender que a derivação dos teoremas na TNT fosse a melhor maneira de trabalhar a Teoria dos Números. Quem assim achasse, ficaria na mesma categoria dos que crêem que a melhor maneira de saber quanto são 1000 X 1000 é desenhar uma malha de 1000 por 1000 e contar todos os quadros que ela forma... Não; após a formalização total, a única maneira de proceder é a do relaxamento do sistema formal. De outro modo, ele seria tão incrivelmente incômodo que, para todos os fins práticos, seria inútil. Assim, é importante colocar a TNT em um contexto mais amplo, um contexto que propicie a derivação de novas regras de inferência, de maneira que as derivações possam ser aceleradas. Isso requereria a formalização da linguagem em que as regras de inferência são expressas – ou seja, a metalinguagem. E pode-se avançar muito mais. No entanto, nenhum desses truques de rapidez tornaria a TNT mais *poderosa* do que é; eles simplesmente a tornariam mais *utilizável*. O fato simples é o de que pusemos na TNT todos os modos de pensamento de que os especialistas da Teoria dos Números se valem. Colocá-la em contextos cada vez mais amplos não aumentará o espaço dos teoremas; simplesmente fará com que o trabalho na TNT – ou em cada uma de suas versões "revistas e ampliadas" – se assemelhe mais ao trabalho na Teoria dos Números convencional.

Os especialistas da Teoria dos Números abandonam a profissão

Suponha que você não tivesse conhecimento antecipado de que a TNT se revelaria incompleta, e que, ao invés, esperasse que ela fosse completa – ou seja, que toda afirmação verdadeira expressável pela notação da TNT fosse um teorema. Nesse caso, você poderia estabelecer um procedimento decisório para toda a Teoria dos Números. O método seria fácil: se você quiser saber se a afirmação *X*, de N, é verdadeira ou falsa, você a codificaria na afirmação *x*, da TNT. Ora, se *X* for verdadeiro, a condição de teoria completa – totalidade – dirá que *x* é um teorema; e, ao contrário, se não-*X* for verdadeiro, então a totalidade dirá que ~*x* é um teorema. Portanto, ou *x* ou ~*x* terá de ser um teorema, visto que ou *X* ou não-*X* é verdadeiro. Comece agora a enumerar sistematicamente todos os teoremas da TNT, da maneira como fizemos com relação aos sistemas MIU e mg. Dentro de algum tempo, você terá de chegar a *x* ou a ~*x*; e aquele que você obtiver dir-lhe-á qual, dentre *X* e não-*X*, é verdadeiro. (Você acompanhou esta argumentação? Ela depende crucialmente de sua capacidade de manter separados em sua mente o sistema formal TNT e sua contrapartida informal, N. Certifique-se de que você compreendeu isso.) Assim, em princípio, se a TNT fosse completa, os especialistas da

Teoria dos Números teriam de abandonar a profissão: qualquer questão em seu campo poderia ser resolvida, com o tempo suficiente, de uma maneira puramente mecânica. Na verdade, isso se revelará impossível; o que, dependendo de seu ponto de vista, será causa de regozijo ou de lástima.

O programa de Hilbert

A questão final que discutiremos neste capítulo é a de se podemos ter tanta fé na coerência da TNT como tínhamos na coerência do cálculo proposicional; e, se não a temos, se é possível aumentar a fé na TNT *demonstrando* sua coerência. Poderíamos aqui fazer a mesma afirmação introdutória quanto à "obviedade" da coerência da TNT que a Imprudência fez com relação ao cálculo proposicional – ou seja, a de que cada regra incorpora um princípio de raciocínio no qual acreditamos firmemente, razão por que questionar a coerência da TNT é questionar nossa própria sanidade. Em certo sentido, essa argumentação ainda tem peso – mas não tanto peso quanto antes. Há demasiadas regras de inferência e algumas delas poderiam ser "ligeiramente falsas". Além disso, como podemos saber que esse modelo mental que fazemos de algumas entidades abstratas denominadas "números naturais" é, na verdade, uma construção coerente? Talvez nossos próprios processos de pensamento, esses processos informais que tratamos de capturar nas regras formais do sistema, sejam incoerentes! Isso não é, evidentemente, o que esperamos, mas é cada vez mais concebível que nossos pensamentos possam levar-nos à desorientação na medida em que o objeto do pensamento se torne mais complexo – e os números naturais não são, de modo algum, um objeto trivial. Assim, a insistência da Prudência em uma *demonstração* da coerência tem de ser levada mais a sério nesse caso. Não é que tenhamos uma dúvida profunda no sentido de que a TNT possa ser incoerente – mas existe uma *pequena* dúvida, uma fagulha, um vislumbre de dúvida em nossas mentes, e uma demonstração ajudaria a superar essa dúvida.

Mas que tipo de demonstração desejaríamos empregar? Novamente nos defrontamos com a questão recorrente da circularidade. Se utilizamos em uma demonstração *a respeito de* nosso sistema todo o mesmo equipamento que inserimos *dentro* dele, que teremos conseguido? Se lográssemos convencer-nos da coerência da TNT, contudo empregando um sistema de raciocínio mais fraco que a TNT, teríamos superado a objeção de circularidade! Pense na maneira pela qual uma corda pesada é passada de um barco a outro (pelo menos, assim eu li quando era garoto): primeiro uma seta leve é lançada através do espaço intermediário, levando consigo uma corda leve. Uma vez estabelecida a ligação entre os barcos, a corda pesada pode ser puxada de um para o outro. Se pudermos usar um sistema "leve" para demonstrar que um sistema "pesado" é coerente, então realmente teremos alcançado algum resultado.

Ora, à primeira vista, poder-se-ia pensar que existe uma corda leve. Nosso objetivo é o de demonstrar que a TNT tem uma certa propriedade tipográfica

(coerência): a de que nunca podem ocorrer teoremas da forma *x* e *~x*. Isso se assemelha à tentativa de demonstrar que MU não é um teorema do sistema MIU. Ambas são afirmações a respeito de propriedades *tipográficas* de sistemas manipulatórios de símbolos. A visão de uma corda leve baseia-se na pressuposição de que *os fatos a respeito da Teoria dos Números não serão necessários* à demonstração de que tal propriedade tipográfica prevalece. Em outras palavras, se não forem empregadas propriedades dos números inteiros – ou se se empregarem apenas algumas poucas propriedades extremamente simples –, então poderíamos alcançar o objetivo de demonstrar que a TNT é coerente nos valendo de meios que são mais fracos que seus próprios modos internos de raciocínio.

Essa era a esperança nutrida por uma importante escola de matemáticos e lógicos do começo deste século, chefiada por David Hilbert. O objetivo era o de demonstrar a coerência de formalizações da Teoria dos Números semelhantes à TNT, empregando um conjunto bastante restrito de princípios de raciocínio denominado métodos "finitísticos" de raciocínio. Essa seria a corda leve. Dentre os métodos finitísticos incluem-se a totalidade do raciocínio proposicional, tal como incorporado no cálculo proposicional, e, adicionalmente, alguns tipos de raciocínio numérico. Mas o trabalho de Gödel revelou que qualquer esforço no sentido de fazer passar a corda pesada da coerência da TNT de um barco para o outro utilizando a corda leve dos métodos finitísticos está condenado ao fracasso. Gödel mostrou que para puxar a corda pesada não se pode utilizar uma corda mais leve; simplesmente não existe uma que seja suficientemente forte. De maneira menos metafórica podemos dizer: *Qualquer sistema que seja suficientemente forte para demonstrar a coerência da TNT é pelo menos tão forte quanto a própria TNT.* E, assim, a circularidade é inevitável.

Uma oferenda MU[1]

A Tartaruga e Aquiles acabam de ouvir uma conferência sobre as origens do código genético e encontram-se agora tomando chá na casa de Aquiles.

Aquiles: Tenho algo terrível a confessar, Sr. T.
Tartaruga: De que se trata, Aquiles?
Aquiles: Apesar do tema fascinante da conferência, eu me distraí e dormi uma ou duas vezes. Mas, na transição para o sono, eu ainda mantinha certa consciência das palavras que chegavam a meus ouvidos. Uma imagem estranha que flutuou a partir de meus níveis mais baixos era a de que o "A" e o "T", em vez de significarem "adenina" e "timina", significavam o meu nome e o seu. E que as cadeias duplas de ADN tinham cópias minúsculas de mim e de você ao longo de sua estrutura, sempre em parelha, exatamente como acontece com a adenina e a timina. Não é uma imagem simbólica estranha?
Tartaruga: Ora, vamos! Quem é que acredita nisso? De toda maneira, e quanto a "C" e "G"?
Aquiles: Bem, eu acho que o "C" poderia significar o Sr. Caranguejo, em vez da citosina. Não estou certo sobre o "G", mas é claro que se poderia pensar em alguma coisa. De toda maneira, era divertido imaginar o meu ADN cheio de cópias minúsculas de você – e de mim também, naturalmente. Imagine a regressão infinita a que ISSO leva!
Tartaruga: Estou vendo que você não prestou muita atenção à conferência.
Aquiles: Não, você está enganado. Eu me esforcei muito, só que tive dificuldade em manter a fantasia separada dos fatos. Afinal de contas, é tão estranho esse mundo que os biólogos moleculares estão explorando.
Tartaruga: Como assim?
Aquiles: A biologia molecular está cheia de voltas particularmente complexas que eu não consigo entender, como a maneira pela qual as proteínas dobradas, que são codificadas no ADN, podem voltar-se para trás e manipular o ADN do qual vieram, podendo, até mesmo, destruí-lo. Essas voltas estranhas sempre confundem a minha cabeça. Elas são, de certa maneira, assustadoras.
Tartaruga: Eu as acho muito interessantes.
Aquiles: Claro que sim – você tem tanta afinidade com elas. Mas quanto a mim, às vezes gosto de recuar de todo esse pensamento analítico e limitar-me a meditar um pouco, como antídoto. Isso alivia a minha cabeça de todas essas voltas confusas e de todas essas complexidades incríveis que nós estávamos escutando esta noite.

Tartaruga: Imagine só. Nunca pensei que você fosse dado a meditações.
Aquiles: Eu nunca lhe disse que estou estudando zen-budismo?
Tartaruga: Céus! Como foi que você chegou a isso?
Aquiles: Sempre tive uma queda pelo yin e yang, você sabe – toda essa viagem pelo misticismo oriental, com *I Ching*, gurus e tudo o mais. Então, um dia eu pensei comigo mesmo: "Por que não o zen também?" E foi assim que tudo começou.
Tartaruga: Ah, esplêndido. Então, talvez eu possa finalmente tornar-me esclarecido.
Aquiles: Calma! O Esclarecimento não é o primeiro passo no caminho do zen; no máximo, pode ser o último! O Esclarecimento não é coisa para novatos como você, Sr. T.!
Tartaruga: Acho que há um mal-entendido. Não é minha intenção referir "esclarecimento" a algo tão complexo como o significado que a palavra tem para o zen. Só quis dizer que talvez eu possa esclarecer-me a respeito do que é o zen.
Aquiles: Pelo amor de Deus, por que é que você não disse logo? Muito bem, seria um grande prazer para mim falar-lhe sobre o que sei a respeito do zen. Talvez até você fique tentado a ser um estudioso de zen, como eu.
Tartaruga: Bem, nada é impossível.
Aquiles: Você poderia estudar comigo sob a direção de meu mestre, Okanisama – o sétimo patriarca.
Tartaruga: E agora; o que é que significa isso?
Aquiles: Você tem de conhecer a história do zen para compreender.
Tartaruga: Então, você pode me contar um pouco da história do zen?
Aquiles: Excelente idéia. O zen é um tipo de budismo, fundado por um monge chamado Bodhidharma, que deixou a Índia e foi para a China por volta do século VI. Bodhidharma foi o primeiro patriarca, e no outro extremo da relação de patriarcas, logo antes de Okanisama, encontramos o patriarca número seis: Eno. (Até que enfim consegui decorar!)
Tartaruga: O sexto patriarca foi Zenão, hein? Acho engraçado que, dentre todas as pessoas, ele esteja metido neste assunto.
Aquiles: Ouso dizer que você está subestimando o valor do zen. Escute só um pouco mais e talvez você chegue a gostar. Como eu ia dizendo, uns quinhentos anos depois, o zen foi levado para o Japão e teve muito boa acolhida lá. Desde então, é uma das religiões principais do país.
Tartaruga: Quem é esse Okanisama, o "sétimo patriarca"?
Aquiles: É o meu mestre e seus ensinamentos provêm diretamente dos do sexto patriarca. Ele me ensinou que a realidade é una, constante e imutável; toda pluralidade, mudança e movimento são simples ilusões dos sentidos.
Tartaruga: Isto é Zenão, a quilômetros de distância. Mas como é que ele chegou a se enrolar com o zen? Pobre homem!
Aquiles: O queeê? Eu não diria assim. Se ALGUÉM está enrolado; é... Mas isto é outra história. De qualquer modo, não sei a resposta à sua pergunta. Em

vez disso, deixe-me contar-lhe algo a respeito dos ensinamentos do meu mestre. Aprendi que, no zen, a pessoa busca esclarecimento, ou SATORI – o estado de "ausência de mente". Nesse estado, a pessoa não pensa a respeito do mundo – ela apenas EXISTE. Aprendi também que não se espera que um estudioso de zen se "apegue" a qualquer objeto, ou pensamento, ou pessoa – o que quer dizer que ele não deve acreditar ou confiar em nada que seja absoluto – nem mesmo essa filosofia de não-apego.

Tartaruga: Humm ... Então, AÍ ESTÁ algo no zen que eu posso apreciar.

Aquiles: Eu tinha a intuição de que você se apegaria a ele.

Tartaruga: Mas diga-me: se o zen rejeita a atividade intelectual, faz algum sentido intelectualizar a respeito dele e estudá-lo rigorosamente?

Aquiles: Isso me preocupou muito. Mas acho que, finalmente, consegui desenvolver uma resposta. Parece-me que se pode começar a compreender o zen através de qualquer caminho que se conheça – mesmo que ele seja completamente antitético com relação ao zen. Com a evolução das coisas, aprende-se gradualmente a sair do caminho, à medida que se vai chegando próximo ao zen.

Tartaruga: Ah, tudo agora começa a parecer tão claro!

Aquiles: Meu caminho predileto para o zen é o das curtas, fascinantes e estranhas parábolas de zen, denominadas *koans*.

Tartaruga: O que é um *koan*?

Aquiles: O *koan* é uma estória a respeito dos mestres de zen e seus discípulos. Às vezes, é como um enigma; outras vezes, é como uma fábula; outras ainda, é diferente de tudo o que você já escutou.

Tartaruga: Soa bastante interessante. Você diria que ler e apreciar os *koans* é praticar o zen?

Aquiles: Duvido. No entanto, em minha opinião, deliciar-se com um *koan* é algo um milhão de vezes mais próximo ao verdadeiro zen do que ler livro após livro sobre o zen, em linguagem filosófica pesada.

Tartaruga: Eu gostaria de ouvir um *koan*.

Aquiles: E eu gostaria de contar-lhe um – alguns. Talvez eu deva começar com o mais famoso de todos. Muitos séculos atrás, havia um mestre zen chamado Joshu, que viveu até os 119 anos.

Tartaruga: Uma simples criança!

Aquiles: Pelos seus padrões, sim. Bem, um dia, quando Joshu e outro monge estavam parados juntos no mosteiro, passou um cachorro. O monge perguntou a Joshu: "Um cachorro tem natureza de Buda, ou não?"

Tartaruga: O que será isso? Mas diga-me – qual foi a resposta de Joshu?

Aquiles: "MU".

Tartaruga: "MU"? Que "MU" é esse? E o cachorro? E a natureza de Buda? Qual é a resposta?

Aquiles: Ora, "MU" é a resposta de Joshu. Dizendo "MU", Joshu fez o outro monge ver que só não fazendo perguntas assim é que se pode saber a resposta delas.

Tartaruga: Joshu "desperguntou" a pergunta.
Aquiles: Exatamente.
Tartaruga: Parece bom poder-se dispor de um "MU". Eu bem que gostaria de desperguntar uma ou duas perguntas, de vez em quando. Acho que estou começando a gostar do jeito do zen. Você conhece algum outro *koan*, Aquiles? Eu gostaria de ouvir alguns mais.
Aquiles: Com muito prazer. Posso contar-lhe dois *koans* que andam juntos. Só que...
Tartaruga: O que é?
Aquiles: Bem, há um problema. Embora ambos sejam *koans* muito difundidos, meu mestre me alertou para o fato de que só um deles é autêntico. E mais ainda, ele não sabe qual é o verdadeiro e qual é o falso.
Tartaruga: Que loucura! Por que é que você não me conta os dois, e então nós podemos especular, para a alegria de nossos corações!
Aquiles: Está bem. Um dos presumidos *koans* é assim:

Um monge perguntou a Baso: "O que é Buda?"
Baso disse: "Esta mente é Buda".

Tartaruga: Hmm... "Esta mente é Buda"? Às vezes eu não entendo muito bem onde é que essa gente zen quer chegar.
Aquiles: Pode ser que você prefira o outro presumido *koan*.
Tartaruga: Como é ele?
Aquiles: Assim:

Um monge perguntou a Baso: "O que é Buda?"
Baso disse: "Esta mente não é Buda".

Tartaruga: Hmm, hmm... É como a minha casca que é verde e não é verde! Gostei disso!
Aquiles: Bem, Sr. T. – os *koans* não são só para ser "gostados".
Tartaruga: Muito bem, então – eu não gosto disso.
Aquiles: Assim está melhor. Bem, como eu ia dizendo, meu mestre acredita que só um dos dois é autêntico.
Tartaruga: Não posso imaginar o que o levou a pensar assim. Mas, de qualquer maneira, acho que isso é acadêmico, uma vez que não há como dizer se um *koan* é autêntico ou falso.
Aquiles: Ah, mais aí é que você se engana. O meu mestre me mostrou como fazê-lo.
Tartaruga: É verdade? Um procedimento decisório para a autenticidade dos *koans*? Eu gostaria muito de que você falasse sobre ISSO.
Aquiles: É um ritual bastante complexo, que envolve dois estágios. No primeiro estágio, você tem de TRADUZIR o *koan* em questão para um pedaço de cordão dobrado sucessivas vezes, em três dimensões.

Tartaruga: Que coisa curiosa. E qual é o segundo estágio?

Aquiles: Ah, esse é fácil – tudo o que você tem de fazer é determinar se o cordão tem natureza de Buda, ou não! Se tiver, então o *koan* é autêntico – se não, o *koan* é uma fraude.

Tartaruga: Hmm... Parece que tudo o que você fez foi transferir a necessidade de um procedimento decisório para outro domínio. AGORA trata-se de um procedimento decisório para determinar a natureza de Buda. E depois? Afinal de contas, e não se pode dizer nem mesmo se um CACHORRO tem natureza de Buda, ou não, como é que se pode esperar resolver o problema para qualquer cordão dobrado?

Aquiles: Bem, meu mestre explicou-me que mudar de um domínio para outro pode ajudar. É como mudar o ponto de vista. Às vezes as coisas parecem complicadas de um ângulo, mas simples de outro. Ele deu o exemplo de um pomar, que, visto de uma direção, não apresenta ordem alguma, mas, visto de ângulos especiais, revela belas regularidades. A mesma informação é reordenada quando se muda a maneira de vê-la.

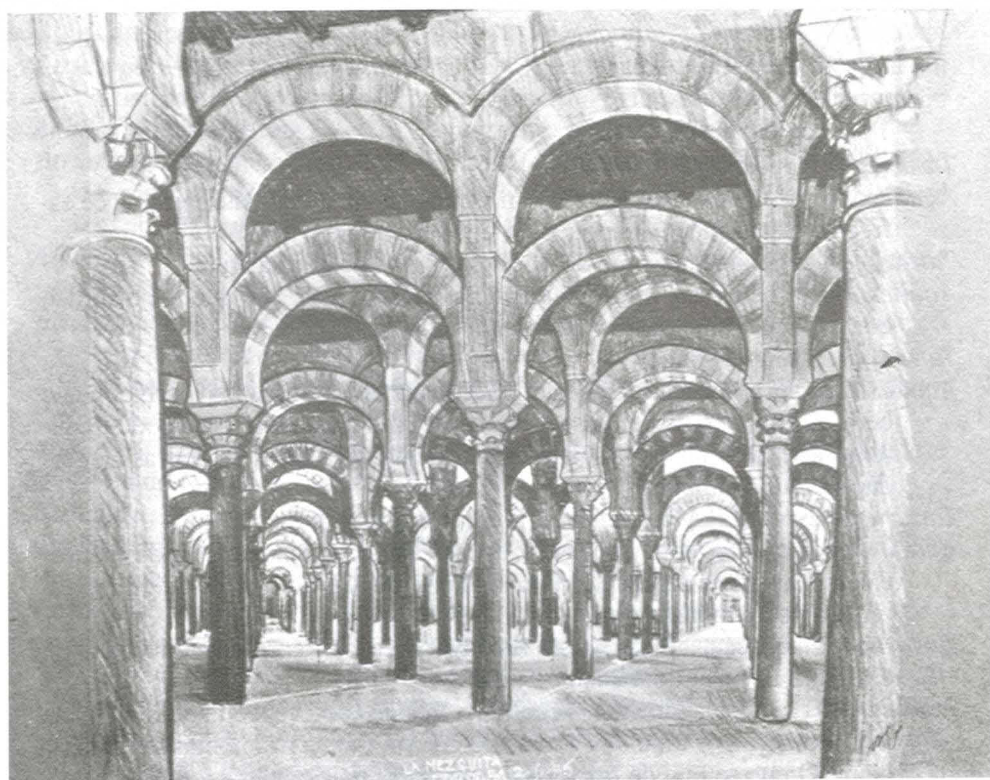
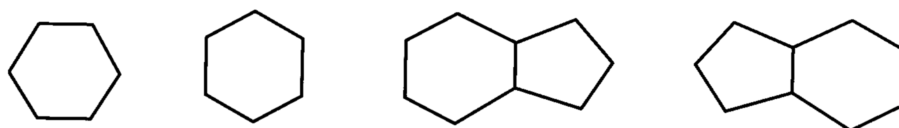


FIGURA 45. La mezquita (A mesquita), *por M.C. Escher (giz preto e branco, 1936)*

Tartaruga: Percebo. Então, talvez a autenticidade de um *koan* esteja escondida, de alguma maneira, bem dentro dele, mas se você o traduzir para um cordão ela consegue, de algum jeito, emergir para a superfície.
Aquiles: Isso foi o que o meu mestre descobriu.
Tartaruga: Então, eu gostaria muito de aprender a respeito dessa técnica. Mas antes diga-me: como você pode transformar um *koan* (uma série de palavras) em um cordão dobrado (um objeto tridimensional)? São entidades de tipo bastante diferente.
Aquiles: Esta é uma das coisas mais misteriosas que eu aprendi no zen. São dois passos: "transcrição" e "tradução". TRANSCREVER um *koan* implica escrevê-lo em um alfabeto fonético que contém apenas quatro símbolos geométricos. Esta representação fonética do *koan* é denominada o MENSAGEIRO.
Tartaruga: Como são os símbolos geométricos?
Aquiles: São feitos de hexágonos e pentágonos. Veja aqui *(apanha um guardanapo ali perto e desenha quatro figuras para a Tartaruga):*



Tartaruga: Parecem misteriosos.
Aquiles: Só para os não-iniciados. Bem, depois de fazer o mensageiro, você esfrega em suas mãos um pouco de sumo de ribo e...
Tartaruga: Um pouco de sumo de ribo? É um tipo de unção ritual?
Aquiles: Não é bem isso. É um preparado especial e pegajoso que faz o cordão conservar a forma depois de dobrado.
Tartaruga: É feito de quê?
Aquiles: Não sei bem. Mas parece um pouco com cola e funciona incrivelmente bem. Enfim, depois de passar o sumo de ribo nas mãos, você pode traduzir a série de símbolos do mensageiro para certos tipos de dobras no cordão. É muito simples.
Tartaruga: Espere aí! Mais devagar! E como é que se faz isso?
Aquiles: Você começa com o cordão todo esticado. Então, toma uma das pontas e começa a fazer dobras de diversos tipos, de acordo com os símbolos geométricos do mensageiro.
Tartaruga: Então, cada um desses símbolos geométricos representa uma maneira diferente de fazer dobras no cordão?
Aquiles: Mas não isoladamente. Você toma três de cada vez, e não um de cada vez. Começa por uma das pontas do cordão e uma das pontas do mensageiro. O que se tem de fazer com a primeira polegada do cordão é determinado pelos três primeiros símbolos geométricos. Os três símbolos se-

guintes mostram como se deve dobrar a segunda polegada do cordão. Assim, você vai avançando polegada por polegada simultaneamente pelo cordão e pelo mensageiro, dobrando cada pequeno segmento do cordão até esgotar o mensageiro. Se o sumo de ribo tiver sido usado devidamente, o cordão conservará a forma dobrada e o resultado final será a tradução do *koan* para a forma do cordão.

Tartaruga: O procedimento tem uma certa elegância. No final, devem resultar alguns cordões de aparência bem estranha.

Aquiles: Sem dúvida nenhum. Os *koans* mais longos tem traduções de formas bem bizarras.

Tartaruga: Imagino. Mas para fazer a tradução do mensageiro para o cordão é preciso saber que tipo de dobra corresponde aos conjuntos de três símbolos do mensageiro. Como isso é feito? Existe um dicionário?

Aquiles: Sim senhor – existe um venerável livro que lista o "Código Geométrico". Se você não tiver esse livro, naturalmente não poderá traduzir os *koans* em cordões.

Tartaruga: É evidente. Qual é a origem do Código Geométrico?

Aquiles: Ele provém de um antigo mestre conhecido como o "Grande Tutor", que meu mestre diz ter sido o único que jamais atingiu o Esclarecimento Ulterior.

Tartaruga: Nossa senhora! Como se já não bastasse um nível só. Mas, afinal, existem glutões de todo tipo – e por que não glutões do esclarecimento?

Aquiles: Você acha que esse "Esclarecimento Ulterior" corresponde a "EU"?

Tartaruga: Em minha opinião, é muito difícil que corresponda a você, Aquiles. É mais provável que corresponda a "Metaesclarecimento" – "ME", uma expressão que ME diz respeito.

Aquiles: A você? E por que ele se referiria a você? Você nem sequer alcançou o PRIMEIRO estágio do esclarecimento, para não falar...

Tartaruga: Nunca se sabe, Aquiles. Talvez aqueles que aprendem a verdade do esclarecimento voltem ao estado anterior. Sempre achei que "quem sabe demais não sabe nada". Mas voltemos ao Grand Tortue – ah, quero dizer, ao Grande Tutor.

Aquiles: Pouco se sabe a seu respeito, exceto que ele também inventou a arte zen dos cordões.

Tartaruga: O que é isso?

Aquiles: É uma arte na qual se baseia o procedimento decisório para a natureza de Buda. Eu lhe falarei a respeito.

Tartaruga: Ficaria fascinado. Um novato como eu tem tanto o que observar!

Aquiles: Diz-se mesmo que existe um *koan* que diz como teve início a arte zen dos cordões. Mas, infelizmente, tudo isso se perdeu há muito na voragem do tempo e nunca mais poderá ser recuperado. Mas, afinal, isso pode ser bom, pois de outra maneira haveria imitadores que tomariam o nome do mestre e o copiariam de outros modos.

Tartaruga: Mas não seria bom se todos os estudiosos de zen copiassem este que foi o mais esclarecido de todos os mestres, o Grande Tutor?

Aquiles: Deixe-me contar-lhe um *koan* a respeito de um imitador.

> Gutei, o mestre zen, levantava o dedo sempre que lhe faziam perguntas a respeito de zen. Um jovem novato começou a imitá-lo nesse costume. Quando Gutei foi informado da imitação do novato, foi procurá-lo e perguntou-lhe se isso era verdade. O novato admitiu que assim era. Gutei perguntou-lhe se ele compreendia. Em resposta, o novato levantou o dedo indicador. Gutei prontamente decepou-o. O novato saiu correndo da sala, urrando de dor. Quando chegou à soleira da porta, Gutei chamou-o: "Rapaz!" Quando o novato voltou-se, Gutei levantou o dedo indicador. Nesse instante o novato alcançou o esclarecimento.

Tartaruga: Ora, ora, vejam só! Eu, que achava que o zen era aquelas mistificações de Joshu, vejo agora que Gutei também entrou na roda. Ele parece ter um incrível senso de humor.

Aquiles: Esse *koan* é muito sério. Não sei de onde você tirou a idéia de que ele seja engraçado.

Tartaruga: Talvez o Zen seja instrutivo porque é engraçado. Acho que se você levar todas essas histórias totalmente a sério, vai entender tanto quanto vai deixar de entender.

Aquiles: Talvez tenha algum sentido esse seu zen de Tartaruga?

Tartaruga: Você pode responder a uma pergunta só para mim? Eu gostaria de saber o seguinte: Por que Bodhidharma foi da Índia para a China?

Aquiles: Ahá! Quer que eu lhe conte o que foi que Joshu disse quando lhe fizeram essa mesma pergunta?

Tartaruga: Por favor.

Aquiles: Ele respondeu: "Aquele carvalho no jardim".

Tartaruga: Claro; é exatamente isso o que eu teria dito. Só que em resposta a outra pergunta – qual seja: "Onde posso encontrar uma sombra ao meio-dia"?

Aquiles: Inadvertidamente, você tocou em um dos pontos básicos do zen. Essa pergunta, por inocente que pareça, na verdade significa: "Qual é o princípio básico do zen?"

Tartaruga: Que extraordinário. Não tinha a menor idéia de que o objetivo principal do zen fosse encontrar uma sombra.

Aquiles: Ah, não – você entendeu tudo errado. Eu não me referi a ESSA pergunta, mais sim à que você fez sobre a ida do Bodhidharma para a China.

Tartaruga: Entendo. Bem, não tinha idéia de que estivesse navegando em águas tão profundas. Mas voltemos àquele jogo curioso. Presumo que qualquer *koan* possa ser transformado em um cordão dobrado seguindo-se o método que você descreveu. E o processo inverso? Um cordão dobrado qualquer pode ser lido de modo a produzir um *koan*?

Aquiles: Bem, de certo modo. Contudo...
Tartaruga: Qual é o problema?
Aquiles: Não é assim que as coisas são feitas. Isso seria uma violação do dogma central dos cordões zen, que está contido neste desenho (*toma um guardanapo e desenha*):

koan ⇒ mensageiro ⇒ cordão dobrado
transcrição *tradução*

Não se pode ir na direção contrária à das setas – principalmente da segunda.

Tartaruga: Diga-me uma coisa: este dogma tem natureza de Buda, ou não? Pensando bem, acho que vou desperguntar a pergunta. Está bem?
Aquiles: Fico contente de você ter desperguntado. Mas – eu vou lhe contar um segredo. Promete que não vai dizer para ninguém?
Tartaruga: Honra de Tartaruga.
Aquiles: Bem, muito de vez em quando eu vou no sentido contrário ao das setas. Acho que tenho uma espécie de prazer proibido com isso.
Tartaruga: Mas Aquiles! Eu não tinha idéia de que você pudesse fazer uma coisa tão irreverente!
Aquiles: Eu nunca confessei isso a ninguém antes – nem mesmo a Okanisama.
Tartaruga: Então me diga: o que acontece quando você vai no sentido contrário das setas no dogma central? Você começa com um cordão e produz um *koan*?
Aquiles: Às vezes – mas podem acontecer outras coisas mais bizarras.
Tartaruga: Mais bizarras que os *koans*?
Aquiles: Sim... Quando você destraduz e destranscreve, consegue ALGUMA COISA, mas nem sempre um *koan*. Alguns cordões, quando lidos em voz alta dessa maneira, ficam sem sentido.
Tartaruga: Mas não é isso o que acontece com os *koans*?
Aquiles: É evidente que você ainda não aprendeu o verdadeiro espírito do zen.
Tartaruga: Mas pelo menos você sempre consegue uma história?
Aquiles: Nem sempre – às vezes o que se consegue são sílabas sem sentido; outras vezes, orações sem gramática. Mas de vez em quando resulta algo que é parecido com um *koan*.
Tartaruga: Só PARECIDO com um *koan*?
Aquiles: Bem, é que ele pode ser falso.
Tartaruga: Ah, é claro.
Aquiles: Eu chamo os cordões que produzem *koans* aparentes de cordões "bem formados".
Tartaruga: Por que você não me fala do procedimento decisório que permite distinguir os *koans* falsos dos autênticos?

Aquiles: É aí que eu ia chegar. Dado o *koan*, ou o não-*koan*, conforme o caso, a primeira coisa a fazer é traduzi-lo para o cordão tridimensional. Só falta então descobrir se o cordão tem natureza de Buda, ou não.

Tartaruga: Mas como é que se faz ISSO?

Aquiles: Bem, meu mestre disse que o Grande Tutor era capaz de, só com uma olhada, dizer se o cordão tinha natureza de Buda, ou não.

Tartaruga: Mas e se você não atingiu o estágio do Esclarecimento Ulterior? Não há outra maneira de dizer se o cordão tem natureza de Buda?

Aquiles: Existe, sim. E é aí que entra a arte zen dos cordões. É uma técnica para compor inumeráveis cordões, todos com natureza de Buda.

Tartaruga: Não diga! E existe uma maneira correspondente de fazer cordões que NÃO têm natureza de Buda?

Aquiles: E por que é que você quereria fazer isso?

Tartaruga: Talvez pudesse ser útil.

Aquiles: Que gosto mais estranho. Imagine! Interessar-se mais por coisas que NÃO têm natureza de Buda que pelas que TÊM!

Tartaruga: Você pode atribuir isso a meu estado desesclarecido. Mas continue. Diga-me como fazer um cordão que TEM natureza de Buda.

Aquiles: Bem, você tem de começar colgando uma volta do cordão nas mãos, em uma das cinco posições iniciais legais, como esta aqui... *(Toma um cordão e o colga com uma volta simples entre um dedo de cada mão.)*

Tartaruga: Quais são as outras quatro posições iniciais legais?

Aquiles: Todas elas são consideradas como posições AUTO-EVIDENTES para tomar-se um cordão. Mesmo os novatos muitas vezes tomam os cordões nessas posições. E todos estes cinco cordões têm natureza de Buda.

Tartaruga: É claro.

Aquiles: Existem também algumas regras de manipulação de cordões por meio das quais se podem fazer figuras mais complexas. Em particular, você tem permissão para modificar seu cordão efetuando certos movimentos básicos com as mãos. Por exemplo, você pode pegá-lo enviesado assim – e puxar assim – e torcer assim. Com cada operação você está mudando a configuração geral do cordão colgado em suas mãos.

Tartaruga: Puxa, é como fazer camas de gato com os cordões!

Aquiles: É isso mesmo. Observe agora que algumas dessas regras fazem o cordão ficar mais complexo e outras o simplificam. Mas qualquer que seja a maneira que você segue, se seguir as regras de manipulação de cordões, todo cordão que você produzir terá natureza de Buda.

Tartaruga: Isso é verdadeiramente maravilhoso. E o *koan* escondido dentro do cordão que você acaba de fazer? Ele será autêntico?

Aquiles: Bem, de acordo com o que aprendi, ele tem de ser. Como eu fiz o cordão de acordo com as regras e comecei por uma das cinco posições auto-evidentes, ele tem de ter natureza de Buda e, por via de conseqüência, tem de corresponder a um *koan* autêntico.

Tartaruga: Você sabe qual é o *koan*?

Aquiles: Você está me pedindo para violar o dogma central? Ora, seu safadinho!

(E com sobrolhos franzidos e livro de código à mão, Aquiles percorre o cordão, parte por parte, registrando cada dobra por meio de um terceto de símbolos geométricos do estranho alfabeto fonético para os koans, até que o guardanapo fique quase todo ocupado.)

Pronto!
Tartaruga: Genial. Agora vamos lê-lo.
Aquiles: Está bem.

Um monge viajante perguntou a uma velha mulher qual a estrada para Taizan, um templo conhecido que se supunha dar sabedoria aos que nele fizessem a adoração. A velha mulher disse: "Siga em frente". Depois que o monge se afastou alguns passos, ela disse a si mesma: "Ele é também um homem comum que vai à igreja". Alguém relatou este incidente a Joshu, que disse: "Esperem até que eu investigue". No dia seguinte, ele foi e fez a mesma pergunta, e a velha mulher deu a mesma resposta. Joshu observou: "Eu investiguei aquela velha mulher".

Tartaruga: Com toda essa queda para a investigação, o Joshu bem que poderia ter trabalhado para o SNI. Mas diga-me – o que você fez eu também poderia ter feito se seguisse as regras da arte dos cordões zen, não é?
Aquiles: É.
Tartaruga: E eu teria de executar as operações exatamente na mesma ORDEM em que você as executou?
Aquiles: Não; qualquer ordem serviria.
Tartaruga: É claro, então eu obteria um cordão diferente e, por conseguinte, um *koan* diferente. E eu teria de executar o mesmo NÚMERO de passos que você executou?
Aquiles: De modo algum. Qualquer número de passos estaria bem.
Tartaruga: Bem, então existe um número infinito de cordões com natureza de Buda – e, por conseguinte, um número infinito de *koans* autênticos! Como é que você pode saber que existe um cordão qualquer que NÃO PODE ser feito por meio das suas regras?
Aquiles: Ah, sim. Voltamos às coisas que não têm natureza de Buda. Acontece que quando você já sabe fazer cordões COM natureza de Buda, você também pode fazer cordões SEM natureza de Buda. Essa é uma coisa que meu mestre incutiu em mim bem no começo.
Tartaruga: Maravilhoso! E como é que funciona?
Aquiles: É fácil. Veja aqui, por exemplo. Vou fazer um cordão que não tem natureza de Buda ...

(Ele apanha o cordão a partir do qual o koan precedente foi "extraí-

do" e dá um nó muito pequenino em uma de suas pontas, apertando-o com força, com o polegar e o indicador.)

Aí está – não tem natureza de Buda.

Tartaruga: Muito esclarecedor. Então é só dar um nó? Como é que você sabe que o novo cordão não tem natureza de Buda?
Aquiles: Por causa desta propriedade fundamental da natureza de Buda: quando dois cordões bem formados são idênticos, com exceção de um nó em uma das pontas, só UM deles pode ter natureza de Buda. É uma regra prática que meu mestre me ensinou.
Tartaruga: Estou pensando em uma coisa. Existem cordões com natureza de Buda que você NÃO CONSEGUE produzir seguindo as regras dos cordões zen, não importa em que ordem?
Aquiles: Devo confessar que esse ponto é um pouco confuso para mim. Inicialmente, meu mestre deu-me a sólida impressão de que a natureza de Buda de um cordão era DEFINIDA pelo começo das operações em uma das cinco posições iniciais legais e pelo desenvolvimento do cordão de acordo com as regras permitidas. Mas depois ele disse alguma coisa a respeito do "Teorema" de não-sei-quem. Nunca consegui saber direito. Talvez até tenha entendido mal o que ele disse. Mas, de toda maneira, isso colocou certas dúvidas em minha mente quanto a se esse método alcança TODOS os cordões com natureza de Buda. Tanto quanto eu saiba, pelo menos, deve ser assim. Mas a natureza de Buda é uma coisa bastante fugida.
Tartaruga: Também concluo isso a partir de "MU" de Joshu. Estou pensando em...
Aquiles: O que é?
Tartaruga: Estava pensando sobre aqueles dois *koans* – quero dizer, o *koan* e o seu não-*koan* –, aqueles que dizem: "Esta mente é Buda" e "Esta mente não é Buda". Como é que eles ficariam quando transformados em cordões por meio do Código Geométrico?
Aquiles: Terei muito prazer em mostrar-lhe.

(Ele escreve as transcrições fonéticas e em seguida apanhà no bolso dois pedaços de cordão que dobra cuidadosamente, parte por parte, seguindo os tercetos de símbolos escritos no alfabeto estranho. Então coloca os cordões prontos lado a lado.)

Está vendo? Aí está a diferença.

Tartaruga: Na verdade, eles são muito semelhantes. Acho que só existe uma diferença entre eles: é que um tem um pequeno nó na ponta!
Aquiles: Por Joshu, é verdade.
Tartaruga: Ahá! Agora eu sei por que o seu mestre tem suspeitas.
Aquiles: É mesmo?

Tartaruga: De acordo com sua regra prática, NO MÁXIMO UM dos dois pode ter natureza de Buda, de modo que você já sabe de antemão que um dos *koans* tem de ser falso.

Aquiles: Mas isso não diz qual dos dois é falso. Tenho trabalhado, o meu mestre também, tentando produzir esses dois cordões por meio das regras de manipulação de cordões, mas sem resultado. Nunca nenhum dos dois aparece. É muito frustrante. Às vezes se chega a pensar...

Tartaruga: Você quer dizer – pensar se qualquer um deles tem natureza de Buda? Talvez nenhum deles tenha natureza de Buda – e nenhum dos *koans* seja autêntico!

Aquiles: Nunca deixei que meus pensamentos fossem tão longe. Mas você está certo – é possível. Acho que sim. Mas acho que não se devem fazer tantas perguntas a respeito da natureza de Buda. Mumon, mestre zen, sempre alertava seus discípulos sobre o perigo de demasiadas perguntas.

Tartaruga: Está bem. Acabaram-se as perguntas. Na verdade, estou com uma vontade enorme de fazer um cordão. Seria engraçado ver se meu resultado é bem formado ou não.

Aquiles: Pode ser interessante. Aqui está um pedaço de cordão.*(Ele o passa à Tartaruga.)*

Tartaruga: Bem, você sabe que eu não tenho a menor idéia do que devo fazer. Teremos de nos contentar com minha produção desajeitada, que não seguirá as regras e provavelmente resultará completamente indecifrável. *(Coloca o cordão entre os pés e, com umas poucas manipulações simples, cria uma figura complexa que, sem dizer palavra, oferece a Aquiles. Nesse momento, a face de Aquiles se ilumina.)*

Aquiles: Viva! Tenho de experimentar o seu método. Nunca vi um cordão como esse!

Tartaruga: Espero que seja bem formado.

Aquiles: Estou vendo que ele tem um nó na ponta.

Tartaruga: Oh – um momentinho! Posso tê-lo de volta? Quero fazer uma coisa com ele.

Aquiles: Claro! Aqui está.

(Devolve o cordão à Tartaruga, que dá outro nó na mesma ponta. Em seguida, a Tartaruga aplica um puxão forte e, de repente, ambos os nós desaparecem!)

Aquiles: Que aconteceu?

Tartaruga: Eu queria livrar-me daquele nó.

Aquiles: Mas ao invés de desfazê-lo você fez outro e então AMBOS desapareceram! Para onde eles foram?

Tartaruga: Para Tumbolia, é claro. Essa é a lei da nodulação dupla.

(De repente, os dois nós reaparecem, como se caídos do céu – ou melhor, de Tumbolia.)

Aquiles: Incrível. Eles deviam estar em uma camada bastante acessível de Tumbolia para poder descer e subir de volta com tanta facilidade. Ou será que toda as partes de Tumbolia são igualmente inacessíveis?

Tartaruga: Não sei dizer. No entanto, ocorre-me que se se queimasse o cordão, seria bastante improvável que os nós pudessem voltar. Nesse caso, você poderia supor que eles ficassem presos em uma camada mais profunda de Tumbolia. Talvez haja camadas e mais camadas em Tumbolia. Mas elas não estão nem aqui, nem lá. Mas o que eu gostaria de saber é como soa o meu cordão, se você o converter em símbolos fonéticos. *(Quando ele o passa de volta novamente, os nós desaparecem totalmente.)*

Aquiles: Sempre me sinto tão culpado quando violo o dogma central... *(Toma a caneta e o livro de código e, cuidadosamente, anota os muitos tercetos de símbolos que correspondem às involuções curvilíneas do cordão da Tartaruga; e, ao terminar, conserta a garganta.)* Ahem. Está pronto para ouvir o que você forjou?

Tartaruga: Se você está, eu estou.

Aquiles: Muito bem. É assim:

> Certo monge tinha o hábito de importunar o Grand Tortue (o único que jamais alcançou o Esclarecimento Ulterior), perguntando se os mais diversos objetos tinham natureza de Buda ou não. Diante de tais perguntas, Tortue permanecia invariavelmente sentado e mudo. O monge já havia perguntado a respeito de um feijão, um lago e uma noite de lua. Um dia, ele levou a Tortue um cordão e fez a mesma pergunta. Em resposta, o Grand Tortue colocou o cordão entre os pés e...

Tartaruga: Entre os pés? Que estranho!

Aquiles: E por que é que VOCÊ acha isso estranho?

Tartaruga: Bem, ah... você tem razão. Mas, por favor, continue a ler.

Aquiles: Está bem.

> O Grand Tortue colocou o cordão entre os pés e, com umas poucas manipulações simples, criou uma figura complexa que, sem dizer palavras, ofereceu ao monge. Nesse momento, o monge ficou esclarecido.

Tartaruga: Pessoalmente, eu estaria melhor reesclarecido.

Aquiles: Em seguida, ele diz como fazer o cordão do Grand Tortue, começando com o cordão colgado nos pés. Vou pular esses detalhes aborrecidos. Ele termina assim:

> A partir de então, o monge não aborreceu Tortue. Ao invés, passou a fazer cordão após cordão pelo método de Tortue; e passou o método a seus próprios discípulos, que o passaram aos seus.

Tartaruga: Que história enrolada. É difícil acreditar que ela estivesse realmente contida dentro do meu cordão.

Aquiles: Mas estava. Por estranho que pareça, acho que você criou um cordão bem formado logo da primeira vez.

Tartaruga: Mas como era o cordão do Grand Tortue? Esse é o ponto principal do *koan*, creio eu.

Aquiles: Duvido. A pessoa não se deve "apegar" a pequenos detalhes como esse nos *koans*. O que conta é o espírito do *koan* como um todo e não suas partes. Hei, sabe o que eu acho? Acho que, embora pareça loucura, você pode ter encontrado o *koan* perdido que descreve a origem da arte dos cordões zen!

Tartaruga: Oh, seria bom demais para ter natureza de Buda.

Aquiles: Mas isso significa que o grande mestre – o único que jamais alcançou o estado místico do Esclarecimento Ulterior – tinha o nome de "Tortue" e não de "Tutor". Que nome engraçado!

Tartaruga: Não concordo. Acho que é um nome bonito. Eu ainda quero saber como era o cordão de Tortue. Você acha que pode recriá-lo a partir da descrição dada no *koan*?

Aquiles: Posso tentar... É claro que terei de usar os meus pés também, uma vez que ele está descrito em termos de movimentos dos pés. Isso é muito incomum. Mas acho que posso conseguir. Deixe-me tentar. *(Ele toma o* koan *e um pedaço de cordão, e, por alguns minutos, torce e retorce o cordão de maneiras misteriosas, até chegar ao produto acabado.)* Muito bem, aqui está. Engraçado. Parece tão familiar.

Tartaruga: É mesmo, não é? Onde será que eu o vi antes?

Aquiles: Já sei! É o SEU cordão, Sr. T! Ou será que não é?

Tartaruga: Certamente que não.

Aquiles: Claro que não, é o cordão que você me deu primeiro, antes de tomá-lo de volta para dar outro nó.

Tartaruga: É sim – é mesmo. Imagine só. O que será que isso significa?

Aquiles: É no mínimo estranho.

Tartaruga: Você acha que o meu *koan* é autêntico?

Aquiles: Espere um pouquinho só...

Tartaruga: Ou que o meu cordão tem natureza de Buda?

Aquiles: Há algo a respeito do seu cordão que começa a me preocupar, Sr. Tartaruga.

Tartaruga (muito feliz consigo mesmo e sem dar atenção a Aquiles): E o cordão de Tortue? Ele tem natureza de Buda? Há tantas perguntas que eu quero fazer!

Aquiles: Eu teria medo de fazer essas perguntas, Sr. T. Há algo muito engraçado acontecendo aqui e não sei se eu gosto.

Tartaruga: Que pena que você ache isso. Não consigo imaginar o que o está perturbando.

Aquiles: Bem, a melhor maneira que eu conheço para explicar é citar as palavras de outro mestre de zen, Kyõgen. Kyõgen disse:

> O zen é como um homem pendurado pelos dentes em uma árvore sobre um precipício. Suas mãos não alcançam nenhum galho, seus pés não repousam em nenhum tronco e, sob a árvore, outra pessoa lhe pergunta: "Por que Bodhidharma foi da Índia para a China?" Se o homem da árvore não responde, ele fracassa; e se responde, cai e perde a vida. O que fará?

Tartaruga: A resposta é clara; ele deve desistir do zen e dedicar-se à biologia molecular.

CAPÍTULO IX

Mumon e Gödel

O que é zen?

NÃO ESTOU CERTO de saber o que é zen. De certo modo, creio que o conheço muito bem; mas de certo modo também creio que nunca poderei chegar a conhecê-lo. Desde que meu professor de inglês, no primeiro ano da faculdade, leu em voz alta o MU de Joshu para a turma eu me debato com aspectos zen da vida e provavelmente nunca deixarei de fazê-lo. Para mim, zen é areia movediça intelectual – anarquia, escuridão, falta de sentido, caos. É tantalizante e enfurecedor. Mas, ao mesmo tempo, é bem humorado, revitalizante e provocante. O zen tem seu próprio tipo especial e significado, brilho e clareza. Espero, neste capítulo, poder transmitir a você algo desse conglomerado de reações. E então, por estranho que pareça, isso nos levará diretamente a temas gödelianos.

Uma das características básicas do zen-budismo é a de que não há como definir o que é zen. Por mais espaço verbal que você use para contê-lo, o zen resiste e se derrama. Poderia parecer, então, que qualquer esforço no sentido de explicá-lo seja uma completa perda de tempo. Mas essa não é a atitude dos mestres e estudiosos de zen. Por exemplo, os zen *koans* são uma parte fundamental do estudo do zen, embora sejam verbais. Os *koans* são vistos como "acionadores" que, embora não contenham informações suficientes em si próprios para produzir um esclarecimento, podem ser suficientes para desencadear os mecanismos internos da mente que levam ao esclarecimento. Mas, de modo geral, a atitude zen é a de que as palavras e a verdade são incompatíveis, ou, pelo menos, de que as palavras não podem capturar a verdade.

O mestre de zen Mumon

Talvez para demonstrar este ponto de maneira externa, o monge Mumon ("sem porteira"), no século XIII, compilou quarenta e oito *koans*, acrescentando a cada um comentário e um pequeno "poema". Esta obra se chama "A porteira sem porteira", ou o *Mumonkan* ("barreira sem porteira"). É interessante observar que as vidas de Mumon e Fibonacci coincidiram de maneira quase exata: Mumon viveu de 1183 a 1260 na China e Fibonacci de 1180 a 1250 na Itália. Para os que a ele recorrem na esperança de dar sentido ou "compreender" os *koans*, o *Mumonkan* pode ser um choque, pois seus comentários e poemas são tão opacos quanto os *koans*, que, supostamente, devem esclarecer. Veja isso, como exemplo:[1]

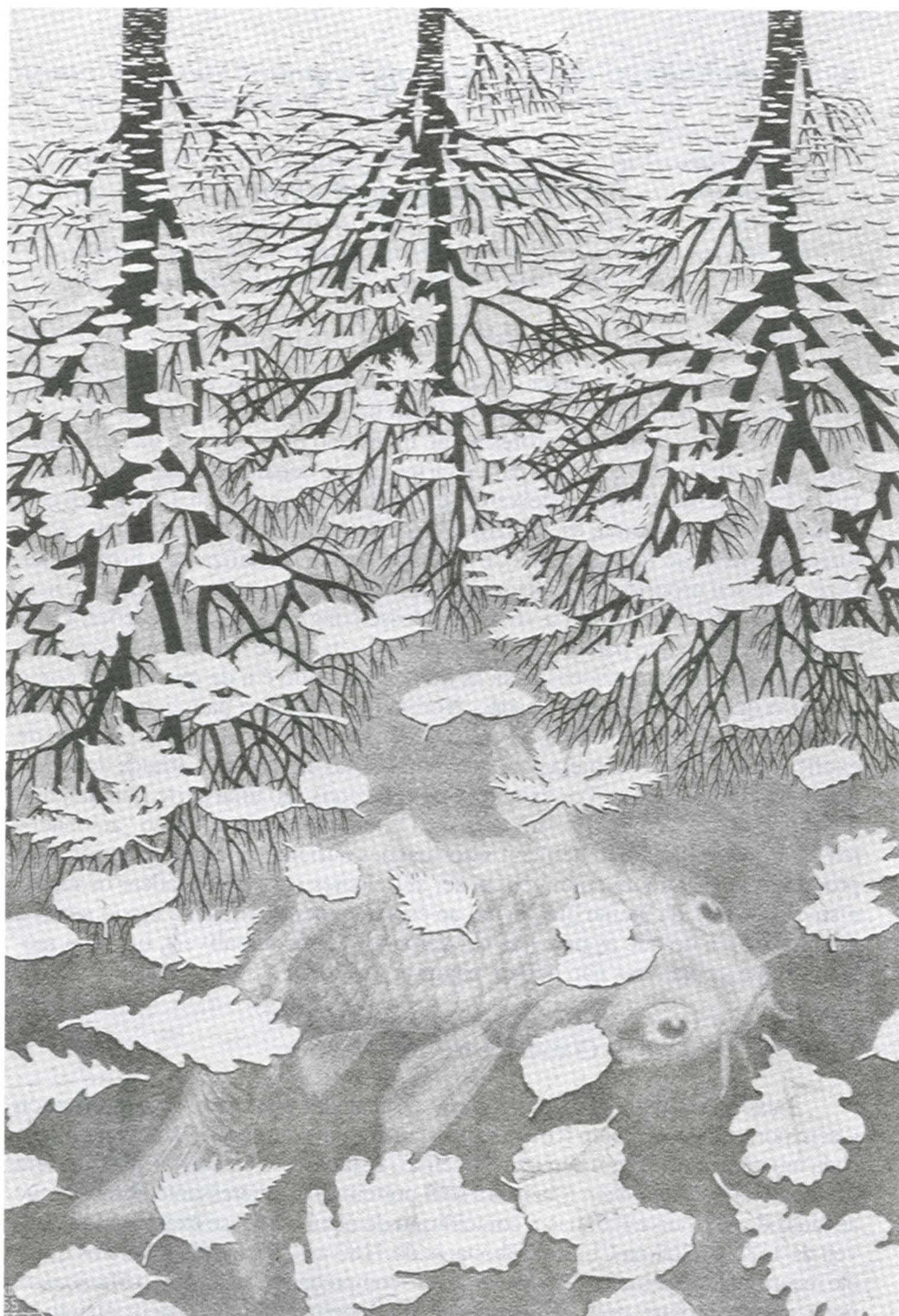


FIGURA 46. Three worlds (Três mundos), *por M. C. Escher (litografia, 1955)*

Koan:

Hogen, do mosteiro de Seiryo, preparava-se para fazer uma palestra antes do jantar quando notou que a cortina de bambu, baixada para a meditação, não fora levantada. Ele apontou para a cortina. Dois monges levantaram-se silenciosamente de dentre a platéia e levantaram-na. Hogen, observando o momento físico, disse: "O estado do primeiro monge é bom, não o do segundo".

Comentário de Mumon:

Quero perguntar-lhe: qual dos dois monges ganhou, e qual perdeu? Se qualquer de vocês tem um olho, verá o erro da parte do professor. No entanto, não estou discutindo ganhos e perdas.

Poema de Mumon:

Quando a cortina é levantada, o grande céu se abre.
Contudo, o céu não se harmoniza com o zen.
É melhor esquecer o grande céu.
E afastar-se de todo vento.

Ou então, veja este:[2]

Koan:

Goso disse: "Quando um búfalo sai de seu cercado para a beira do abismo, seus chifres, sua cabeça e suas patas passam, mas por que não pode a cauda também passar?"

Comentário de Mumon:

Se alguém conseguir abrir um olho neste ponto e dizer uma palavra de zen, estará em condições de repagar as quatro gratificações e, mais ainda, poderá salvar todos os seres conscientes sob si. Mas se ele não puder dizer essa palavra de zen, deverá voltar-se para sua cauda.

Poema de Mumon:

Se o búfalo correr, cairá no fosso;
Se ele voltar, será chacinado.
Essa pequena cauda
É uma coisa muito estranha.

Acho que você terá de admitir que Mumon não chega propriamente a esclarecer todas as coisas. Poder-se-ia dizer que a metalinguagem (em que Mumon escreve) não é muito diferente da linguagem-objeto (a linguagem do *koan*). De acordo com alguns, os comentários de Mumon são intencionalmente tolos, talvez com o fim de mostrar a inutilidade de dedicar tempo a conversas a respeito de zen. Contudo, os comentários de Mumon podem ser tomados em mais de um nível. Considere isto, por exemplo:[3]

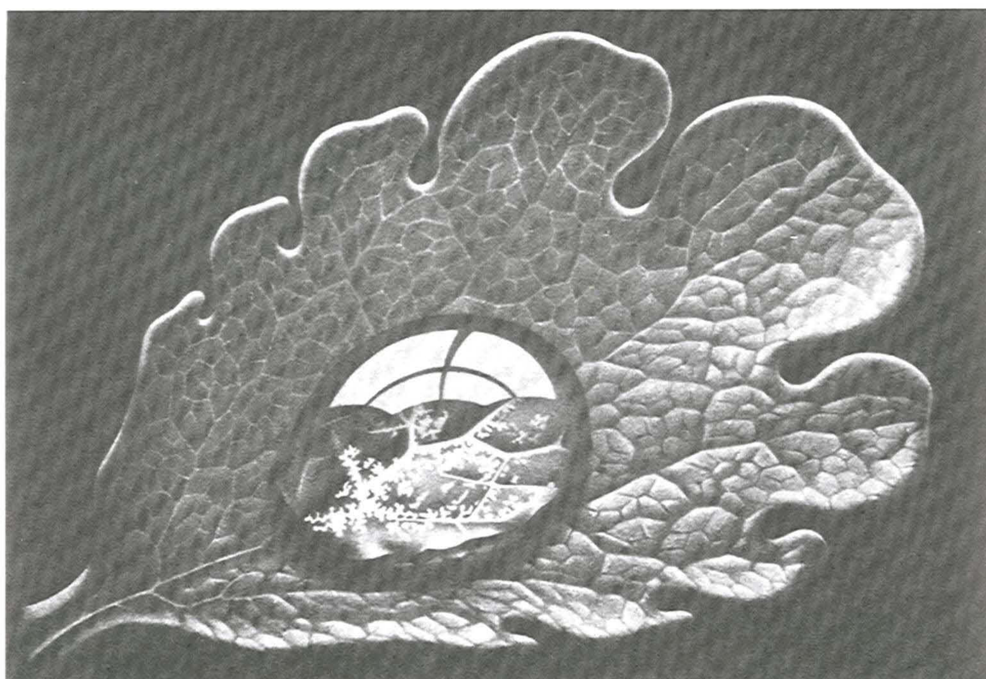


FIGURA 47. Dewdrop (Gota de orvalho), *por M. C. Escher (mezzo-tinto, 1948)*

Koan:

Um monge perguntou a Nansen: "Existe um ensinamento que nenhum mestre jamais ensinou?

Nansen disse: "Sim, existe".

"O que é?" – perguntou o monge.

Nansen respondeu: "Não é a mente, não é Buda, não são as coisas".

Comentário de Mumon:

O velho Nansen entregou suas palavras mais preciosas. Ele deve ter ficado muito zangado.

Poema de Mumon:

Nansen foi bom demais e perdeu seu tesouro.
Na verdade, as palavras não têm poder.
Ainda que a montanha se transforme em mar,
As palavras não podem abrir a cabeça do próximo.

Neste poema, Mumon parece estar dizendo algo muito importante. No entanto, o poema é auto-referente, constituindo assim não só um comentário so-

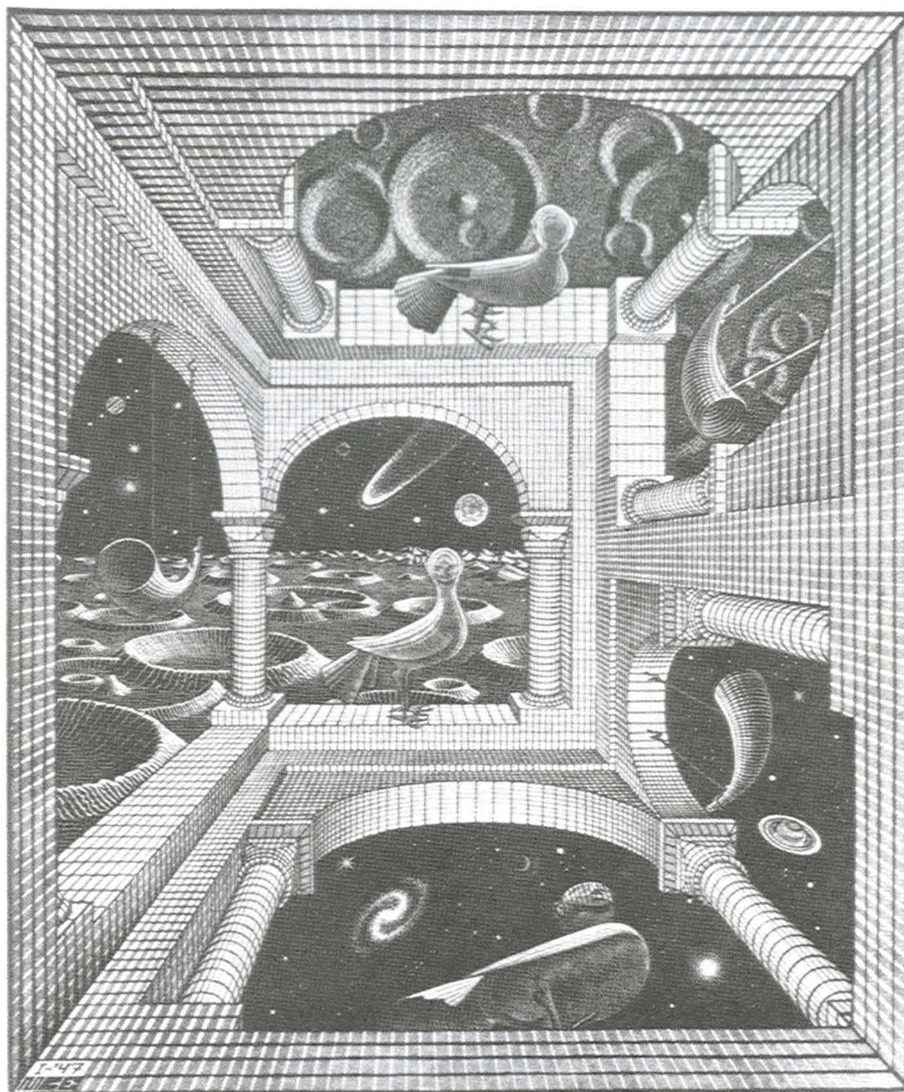


FIGURA 48. Another world (Outro mundo), *por M. C. Escher (gravura em madeira, 1947)*

bre as palavras de Nansen, mas também sobre sua própria ineficácia. Esse tipo de paradoxo é bastante característico do zen. É uma tentativa de "quebrar a propensão à lógica". Essa qualidade paradoxal existe também no *koan*. Com relação ao comentário do Mumon, você acha que Nansen estava mesmo tão seguro de sua resposta? Será que a "correção" da resposta tinha alguma importância? Será que a correção desempenha algum papel no zen? Qual a diferença entre correção e verdade, se é que existe? E se Nansen tivesse dito: "Não, não existe

nenhum ensinamento assim?" Teria feito alguma diferença? Essa resposta teria sido imortalizada em um *koan*?

Aqui está outro *koan* que visa a quebrar a propensão à lógica:[4]

> O estudante Doko chegou-se a um mestre de zen e disse: "Estou buscando a verdade. Em que estado mental devo treinar-me para encontrá-la?"
>
> Disse o mestre: "Não há mente, portanto não podes colocá-la em nenhum estado. Não há verdade, portanto não podes treinar-te para ela".
>
> "Se não há mente para treinar, nem verdade para encontrar, por que esses monges se reúnem perante vós todos os dias para estudar zen e treinar-se para tal estudo?"
>
> "Mas aqui não há lugar; nem um centímetro", disse o mestre, "portanto, como poderiam os monges reunir-se? Não tenho língua, portanto, como poderia convocá-los ou ensinar-lhes?"
>
> "Oh, como podeis mentir assim?", perguntou Doko.
>
> "Mas se não tenho língua para falar com os demais, como poderia mentir-te?", perguntou o mestre.
>
> Então, Doko disse com tristeza: "Não posso acompanhar-vos. Não posso entender-vos".
>
> "Não posso compreender-me tampouco", disse o mestre.

Se algum *koan* é desnorteante, é este. E provavelmente desnortear é seu propósito específico, pois quando se está desnorteado a mente começa a operar de maneira não-lógica, até certo ponto. Somente saindo fora da lógica, diz a teoria, pode-se dar o salto para o esclarecimento. Mas qual é o problema com a lógica? Por que ela impede o salto para o esclarecimento?

A luta do zen contra o dualismo

Para dar essa resposta, é necessário compreender algo a respeito do que significa esclarecimento. Talvez o resumo mais conciso de esclarecimento seja: dualismo transcendente. Ora, o que é dualismo? Dualismo é a divisão conceitual do mundo em categorias. Será possível transcender esta tendência tão natural? Ao associar a palavra "divisão" à palavra "conceitual", posso ter dado a impressão de que se trata de um esforço intelectual ou consciente, talvez dando, com isso, a impressão de que o dualismo pudesse ser superado simplesmente pela supressão do pensamento (como se suprimir o pensamento fosse algo simples!). Mas a divisão do mundo em categorias tem lugar muito abaixo dos estratos superiores do cérebro; com efeito, o dualismo é uma divisão tanto perceptiva quanto conceitual do mundo em categorias. Em outras palavras, a percepção humana é, por natureza, um fenômeno dualista – o que transforma a busca do esclarecimento em uma luta árdua, para dizer o mínimo.

No centro do dualismo, segundo o zen, estão as palavras – simplesmente palavras. O emprego das palavras é intrinsecamente dualista, visto que cada palavra representa, obviamente, uma categoria conceitual. Por conseguinte, uma

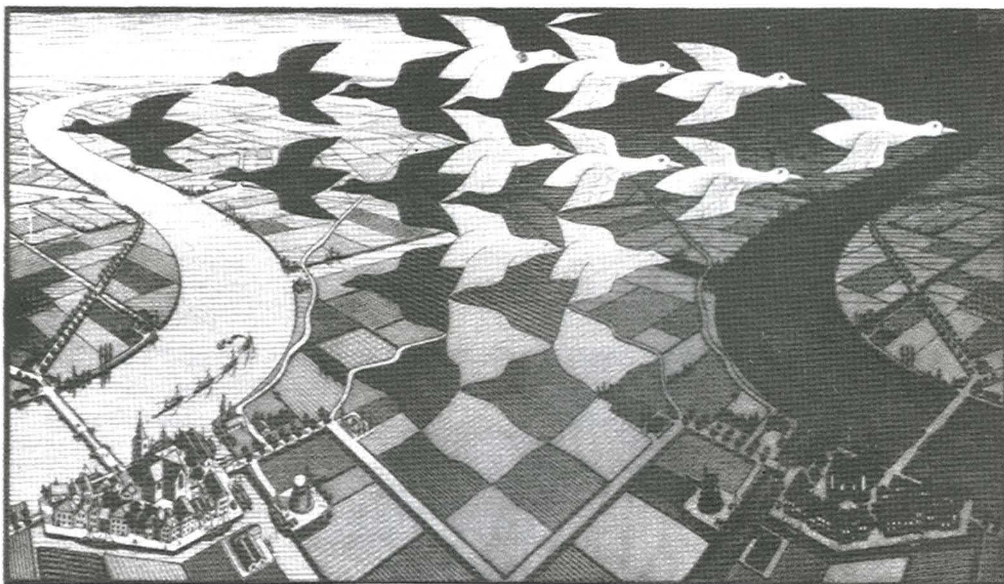


FIGURA 49. Day and night (Dia e noite), *por M. C. Escher (xilogravura, 1938)*

parte importante do zen é a luta contra a dependência das palavras. Um dos melhores instrumentos para combater o emprego das palavras é o *koan*, no qual as palavras são objeto de tal abuso que a mente do leitor ficará rodopiando se ele levar o *koan* a sério. Portanto, talvez seja errado dizer que o inimigo do esclarecimento é a lógica; ao invés, é o pensamento verbal, dualista. Com efeito, é algo ainda mais básico: é a percepção. Assim que percebe um objeto, você traça uma linha entre ele e o resto do mundo; você divide o mundo, artificialmente, em partes e, com isso, perde o Caminho.

Aqui está um *koan* que demonstra a luta contra as palavras:[5]

Koan:

Shuzan segurou seu bastão e disse: "Se chamas a isto um bastão, opões-te a sua realidade. Se não chamas a isto um bastão, ignoras o fato. Ora, como queres chamar a isto?"

Comentário de Mumon:

Se chamas a isto um bastão, opões-te a sua realidade. Se não chamas a isto um bastão, ignoras o fato. Não pode ser expresso com palavras e não pode ser expresso sem palavras. Agora diz depressa o que é?

Poema de Mumon:

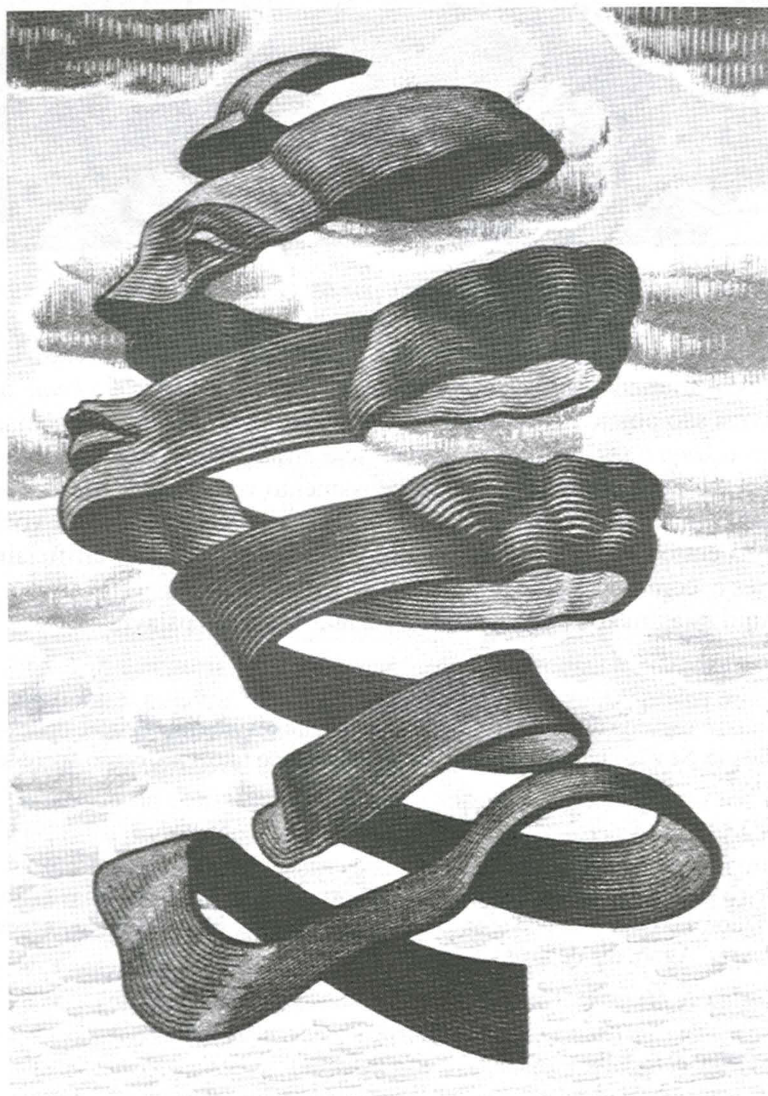
Segurando o bastão,

Ele deu uma ordem de vida ou morte.
Positivo e negativo entrelaçados,
Nem mesmo budas e patriarcas podem escapar a este ataque.

("Patriarcas" é uma referência aos seis veneráveis fundadores do zen-budismo, dentre os quais Bodhidharma é o primeiro e Eno é o sexto.)

Por que chamar àquilo um bastão é opor-se a sua realidade? Provavelmente porque tal categorização dá a aparência de captar a realidade, quando, na ver-

FIGURA 50. Rind (Envoltório), *por M. C. Escher (gravura em madeira, 1955)*



dade, sequer chega a arranhar a superfície. Poderia ser comparada à afirmação de que "5 é um número primo". Há tantas outras coisas – uma infinidade de fatos – que são omitidas. Por outro lado, não chamar àquilo um bastão é, na verdade, ignorar esse fato particular, por mais insignificante que ele seja. Assim, as palavras levam a algo de verdadeiro – e talvez também a algo de falso –, mas certamente não levam a toda a verdade. Depender das palavras para levá-lo à verdade é como depender de um sistema formal incompleto para levá-lo à verdade. Um sistema formal produzirá algumas verdades, mas, como logo veremos, por mais poderoso que seja, não pode levar a todas as verdades. O dilema dos matemáticos é: em que confiar, senão nos sistemas formais? E o dilema dos seguidores do zen é: o que mais há para empregar, senão as palavras? Mumon enuncia o dilema com muita clareza: "Não pode ser expresso com palavras e não pode ser expresso sem palavras".

Aqui está Nansen de novo:[6]

> Joshu perguntou ao professor Nansen: "Qual é o Caminho verdadeiro?"
> Nansen respondeu: "O caminho de todo dia é o Caminho verdadeiro".
> Joshu perguntou: "Posso estudá-lo?"
> Nansen respondeu: "Quanto mais estudares, mais te afastarás do Caminho".
> Joshu perguntou: "Se não o estudar, como poderei conhecê-lo?"
> Nansen respondeu: "O Caminho não pertence às coisas vistas: nem às coisas não vistas. Não pertence às coisas conhecidas: nem às coisas desconhecidas. Não o busques, nem o estudes, nem o denomines. Para te encontrares nele, abre-te tanto quanto o céu". [Ver figura 50.]

Esta curiosa afirmação parece um mar de paradoxos. Faz lembrar um pouco esta cura segura para soluços: "Corra à volta da casa três vezes sem pensar na palavra 'lobo'". O zen é uma filosofia que parece ter incorporado a noção de que o caminho da verdade última, assim como a única cura segura para soluços, pode estar repleto de paradoxos.

Ismo, o modo-U e Unmon

Se as palavras não servem e pensar não serve, então o que é que serve? Naturalmente, essa pergunta já é um horrível dualismo, mas não temos a pretensão de sermos fiéis ao zen ao discutirmos o zen – portanto, podemos tratar de responder seriamente à pergunta. Eu tenho um nome para aquilo que o zen busca: *ismo*. O ismo é uma antifilosofia, uma maneira de ser sem pensar. Os mestres do ismo são as pedras, as árvores, os mariscos; mas a sina das espécies animais superiores é ter de buscar o ismo sem nunca ser capaz de alcançá-lo plenamente. Apesar de tudo, ocasionalmente se pode ter um vislumbre do ismo. Talvez o seguinte *koan* proporcione um desses vislumbres:[7]

> Hyakujo quis enviar um monge para abrir um novo mosteiro. Disse a seus discípulos que aquele que respondesse a uma pergunta da maneira mais capaz seria designado. Colocando um vaso de água sobre o chão, perguntou: "Quem pode dizer o que é isto sem dizer seu nome?"
>
> O monge chefe disse: "Ninguém pode dizer que é um sapato de madeira".
>
> Isan, o monge cozinheiro, derramou o vaso com o pé e foi embora.
>
> Hyakujo sorriu e disse: "O monge-chefe perdeu". E Isan tornou-se o mestre do novo mosteiro.

Suprimir a percepção, suprimir o pensamento lógico, verbal, dualista – esta é a essência do zen, a essência do ismo. Este é o *modo U*, o *Ultimodo* – nem Inteligente, nem Mecânico, apenas "Não". Joshu estava no modo U, e é por isso que seu "MU" despergunta a indagação. O modo U vem naturalmente do mestre do zen Unmon:[8]

> Um dia, Unmon disse a seus discípulos: "Este meu bastão se transformou em um dragão e engoliu todo o universo! Oh, onde estão os rios e as montanhas e a grande terra?"

O zen é o holismo levado a seu extremo lógico. Se o holismo afirma que as coisas só podem ser compreendidas como totalidades, e não como somas de suas partes, o zen dá um passo adiante, sustentando que o mundo não pode ser dividido em partes em hipótese alguma. Dividir o mundo em partes é enganar-se e perder o esclarecimento.

> Um monge curioso perguntou a um mestre: "Qual é o Caminho?"
> "Ele está bem diante de teus olhos", disse o mestre.
> "Por que não posso vê-lo por mim próprio?"
> "Porque pensas em ti próprio."
> "E vós: vós o vedes?"
> "Enquanto vires dobrado, dizendo 'eu não' e 'vós sim', e assim por diante, teus olhos estarão enevoados", disse o mestre.
> "Quando não há nem 'eu' nem 'vós', pode-se vê-lo?"
> "Quando não há nem 'eu' nem 'vós', quem é que quer vê-lo?"[9]

Aparentemente, o mestre deseja transmitir a idéia de que um estado de esclarecimento é aquele em que as linhas de fronteira entre o eu e o resto do universo se dissolvem. Isso seria verdadeiramente o fim do dualismo, pois, como diz ele, não sobra nenhum sistema que tenha qualquer desejo de percepção. Mas que estado é esse, senão a morte? Como pode um ser humano vivo dissolver as linhas de fronteira entre ele e o mundo exterior?

Zen e Tumbolia

O monge zen Bassui escreveu uma carta a um de seus discípulos que estava moribundo e disse nela: "Teu fim, que é infinito, é como um floco de neve dissolvendo-se no ar puro". O floco de neve, que era subsistema perfeitamente discernível no universo, dissolve-se agora no sistema maior que antes o sustentava. Embora já não esteja presente como subsistema definido, sua essência, de algum modo, ainda está presente e permanecerá assim. Ela flutua em Tumbolia, ao lado de soluços que não estão sendo soluçados e personagens de histórias que não estão sendo lidas... Assim eu entendo a mensagem de Bassui.

O zen reconhece suas próprias limitações, assim como os matemáticos aprenderam a reconhecer as limitações do método axiomático como método para alcançar a verdade. Isso não significa que o zen tenha uma resposta para o que há além do zen, assim como os matemáticos não têm uma idéia clara a respeito das formas válidas de raciocínio que estão fora da formulação. Uma das afirmações mais claras do zen a respeito das linhas de fronteira do zen ocorre no seguinte estranho *koan*, bem ao espírito de Nansen:[10]

> Tozan disse a seus monges: "Vós monges deveríeis saber que existe uma compreensão ainda mais elevada no budismo". Um monge adiantou-se e perguntou: "O que é o budismo superior?" Tozan respondeu: "Não é Buda".

Há sempre mais lugar para avançar; o esclarecimento não é o fim absoluto do zen. E não há receita que nos ensine como transcender o zen; a única coisa em que se pode confiar com certeza é que Buda *não* é o caminho. O zen é um sistema e não pode ser seu próprio metassistema; há sempre algo fora do zen que não pode ser compreendido ou descrito por completo dentro do zen.

Escher e zen

Ao questionar a percepção e colocar enigmas absurdos e irrespondíveis, o zen tem companhia na pessoa de M. C. Escher. Considere *Day and night* (*Dia e noite*) (figura 49), uma obra-prima do "positivo e negativo entrelaçados" (nas palavras de Mumon). Poder-se-ia perguntar: "São realmente pássaros, ou são realmente campos? É realmente noite, ou dia?" Contudo, sabemos que estas são perguntas sem propósito. A obra, como um *koan* zen, está tratando de quebrar a propensão à lógica. Escher também se delicia em compor imagens contraditórias, tais como *Another world* (*Outro mundo*) (figura 48) – imagens que brincam com a realidade e a irrealidade, do mesmo modo como o zen brinca com a realidade e a irrealidade. Escher deve ser levado a sério? O zen deve ser levado a sério?

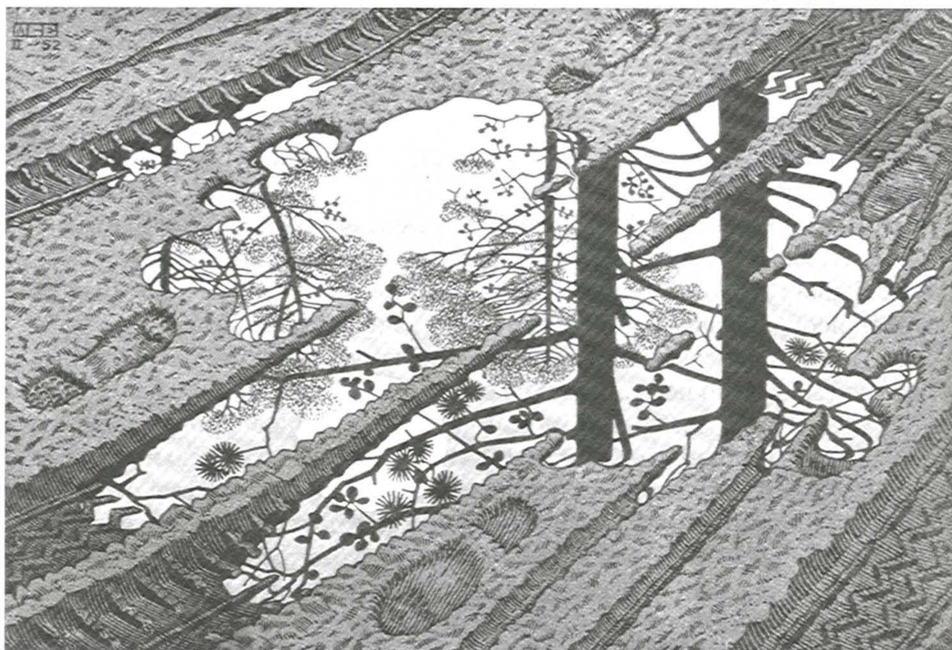


FIGURA 51. Puddle (Poça), *por M. C. Escher (xilogravura, 1952)*



FIGURA 52. Rippled surface (Superfície ondulada), *por M. C. Escher (gravura em chapa de linóleo, 1950)*

Em *Dewdrop* (*Gota de orvalho*) (figura 47), há um estudo delicado dos reflexos, semelhante a um haicai; e há também duas imagens tranqüilas da Lua refletida em águas quietas: *Puddle* (*Poça*) (figura 51) e *Rippled surface* (*Superfície ondulada*) (figura 52). A Lua refletida é um tema que aparece recorrentemente em vários *koans*. Aqui está um exemplo:[11]

Chiyono estudou zen por muitos anos sob a orientação de Bukko, de Engaku. Todavia, ela não lograva colher os frutos da meditação. Finalmente, numa noite de Lua, ela estava transportando água em um velho balde de madeira, guarnecido de bambu. O bambu quebrou-se e o fundo do balde caiu. Nesse momento, ela se libertou. Chiyono disse: "Já não há água no balde, já não há Lua na água".

Three worlds (*Três mundos*): obra de Escher (figura 46) e tema de um *koan* zen:[12]

Um monge perguntou a Ganto: "Quando os três mundos me ameaçam, o que devo fazer?" Ganto respondeu: "Senta-te". "Não compreendo", disse o monge. Ganto disse: "Pega a montanha e traga-a para mim. Então eu te direi".

Hemiolia e Escher

Em *Verbum* (figura 149), as oposições convertem-se em unidades em diversos níveis. A toda a volta vemos transições graduais de pássaros negros a pássaros brancos, a peixes negros a peixes brancos, a sapos negros a sapos brancos, a pássaros negros... Depois de seis passos, voltamos ao começo! Será isso uma reconciliação da dicotomia entre o preto e o branco? Ou da tricotomia entre pássaros, peixes e sapos? Ou será uma unidade sêxtupla composta pela natureza par de 2 e pela natureza ímpar de 3? Na música, seis notas de igual valor temporal criam uma ambigüidade rítmica – são 2 grupos de 3 ou 3 grupos de 2? Essa ambigüidade tem um nome: *hemiólia*. Chopin foi um mestre da *hemiolia*: veja sua valsa op. 42, ou seu Étude op. 25, nº 2. Em Bach, há o *Tempo di menuetto*, da partida para teclado nº 5, ou o incrível *Finale* da primeira sonata para violino solo, em sol menor.

À medida que se vai chegando ao centro de *Verbum*, as distinções se espumam gradualmente, de modo que, ao final, permanecem não mais três, ou duas, mas sim apenas uma única essência: VERBUM, que refulge brilhante – talvez um símbolo do esclarecimento. Ironicamente, *verbum* não só *é* uma palavra, mas também *significa* "palavra" – não exatamente a noção mais compatível com o zen. Por outro lado, *verbum* é a única palavra da litografia. E o mestre de zen, Tozan, disse uma vez: "A *Tripitaka* inteira pode ser expressa com um símbolo". (*Tripitaka*, que significa "três cestas", refere-se à versão completa dos textos budistas originais.) Pergunto-me que tipo de mecanismo decodificador seria necessário para extrair as três cestas de um único símbolo. Talvez um com dois hemisférios.

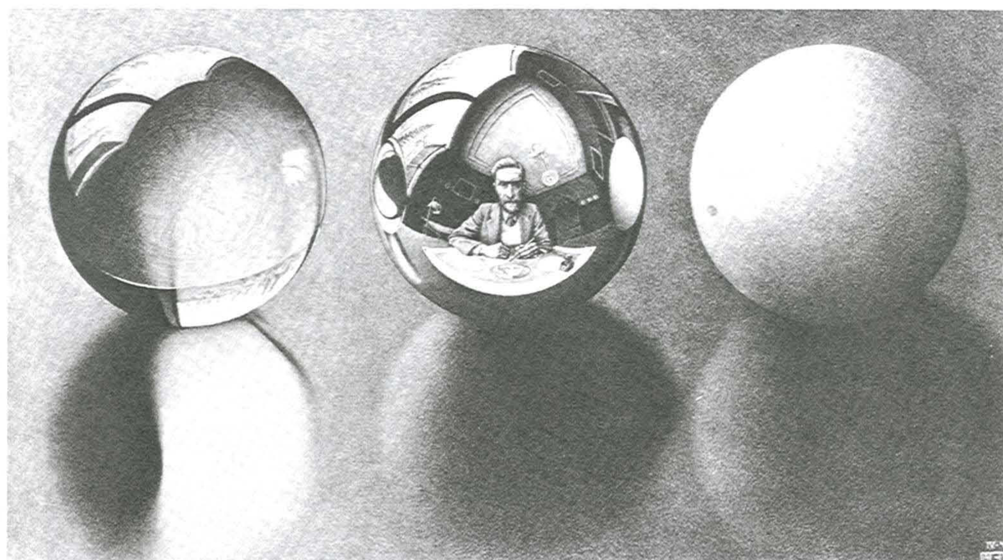


FIGURA 53. Three spheres II (Três esferas II), *por M. C. Escher (litografia, 1946)*

A rede de Indra

Considere, finalmente, *Three spheres II* (*Três esferas II*) (figura 53), onde cada parte do mundo parece conter todas as demais e estar contida nelas: a escrivaninha reflete as esferas que estão acima dela, as esferas se refletem mutuamente, assim como a escrivaninha, o desenho delas e o artista que faz o desenho. As conexões infinitas que todas as coisas têm entre si são apenas levemente sugeridas aqui, e, no entanto, isso já é o bastante. A alegoria budista da "rede de Indra" fala de uma rede infinita de fios por todo o universo, com os fios horizontais correndo pelo espaço e os verticais pelo tempo. Em cada cruzamento de dois fios está um indivíduo e cada indivíduo é uma conta de cristal. A grande luz do "ser absoluto" ilumina e penetra em cada conta de cristal; além disso, cada conta reflete não só a luz de todas as demais contas da rede, mas também todo reflexo de todo reflexo por todo o universo.

Para mim, isso configura uma imagem de partículas renormalizadas: em todo elétron há virtuais fótons, pósitrons, neutrinos, múons... ; em cada fóton há virtuais elétrons, prótons, nêutrons, píons...; em cada píon há...

Mas então surge outra imagem: a das pessoas, cada uma refletida nas mentes de muitas outras, que por sua vez estão espelhadas em outras mais, e assim por diante.

Ambas as imagens podem ser representadas de maneira concisa e elegante com o emprego de Redes de Transição Aumentada. No caso das partículas, haveria uma rede para cada categoria de partículas; no caso das pessoas, uma para cada pessoa. Cada uma delas conteria chamadas para muitas outras, crian-

do assim uma nuvem virtual de RTAs à volta de cada RTA. A chamada a uma delas criaria chamadas a outras e esse processo poderia evoluir em cascata, a uma distância arbitrariamente longa, até atingir o fundo do poço.

Mumon e Mu

Terminamos esta breve excursão ao zen voltando a Mumon. Aqui está seu comentário ao MU de Joshu:[13]

Para conceber o zen, tem-se de passar pela barreira dos patriarcas. O esclarecimento sempre vem depois que o caminho do pensamento fica bloqueado. Se não passares pela barreira dos patriarcas, ou se o caminho de teu pensamento não ficar bloqueado, o que quer que penses, o que quer que faças será como um fantasma enredante. Podes perguntar: "O que é uma barreira de um patriarca?" Ela é esta única palavra, "MU".

Esta é a barreira do zen. Se passares por ela, verás Joshu face a face. Então poderás trabalhar lado a lado com toda a linha de patriarcas. Não é algo prazeroso?

Se desejas passar por esta barreira, tens de trabalhar com cada osso de teu corpo, com cada poro de tua pele, imbuído desta pergunta: "O que é 'MU'?" e levar isso adiante noite e dia. Não creias que se trate do símbolo negativo comum, que significa nada. Não se trata do nada, o oposto da existência. Se realmente desejas passar por esta barreira, deves pensar em sorver uma bola de ferro quente que não podes nem engolir, nem cuspir.

Então, todo teu conhecimento inferior de antes desaparece. Como um fruto que amadurece na estação, tua subjetividade e tua objetividade naturalmente se fundem. É como um mudo que teve um sonho. Ele o conhece, mas não pode falar sobre o sonho.

Quando ele chega a essa condição, a concha de seu ego é esmagada e ele pode balançar os céus e mover a terra. Ele é como um grande guerreiro com uma espada afiada. Se um Buda ficar em seu caminho, ele o decepará: se um patriarca lhe apresentar qualquer obstáculo, ele o matará; e ele estará livre em seu caminho de nascimento e morte. Ele pode entrar em qualquer mundo como se fosse em seu próprio quintal. Eu te direi como fazer isso com este *koan*:

Limita-te a concentrar toda a tua energia neste MU e não permitas nenhuma descontinuidade. Quando entras neste MU e não há descontinuidade, tua conquista será como uma vela que ilumina todo o universo.

De Mumon ao quebra-cabeça MU

Das alturas etéreas do MU de Joshu, baixamos agora à planície prosaica do MU de Hofstadter... Sei que você já concentrou toda a sua energia neste MU (ao ler o capítulo I). Portanto, quero responder à pergunta então feita:

MU tem natureza de teorema, ou não?

A resposta a essa pergunta não é MU evasivo; ao contrário, é um rotundo NÃO. Para demonstrar isso, tiraremos vantagem do pensamento dualista e lógico.

Fizemos duas observações cruciais no capítulo I:

(1) que o quebra-cabeças MU tem profundidade, em grande parte porque envolve a interação de regras de aumento e de diminuição;
(2) que, contudo, existe a esperança de resolver o problema com o emprego de um instrumento que, em certo sentido, tem a profundidade adequada para tratar de matérias dessa complexidade: a teoria dos números.

Não analisamos com muito cuidado o quebra-cabeça MU nesses termos no capítulo I; agora faremos isso. E veremos como a segunda observação (quando generalizada para além do insignificante sistema MIU) é uma das realizações mais frutíferas de toda a matemática, e como ela modificou o conceito dos matemáticos a respeito de sua própria disciplina.

Para facilidade de referência, aqui está uma recapitulação do sistema MIU:

SÍMBOLOS: M, I, U

AXIOMA: MI

REGRAS:
I. Se *x*I for um teorema, então *x*IU também o será.
II. Se M*x* for um teorema, então M*xx* também o será.
III. Em qualquer teorema, III pode ser substituído por U.
IV. UU pode ser eliminado de qualquer teorema.

Mumon nos mostra como resolver o quebra-cabeça MU

Então, de acordo com as observações anteriores, o quebra-cabeça MU é simplesmente um quebra-cabeça sobre os números naturais sob disfarce tipográfico. Se pudéssemos encontrar uma maneira de transferi-lo para o domínio da teoria dos números, poderíamos ser capazes de resolvê-lo. Reflitamos sobre as palavras de Mumon, que disse: "Se qualquer de vocês tem um olho, verá o erro da parte do professor". Mas por que importaria ter um olho?

Se você tentar contar o número de Is contido nos teoremas, logo verificará que ele parece não ser nunca igual a 0. Em outras palavras, parece que, independentemente do número de aumentos ou diminuições envolvidos, nunca podemos trabalhar de maneira tal que todos os Is sejam eliminados. Denominemos *conta I* de uma cadeia o número de Is que ela contém. Note que a conta I do axioma MI é 1. Podemos fazer mais que mostrar que a conta I não pode ser 0 – podemos mostrar que a conta I não pode ser nunca um múltiplo de 3.

Para começar, observe que as regras I e IV não têm qualquer efeito sobre a conta I. Por conseguinte, precisamos apenas nos ocupar das regras II e III. A regra III diminui a conta I em exatamente 3 unidades. Após a aplicação dessa regra, a conta I do resultado poderia eventualmente ser um múltiplo de 3 – mas só se a conta I do *insumo* também o fosse. Em suma, a regra III nunca cria um múltiplo de 3. Só pode produzi-lo se já começar com outro múltiplo de 3. O mesmo é válido para a regra II, que duplica a conta I. A razão está em que, se 3 divide $2n$, então – como 3 não divide 2 –, 3 tem de dividir n (um fato simples da teoria dos números). Nem a regra II, nem a regra III podem criar um múltiplo de 3.

Mas esta é a chave do quebra-cabeça MU! Eis o que sabemos:

(1) A conta I começa por 1 (que não é múltiplo de 3).

(2) Duas das regras não afetam a conta I.

(3) As duas regras remanescentes, que afetam a conta I, fazem-no de tal modo que nunca criam um múltiplo de 3, a menos que já começassem com outro múltiplo de 3.

A conclusão – que é também tipicamente hereditária – é a de que a conta I nunca pode tornar-se um múltiplo de 3. Em particular, 0 é um valor proibido para a conta I. Por conseguinte, MU *não é um teorema do sistema MIU.*

Observe que, mesmo como um quebra-cabeça sobre a conta I, este problema ainda é afetado pelo fogo cruzado de regras de aumento e de diminuição. O zero tornou-se o objetivo; as contas I podiam aumentar (regra II) e diminuir (regra III). Até analisarmos a situação, poderíamos pensar que, com suficientes aplicações das regras, para a frente e para trás, pudéssemos eventualmente chegar a 0. Agora, graças a uma argumentação simples da teoria dos números, sabemos que isso é impossível.

A numeração Gödel e o sistema MIU

Nem todos os problemas do tipo simbolizado pelo quebra-cabeça MU são tão fáceis de resolver. Mas vimos que pelo menos um desses quebra-cabeças pode ser equacionado e resolvido dentro da teoria dos números. Veremos agora que há uma maneira de equacionar *todos* os problemas a respeito de *qualquer* sistema formal dentro da teoria dos números. Isso pode acontecer graças à descoberta feita por Gödel de um tipo especial de isomorfismo. Para ilustrá-la, empregarei o sistema MIU.

Começamos por considerar a notação do sistema MIU. Superporemos cada símbolo a um novo símbolo:

M ⟺ 3
I ⟺ 1
U ⟺ 0

A correspondência foi escolhida arbitrariamente; a única razão para ela é a de que cada símbolo se assemelha um pouco ao que lhe foi superposto. Cada número é denominado o *número de Gödel* da letra correspondente. Tenho certeza de que você pode descobrir qual é o número de Gödel de uma cadeia com letras múltiplas:

MU ⟺ 30
MIIU ⟺ 3110
etc.

É fácil. Claramente, essa superposição entre notações é uma transformação preservadora de informações; é como tocar a mesma melodia em dois instrumentos diferentes.

Examinemos agora uma derivação típica do sistema MIU, escrita simultaneamente em ambas as notações.

(1)	MI	—— axioma ——	31
(2)	MII	—— regra 2 ——	311
(3)	MIIII	—— regra 2 ——	31111
(4)	MUI	—— regra 3 ——	301
(5)	MUIU	—— regra 1 ——	3010
(6)	MUIUUIU	—— regra 2 ——	3010010
(7)	MUIIU	—— regra 4 ——	30110

A coluna da esquerda é obtida pela aplicação de nossas quatro regras tipográficas familiares. A coluna da direita também pode ser considerada como produto de um conjunto semelhante de regras tipográficas. Contudo, a coluna da direita tem uma natureza dual. Deixe-me explicar o que isso significa.

Ver as coisas tanto tipograficamente quanto aritmeticamente

Poderíamos dizer que a quinta série ("3010") proveio da quarta pela aposição de um "0" à direita; por outro lado, poderíamos igualmente considerar a transição como o resultado de uma operação *aritmética* – a multiplicação por 10, para ser exato. Quando os números naturais são escritos no sistema decimal, a multiplicação por 10 e a aposição de um "0" à direita são operações indistinguíveis. Podemos beneficiar-nos desse fato para escrever uma regra *aritmética* que corresponde à regra tipográfica I:

REGRA ARITMÉTICA Ia: Um número cuja expansão decimal termina à direita por "1" pode ser multiplicado por 10.

Podemos eliminar a referência aos símbolos na expansão decimal descrevendo aritmeticamente o último algarismo à direita.

REGRA ARITMÉTICA Ib: Um número cujo resto, quando dividido por 10, é 1, pode ser multiplicado por 10.

Ora, poderíamos ter permanecido com uma regra puramente tipográfica, tal como a seguinte:

REGRA TIPOGRÁFICA I: A partir de qualquer teorema cujo último símbolo à direita é "1", pode-se fazer um novo teorema pela aposição de "0" à direita desse "1".

O efeito seria o mesmo. Eis por que a coluna da direita tem uma "natureza dual": ela pode ser vista seja como uma sucessão de operações tipográficas que transformam um padrão de símbolos em outro, seja como uma sucessão de operações aritméticas que transformam uma grandeza em outra. Mas há importantes razões para que nos interessemos mais pela versão aritmética. Sair de um sistema puramente tipográfico para outro sistema tipográfico isomórfico não chega a ser algo excitante; mas sair de um domínio tipográfico para uma parte isomórfica da teoria dos números apresenta um certo tipo inexplorado de potencialidade. É como se alguém conhecesse partituras musicais durante a vida inteira, mas de maneira puramente visual – e, de repente, outra pessoa lhe apresentasse uma superposição entre as partituras musicais e os sons. Que grande novidade! É também como se alguém estivesse acostumado a ver formas em cadeia durante toda a vida, mas apenas como cadeias destituídas de sentido – e, de repente, outra pessoa lhe apresentasse a superposição entre cadeias e histórias. Que revelação! A descoberta da numeração Gödel já foi assemelhada à descoberta, por Descartes, do isomorfismo entre as curvas de um plano e as equações com duas variáveis: incrivelmente simples, depois de feito – e uma abertura para um mundo novo e amplo.

Antes de saltarmos às conclusões, todavia, talvez você desejasse ver uma descrição mais completa desse nível superior do isomorfismo. É um exercício muito bom. A idéia é a de termos uma regra aritmética cuja atuação fosse indistinguível da atuação de cada regra tipográfica do sistema MIU.

Abaixo é dada uma solução. Nas regras, m e k são números naturais arbitrários e n é qualquer número natural menor que 10^m.

REGRA 1: Se obtivemos $10m + 1$, então podemos obter $10 \times (10m + 1)$.

Exemplo: A passagem da linha 4 para a linha 5. Aqui, $m = 30$.

REGRA 2: Se obtivemos $3 \times 10^m + n$, então podemos obter $10^m \times (3 \times 10^m + n) + n$.

Exemplo: A passagem da linha 1 para a linha 2, em que tanto m quanto n são iguais a 1.

REGRA 3: Se obtivemos $k \times 10^{m+3} + 111 \times 10^m + n$, então podemos obter $k \times 10^{m+1} + n$.

Exemplo: A passagem da linha 3 para a linha 4. Aqui, m e n são iguais a 1 e k é 3.

REGRA 4: Se obtivemos $k \times 10^{m+2} + n$, então podemos obter $k \times 10^{m} + n$.

Exemplo: A passagem da linha 6 para a linha 7. Aqui, $m = 2$, $n = 10$ e $k = 301$.

Não nos esqueçamos de nosso axioma! Sem ele, não podemos ir a nenhum lugar. Por conseguinte, postulemos que:

Podemos obter 31.

Agora a coluna da direita pode ser vista como um processo aritmético desenvolvido totalmente em um novo sistema aritmético que poderíamos denominar *sistema 310*:

(1)	31	dado
(2)	311	regra 2 ($m = 1, n = 1$)
(3)	31111	regra 2 ($m = 2, n = 11$)
(4)	301	regra 3 ($m = 1, n = 1, k = 3$)
(5)	3010	regra 1 ($m = 30$)
(6)	3010010	regra 2 ($m = 3, n = 10$)
(7)	30110	regra 4 ($m = 2, n = 10, k = 301$)

Observe novamente que as regras de aumento e de diminuição permanecem sempre conosco neste "sistema 310"; elas foram simplesmente transpostas para o domínio dos números, de modo que os números de Gödel vão para cima e para baixo. Se você observar atentamente o que está ocorrendo, descobrirá que as regras não estão baseadas em nada mais profundo que a idéia de que o deslocamento de algarismos para a esquerda e para a direita em representações decimais relaciona-se a multiplicações e a divisões por potências de 10. Essa observação simples encontra sua generalização na seguinte.

PROPOSIÇÃO CENTRAL: Se houver uma regra tipográfica que diga como certos algarismos devem ser deslocados, modificados, eliminados ou inseridos em qualquer número representado decimalmente, então esta regra poderá ser igualmente bem representada por uma contrapartida aritmética que envolve operações aritméticas com potências de 10, assim como adições, subtrações e assim por diante.

De maneira mais breve:

As regras tipográficas para a manipulação de *numerais* são, na verdade, regras ariméticas para operações com *números*.

Essa observação simples está no âmago do método de Gödel e terá um efeito absolutamente devastador. Ela nos diz que, uma vez que tenhamos uma nu-

meração Gödel para qualquer sistema formal, podemos imediatamente formar um conjunto de regras aritméticas que completa o isomorfismo de Gödel. O resultado final é que podemos transferir o estudo de qualquer sistema formal – na verdade o estudo de *todos* os sistemas formais – para a teoria dos números.

Números produtíveis em MIU

Assim como qualquer conjunto de regras tipográficas gera um conjunto de teoremas, um conjunto correspondente de números naturais será gerado pela aplicação repetida de regras aritméticas. Esses *números produtíveis* desempenham dentro da teoria dos números o mesmo papel dos teoremas dentro de qualquer sistema formal. Evidentemente, números diferentes serão produtíveis dependendo das regras que sejam adotadas. Os "números produtíveis" só o são *com relação a um sistema* de regras aritméticas. Por exemplo, números como 31, 3010010, 3111 e assim por diante poderiam ser denominados números *produtíveis em MIU* – uma denominação desajeitada que poderia ser contraída para *números MIU*, a simbolizar o fato de que esses números são os que resultam quando se transcreve o sistema MIU para a teoria dos números, por meio da numeração Gödel. Se utilizássemos essa numeração para o sistema mg e, a seguir, "aritmetizássemos" suas regras, poderíamos denominar os números produtíveis "números mg" e assim por diante.

Note que os números produtíveis (em qualquer sistema dado) são definidos por um método recorrente: dados os números que se sabe serem produtíveis, dispomos de regras que nos dizem como produzir mais números produtíveis. Assim, a classe de números que se sabe serem produtíveis está em expansão constante, de maneira muito semelhante ao que ocorre com a lista dos números de Fibonacci, ou números Q. O conjunto dos números produtíveis de qualquer sistema é um *conjunto recorrentemente enumerável*. E o seu complemento – o conjunto de números não-produtíveis? Esse conjunto é sempre recorrentemente enumerável? Os números não-produtíveis compartilham alguma característica aritmética comum?

Esse é o tipo de questão que surge quando se transpõe o estudo de sistemas formais para a teoria dos números. Para cada sistema aritmetizado, pode-se perguntar: "Podemos caracterizar os números produtíveis de maneira simples?" "Podemos caracterizar os números *não*-produtíveis de maneira recorrentemente enumerável?" Estas são perguntas difíceis da teoria dos números. Dependendo do sistema que foi aritmetizado, tais perguntas podem revelar-se demasiado difíceis para que possamos resolvê-las. Mas se existe alguma esperança de resolver esses problemas, ela teria de estar no tipo usual de raciocínio passo a passo aplicado aos números naturais. E isso, evidentemente, foi abordado em sua quintessência no capítulo anterior. A todo parecer, a TNT dava a impressão

de haver captado todos os processos válidos de pensamento matemático em um sistema único e compacto.

Respostas a perguntas sobre números produtíveis pela consulta à TNT

Será possível, então, que o meio de responder a qualquer pergunta sobre qualquer sistema formal esteja dentro de um único sistema formal – a TNT? Parece plausível. Tomemos, por exemplo, esta pergunta:

MU é um teorema do sistema MIU?

Obter a resposta equivale a determinar se 30 é um número MIU ou não. Como se trata de uma afirmação da teoria dos números, poderíamos esperar que, após certo trabalho intenso, pudéssemos imaginar como traduzir a sentença "30 é um número MIU" para a notação da TNT, de maneira mais ou menos semelhante à que concebemos para traduzir outras sentenças da teoria dos números para a notação da TNT. Devo advertir imediatamente o leitor para o fato de que tal tradução, embora exista, é imensamente complexa. Talvez você se recorde de que no capítulo VIII assinalei que mesmo um predicado aritmético simples como "b é uma potência de 10" é muito difícil de codificar na notação da TNT – e o predicado "b é um número MIU" é muito mais complicado ainda! Contudo, pode ser logrado; e o numeral SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS0 pode ser utilizado em lugar de todo b. Isso resultará em uma cadeia MONstruosa da TNT, uma cadeia da TNT que fala do quebra-cabeça MU. Denominemos essa cadeia, portanto, "MUMON". Através de MUMON e de cadeias semelhantes, a TNT pode agora falar "em código" sobre o sistema MIU.

A natureza dual de MUMON

Para obtermos benefícios desta transformação peculiar da pergunta original, teríamos de buscar a resposta a uma nova pergunta:

MUMON é um teorema da TNT?

Tudo o que fizemos foi substituir uma cadeia relativamente curta (MU) por outra (a monstruosa MUMON) e um sistema formal simples (o sistema MIU) por outro complexo (a TNT). Não é provável que a resposta seja mais factível, embora a pergunta tenha sido reformulada. Com efeito, a TNT tem um grande número de regras de aumento e de diminuição e a pergunta reformulada tende a ser muito mais difícil que a original. Poder-se-ia mesmo dizer que enfocar MU

via MUMON é uma maneira intencionalmente tola de fazer as coisas. Contudo, MUMON pode ser tomada em mais de um nível.

Com efeito, esse é um ponto interessante: MUMON tem dois significados passivos diferentes. Em primeiro lugar, tem aquele dado anteriormente:

30 é um número MIU.

Mas, em segundo lugar, sabemos que essa afirmação se vincula (por meio de isomorfismo) à afirmação.

MU é um teorema do sistema MIU.

Portanto, podemos legitimamente citar este último como o segundo significado passivo de MUMON. Isso pode parecer muito estranho porque, afinal, MUMON não contém nada mais que sinais de mais, parênteses e demais símbolos – símbolos da TNT. Como pode, então, expressar qualquer afirmação de conteúdo não-aritmético?

O fato é que pode. Assim como uma única linha musical pode servir tanto como melodia quanto como harmonia em uma peça musical; assim como "BACH" pode ser interpretado tanto como um nome quanto como uma melodia; assim como uma sentença pode ser uma descrição estrutural adequada de uma obra de Escher, de uma seção de ADN, de uma música de Bach ou do diálogo em que a sentença está contida, assim também MUMON pode ser tomada (pelo menos) de duas maneiras diferentes. Este estado de coisas prevalece por causa de dois fatos:

Fato 1. Afirmações como "MU é um teorema" podem ser codificadas na teoria dos números através do isomorfismo de Gödel.

Fato 2. Afirmações da teoria dos números podem ser traduzidas para a TNT.

Poder-se-ia dizer que MUMON é, pelo fato 1, uma mensagem codificada em que os símbolos do código são, pelo fato 2, apenas símbolos da TNT.

Código e significado implícito

Ora, poder-se-ia objetar aqui que uma mensagem codificada, ao contrário de uma mensagem não-codificada, não expressa nada por si própria. Ela requer o conhecimento do código. Mas, na realidade, não existem mensagens não-codificadas. Há apenas mensagens escritas em códigos mais familiares e mensagens escritas em códigos menos familiares. Para que o significado de uma mensagem seja revelado, ele deve ser extraído do código por meio de algum tipo de mecanismo, ou isomorfismo. Pode ser difícil descobrir o método pelo qual a

decifração deve ser feita; mas uma vez descoberto tal método, a mensagem se torna transparente como a água. Quando um código é bastante familiar, ele deixa de aparecer como código; tende-se a esquecer que existe um mecanismo decifrador. A mensagem é identificada com seu significado.

Aqui temos um caso em que a identificação entre mensagem e significado é tão forte que se torna difícil conceber um significado alternativo que resida nos mesmos símbolos. Especificamente, os símbolos da TNT nos encaminham a um tal preconceito no sentido de perceber significados da teoria dos números (e *apenas* significados da teoria dos números) nas cadeias da TNT, que conceber certas cadeias da TNT como afirmações a respeito do sistema MIU é bastante difícil. Não obstante, o isomorfismo de Gödel obriga-nos a reconhecer este segundo nível de significado em certas cadeias da TNT.

Decifrada da maneira mais familiar, MUMON encerra a mensagem:

30 é um número MIU.

Esta é uma afirmação da teoria dos números, obtida por meio da interpretação de cada símbolo da maneira convencional.

Mas ao descobrir a numeração Gödel e todo o isomorfismo construído sobre ela, em certo sentido deciframos um código em que mensagens a respeito do sistema MIU são escritas em cadeias da TNT. O isomorfismo de Gödel é um novo revelador de informações, assim como também o eram as decifrações de textos antigos. Decifrada por meio desse mecanismo novo e menos familiar, MUMON encerra a mensagem:

MU é um teorema do sistema MIU.

A moral da história já nos é conhecida: esse significado é um subproduto automático de nosso reconhecimento de qualquer isomorfismo; por conseguinte, há pelo menos dois significados passivos de MUMON – e talvez mais!

O bumerangue: a numeração Gödel na TNT

Evidentemente, as coisas não param aí. Apenas começamos a nos dar conta da potencialidade do isomorfismo de Gödel. O truque natural a recorrer seria o de fazer voltar para ela própria a capacidade da TNT de espelhar outros sistemas formais, assim como a Tartaruga voltou os toca-discos do Caranguejo contra eles próprios e como a taça G voltou-se contra si própria, destruindo-se. Para fazer isso, teremos de aplicar a numeração Gödel à própria TNT, como fizemos com relação ao sistema MIU, e, a seguir, "aritmetizar" suas regras de inferência. A aplicação da numeração Gödel é fácil. Poderíamos fazer, por exemplo, a seguinte correspondência:

Símbolo	*Códon*	*Justificativa mnemônica*	
0	666	Número da Besta para o Zero Misterioso	
S	123	Sucessão: 1, 2, 3, ...	
=	111	Semelhança visual, posta lateralmente	
+	112	1 + 1 = 2	
·	236	2 x 3 = 6	
(	362	termina em 2	
)	323	termina em 3	
<	212	termina em 2	estes três pares
>	213	termina em 3	compõem um padrão
[	312	termina em 2	
]	313	termina em 3	
a	262	oposto a ∀(626)	
'	163	163 é primo	
∧	161	"∧" é um "gráfico" da série 1-6-1	
∨	616	"∨" é um "gráfico" da série 6-1-6	
⊃	633	6 "implica" 3 e 3 em certo sentido ...	
~	223	2 + 2 *não* são 3	
∃	333	"E" parece-se com "3"	
∀	626	oposto a a; também é um "gráfico" 6-2-6	
:	636	dois pontos, dois seis	
pont.	611	número especial, código telefônico de Frankfurt	

Cada símbolo da TNT está equiparado a uma trinca composta dos algarismos 1, 2, 3 e 6, de maneira escolhida por valor mnemônico. Denominarei cada trinca de algarismos um *códon Gödel*, ou simplesmente *códon*. Observe que não atribuí códons a b, c, d ou e; estamos empregando a TNT austera. Há uma motivação oculta para isso, sobre a qual falaremos no capítulo XVI. Explicarei o último símbolo, "pontuação", no capítulo XIV.

Agora podemos reescrever qualquer cadeia ou regra da TNT de maneira nova. Aqui está, por exemplo, o axioma 1 nas duas notações, a mais antiga abaixo da mais nova:

626,262,636,223,123,262,111,666
∀ a : ~ S a = 0

A convenção de separar cada três algarismos, neste caso com uma vírgula, coincide com nossos códons, isolando-os para uma leitura mais "fácil".

Aqui está a Regra de Destacamento na nova notação:

REGRA: Se x e 212x633y213 são teoremas, então y é um teorema.

Finalmente, aqui está uma derivação inteira, tomada do último capítulo, feita na TNT austera e também transcrita para a nova notação:

626,262,636,626,262,163,636,362,262,112,123,262,163,323,111,123,362,262,112,262,163,323 axioma 3
∀ a : ∀ a ' : (a + S a ') = S (a + a ')

626,262,163,636,362,123,666,112,123,262,163,323,111,123, 362,123,666,112,262,163,323 especificação
∀ a ' : (S 0 + S a ') = S (S 0 + a ')

362,123,666,112,123,666,323,111,123,362,123,666,112,666,323 especificação
(S 0 + S 0) = S (S 0 + 0)

626,262,636,362,262,112,666,323,111,262 axioma 2
∀ a : (a + 0) = a

362,123,666,112,666,323,111,123,666 especificação
(S 0 + 0) = S 0

123,362,123,666,112,666,323,111,123,123,666 inserção de "123"
S (S 0 + 0) = S S 0

362,123,666,112,123,666,323,111,123,123,666 transitividade

(S 0 + S 0) = S S 0

Observe que modifiquei o nome da regra "Acréscimo de S" para "Inserção de '123'", uma vez que esta é a operação tipográfica que ela agora legitima.

Essa nova notação tem uma característica bastante estranha. Perde-se todo o sentido de significado; mas se você estivesse acostumado com ela desde criança, poderia ler as cadeias nessa notação com tanta facilidade como se estivesse escrita em TNT. Você seria capaz de olhar e distinguir instantaneamente as fórmulas bem formadas das malformadas. Naturalmente, você pensaria nesta operação, por ser tão visual, como uma operação tipográfica – mas, ao mesmo tempo, selecionar *fórmulas* bem formadas nesta notação é selecionar uma classe especial de *números inteiros*, que têm uma definição aritmética também.

E a "aritmetização" das regras de inferência? Do jeito que as coisas estão, elas ainda são regras tipográficas. Mas espere: de acordo com a proposição central, uma regra tipográfica é realmente equivalente a uma regra aritmética. A inserção e a movimentação de algarismos em números representados decimalmente é uma operação *aritmética*, que pode ser realizada tipograficamente. Assim como acrescentar "0" ao final é exatamente o mesmo que multiplicar por 10, assim também cada regra é uma maneira condensada de escrever uma operação aritmética confusa. Por conseguinte, em certo sentido, sequer precisamos buscar regras aritméticas equivalentes porque todas as regras *já* são aritméticas.

Números TNT: um conjunto recorrentemente enumerável de números

Vista dessa maneira, a derivação precedente do teorema "362,123,666,112,123,666,323,111,123,123,666" é uma série de transformações altamente revolventes na teoria dos números, cada uma das quais age sobre um ou mais números-insumo e produz um número-resultado, o qual é, como antes, denominado *número produtível*, ou, para ser mais específico, *número TNT*. Algumas das regras aritméticas tomam um número TNT antigo e o *aumentam* de modo peculiar para produzir um novo número TNT; algumas tomam um número TNT antigo e o *diminuem*; outras regras tomam dois números TNT, operam sobre eles da mesma maneira estranha e combinam os resultados em um novo número TNT – e assim por diante. E em vez de começar com apenas um número TNT conhecido, temos *cinco* números TNT iniciais – um para cada axioma (austero), logicamente! A TNT aritmetizada é, na verdade, extremamente similar ao sistema MIU aritmetizado, mas tem mais regras e axiomas, e escrever equivalentes ariméticos explicitamente seria uma grande amolação – e seria também bastante desesclarecedor, a propósito. Se você acompanhou como isso foi feito com relação ao sistema MIU, não deve ter dúvidas de que a situação aqui é bem semelhante.

Há um novo enunciado da Teoria dos Números trazido à luz por esta "gödelização" da TNT:

a é um número TNT.

Por exemplo, sabemos, pela derivação precedente, que 362,123,666,112,123,666,323,111,123,123,666 *é* um número TNT, enquanto que, por outro lado, presumivelmente, 123,666,111,666 *não* é um número TNT.

Ora, ocorre-nos que esse novo enunciado da teoria dos números é *expressável* por meio de alguma cadeia da TNT com uma variável livre, digamos a. Poderíamos colocar um til à frente e essa cadeia expressaria a noção complementar:

a não é um número TNT.

Ora, se substituíssemos todas as ocorrências de a nessa segunda cadeia pelo numeral TNT para 123,666,111,666 – numeral que conteria exatamente 123,666,111,666 Ss, demasiado longo para ser escrito –, teríamos uma cadeia da TNT que, tal como MUMON, poderia ser interpretada em dois níveis. Em primeiro lugar, tal cadeia diria:

123,666,111,666 não é um número TNT.

Mas, em virtude do isomorfismo que liga os números TNT aos teoremas da TNT, haveria um significado de segundo nível para essa cadeia que é:

SO = O não é um teorema da TNT.

A TNT tenta engolir a si própria

Este inesperado duplo sentido demonstra que a TNT contém cadeias que falam a respeito de outras cadeias da TNT. Em outras palavras, a metalinguagem com a qual nós, do lado de fora, podemos falar a respeito da TNT é, pelo menos parcialmente, imitada *dentro* da própria TNT. E esta não é uma característica acidental da TNT; ela ocorre porque a arquitetura de qualquer sistema formal pode ser refletida no interior de N (a teoria dos números). É um aspecto tão inevitável da TNT quanto o são as vibrações induzidas em um toca-discos quando ele toca um disco. Parece como se as vibrações devessem provir do mundo exterior – de crianças que saltam ou bolas que pulam, por exemplo; mas um efeito colateral da produção de sons – e um efeito inevitável – é o de que eles envolvem e fazem vibrar o próprio mecanismo que os produz. Não se trata de acidente; é um efeito colateral que não pode ser abolido. Está na natureza dos toca-discos. E está na natureza de qualquer formalização da teoria dos números que sua metalinguagem se contenha dentro dela.

Podemos tornar mais digna essa observação denominando-a *Dogma central da lógica matemática* e descrevendo-a em um diagrama de dois passos:

TNT ⇒ N ⇒ meta-TNT

Em palavras: uma cadeia da TNT tem uma interpretação em N; e uma interpretação de N pode ter um segundo sentido como uma afirmação a respeito da TNT.

G: uma cadeia que fala sobre si mesma em código

Isso é fascinante e, no entanto, é apenas metade da história. O resto dela envolve uma intensificação da auto-referência. Estamos agora no estágio em que a Tartaruga estava quando concebeu que se podia fazer um disco que fizesse quebrar-se o toca-discos que o tocasse – mas agora a pergunta é: "Dado um toca-discos, como se pode determinar o que o disco deve conter?" Esta é uma questão complicada.

Queremos encontrar uma cadeia da TNT – que denominaremos "G" – que se refira *a si mesma*, no sentido de que um de seus significados passivos seja uma sentença a respeito de G. Em particular, o significado passivo será:

"G não é um teorema da TNT".

Devo logo acrescentar que G tem também um significado passivo, que é uma *afirmação da teoria dos números*; assim como MUMON, ela é passível de ser construída de (pelo menos) duas maneiras diferentes. O importante é que cada significado passivo é válido e útil e não põe em dúvida, de modo algum, o outro significado passivo. (O fato de que um toca-discos em ação possa induzir vibrações em si próprio e no disco não diminui, de modo algum, o fato de que tais vibrações sejam sons musicais.)

A existência de G é o que torna a TNT incompleta

O engenhoso método de criação de G e alguns conceitos importantes relativos à TNT serão desenvolvidos nos capítulos XIII e XIV; por enquanto, será interessante apenas vislumbrar, de modo algo superficial, as conseqüências de havermos encontrado um elemento auto-referente da TNT. Quem sabe? Poderia explodir! Em certo sentido, fá-lo. Focalizemos a pergunta óbvia:

G é um teorema da TNT, ou não?

Tratemos de formar nossa *própria* opinião a respeito, em vez de depender da opinião de G a respeito dela própria. Afinal de contas, a compreensão de G a respeito dela própria pode não ser melhor que a de um mestre de zen a respeito dele próprio. Tal como MUMON, G pode expressar uma falsidade. Tal como MU, G pode ser um não-teorema. Não precisamos acreditar em todas as cadeias possíveis da TNT – apenas em seus teoremas. Utilizemos agora nosso poder de raciocínio para esclarecer a questão da melhor maneira possível no estágio atual das coisas.

Enunciaremos nossa premissa habitual: que a TNT incorpora métodos válidos de raciocínio e, por conseguinte, que a TNT nunca tem falsidades como teoremas. Em outras palavras, qualquer coisa que seja um teorema da TNT expressa uma verdade. Portanto, se G fosse um teorema, expressaria uma verdade, qual seja: "G não é um teorema". A força total de sua auto-referência nos atinge. Sendo um teorema, G teria de ser uma falsidade. Mantendo nossa premissa de que a TNT nunca tem falsidades como teoremas, seríamos forçados a concluir que G *não é um teorema*. Isso está muito bem, mas nos deixa com um problema menor. Sabendo que G não é um teorema, teríamos de admitir que G expressa uma verdade. Aqui está uma situação em que a TNT não fica à altura de nossas expectativas – encontramos uma cadeia que expressa uma afirmação verdadeira e, no entanto, a cadeia não é um teorema. E em nossa perplexidade, não devemos perder de vista o fato de que G também tem uma interpretação aritmética – o que nos permite resumir nossas conclusões da seguinte maneira:

Uma cadeia da TNT foi encontrada; ela expressa, de maneira não ambígua, uma afirmação a respeito de certas propriedades aritméticas

dos números naturais; além disso, raciocinando fora do sistema, podemos determinar não apenas que a afirmação é verdadeira, mas também que a cadeia não se enquadra entre os teoremas da TNT. E, por conseguinte, se perguntarmos à TNT se a afirmação é verdadeira, ela não nos responderá nem sim, nem não.

O cordão da Tartaruga na *Oferenda MU* será o análogo de G? Não é bem assim. O análogo do cordão da Tartaruga é ~G. E por que é assim? Bem, pensemos por um momento a respeito do que~G nos diz. G nos diz: "G não é um teorema da TNT"; por conseguinte,~G terá de dizer: "G é um teorema". Poderíamos reformular tanto G quanto ~G da seguinte maneira:

G: "Eu não sou um teorema (da TNT)".
~G: "Minha negação é um teorema (da TNT)".

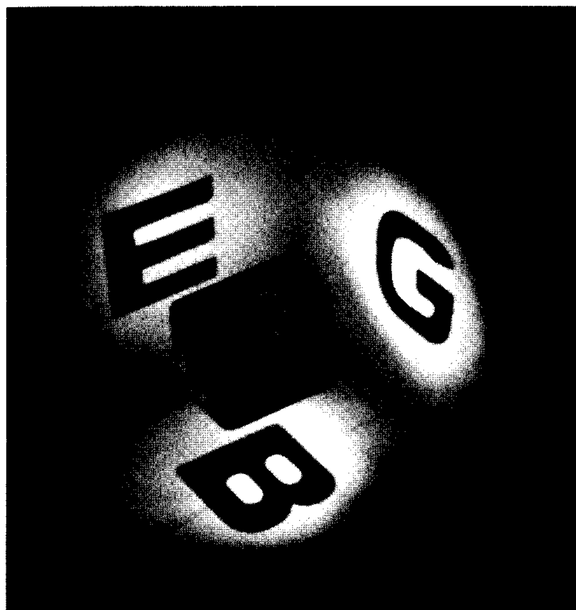
É ~G que é paralela ao cordão da Tartaruga, pois aquele cordão não falava a respeito de si próprio, mas sim a respeito do cordão que a Tartaruga ofereceu, em primeiro lugar, a Aquiles – o qual tinha um nó demais (ou um nó de menos, conforme a maneira como você vê).

Mumon tem a última palavra

Mumon penetrou no Mistério do Ultraindecidível com maior clareza que ninguém em seu conciso poema a respeito do MU de Joshu:

Um cachorro tem natureza de Buda?
Esta é a pergunta mais séria de todas.
Se você disser sim ou não,
perderá sua própria natureza de Buda.

PARTE II



Prelúdio...

Aquiles e a Tartaruga foram à residência de seu amigo o Caranguejo para conhecer um dos amigos deste, o Tamanduá. Após as apresentações, os quatro se sentam para tomar chá.

Tartaruga: Trouxemos algo para você, Sr. Caranguejo.
Caranguejo: Ora, que gentileza. Não precisavam incomodar-se.
Tartaruga: É apenas um símbolo de nossa estima. Aquiles, você o entregaria ao Sr. C?
Aquiles: Claro. Tudo de bom, Sr. Caranguejo. Espero que você goste.

(Aquiles passa ao Caranguejo um presente elegantemente embrulhado, quadrado e bastante fino. O Caranguejo começa a desembrulhá-lo.)

Tamanduá: O que será?
Caranguejo: Já vamos saber. *(Acaba de desembrulhar e retira o presente.)* Dois discos! Que bom! Mas eles não têm etiquetas. Epa – será que é uma outra de suas "especialidades", Sr. T?
Tartaruga: Se você está pensando em um quebrador de toca-discos, desta vez não é. Mas, na verdade, são discos feitos por encomenda, os únicos desse tipo em todo o mundo. Inclusive, nunca foram ouvidos antes – exceto, é claro, quando Bach tocou.
Caranguejo: Quando Bach tocou? O que é que você quer dizer com isso?
Aquiles: Ah, Sr. Caranguejo, você vai ficar incrivelmente entusiasmado quando o Sr. T lhe disser o que esses discos são na realidade.
Tartaruga: Continue, Aquiles, diga-lhe você mesmo.
Aquiles: Posso? Puxa! É melhor, então, eu consultar minhas notas. *(Apanha uma pequena ficha e conserta a garganta.)* Ahem. Vocês gostariam de que eu lhes falasse o notável resultado recente da matemática ao qual seus discos devem a existência?
Caranguejo: Meus discos derivam de um resultado matemático? Que curioso! Bem, agora que você provocou minha curiosidade, tenho de saber.
Aquiles: Então, muito bem. *(Faz uma pequena pausa para tomar o chá e continua.)* Vocês já ouviram falar do infame "Último Teorema", de Fermat?
Tamanduá: Humm, não sei... parece-me algo familiar, mas não consigo identificá-lo bem.
Aquiles: É uma idéia muito simples. Pierre de Fermat, advogado por vocação,

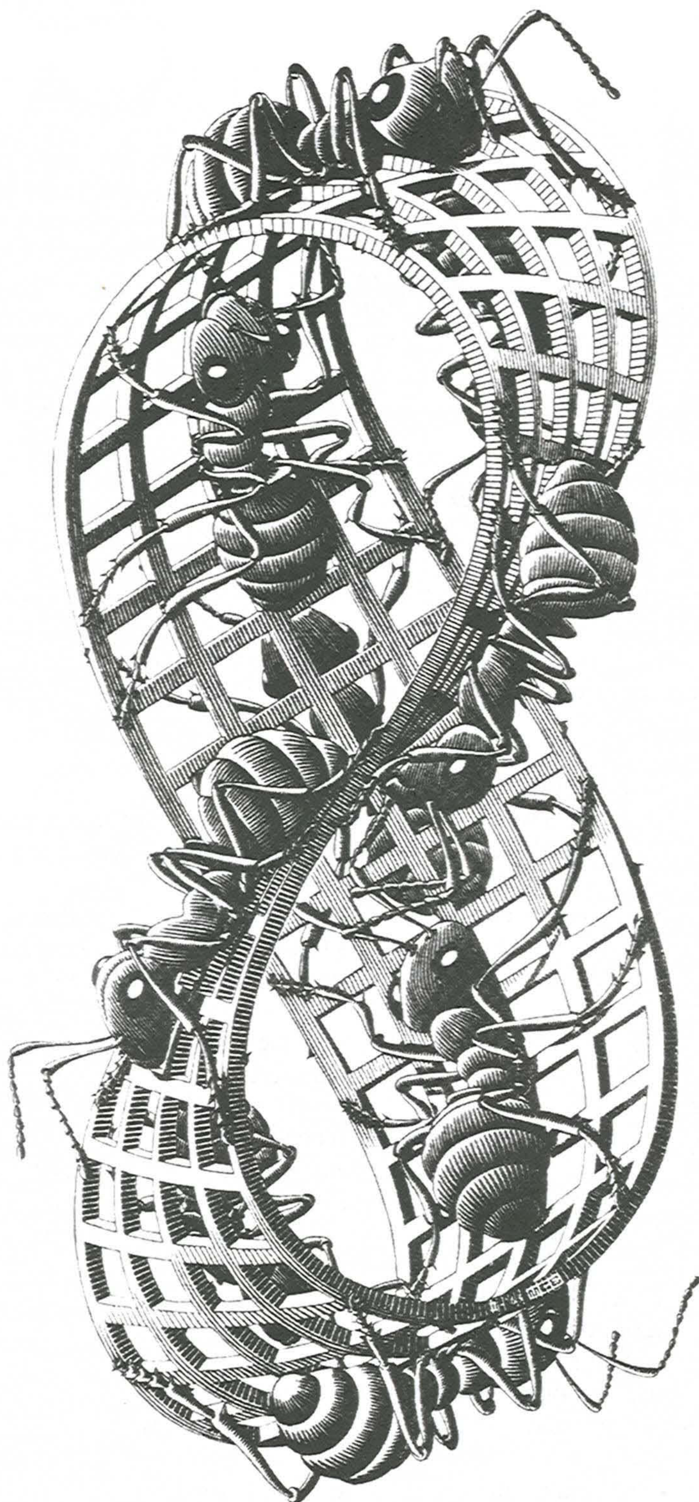


FIGURA 54. Möbius strip II (Fita de Möbius II), *por M.C. Escher (xilogravura, 1963)*

mas matemático por paixão, estava lendo o texto clássico da *Arithmetica* de Diofanto quando deparou com uma página que continha a equação:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Imediatamente, percebeu que essa equação tem um número infinitamente grande de soluções para a, b e c e escreveu à margem da página o seguinte célebre comentário:

A equação

$$a^n + b^n = c^n$$

> tem soluções para números inteiros e positivos a, b, c e n apenas quando n = 2 (caso em que há um número infinitamente grande de tercetos a, b e c que satisfazem a equação); mas não há soluções para n < 2. Descobri uma demonstração verdadeiramente maravilhosa para essa afirmação, mas, infelizmente, ela não cabe nesta margem de página.

A partir desse dia, que data de cerca de trezentos anos atrás, os matemáticos têm tentado em vão fazer uma destas duas coisas: ou corroborar a afirmação de Fermat, restaurando, assim, sua reputação que, embora ainda alta, ficou algo abalada pelos céticos que acham que ele nunca encontrou, na verdade, a demonstração que alega ter descoberto, ou então refutar a afirmação, encontrando um contra-exemplo: um conjunto de quatro números inteiros, a, b, c e n, com n > 2 que satisfaça a equação. Até bem pouco tempo atrás, todas as tentativas em ambas as direções resultaram em fracasso. Na verdade, o teorema já foi comprovado para muitos valores específicos de n – em particular, para todos os n até 125.000.

Tamanduá: Se ele não recebeu nunca uma demonstração apropriada, não deveria ser denominado "conjectura", em vez de "teorema"?

Aquiles: Estritamente falando, você está certo, mas a tradição manteve as coisas assim.

Caranguejo: E alguém finalmente conseguiu resolver essa questão tão famosa?

Aquiles: Sim senhor! Com efeito, o Sr. Tartaruga o fez, e, como de hábito, por meio de um golpe de esperteza. Ele não só encontrou a DEMONSTRAÇÃO do Último Teorema de Fermat (justificando, assim, seu nome e reabilitando Fermat), mas também um CONTRA-EXEMPLO, mostrando, assim, que os céticos tiveram boa intuição!

Caranguejo: Nossa mãe! Mas essa é uma descoberta revolucionária.

Tamanduá: Por favor, acabem com nossa ansiedade. Que números mágicos são esses que satisfazem a equação de Fermat? Estou curioso, sobretudo, para saber o valor de n.

Aquiles: Oh, que horror! Estou muito desapontado! Vocês acreditam? Deixei os valores em casa, em um pedaço de papel verdadeiramente colossal. Infe-



FIGURA 55. Pierre de Fermat

lizmente, ele era grande demais para que eu pudesse trazê-lo. Gostaria de ter os valores aqui para mostrá-los a vocês. Se isso os ajudar em algo, posso dizer-lhes que o valor de n é o único número inteiro positivo que não aparece nunca na fração contínua de π.

Caranguejo: Que pena que o papel não está aqui. Mas não há razão para duvidar do que você nos disse.

Tamanduá: Afinal, para que escrever n em decimais? Aquiles já nos disse como encontrá-lo. Bem, Sr. T, por favor aceite minhas sinceras felicitações por ocasião de sua descoberta que marcará época!

Tartaruga: Obrigado, mas eu acho que mais importante que o resultado em si mesmo é o fim prático ao qual meu resultado levou de imediato.

Caranguejo: Estou louco para ouvir. Sempre pensei na teoria dos números como a Rainha da Matemática – o ramo mais puro da matemática – o único ramo da matemática que não tem NENHUMA aplicação!

Tartaruga: Você não é o único a acreditar nisso, mas na verdade é praticamente impossível fazer uma afirmação genérica como essa a respeito de quando ou como algum ramo da matemática pura – ou mesmo algum teorema – alcançará repercussões importantes fora da matemática. Isso é, por assim dizer, imprevisível – e este caso é um exemplo perfeito de tal fenômeno.

Aquiles: O resultado de dois gumes do Sr. Tartaruga produziu um salto no campo da recuperação acústica!

Tamanduá: O que é recuperação acústica?

Aquiles: O nome está dizendo: é a recuperação de informações acústicas a partir de fontes extremamente complexas. Uma função típica da recuperação

acústica é a reconstrução do som produzido por uma pedra ao se projetar em um lago a partir das ondulações que se propagam na superfície da água.

Caranguejo: Mas isso parece praticamente impossível!

Aquiles: Mas não é. Na verdade, é bastante semelhante ao que o cérebro faz ao reconstruir o som produzido pelas cordas vocais de outra pessoa a partir das vibrações transmitidas pelo tímpano às fibras do caracol.

Caranguejo: Está bem, mas ainda não vejo como é que a teoria dos números entra na jogada, nem o que é que tudo isso tem a ver com os meus discos.

Aquiles: Bem, na matemática da recuperação acústica surgem muitas questões que têm a ver com o número de soluções de certas equações de Diofanto. Há anos que o Sr. T vem tentando encontrar uma maneira de reconstruir os sons emitidos por Bach ao tocar o cravo, o que ocorreu há mais de duzentos anos, a partir de cálculos que envolvem os movimentos de todas as moléculas da atmosfera no presente.

Tamanduá: Isso é evidentemente impossível! É impossível reconstruir esses movimentos. O som de Bach está perdido, irremediavelmente e para sempre!

Aquiles: Assim pensam os ingênuos... Mas o Sr. T dedicou muitos anos a esse problema e chegou à conclusão de que tudo depende do número de soluções para a equação

$$a^n + b^n = c^n$$

em números inteiros positivos, com $n > 2$.

Tartaruga: Eu poderia, evidentemente, explicar como é que essa equação surge, mas tenho certeza de que seria aborrecido para vocês.

Aquiles: Acontece que a teoria da recuperação acústica prevê que os sons de Bach podem ser recuperados a partir do movimento de todas as moléculas da atmosfera, contanto que OU exista pelo menos uma solução para a equação...

Caranguejo: Incrível!

Tamanduá: Fantástico!

Tartaruga: Quem teria pensado!

Aquiles: Eu estava dizendo, "contanto que OU exista tal solução, OU uma demonstração de que NÃO há solução!" E, por conseguinte, o Sr. T, agindo com todo cuidado, pôs-se a trabalhar em ambos os lados do problema simultaneamente. Com efeito, a descoberta do contra-exemplo foi o ingrediente-chave para o encontro da demonstração. Um levou diretamente ao outro.

Caranguejo: Como pode ser!

Tartaruga: Foi o seguinte: eu descobrira que o aspecto estrutural de qualquer demonstração do Último Teorema de Fermat – se é que havia alguma – podia ser descrito por meio de uma fórmula elegante, a qual, por coincidência, dependia dos valores de uma solução para certa equação. Quando descobri essa segunda equação, verifiquei, para minha surpresa, que se tratava da equação de Fermat. Um relacionamento acidental e divertido en-

tre forma e conteúdo. Assim, quando encontrei o contra-exemplo, tudo o que eu tinha a fazer era usar esses números como modelo para a construção de minha demonstração de que não havia soluções para a equação. Notavelmente simples, quando se pensa a respeito. Não consigo imaginar como é que ninguém encontrou o resultado antes.

Aquiles: Em conseqüência desse êxito matemático inesperado e fértil, o Sr. T pôde executar a recuperação acústica com que há tanto sonhava. E o presente para o Sr. Caranguejo representa uma realização palpável de todo esse trabalho abstrato.

Caranguejo: Não me diga que é uma gravação de Bach tocando suas próprias obras para cravo!

Aquiles: Sinto muito, mas tenho de dizê-lo, pois é exatamente disso que se trata! Este é um álbum duplo de Johann Sebastian Bach tocando integralmente o *Cravo bem temperado*. Cada disco contém um dos dois volumes do *Cravo bem temperado*; ou seja, cada disco contém vinte e quatro prelúdios e fugas, cada qual em um dos doze tons maiores e menores.

Caranguejo: Bem, e o que é que estamos esperando para tocar estes inestimáveis discos! E como poderei dizer-lhes quão grato estou?

Tartaruga: Você já nos expressou sua gratidão com sobras com este chá delicioso que preparou.

(O Caranguejo tira um dos discos da capa e coloca-o no toca-discos. O som de um cravo tocado com incrível maestria inunda a sala com a maior fidelidade que se pode imaginar. Pode-se mesmo ouvir – ou será imaginação? – os sons suaves de Bach cantando para si mesmo enquanto toca...)

Caranguejo: Algum de vocês gostaria de acompanhar a música com a partitura? Tenho uma edição única do *Cravo bem temperado*, especialmente ilustrada por um professor meu que é também um calígrafo excepcional.

Tartaruga: Eu teria muito prazer.

(O Caranguejo dirige-se a sua elegante estante de madeira com portas de vidro, abre-a e retira dois grandes volumes.)

Caranguejo: Aqui está, Sr. Tartaruga. Nunca cheguei a ver todas as belas ilustrações desta edição. Talvez seu presente venha a proporcionar-me o ímpeto necessário para que eu o faça.

Tartaruga: Assim espero.

Tamanduá: Vocês notaram que, nestas peças, o prelúdio sempre dá o clima perfeito para a fuga que se segue?

Caranguejo: Sim. Embora seja difícil expressar com palavras, existe sempre uma relação sutil entre ambos. Mesmo que o prelúdio e a fuga não tenham um

tema melódico comum, sempre há um aspecto abstrato e intangível subjacente a ambos, que os une com muito vigor.

Tartaruga: E os poucos momentos de silêncio que ocorrem entre cada prelúdio e cada fuga têm sempre algo de dramático – o momento em que o tema da fuga está prestes a começar, em notas isoladas, unindo-se depois consigo mesmo em níveis cada vez mais complexos de harmonia fina e incomum.

Aquiles: Entendo bem o que você quer dizer. Há tantos prelúdios e fugas que eu ainda não conheço e, para mim, esse curto interlúdio de silêncio é muito excitante; é quando eu tento adivinhar o pensamento do velho Bach. Por exemplo, sempre me pergunto qual será o andamento da fuga: alegro ou adágio? Será 6/8 ou 4/4? Terá três vozes ou cinco – ou quatro? E então começa a primeira voz... Que momento delicioso.

Caranguejo: É verdade... como eu me lembro dos tempos já tão distantes da minha juventude, os dias em que eu me emocionava com cada novo prelúdio, com cada fuga diferente, cheio de entusiasmo por sua novidade e beleza e pelas muitas surpresas que eles escondem.

Aquiles: E agora? A emoção foi embora?

Caranguejo: Foi superada pela familiaridade, como acontece com todas as emoções fortes. Mas nessa familiaridade existe também um tipo de profundidade que oferece suas próprias compensações. Por exemplo, eu percebo sempre surpresas novas, que não tinha notado antes.

Aquiles: Ocorrências do tema em que você não se concentrara?

Caranguejo: Talvez – especialmente quando ele fica invertido e escondido entre diversas outras vozes, ou quando ele parece vir às carreiras, das profundezas de algum lugar inesperado. Mas existem também modulações fantásticas que é bom escutar sempre de novo, pensando em como o velho Bach as imaginou.

Aquiles: Fico feliz em ouvir que há algo mais a esperar, depois de experimentar o fascínio da apresentação do *Cravo bem temperado* – mas também me dá uma certa tristeza saber que esta fase não pode durar para sempre.

Caranguejo: Não, você não deve temer que a fascinação desapareça por inteiro. Um das boas coisas dessas emoções fortes da juventude é que elas podem sempre ser ressuscitadas, mesmo quando você crê que elas estejam definitivamente mortas. Basta que ocorra o tipo correto de mecanismo acionador externo.

Aquiles: É mesmo? Como o que, por exemplo?

Caranguejo: Como ouvir, por assim dizer, com os ouvidos de alguém para quem essa seja uma experiência totalmente nova – alguém como você, Aquiles. De algum modo, a sua emoção é transmitida e eu também a posso sentir novamente.

Aquiles: É intrigante. A emoção permaneceu adormecida dentro de você, mas você não pode, sozinho, pescá-la de dentro do seu subconsciente.

Caranguejo: Exatamente. O potencial para reviver a emoção está "codificado", de um modo desconhecido, na estrutura do meu cérebro, mas eu não te-

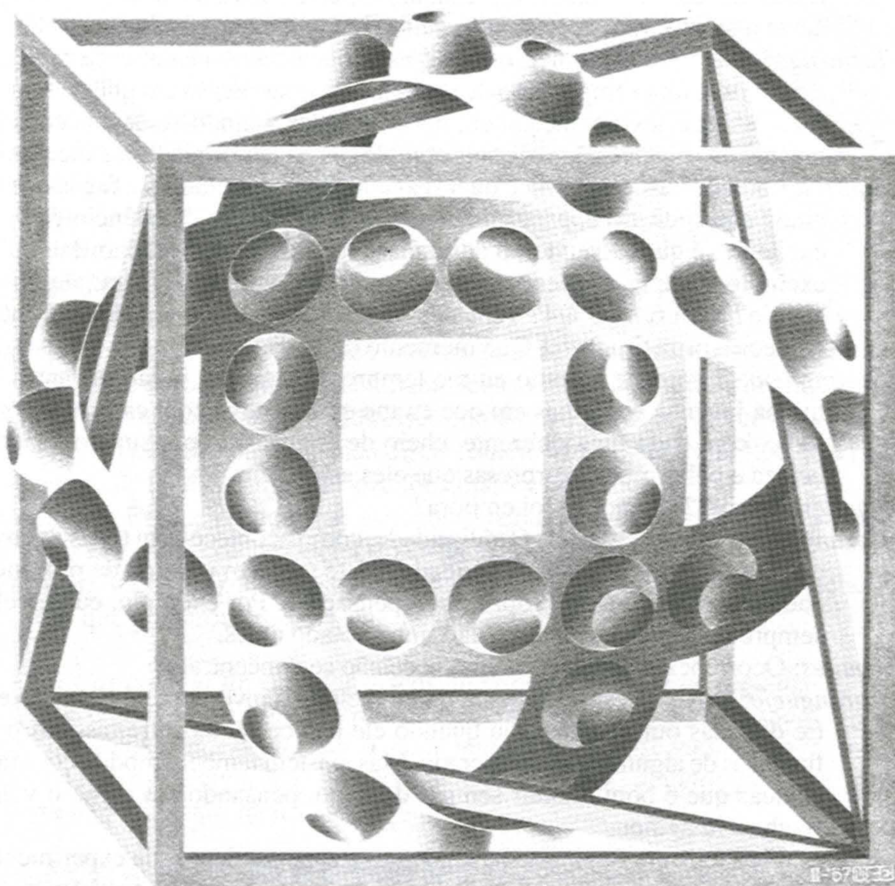


FIGURA 56. Cube with magic ribbons (Cubo com fitas mágicas), *por M.C. Escher (litografia, 1957)*

nho o poder de convocá-lo só pela minha vontade; tenho de esperar por uma circunstância acidental que o acione.

Aquiles: Eu tenho uma pergunta a respeito das fugas que me dá um certo constrangimento fazer. Mas como sou um novato na apreciação do gênero, talvez um de vocês, experimentados ouvintes de fugas, pudesse ajudar-me a entender.

Tartaruga: Eu, por certo, gostaria de oferecer meus parcos conhecimentos, se é que eles podem ser úteis.

Aquiles: Ah, obrigado. Deixe-me chegar à pergunta de um certo ângulo. Você conhece bem a gravura denominada *Cube with magic ribbons* (Cubo com fitas mágicas), de M. C. Escher?

Tartaruga: Aquela que tem faixas circulares, com distorções como bolhas que, assim que você as interpreta como ressaltos, mostram-se como covas – e vice-versa?

Aquiles: Exatamente.

Caranguejo: Eu me lembro da imagem. As bolhinhas sempre parecem oscilar entre o côncavo e o convexo, dependendo da direção a partir da qual você as olha. Não há maneira de vê-las simultaneamente como côncavas e convexas – de algum modo o cérebro não permite isso. Há dois "modos" mutuamente excludentes para perceber as bolhas.

Aquiles: Assim é. Bem, eu acho que descobri dois modos análogos para ouvir uma fuga. Os modos são os seguintes: ou acompanhar uma voz de cada vez, ou escutar o efeito total de todas elas juntas, sem tentar desentrelaçá-las. Experimentei os dois modos e, para minha frustração, um parece cancelar o outro. Está simplesmente fora do meu poder acompanhar os caminhos das vozes individualmente e, ao mesmo tempo, escutar o efeito total. Fico oscilando entre um modo e o outro, em um processo mais ou menos espontâneo e involuntário.

Tamanduá: Assim como quando você olha para as faixas mágicas, não é?

Aquiles: É. Eu estava pensando... essa descrição dos dois modos de escutar uma fuga coloca-me irrevogavelmente no rol dos ouvintes ingênuos e inexperientes que não chegam sequer a intuir os modos mais profundos de percepção que estão além do seu alcance?

Tartaruga: De modo algum, Aquiles. Eu só posso falar por mim próprio, mas também fico oscilando de um modo para o outro, sem exercer nenhum controle consciente sobre qual dos dois modos deve ser o dominante. Não sei se os nossos companheiros também experimentam algo assim.

Caranguejo: Claro que sim. É um fenômeno tantalizante, porque você sente que a essência da fuga passa esvoaçante por você, sem que você consiga aprisioná-la, uma vez que não consegue funcionar nos dois modos ao mesmo tempo.

Tamanduá: As fugas têm essa propriedade interessante de que cada uma das vozes é uma peça musical em si mesma; assim se pode conceber uma fuga como um conjunto de diversas peças musicais distintas, todas baseadas em um único tema e tocadas simultaneamente. E compete ao ouvinte (ou a seu subconsciente) decidir se ela deve ser percebida como uma unidade ou como um conjunto de partes independentes que se harmonizam entre si.

Aquiles: Você diz que as partes são "independentes", mas isso não pode ser literalmente verdadeiro. Existe também uma coordenação entre elas, pois, do contrário, quando elas fossem executadas em conjunto, resultaria apenas um choque assistemático de tons – e isso está a uma distância enorme da verdade.

Tamanduá: Seria melhor dizer assim: se você escutasse cada voz isoladamente, verificaria que ela parece fazer sentido em si mesma. Ela poderia figurar sozinha e é nesse sentido que eu digo que é independente. Mas você tem

toda a razão ao assinalar que cada uma dessas linhas significativas em si mesma se funde com as demais de uma maneira claramente não casual, compondo uma totalidade graciosa. A arte de escrever uma bela fuga está precisamente nessa capacidade de construir diversas linhas diferentes, cada uma das quais dá a ilusão de ter sido escrita por sua própria beleza, mas que, quando tomadas coletivamente, formam um todo que não parece forçado de modo algum. Ora, essa dicotomia entre escutar uma fuga como um todo ou escutar as vozes que a compõem é um exemplo particular de uma dicotomia muito ampla, que se aplica a muitos tipos de estruturas construídas a partir de níveis mais baixos.

Aquiles: É verdade? Você quer dizer que os meus dois "modos" podem ter um tipo mais amplo de aplicabilidade, em outras situações diferentes desta?

Tamanduá: Sim, senhor.

Aquiles: Eu me pergunto como pode ser isso. Acho que tem a ver com as alternâncias entre perceber uma coisa como um todo e percebê-la como um conjunto de partes. Mas a única ocasião em que me defrontei com essa dicotomia foi ao escutar fugas.

Tartaruga: Ora, vejam só! Escutem aqui. Acabo de virar a página da partitura, acompanhando a música, e deparei com esta magnífica ilustração que precede a primeira página da fuga.

Caranguejo: Nunca tinha visto essa ilustração antes. Por que você não a mostra a todos?

(A Tartaruga passa o livro de mão em mão. Cada um dos quatro olha a ilustração de maneira característica – um de longe; outro bem de perto, todos entortando o pescoço dessa ou daquela maneira, intrigados. Finalmente, o livro completa o percurso e volta às mãos da Tartaruga, que observa com atenção.)

Aquiles: Bem, acho que o prelúdio já está acabando. Pergunto-me se, ao escutar essa fuga, melhorarei minha posição com relação à pergunta: "Qual é a melhor maneira de ouvir uma fuga: como um todo, ou como a soma de suas partes?

*TTartaruga**: Ouça com atenção e você verá!

(O prelúdio termina. Há um momento de silêncio e...

[*ATTACCA*]

---

* N.T.: O duplo T em *TTartaruga* assim como o duplo C no *CCaranguejo* da "Fuga da formiga" não são erros tipográficos. Constituem *A<u>TT</u>A<u>CC</u>A*, lendo-se apenas as primeiras letras em cada capítulo.

CAPÍTULO X

Níveis de descrição e computadores

Níveis de descrição

A CADEIA G DE GÖDEL e uma fuga de Bach: ambas têm a propriedade de poder ser compreendidas em níveis diferentes. Estamos todos familiarizados com esse tipo de coisas; contudo, elas nos confundem em alguns casos, enquanto em outros nós as manejamos sem qualquer dificuldade. Por exemplo, todos sabemos que os seres humanos compõem-se de um número enorme de células (cerca de vinte e cinco trilhões) e que, por conseguinte, tudo o que fizemos poderia, em princípio, ser descrito em termos de células. Ou poderia mesmo ser descrito no nível das moléculas. A maioria de nós aceita isso de maneira bastante pragmática; vamos ao médico, que nos examina em níveis inferiores àquele em que pensamos a nosso próprio respeito. Parecemos ter conciliado estas duas representações inconcebivelmente diferentes de nós mesmos, simplesmente desconectando uma da outra. Praticamente não temos como relacionar uma descrição microscópica de nossos corpos com a que corresponde ao que sentimos ser, e, desse modo, é possível guardar representações separadas de nós próprios em "compartimentos" bastante separados de nossas mentes. Raramente temos de recorrer simultaneamente a ambos os conceitos de nós mesmos, intrigados sobre "como podem estas duas coisas totalmente diferentes ser o mesmo *eu*?"

Ou então, consideremos uma sucessão de imagens em uma tela de televisão que mostra Shirley McLaine rindo. Quando observamos a cena, sabemos que, na verdade, não estamos vendo uma mulher, mas sim conjuntos de pontos cintilantes em uma superfície plana. Embora saibamos disso, essa é uma noção que está bem longe de nossas mentes. Temos estas duas representações incrivelmente opostas do que está na tela, mas isso não nos confunde. Podemos simplesmente desligar uma e prestar atenção à outra – e é isso o que todos nós fazemos. Qual é "mais real"? Isso depende de você ser um ser humano, um cachorro, um computador ou um aparelho de televisão.

Os agrupamentos e habilidades no xadrez

Um dos maiores problemas da pesquisa sobre inteligência artificial é o de imaginar como superar o hiato entre estas duas descrições: como construir um sistema que possa aceitar um nível de descrição e produzir o outro. Um dos modos pelo qual esse hiato penetra na inteligência artificial é bem ilustrado pelo

progresso no conhecimento de como programar um computador para jogar xadrez bem. Costumava-se pensar – na década de 1950 e até a década de 1960 – que a chave para fazer uma máquina jogar bem era dar-lhe uma percepção da rede de ramificações das possíveis opções de jogo que fosse mais profunda do que a que qualquer mestre de xadrez pudesse ter. Contudo, à medida que esse nível era gradualmente atingido, o nível do xadrez dos computadores não apresentava nenhum progresso espetacular, nem superava os peritos humanos. Com efeito, um perito humano pode, clara e confiantemente, liquidar os melhores programas de xadrez de nossos dias.

A razão desse fato já fora, na verdade, publicada há muitos anos. Na década de 1940, o psicólogo holandês Adriaan de Groot realizou estudos sobre como os neófitos e os mestres de xadrez percebem situações do jogo. Colocados em seus termos mais simples, os resultados dos estudos implicavam que os mestres percebiam a distribuição das peças em *agrupamentos*. Existe uma descrição do tabuleiro em nível superior ao "peão branco em R5, ou torre negra em D6", que é um tipo imediato de descrição, e o mestre, de algum modo, produz essa imagem mental do tabuleiro. Isso era comprovado pela alta velocidade com que um mestre podia reproduzir uma determinada posição ocorrida em um jogo, que contrastava com as dificuldades dos neófitos a esse respeito, após ambas as categorias terem observado o tabuleiro por períodos de cinco segundos. Mais revelador ainda foi o fato de que os erros dos mestres envolviam a colocação de *grupos* inteiros de peças em lugar errado, o que mantinha praticamente inalterada a estratégia do jogo, mas não sua aparência para um neófito. A prova real consistiu em efetuar a mesma experiência, mas com as peças distribuídas aleatoriamente pelos quadrados do tabuleiro, ao invés de reproduzir jogos reais. Os mestres simplesmente revelavam tantas dificuldades quanto os neófitos na reconstrução dessas formações aleatórias.

A conclusão é a de que normalmente, no jogo de xadrez, certos tipos de situações são recorrentes – certos padrões – e é àqueles padrões de nível elevado que o mestre se mostra sensível. Ele pensa *em um nível diferente* do de neófito; seu conjunto de conceitos é diferente. Quase todo mundo se surpreende diante do fato de que, em um jogo real, um mestre raramente antecipa mais movimentos que um neófito – e além disso, normalmente, um mestre examina apenas um punhado de movimentos possíveis! O truque está em que sua maneira de perceber o tabuleiro é como um filtro: ele simplesmente *não vê os maus movimentos* ao examinar uma situação do jogo – assim como os enxadristas diletantes não vêem os movimentos *ilegais* ao examinar uma situação do jogo. Quem quer que tenha jogado um mínimo de xadrez terá organizado sua percepção de tal maneira que movimentos diagonais das torres, capturas frontais pelos peões e coisas semelhantes nunca passam pela cabeça. Do mesmo modo, os jogadores da categoria de mestre construíram níveis superiores de organização na maneira como vêem o tabuleiro; conseqüentemente, é tão improvável que maus movimentos lhes venham à cabeça quanto o é que movimentos ilegais venham à cabeça da maioria das pessoas. Isso poderia ser denominado a *poda implícita* da gigantesca árvore ramifi-

cada de possibilidades. Em contraste, a *poda explícita* envolveria pensar em um movimento e, após um exame superficial, decidir não prosseguir no exame.

A distinção pode aplicar-se igualmente bem a outras atividades intelectuais – por exemplo, à matemática. Normalmente, um matemático bem dotado não pensa sobre todos os tipos de caminhos falsos para chegar a um teorema desejado, nem os experimenta, ao contrário do que poderia suceder com pessoas menos dotadas; ao invés, ele simplesmente "fareja" os caminhos promissores e os toma imediatamente.

Os programas computacionais de xadrez que se baseiam na previsão dos lances não foram ensinados a pensar em um nível superior; a estratégia foi simplesmente a de usar a força bruta da previsão, na esperança de massacrar todos os tipos de oponentes. Mas ela não funcionou. Talvez algum dia um programa de previsão com suficiente força bruta venha a superar os melhores jogadores humanos, mas este será um ganho intelectual pequeno, comparado à revelação de que a inteligência depende *crucialmente* da capacidade de criar descrições de alto nível de arranjos complexos como tabuleiros de xadrez, telas de televisão, páginas impressas ou pinturas.

Níveis similares

Normalmente, não somos solicitados a reter mais de um nível de compreensão de uma situação em nossas mentes em um mesmo momento. Além disso, as diferentes descrições de um mesmo sistema são comumente tão distantes entre si, do ponto de vista conceitual, que, como mencionado anteriormente, não há problema em sustentá-las ambas; elas são simplesmente sustentadas por compartimentos mentais separados. O que produz confusão, no entanto, é o que ocorre quando um mesmo sistema admite duas ou mais descrições em níveis diferentes, mas que, de algum modo, *se assemelham*. Nesse caso, encontramos dificuldade em evitar que se misturem os níveis quando pensamos sobre o sistema e, com facilidade, nos vemos totalmente perdidos.

Sem dúvida, isso acontece quando pensamos sobre nossa própria psicologia – por exemplo, quando tentamos compreender as motivações das pessoas com relação a diversas ações. Há muitos níveis na estrutura mental humana. Certamente, esse é um sistema que ainda não compreendemos muito bem. Mas há centenas de teorias rivais que dizem por que as pessoas agem de determinadas maneiras, cada qual baseada em premissas subjacentes a respeito da profundidade em que os vários tipos de "forças" psicológicas são encontradas neste conjunto de níveis. Uma vez que, nessa ocasião, empregamos mais ou menos o mesmo tipo de linguagem para todos os níveis mentais, esse fato é responsável por grande parte das misturas de níveis e, com segurança, por centenas de teorias erradas. Por exemplo, falamos de "impulsos" – de sexo, de poder, de fama, de amor, etc. – sem saber de onde esses impulsos provêm na estrutura mental humana. Sem elaborar demasiado esse ponto, desejo simplesmente dizer que nossa confusão a respeito do que somos está certamente relacionada ao fato de que

consistimos em um grande conjunto de níveis e empregamos a linguagem que se sobrepõe para nos descrever em todos esses níveis.

Sistemas de computação

Há um outro lugar em que coexistem muitos níveis de descrição para um mesmo sistema e em que todos eles são conceitualmente próximos uns dos outros. Refiro-me aos sistemas de computação. Um programa de computador em ação pode ser visto em numerosos níveis. Em cada um deles, a descrição é feita na linguagem da ciência da computação, o que torna todas as descrições semelhantes entre si de alguma maneira. Contudo, há diferenças extremamente importantes entre as percepções obtidas nos diferentes níveis. No nível mais baixo, a descrição pode ser tão complicada que pode lembrar a descrição de uma tela de televisão através de seus pontos. Para alguns propósitos, no entanto, esta é, sem dúvida, a percepção mais importante. No nível mais alto, a descrição aparece claramente em agrupamentos e toma contornos completamente diferentes, apesar de muitos dos conceitos aparecerem tanto nos níveis mais baixos quanto nos mais altos. Os agrupamentos da descrição de nível alto são como os agrupamentos do enxadrista perito e como a descrição por agrupamentos da imagem na tela da televisão: eles resumem, em forma de pílula, numerosas coisas

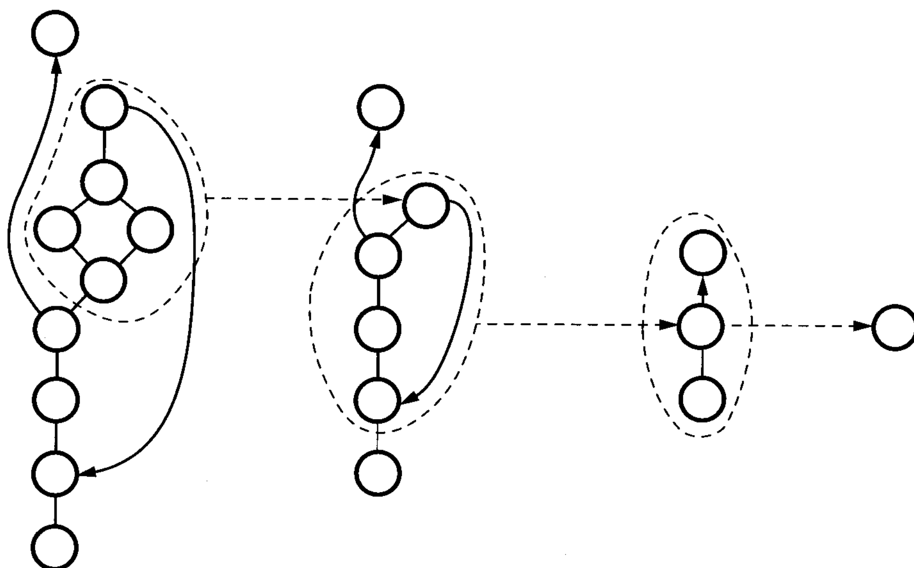
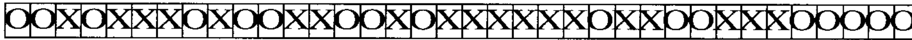


FIGURA 57. A idéia de "agrupamento": uma série de itens é repercebida como um único "grupo". Os limites do grupo assemelham-se um pouco à membrana de uma célula ou à fronteira de um país: estabelecem uma identidade separada para o conglomerado em seu interior. De acordo com o contexto, pode-se preferir ignorar a estrutura interna do grupo ou, alternativamente, levá-la em consideração

que, nos níveis inferiores, são vistas em separado (ver a figura 57). Antes que as coisas se tornem demasiado abstratas, passemos aos fatos concretos a respeito dos computadores, começando por uma esquematização bastante sumária do que é um sistema de computação no nível mais baixo. O nível mais baixo? Não é bem assim, uma vez que não vou falar a respeito de partículas elementares. Mas é o nível mais baixo em que queremos pensar.

Na base conceitual de um computador encontramos a *memória*, uma *unidade central de processamento* (CPU) e alguns *instrumentos de entrada-saída* (E/S). Descrevemos primeiro a memória. Ela divide-se em elementos físicos distintos denominados *palavras*. Para sermos concretos, digamos que existem 65.535 palavras de memória (um número típico, por ser 2 elevado à 16ª potência). A palavra, por sua vez, divide-se no que consideraremos como os átomos da ciência computacional – os *bits*. O número de *bits* em uma palavra típica está por volta de trinta e seis. Fisicamente, um *bit* é apenas um "comutador" magnético que pode estar em uma de duas posições.



––– *uma palavra de 36* bits –––

As duas posições podem ser denominadas "em cima" e "embaixo", ou "x" e "o", ou "1" e "0"... A convenção usual é a terceira. Ela é adequada, mas pode ter o efeito enganador de levar as pessoas a pensar que, no fundo, um computador armazena *números*. Isso não é verdade. Existe tanta razão para considerar um conjunto de trinta e seis *bits* como um número quanto para considerar dois barões como o preço de um sorvete. Assim como o dinheiro pode fazer diversas coisas, dependendo do uso que você lhe dê, também uma palavra da memória pode ter diferentes funções. Por vezes, é verdade, esses trinta e seis *bits* representam realmente um número em notação binária. Outras vezes, eles podem representar trinta e seis pontos em uma tela de televisão. E outras vezes podem representar umas poucas letras de um texto. A maneira como uma palavra da memória deve ser vista depende totalmente do papel que essa palavra desempenhe no programa que a utiliza. Naturalmente, ela pode desempenhar mais de um papel – como uma nota de um cânone.

Instruções e dados

Há uma interpretação de palavras que não mencionei e que consiste em uma *instrução*. As palavras da memória contêm não apenas dados sobre os quais agir, mas também o programa para agir sobre os dados. Existe um repertório limitado de operações que pode ser efetuado pela unidade central de processamento – a CPU – e uma parte de uma palavra, normalmente seus primeiros *bits*, pode ser interpretada como o nome do tipo de instrução que deve ser levado a efeito.

O que representam os *bits* restantes de uma palavra interpretada como instrução? Na maioria dos casos, eles apontam que outras palavras da memória devem ser objeto de ação. Em outras palavras, os *bits* restantes constituem um *indicador* de alguma outra palavra (ou palavras) da memória. Cada palavra da memória tem uma localização diferente, assim como as casas de uma rua; e sua localização é denominada *endereço*. A memória pode ter uma "rua" ou muitas "ruas", as quais são denominadas "páginas". Assim, uma palavra determinada é localizada pelo número de sua página (se a memória for paginada), juntamente com sua posição na página. Por conseguinte, a parte do "indicador" de uma instrução é o endereço numérico de alguma(s) palavra(s) da memória. Não há restrições para o indicador, de modo que uma instrução pode mesmo "indicar" a si própria, resultando em que, ao ser executada, produz uma modificação nela mesma.

Como um computador sabe qual a instrução a executar em qualquer momento dado? Essa é uma função da CPU. A CPU tem um indicador especial que aponta a próxima palavra que deve ser interpretada como instrução (isto é, armazena o endereço dela). A CPU busca essa palavra na memória e copia-a eletronicamente em uma palavra especial que pertence à própria CPU. (As palavras da CPU normalmente não são denominadas "palavras", mas sim *registros*.) A seguir, a CPU executa essa instrução. Ora, a instrução pode designar a execução de qualquer operação dentre um elevado número de tipos de operações. Tipicamente, elas incluem:

ACRESCENTAR a palavra indicada na instrução a um registro.
(Neste caso, a palavra indicada é obviamente interpretada como um número.)

IMPRIMIR a palavra indicada na instrução como letras.
(Neste caso, a palavra é obviamente interpretada *não* como um número, mas como uma cadeia de letras.)

SALTAR para a palavra indicada na instrução.
(Neste caso, a CPU está sendo orientada a interpretar essa palavra particular como sua própria instrução.)

A menos que a instrução dite explicitamente o contrário, a CPU tomará a palavra imediatamente próxima e a interpretará como uma instrução. Em outras palavras, a CPU supõe que se deve deslocar ao longo da "rua", em forma seqüencial, como um carteiro, interpretando palavra após palavra como instruções. Mas essa ordem seqüencial pode ser interrompida por instruções como a de SALTAR e outras.

ASSEMBLY

Linguagem de máquina *versus* linguagem de ajuntamento

Este é um breve esboço da *linguagem de máquina*. Nesta linguagem, os tipos de operações que existem constituem um repertório finito que não

pode ser expandido. Assim, todos os programas, não importa quão longos ou complexos, devem ser feitos de composições desses tipos de instruções. O exame de um programa escrito em linguagem de máquina pode ser vagamente comparado ao exame de uma molécula de ADN átomo por átomo. Se você olhar novamente a figura 41, que mostra a cadeia de nucleotídeos da molécula de ADN – e se considerar que cada nucleotídeo contém mais ou menos vinte e quatro átomos – e se imaginar o esforço de escrever o ADN átomo por átomo, para um pequeno vírus (para não falar de um ser humano!) –, então você terá uma idéia do que significa escrever um programa complexo em linguagem de máquina e o que significa tentar abranger tudo que ocorre em um programa quando você tem acesso apenas a sua descrição em termos de linguagem de máquina.

Deve-se mencionar, no entanto, que a programação de computadores era feita inicialmente em um nível ainda mais baixo, se possível, que o da linguagem de máquina – concretamente, ligando fios uns aos outros, de modo que as operações apropriadas ficassem "enfiadas" no programa. Isso é tão incrivelmente primitivo de acordo com os padrões modernos que é difícil imaginar que acontecesse. Contudo, não há dúvida de que as pessoas que primeiro o fizeram experimentaram uma felicidade tão grande quanto a dos pioneiros dos computadores modernos...

Movamo-nos agora para um nível mais alto na hierarquia de níveis de descrição de programas. Vamos ao nível da *linguagem de ajuntamento*. Não existe um hiato enorme entre a linguagem de máquina e a linguagem de ajuntamento; com efeito, o passo entre elas é bastante sutil. Em essência, existe uma correspondência de um para um entre as instruções da linguagem de ajuntamento e as da linguagem de máquina. A idéia da linguagem de ajuntamento é a de reunir em "agrupamentos" as instruções individuais da linguagem de máquina, de maneira que, ao invés de escrever a cadeia de *bits* "010111000", quando se deseja uma instrução que acrescenta um número a outro, escreve-se simplesmente SOMAR; e ao invés de dar o endereço em representação binária, pode-se fazer a referência à palavra da memória por meio de um *nome*. Por conseguinte, um programa em linguagem de ajuntamento é muito semelhante a um programa em linguagem de máquina tornado legível para os seres humanos. Pode-se comparar a versão de linguagem de máquina de um programa a uma derivação da TNT feita na obscura notação dos números de Gödel e a versão de linguagem de ajuntamento à derivação da TNT isomórfica, feita na notação original da TNT, a qual é de muito mais fácil compreensão. Ou, voltando à imagem do ADN, podemos assemelhar a diferença entre a linguagem de máquina e a linguagem de ajuntamento à diferença entre especificar penosamente cada nucleotídeo, átomo por átomo, e especificar um nucleotídeo simplesmente lhe dando um *nome* (isto é, "A", "G", "C", ou "T"). Há uma tremenda economia de trabalho nessa simples operação de "agrupamento", embora, do ponto de vista conceitual, não ocorram mudanças profundas.

Programas que traduzem programas

Talvez o ponto fundamental a respeito da linguagem de ajuntamento não seja as diferenças com relação à linguagem de máquina, que não são tão grandes, mas sim a idéia-chave de que os programas podem *efetivamente* ser escritos em nível diferente! Pense a respeito: o *hardware* é construído para "compreender" os programas em linguagem de máquina – cadeias de bits –, mas não letras e números decimais. Que acontece quando o *hardware* é alimentado com um programa em linguagem de ajuntamento? É como se se tentasse fazer com que uma célula aceitasse um pedaço de papel com a cadeia do nucleotídeo escrita com as letras do alfabeto em lugar dos elementos químicos. O que é que uma célula pode fazer com um pedaço de papel? O que é que um computador pode fazer com um programa em linguagem de ajuntamento?

E aí está o ponto vital: pode-se escrever, em linguagem de máquina, um *programa de tradução*. Esse programa, denominado *agrupador*, aceita nomes de instruções mnemônicos, números decimais e outras abreviações convenientes que o programador pode relembrar facilmente e converter nas monótonas mas críticas cadeias de *bits*. Depois que o programa em linguagem de ajuntamento é *agrupado* (isto é, traduzido), ele é *rodado* – ou melhor, seu equivalente em linguagem de máquina é rodado. Mas essa é uma questão de terminologia. Que nível de programa está sendo rodado? Você não errará nunca se disser que é o programa em linguagem de máquina, pois a rodagem de um programa envolve sempre o *hardware* –, mas é também razoável pensar sobre o programa em rodagem em termos de linguagem de ajuntamento. Por exemplo, pode-se perfeitamente dizer: "Exatamente agora, a CPU está executando uma instrução de *SALTAR*", ao invés de dizer: "Exatamente agora a CPU está executando uma instrução '111010000'". Um pianista que toca as notas G-E-B-E-G-B (sol-mi-si mi-sol-si) também está executando um arpejo no acorde de E (mi) menor. Não há razão para abrigar dúvidas a respeito da descrição das coisas a partir de um ponto de vista de nível mais alto. Assim, pode-se pensar concorrentemente na rodagem de um programa em linguagem de ajuntamento e em linguagem de máquina. Temos duas maneiras de descrever o que a CPU está fazendo.

Linguagens de nível mais alto, compiladores e intérpretes

O próximo nível de hierarquia leva muito mais adiante a idéia extremamente pujante de usar o próprio computador para traduzir programas de um nível alto para níveis mais baixos. Depois que as pessoas já vinham programando em linguagem de ajuntamento por alguns anos, no início da década de 1950 verificou-se que havia diversas estruturas características que reapareciam constantemente de programa em programa. Assim como no xadrez, parecia haver certos padrões fundamentais que apareciam naturalmente quando os seres humanos tratavam de formular *algoritmos* – descrições exatas de processos que eles queriam ver exe-

cutados. Em outras palavras, os algoritmos pareciam ter certos componentes de nível mais alto em termos dos quais eles podiam ser especificados com facilidade e estética muito maiores que na linguagem de máquinas, tão restrita, ou na linguagem de ajuntamento. Tipicamente, um componente de algoritmo de nível alto consiste não de uma ou de duas instruções em linguagem de máquina, mas de toda uma coleção destas, nem todas necessariamente contíguas na memória. Tal componente podia ser representado em uma linguagem de nível superior por meio de um único elemento – um agrupamento.

Além dos agrupamentos padrões – esses recém-descobertos componentes a partir dos quais todos os algoritmos podem ser construídos –, verificou-se que quase todos os programas contêm agrupamentos ainda maiores – os superagrupamentos, por assim dizer. Estes superagrupamentos diferem de programa para programa, dependendo do tipo de tarefas de alto nível que o programa deve executar. Discutimos superagrupamentos no capítulo V, denominando-os com seus nomes normais: "sub-rotinas" e "procedimentos". Estava claro que um acréscimo muito importante para qualquer linguagem de programação seria a capacidade de *definir* novas entidades de nível mais alto em termos de entidades anteriormente conhecidas e também de *chamar* essas novas entidades pelos seus nomes. Isso colocaria a operação de formação de agrupamentos diretamente na linguagem. Ao invés de haver um determinado repertório de instruções, a partir do qual todos os programas tinham de ser explicitamente montados, o programador podia construir seus próprios módulos, cada qual com seu próprio nome e cada qual utilizável em qualquer lugar do programa, como se fosse uma característica embutida na linguagem. Evidentemente, não há como fugir do fato de que, no fundo, no nível da linguagem de máquina, tudo estaria igualmente composto por instruções em linguagem de máquina, mas isso não seria explicitamente visível para o programador do nível alto, seria implícito.

As novas linguagens baseadas nessas idéias denominaram-se *linguagens de compilador*. Uma das primeiras, e mais elegante, denominou-se "Algol", de "Linguagem Algorítmica". Ao contrário do caso da linguagem de ajuntamento, não existe uma correspondência direta de um para um entre as afirmações em Algol e as instruções em linguagem de máquina. É claro que ainda existe um tipo de correspondência entre a Algol e a linguagem de máquina, mas ela é muito mais "irregular" que a existente entre a linguagem de ajuntamento e a linguagem de máquina. Em termos gerais, um programa Algol está para sua tradução em linguagem de máquina assim como um problema de palavras em álgebra elementar está para a equação em que ele se traduz. (Na verdade, passar de um problema verbal para uma equação é bem mais complicado, mas dá uma indicação dos tipos de trabalho organizacional que têm de ser feitos na tradução de uma linguagem de nível alto para outra de nível baixo.) Em meados da década de 1950, foram escritos programas bem-sucedidos, denominados *compiladores*, cuja função era levar a efeito a tradução das linguagens de compilador para a linguagem de máquina.

Também foram inventados *intérpretes*. Como os compiladores, os intérpretes fazem a tradução das linguagens de nível alto para a linguagem de máquina, mas

ao invés de traduzir inicialmente todas as afirmações e a seguir executar o código de máquina, eles lêem uma linha e executam-na imediatamente. Isso traz a vantagem de que o usuário não necessita de um programa escrito por inteiro para usar um intérprete. Ele pode inventar seu programa linha por linha e testá-lo à medida que progride. Assim, um intérprete está para um compilador como um intérprete simultâneo está para o tradutor de um discurso escrito. Uma das mais importantes e fascinantes dentre todas as linguagens de computador é a Lisp (nome que vem de *list processing* – processamento de listas), inventada por John McCarthy mais ou menos na época em que foi inventada a Algol. A partir de então, a Lisp tem gozado de grande popularidade entre os que trabalham com a inteligência artificial.

Há uma diferença interessante entre as maneiras como trabalham os intérpretes e os compiladores. Um compilador recebe um insumo (um programa Algol terminado, por exemplo) e produz o resultado (uma série longa de instruções em linguagem de máquina). Nesse ponto, o compilador encerra sua missão. O resultado é então passado ao computador para rodagem. Em contraste, o intérprete está constantemente rodando enquanto o programador imprime uma informação Lisp após outra, cada uma das quais é executada na hora. Mas isso não significa que cada afirmação seja em primeiro lugar traduzida e depois executada; pois, nesse caso, o intérprete não seria mais que um compilador que opera linha por linha. Para um intérprete, ao invés, as operações de ler uma nova linha, "compreendê-la" e executá-la são interligadas: elas ocorrem simultaneamente.

Esta é a idéia, um pouco mais expandida. Cada vez que uma nova linha de Lisp é datilografada, o intérprete trata de processá-la. Isso significa que o intérprete atua aos solavancos, e certas instruções (em linguagem de máquina) em seu interior são executadas. Precisamente *quais* são executadas depende da própria afirmação em Lisp, evidentemente. Há muitas instruções de SALTAR dentro do intérprete, de modo que a nova linha da Lisp pode fazer com que o controle dê voltas complexas – para a frente, para trás, depois novamente para a frente, etc. Assim, cada afirmação em Lisp é convertida em um "caminho" dentro do intérprete, e o ato de seguir tal caminho acarreta o efeito desejado.

Por vezes é útil considerar as afirmações em Lisp como simples dados que alimentam em sucessão um programa em linguagem de máquina que roda constantemente (o intérprete Lisp). Considerando as coisas dessa maneira, tem-se uma visão diferente da relação entre um programa escrito em linguagem de nível mais alto e a máquina que o executa.

Ganchos

Evidentemente, um compilador, sendo ele próprio um programa, tem de ser escrito em alguma linguagem. Os primeiros compiladores eram escritos em linguagem de ajuntamento, ao invés da linguagem de máquina, com o que aproveitavam integralmente o passo inicial que já fora dado a partir da linguagem de máquina. Um resumo desses conceitos bastante intrigantes é apresentado na figura 58.

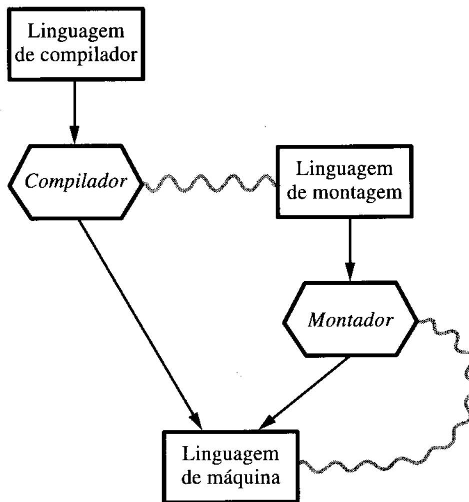


FIGURA 58. Tanto os montadores quanto os compiladores são tradutores para linguagem de máquina. Isso é indicado pelas linhas retas. Além disso, por serem eles próprios programas, *são também escritos originalmente em uma linguagem. As linhas onduladas indicam que um compilador pode ser escrito em linguagem de montagem e um montador em linguagem de máquina*

À medida que aumentava a sofisticação, as pessoas verificaram que um compilador parcialmente escrito podia ser utilizado para compilar extensões dele próprio. Em outras palavras, uma vez escrito um determinado núcleo mínimo de um compilador, esse compilador mínimo podia traduzir compiladores maiores para a linguagem de máquina, o que, por sua vez, propiciava a tradução de compiladores ainda maiores, até que o compilador final, em sua versão mais ampla, fosse compilado. Esse processo é algo similar à ação de um "gancho" – sendo, por essa razão, assim chamado. Não é muito diferente do que acontece quando uma criança alcança um nível crítico de fluência em sua língua, ponto a partir do qual seu vocabulário e sua fluência podem crescer aos saltos, uma vez que ela pode *usar* a linguagem para *adquirir* mais linguagem.

Níveis para descrever programas em rodagem

Tipicamente, as linguagens de compilação não refletem a estrutura das máquinas que rodam os programas nelas escritos. Essa é uma de suas principais vantagens sobre as linguagens de ajuntamento e de máquina, altamente especializadas. Evidentemente, quando um programa em linguagem de compilador é traduzido para linguagem de máquina, o programa resultante é dependente da máquina. Por conseguinte, pode-se descrever um programa em execução tanto de uma maneira independente da máquina quanto de uma maneira dependente dela. É como uma referência a um parágrafo de um livro por meio do assunto (independente do editor), ou por meio do número da página ou de sua posição na página (dependente do editor).

Enquanto um programa estiver funcionando normalmente, pouco importará como descrevê-lo ou como pensar sobre seu funcionamento. É quando algo

de errado acontece que se torna importante poder pensar em níveis diferentes. Se, por exemplo, a máquina for instruída a dividir por zero em determinado estágio, ela se deterá e o usuário saberá do problema e tomará conhecimento do ponto do programa em que o evento questionável ocorreu. No entanto, com freqüência a especificação é dada em um nível mais baixo que aquele em que o programador escreveu o programa. Aqui estão três descrições paralelas de um programa que se interrompe:

Nível de linguagem de máquina:
"A execução do programa interrompe-se no local 1110010101110111".

Nível de linguagem de ajuntamento:
"A execução do programa interrompeu-se quando a instrução DIV (dividir) foi atingida".

Nível de linguagem de compilador:
"A execução do programa interrompeu-se durante a avaliação da expressão algébrica '(A + B)/Z'".

Um dos maiores problemas dos programadores de sistemas (as pessoas que escrevem compiladores, intérpretes, agrupadores e outros programas a serem usados por muitos outros) é o de determinar como escrever rotinas de detecção de erros de tal maneira que as mensagens dadas ao usuário, cujo programa tem um "furo", proporcionem descrições de nível alto, e não de nível baixo, do problema. É interessante observar que quando algo de errado acontece em um "programa" genético (por exemplo, uma mutação), o "furo" manifesta-se apenas para as pessoas que estão em um nível *alto* – especificamente o nível do fenótipo e não o do genótipo. Na verdade, a biologia moderna usa as mutações como uma das principais janelas abertas para os processos genéticos por serem elas identificáveis em muitos níveis.

Microprogramação e sistemas operacionais

Nos sistemas modernos existem muitos outros níveis de hierarquia. Por exemplo, alguns sistemas – muitas vezes chamados "microcomputadores" – têm instruções em linguagem de máquina que são ainda mais rudimentares que a instrução de acrescentar um número da memória a um número de registro. Cabe ao usuário decidir que tipos de instruções ordinárias, no nível da máquina, ele desejaria poder programar; ele "microprograma" essas instruções em termos das "microinstruções" disponíveis. Então, as instruções em "linguagem de máquina de nível mais alto" por ele projetadas podem ser soldadas nos circuitos e colocadas no *hardware*, embora não seja imprescindível que assim ocorra. Assim, a microprogramação permite ao usuário colocar-se um pouco abaixo do

nível convencional da linguagem de máquina. Uma das conseqüências disso é a de que um computador de um fabricante pode ser ligado (por meio da microprogramação) de modo que contenha o mesmo conjunto de instruções em linguagem de máquina de um outro computador do mesmo fabricante, ou mesmo de outro. Considera-se que o computador microprogramado "emula" o outro computador.

A seguir está o nível do *sistema operacional*, situado entre o programa em linguagem de máquina e qualquer nível mais alto em que o usuário esteja programando. O sistema operacional é, ele próprio, um programa que tem as funções de barrar o acesso dos usuários à própria máquina (protegendo, assim, o sistema) e também de isolar o programador dos múltiplos, intrincados e confusos problemas de ler o programa, convocar um tradutor, rodar o programa traduzido, orientar o resultado para os canais apropriados no tempo certo e entregar o controle ao próximo usuário. Se houver diversos usuários "falando" simultaneamente à mesma CPU, então o sistema operacional será o programa que transfere a atenção de um para outro, segundo algum critério ordenado. As complexidades dos sistemas operacionais são, com efeito, formidáveis e farei apenas uma alusão a elas com a seguinte analogia.

Consideremos o primeiro sistema telefônico. Alexander Graham Bell foi capaz de telefonar para seu assistente na sala ao lado: transmissão eletrônica de uma voz! Ora, isso é como um computador sem sistema operacional: computação eletrônica! Consideremos agora um sistema telefônico moderno. Existe a escolha de outros telefones com os quais falar. Não só isso, mas também muitas chamadas diferentes podem ser processadas simultaneamente. Por intermédio da adição de um prefixo, pode-se conectar áreas diferentes. Podem-se fazer ligações diretas, por meio de telefonista, a cobrar, com cartão de crédito, pessoa a pessoa, etc. Pode-se redirigir uma chamada ou identificar a origem dela. Pode-se encontrar um sinal de ocupado. Pode-se encontrar uma gravação indicando que o número discado não está "bem formado", ou que houve demora demasiada no ato de discar. Pode-se instalar uma mesa telefônica de modo que um grupo de telefones de um local fique conectado – etc. A lista é incrível quando se pensa em toda a flexibilidade proporcionada, sobretudo em comparação com o antigo milagre do telefone em si mesmo. Agora, sistemas operacionais sofisticados desempenham operações similares de controle de tráfego e de mudança de nível com respeito aos usuários e seus programas. É virtualmente certo que coisas algo semelhantes a essas ocorrem no cérebro: processamento de muitos estímulos ao mesmo tempo; decisões a respeito daquilo que deve ter prioridade sobre o que mais e por quanto tempo; "interrupções" instantâneas causadas por emergências ou outras ocorrências inesperadas; e assim por diante.

Poupar o usuário e proteger o sistema

Os muitos níveis de um sistema complexo de computadores se combinam para "poupar" o usuário, evitando que ele tenha de pensar a respeito dos múlti-

plos acontecimentos nos níveis mais baixos, os quais, aliás, tendem a ser totalmente irrelevantes para ele. O passageiro de um avião em geral não quer saber do nível de combustível nos tanques, ou da velocidade do vento, ou de quantas refeições devem ser servidas, ou da situação do tráfego aéreo em torno do aeroporto – isso tudo compete aos empregados em diferentes níveis da hierarquia da companhia de aviação, e o passageiro simplesmente vai de um lugar para outro. Aqui também, é quando algo sai *errado* – como a bagagem que se perde – que o passageiro fica consciente do confuso sistema de níveis subjacentes a ele.

Os computadores são superflexíveis ou super-rígidos?

Um dos maiores objetivos da busca de níveis mais altos sempre foi o de tornar tão natural quanto possível a tarefa de comunicar ao computador o que se deseja dele. Por certo, as construções de nível alto em linguagem de compilador aproximam-se mais dos conceitos em que os seres humanos pensam naturalmente do que em construções de níveis mais baixos, como as da linguagem de máquina. Mas nessa busca da facilidade de comunicação, um aspecto de "naturalidade" tem sido muito negligenciado. Trata-se do fato de que a comunicação entre seres humanos é muito menos rígida que a comunicação entre o homem e a máquina. Por exemplo, muitas vezes produzimos fragmentos desconexos de sentenças ao buscarmos a melhor maneira de expressar algo, tossimos no meio da sentença, interrompemo-nos mutuamente, usamos descrições ambíguas e sintaxes "inapropriadas", cunhamos expressões e distorcemos significados – mas, na maior parte dos casos, nossas mensagens são captadas. Com relação às linguagens de programação, a regra geral é a de que existe uma sintaxe muito rígida, que tem de ser obedecida na totalidade dos casos; não há palavras ou construções ambíguas. É interessante que o equivalente impresso da tosse (isto é, um comentário não essencial ou irrelevante) só é permitido quando assinalado de antemão por meio de uma palavra-chave (por exemplo, COMENTÁRIO) e encerrado por outra palavra-chave (por exemplo, um ponto-e-vírgula). Esse pequeno gesto em direção à flexibilidade tem, ironicamente, sua própria armadilha: se se usar um ponto-e-vírgula (ou qualquer outra palavra-chave empregada para concluir um comentário) no meio de um comentário, o programa de tradução interpretará esse ponto e vírgula como o fim do comentário, e o caos instalar-se-á.

Se um procedimento denominado PERCEPÇÃO for definido e a seguir empregado dezessete vezes no programa e na décima oitava vez for mal escrito como PERCEPCÃO, pior para o programador. O compilador pára e imprime uma rígida e pouco cordial mensagem de erro, dizendo que nunca ouviu falar de PERCEPCÃO. Muitas vezes, quando um erro como esse é identificado pelo compilador, este tenta prosseguir, mas, em virtude de sua falta de percepcão, ele não compreende o que o programador pretendia. Na verdade, ele pode muito bem supor que o pretendido era algo totalmente diferente e prosseguir a tarefa partindo dessa premissa errada. Então, uma longa série de mensagens de erro sal-

picará o resto do programa, porque o compilador – e não o programador – se confundiu. Imagine o caos que resultaria se um intérprete simultâneo de inglês e russo, após ouvir uma sentença em francês, em meio às expressões em inglês, passasse a tentar interpretar todo o inglês subseqüente como se fosse francês. Os compiladores muitas vezes se perdem dessa maneira patética. *C'est la vie.*

Talvez isso soe como uma condenação aos computadores, mas o propósito não é esse. Em certo sentido, as coisas tinham de dar-se assim. Quando você pára para pensar nos fins para os quais a maioria das pessoas usa os computadores, verifica que eles são a realização de tarefas muito definidas e precisas, que são demasiado complexas para as pessoas. Para que o computador seja confiável, é necessário que ele compreenda, sem a menor possibilidade de ambigüidade, o que deve fazer. Também é necessário que ele não faça nem mais nem menos que o que lhe dizem suas instruções explícitas. Se, em apoio ao programador, existir um programa cujo propósito seja o de "adivinhar" o que o programador deseja, então será provável que o programador possa tentar comunicar sua tarefa e ser totalmente mal interpretado. Portanto, é importante que o programa de alto nível, conquanto confortável do ponto de vista humano, seja preciso e não contenha ambigüidades.

Suplementar o programador

É possível imaginar uma linguagem de programação – e um programa que a traduza para os níveis mais baixos – que permita certos tipos de imprecisão. Uma maneira de colocar o problema seria dizer que o tradutor de tal linguagem de programação tenta dar sentido a coisas que são feitas "fora das regras da linguagem". Mas se a linguagem permite certas "transgressões", então as transgressões desse tipo não mais serão transgressões verdadeiras por terem sido incluídas nas regras! Se o programador sabe que pode cometer certos tipos de erros de soletração, então pode usar deliberadamente essa característica da linguagem sabendo que, na verdade, está operando dentro das regras rígidas da linguagem, apesar das aparências. Em outras palavras, se o usuário tiver consciência de todas as flexibilidades programadas no tradutor para sua conveniência, então ele conhecerá os limites que não podem ser transpostos e, portanto, para ele, o tradutor ainda parecerá rígido e inflexível, ainda que possa permitir-lhe muito mais liberdade que as versões anteriores da linguagem, que não incorporam "compensações automáticas para erros humanos".

Com relação a linguagens "elásticas" desse tipo, pareceria haver duas alternativas: (1) o usuário está consciente das flexibilidades inerentes à linguagem e a seu tradutor; (2) o usuário não está consciente delas. No primeiro caso, a linguagem ainda pode ser usada para comunicar programas com precisão, uma vez que o programador pode prever como o computador interpretará os programas que ele escreve na linguagem. No segundo caso, existem características que

podem fazer coisas imprevisíveis (do ponto de vista de um usuário que não conhece as maquinações internas do tradutor). Isso pode resultar em erros profundos de interpretação dos programas, de tal maneira que tal linguagem é inconveniente para finalidades em que os computadores são empregados principalmente por sua velocidade e confiabilidade.

Na verdade, existe uma terceira alternativa: (3) o usuário está consciente das flexibilidades inerentes à linguagem e ao tradutor, mas estas são tantas e interagem de maneira tão complexa que ele não pode prever a maneira pela qual seu programa será interpretado. Isso pode bem aplicar-se à pessoa que escrever o programa de tradução; por certo, ele conhece suas entranhas melhor que ninguém – mas, de toda maneira, ele poderá não ser capaz de antecipar o modo pelo qual o programa reagirá a um determinado tipo de construção pouco usual.

Uma das principais áreas da pesquisa sobre inteligência artificial em nossos dias é a chamada *programação automática*, que se relaciona com o desenvolvimento de níveis ainda mais altos de linguagem – linguagem cujos tradutores são sofisticados, na medida em que podem fazer pelo menos as seguintes proezas: generalizar a partir de exemplo, corrigir erros de impressão ou de gramática, tentar dar sentido a descrições ambíguas, tentar suplementar o usuário por meio de um modelo primitivo do usuário, fazer perguntas quando as coisas não estão claras, empregar a linguagem humana, etc. A esperança é a de que possamos andar na corda bamba entre a confiabilidade e a flexibilidade.

Os avanços da inteligência artificial são avanços da linguagem

É impressionante como é íntima a ligação entre o progresso na ciência da computação (particularmente na inteligência artificial) e o desenvolvimento de novas linguagens. Uma tendência clara surgiu na última década: a de consolidar novos tipos de descobertas em novas linguagens. Uma das chaves para a compreensão e a criação da inteligência está no constante desenvolvimento e refinamento das linguagens em cujos termos podem ser descritos os processos de manipulação de símbolos. Hoje em dia, existem provavelmente três ou quatro dúzias de linguagens experimentais desenvolvidas exclusivamente para pesquisas sobre inteligência artificial. É importante ter em mente que qualquer programa que possa ser escrito em uma dessas linguagens é, em princípio, programável em linguagem de nível mais baixo, mas isso requereria um esforço supremo por parte de um ser humano e o programa resultante seria tão longo que superaria o alcance dos homens. Isso não significa que cada nível mais alto amplie o potencial do computador; a totalidade desse potencial já existe em seu conjunto de instruções em linguagem de máquina. O que ocorre é que os novos conceitos em uma linguagem de nível alto sugerem direções e perspectivas por sua própria natureza.

O "espaço" de todos os programas possíveis é tão amplo que ninguém pode ter uma noção do que é possível. Cada linguagem de nível mais alto é natural-

mente apropriada à exploração de certas regiões de "espaço-programa"; assim, o programador, usando essa linguagem, é levado a essas áreas de espaço-programa. Ele não é *forçado* pela linguagem a escrever programas de qualquer tipo particular, mas a linguagem lhe torna *fácil* fazer certos tipos de coisas. A proximidade a um conceito e um pequeno empurrão são, muitas vezes, suficientes para uma grande descoberta – e essa é a razão do ímpeto em direção a níveis cada vez mais altos.

Programar em linguagens diferentes é como compor peças musicais em escalas diferentes, particularmente quando se opera em teclados. Quem aprendeu ou escreveu peças musicais em muitas escalas sabe que cada uma delas tem sua própria aura emocional. Do mesmo modo, certos tipos de figurações "estão à mão" em uma escala, mas são inadequados para outras. Assim, a escolha da escala conduz a um caminho. De certo modo, mesmo escalas enarmônicas, como dó sustenido e ré bemol, são bastante distintas quanto ao sentimento. Isso mostra como um sistema de notação pode desempenhar papel significativo na conformação do produto final.

Uma imagem "estratificada" da inteligência artificial (IA) está na figura 59, tendo componentes mecânicos, como transistores, embaixo e "programas inteligentes" em cima. A figura foi tomada do livro *Artificial inteligence*, de Patrick Henry Winston, e representa uma visão da IA que é compartilhada por praticamente todos os que trabalham no ramo. Embora eu esteja de acordo com a idéia de que a IA tem de ser estratificada de algum modo como esse, não creio que com tão poucas camadas programas inteligentes possam ser alcançados. Estou convencido de que entre o nível da linguagem de máquinas e o nível em que a inteligência verdadeira é encontrada existe, talvez, mais uma dúzia (ou mesmo muitas dúzias!) de camadas, cada uma das quais elabora e amplia as flexibilidades da imediatamente inferior. Mal se pode imaginar hoje como são elas...



FIGURA 59. Para criar programas inteligentes é necessário construir uma série de níveis de hardware *e* software, *para que não se tenha de enfrentar a agonia de ver tudo apenas no nível mais baixo. As descrições de um mesmo processo em níveis diferentes parecerão muito diferentes entre si, e apenas a mais elevada de todas é suficientemente agrupada para ser compreensível para nós. [Adaptado de P. H. Winston,* Artificial inteligence *(Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1977)]*

O paranóico e o sistema operacional

A semelhança entre todos os níveis de um sistema de computação pode levar a algumas experiências estranhas de misturas de níveis. Uma vez, eu estava com dois amigos – neófitos em computação – que brincavam, em um terminal, com o programa "Parry". É um programa infame que simula um paranóico de maneira muito rudimentar, emitindo sentenças enlatadas, em palavras, escolhidas dentre um vasto repertório; sua plausibilidade deve-se à capacidade de escolher dentre as expressões em estoque aquela que pode parecer razoável como resposta a sentenças para ele datilografadas, em palavras normais, por um ser humano.

Em certo momento, o tempo de resposta tornou-se muito lento – o PARRY demorava muito para responder – e eu expliquei a meus amigos que isso provavelmente se devia à carga elevada sobre o sistema de partilha de tempo. Disse-lhe que eles podiam calcular quantos usuários estavam ligados à máquina apertando uma tecla especial de "controle" que vai diretamente ao sistema operacional e é invisível pelo Parry. Um deles apertou a tecla e, em um instante, dados internos a respeito da condição do sistema operacional impuseram-se na tela a algumas palavras do Parry. Este não sabia de nada: é um programa que só toma "conhecimento" de corridas de cavalos e *bookmakers* –, não de sistemas operacionais e terminais e teclas especiais de controle. Mas, para os meus amigos, tanto o Parry quanto o sistema operacional não eram mais que "o computador" – uma entidade misteriosa, remota e amorfa que reagia a seus comandos. Dessa maneira, fez perfeito sentido quando um deles datilografou em linguagem corrente: "Por que você está escrevendo por cima do que estava na tela?". A idéia de que o Parry não podia saber nada a respeito do sistema operacional sob o qual operava não era familiar para meus amigos. A idéia de que "você" sabe tudo a respeito de "você mesmo" é tão comum, a partir das interações com as pessoas, que era natural estendê-la ao computador. Afinal de contas, ele era inteligente o bastante para "conversar" com eles em linguagem humana! A pergunta não era muito diferente do ato de perguntar a uma pessoa: "Por que você está produzindo tão poucos glóbulos vermelhos hoje?" As pessoas não sabem nada a respeito desse nível – o "nível do sistema operacional" – de seus corpos.

A razão principal para essa confusão de níveis estava em que a comunicação com todos os níveis do sistema de computação ocorria em uma única tela, em um único terminal. Embora a ingenuidade de meus amigos pudesse parecer extrema, mesmo pessoas com experiência computacional cometem muitas vezes erros semelhantes quando diversos níveis de um sistema complexo estão presentes simultaneamente na mesma tela. Eles esquecem com "quem" estão falando e digitam algo que não faz sentido naquele nível, embora fosse perfeitamente adequado em outro nível. Poderia ser oportuno, portanto, que o próprio sistema determinasse os níveis – para interpretar os comandos de acordo com o que "faz sentido". Infelizmente, tal interpretação requereria que o sistema fosse possuidor de um grande bom senso e também de um conhecimento

perfeito das intenções globais do programador. Ambas as coisas exigiriam uma quantidade maior de inteligência artificial do que a que existe hoje.

A fronteira entre o *software* e o *hardware*

A confusão pode resultar também da flexibilidade de alguns níveis e da rigidez de outros. Por exemplo, em alguns computadores existem sistemas maravilhosos de edição de textos que permitem que um determinado trabalho seja transformado de um formato em outro, praticamente como se derrama um líquido de um recipiente para outro. Uma página estreita pode tornar-se larga e vice-versa. Com tal poder, pode-se esperar que fosse igualmente fácil passar de um tipo de letra para outro – digamos de romano para *itálico*. Contudo, pode ser que a tela só disponha de um tipo de letra, o que torna a mudança impossível. Ou pode ser que ela seja factível na tela, mas não na impressora – ou vice-versa. Depois de lidar com computadores por muito tempo, fica-se mal acostumado e começa-se a pensar que tudo deveria ser programável: nenhuma impressora deveria ser tão rígida a ponto de ter apenas um tipo de impressão, ou mesmo um repertório finito de tipos. O usuário deveria poder especificá-los! Mas uma vez atingido esse grau de flexibilidade, por que não pretender que a impressora use tintas de cores diferentes, ou aceite papéis de todos os tamanhos e formas, ou que se autoconserte quando surjam defeitos?...

O problema está em que, em algum lugar, toda essa flexibilidade tem de "atingir o fundo do poço", para usar a expressão do capítulo V. Tem de haver um nível de configuração que seja subjacente a tudo isso e que seja inflexível. Ele pode estar profundamente escondido e pode haver tanta flexibilidade nos níveis acima que poucos usuários sentem as limitações do *hardware* – mas ela existe inevitavelmente.

Qual é essa diferenciação proverbial entre *software* e *hardware*? É a diferenciação entre programas e máquinas – entre séries longas e complicadas de instruções e as máquinas que as executam fisicamente. Gosto de descrever o *software* como "qualquer coisa que possa ser transmitida pelo fio telefônico" e *hardware* como "qualquer outra coisa". Um piano é *hardware*, mas uma partitura é *software*. Um telefone é *hardware*, mas um número de telefone é *software*. A diferenciação é útil, mas nem sempre clara.

Nós, seres humanos, também temos aspectos de *software* e *hardware* e a diferença é algo corriqueiro para nós. Estamos acostumados com a rigidez de nossa fisiologia: o fato de que não podemos, pela simples vontade, curar-nos de doenças ou ter cabelos de diversas cores – para dar apenas uns poucos exemplos simples. Podemos, no entanto, "reprogramar" nossas mentes para operarmos em novos arcabouços conceituais. A flexibilidade assombrosa de nossas mentes parece quase inconciliável com a noção de que nossos cérebros têm de ser feitos de *hardware*, com regras fixas e impossíveis de reprogramar. Não podemos mudar a velocidade de ação de nossos neurônios, não podemos recondi-

cionar nossos cérebros, não podemos formular o interesse de um neurônio, não podemos fazer *nenhuma* escolha a respeito do *hardware* – e, no entanto, podemos controlar a maneira como pensamos.

Mas existem aspectos do pensamento que estão claramente fora de nosso controle. Não podemos ficar mais inteligentes pela simples ação da vontade; não conseguimos aprender uma língua nova tão rapidamente quanto o desejaríamos; não nos podemos forçar a pensar mais rápido que o que conseguimos; não nos podemos forçar a pensar em diversas coisas ao mesmo tempo; e assim por diante. Esse é um tipo de autoconhecimento primordial tão óbvio que é difícil de reconhecer. É como estar consciente da existência do ar. Na verdade, nunca nos damos ao trabalho de pensar a respeito do que possam ser as causas desses "defeitos" de nossas mentes: ou seja, a organização de nossos cérebros. A sugestão de maneiras de conciliar o *software* da mente com o *hardware* do cérebro é um dos objetivos principais deste livro.

Níveis intermediários e o clima

Vimos que nos sistemas de computador existem numerosos estratos, definidos de maneira bastante nítida, nos termos de cada um dos quais a operação de um programa em processamento pode ser descrita. Assim, não existem simplesmente um único nível baixo e um único nível alto – existem os mais diversos graus de inferioridade e superioridade. A existência de níveis intermediários é uma característica geral dos sistemas que têm níveis altos e baixos? Consideremos, por exemplo, o sistema cujo *hardware* é a atmosfera da Terra e cujo *software* é o clima. Acompanhar os movimentos de todas as moléculas simultaneamente seria uma maneira de "compreender" o clima em um nível muito baixo, algo muito semelhante ao exame de um programa enorme e complicado no nível da linguagem de máquina. Obviamente, isso está muito além da capacidade intelectual do homem. Mas, de todo modo, temos nossas maneiras caracteristicamente humanas de ver e descrever os fenômenos climáticos. Nossa visão agrupada do clima baseia-se em fenômenos de nível muito alto como: chuva, neblina, neve, furacões, frentes frias, estações, pressões, ventos, correntes, nuvens, tempestades, inversões de camadas e assim por diante. Todos esses fenômenos envolvem números astronômicos de moléculas que, de algum modo, operam conjuntamente, dando origem a tendências de escala ampla. Isso equivale mais ou menos a ver o clima em uma linguagem de compilador.

Existe algo que se assemelha a ver o clima por meio de uma linguagem de nível intermediário, como a linguagem de ajuntamento? Por exemplo, existem "minitempestades" muito pequenas e localizadas, comparáveis aos pequenos remoinhos que às vezes levantam a poeira formando colunas rodopiantes de no máximo uns poucos metros de diâmetro? Uma rajada localizada de vento é um agrupamento de nível intermediário que desempenha um papel na criação de fenômenos climáticos de nível mais alto? Ou será que não existe nenhuma ma-

neira prática de combinar o conhecimento de tais tipos de fenômenos para gerar uma explicação mais ampla do clima?

Duas outras perguntas que vêm à mente. A primeira é: "Será que os fenômenos climáticos que percebemos em nossa escala – um tufão, uma seca – são apenas fenômenos de nível intermediário: partes de fenômenos mais amplos e mais lentos?" Se assim for, então os verdadeiros fenômenos de nível alto seriam globais e sua escala de tempo seria geológica. A Era Glacial seria um fato climático de nível alto. A segunda pergunta é: "Existem fenômenos climáticos de nível intermediário que até aqui escaparam à percepção humana, mas que, se percebidos, poderiam proporcionar uma melhor percepção de por que o clima é o que é?"

Dos tornados aos *quarks*

A última sugestão pode parecer fantasiosa, mas não é, de modo algum, absurda. Basta olharmos para a mais objetiva das ciências objetivas – a física – para encontrar exemplos peculiares de sistemas que são explicados em termos de "partes" interagentes que são, elas próprias, invisíveis. Na física, assim como em qualquer outra disciplina, um *sistema* é um grupo de *partes* integrantes. Na maioria dos sistemas que conhecemos, as partes retêm suas identidades durante a interação, de modo que continuamos a vê-las no interior do sistema. Por exemplo, quando se monta um time de futebol, os jogadores permanecem como elementos separados. Eles não se fundem em uma entidade composta na qual suas individualidades se percam. Contudo – e isso é importante –, em suas mentes desenvolvem-se alguns processos que são evocados pelo contexto do time e que não ocorreriam em outra circunstância; de modo que, em um sentido menor, os jogadores modificam suas identidades quando se tornam parte do sistema maior, o time. Esse tipo de sistema é denominado *sistema quase decomponível* (o termo provém do artigo de H. A. Simon, "The architecture of complexity"; ver a bibliografia). Em sistemas assim, cada um dos módulos interage fracamente e mantém sua própria individualidade durante toda a interação, mas se torna ligeiramente diferente do que é quando está fora do sistema, com o que contribui para o comportamento coeso do sistema como um todo. Os sistemas estudados pela física são geralmente desse tipo. Por exemplo, um átomo é visto como um sistema composto de um núcleo cuja carga positiva captura certo número de elétrons em "órbitas", ou estados de ligação. Os elétrons aprisionados são muito semelhantes aos elétrons livres, apesar de estarem no interior de um objeto composto.

Alguns sistemas estudados na física oferecem um contraste em relação ao átomo relativamente simples. Tais sistemas envolvem interações extremamente fortes, em conseqüência das quais as partes são engolidas em um sistema maior e perdem, em parte ou no todo, suas individualidades. Um exemplo disso é o núcleo de um átomo, normalmente descrito como "um conjunto de prótons e nêutrons". Mas as forças que mantêm coesas as partículas componentes são tão

fortes que estas não sobrevivem em um ambiente comparável a sua forma "livre" (a forma que têm quando fora de um núcleo). E, com efeito, o núcleo age, de muitas maneiras, como se fosse uma partícula única e não um conjunto de partículas que interagem. Quando um núcleo se divide, muitas vezes prótons e nêutrons são liberados, mas também outras partículas, como mésons-pi e raios gama, são produzidas com freqüência. Todas essas partículas diferentes estão fisicamente presentes dentro do núcleo antes de sua divisão, ou elas são apenas "faíscas" que ocorrem quando o núcleo se divide? Talvez não haja muito sentido em tentar dar uma resposta a essa pergunta. No nível das partículas físicas, a diferença entre armazenar o potencial para gerar "faíscas" e armazenar subpartículas verdadeiras não é muito clara.

O núcleo é, assim, um sistema cujas "partes", embora não sejam visíveis quando em seu interior, podem ser extraídas e tornadas visíveis. Há, no entanto, casos mais patológicos, como quando se consideram os prótons e os nêutrons como sistemas em si mesmos. Conjectura-se que cada um deles é constituído por um trio de *quarks* – partículas hipotéticas que podem ser combinadas duas a duas, ou três a três, para compor muitas partículas fundamentais conhecidas. Contudo, a interação entre os *quarks* é tão forte que não só eles não podem ser vistos no interior dos prótons e nêutrons, mas tampouco podem deles ser extraídos! Assim, embora os *quarks* auxiliem a compreensão teórica de certas propriedades dos prótons e nêutrons, sua própria existência talvez não possa jamais ser confirmada de forma independente. Aqui temos a antítese de um "sistema quase decomponível" – trata-se de um sistema que, na verdade, seria "quase indecomponível". Todavia, o curioso é que uma teoria sobre prótons e nêutrons (e outras partículas) com base nos *quarks* tem um considerável poder de explicação, na medida em que muitos resultados experimentais referentes às partículas que os *quarks* supostamente formam podem ser quantitativamente explicados, de maneira muito satisfatória, pelo uso do "modelo *quark*".

Supercondutividade: um "paradoxo" da renormalização

No capítulo V, discutimos como as partículas renormalizadas emergem de seus próprios cernes por meio de interações recorrentemente compostas com partículas virtuais. Uma partícula renormalizada pode ser vista seja como essa complexa construção matemática, seja como o grão isolado que ela é fisicamente. Uma das conseqüências mais estranhas e sensacionais dessa maneira de descrever as partículas é a explicação que ela fornece para o famoso fenômeno da *supercondutividade*: o fluxo de elétrons, livre de resistência, em certos sólidos a temperaturas extremamente baixas.

Ocorre que os elétrons nos sólidos são renormalizados por suas interações com estranhos quanta de vibração denominados *fônons* (os quais são, eles próprios, renormalizados!). Esses elétrons renormalizados são denominados *polarons*. Os cálculos mostram que, a temperaturas extremamente baixas, dois po-

larons com spins opostos começarão a atrair-se mutuamente e podem, na verdade, unir-se de certa forma. Nas condições apropriadas, todos os polarons portadores de corrente formarão pares, denominados *pares de Cooper*. Ironicamente, esse emparelhamento ocorre precisamente porque os elétrons – os próprios cernes dos polarons emparelhados – se repelem eletricamente. Em contraste com os elétrons, cada par de Cooper não é nem repelido nem atraído por outros pares de Cooper, podendo, em conseqüência, deslizar livremente através de um metal, como se o metal fosse o vácuo. Se se converte a descrição matemática de tal metal tendo pares de Cooper, em vez de polarons, como unidades primitivas, obtém-se um conjunto de equações consideravelmente simplificado. Essa simplicidade matemática é a maneira de o físico saber que o "agrupamento" em pares de Cooper é a maneira natural de encarar a supercondutividade.

Temos aqui vários níveis de partículas: o próprio par de Cooper; os dois polarons com spins opostos que o compõem; os elétrons e os fônons que compõem os polarons; e, dentro dos elétrons, os fótons e pósitrons virtuais, etc. Podemos considerar cada um dos níveis e observar neles fenômenos que são explicados pela compreensão dos níveis inferiores.

"Selagem"

Do mesmo modo, e felizmente, não é necessário saber tudo a respeito dos *quarks* para compreender muitas coisas a respeito das partículas que eles podem compor. Assim, um físico nuclear pode trabalhar com teorias de núcleos baseadas em prótons e nêutrons e ignorar as teorias dos *quarks* e suas rivais. O físico nuclear tem uma visão *agrupada* dos prótons e nêutrons – uma descrição derivada de teorias de nível mais baixo, mas que não requer a compreensão das teorias de nível mais baixo. Do mesmo modo, um físico atômico tem uma visão agrupada do núcleo atômico derivada da teoria nuclear. Por sua vez, um químico tem uma visão agrupada dos elétrons e suas órbitas e elabora teorias sobre pequenas moléculas, as quais podem ser tomadas, de modo agrupado, por um biólogo molecular, que tem uma intuição sobre como as moléculas pequenas se mantêm juntas, mas cuja especialidade técnica está no campo das moléculas extremamente grandes e suas interações. Já o biólogo celular tem uma visão agrupada das unidades que o biólogo molecular estuda e trata de usá-las para explicar as maneiras pelas quais as células interagem. É fácil ver. Em certo sentido, cada nível está "selado" com relação aos níveis inferiores a ele. Esse é outro dos termos vívidos de Simon, e lembra a maneira como os submarinos são construídos em compartimentos, de maneira que se uma parte for atingida e a água começar a entrar na nave, pode-se evitar que o problema se propague fechando-se as portas e selando, assim, o compartimento afetado com relação aos compartimentos vizinhos.

Embora sempre haja algum vazamento entre os níveis hierárquicos da ciência, de modo que um químico não se pode dar ao luxo de ignorar totalmente a

física dos níveis mais baixos, nem um biólogo pode ignorar totalmente a química, quase não há vazamento de um nível para outro distante. É por isso que as pessoas podem compreender intuitivamente outras pessoas sem compreender necessariamente o modelo dos *quarks*, as estruturas dos núcleos, a natureza das órbitas dos elétrons, o vínculo químico, a estrutura das proteínas, as organelas de uma célula, os métodos de comunicação intercelular, a fisiologia dos vários órgãos do corpo humano ou as complexas interações entre os órgãos. Tudo de que uma pessoa precisa é um modelo agrupado sobre a atuação do nível mais alto; e, como sabemos todos, tais modelos são muito realistas e proveitosos.

A barganha entre o agrupamento e o determinismo

Existe, contudo, talvez uma característica negativa importante do modelo agrupado: normalmente, ele não tem um poder de previsão exata. Ou seja, livramo-nos da tarefa impossível de ver as pessoas como conjuntos de *quarks* (ou o que quer que componha o nível mais baixo) por meio do uso de modelos agrupados; mas, evidentemente, tais modelos apenas nos dão estimativas probabilísticas a respeito de como as outras pessoas sentem, reagem ao que dizemos ou fazemos, e assim por diante. Em resumo, ao usarmos modelos agrupados de nível alto, sacrificamos o determinismo em favor da simplicidade. Apesar de não termos certeza de como as pessoas reagirão a uma piada, nós a contamos na expectativa de que elas farão algo como rir, ou não rir – ao invés de, digamos, subir no primeiro mastro de bandeira. (Mestres de zen poderiam perfeitamente fazer isso!) Um modelo define um "espaço" no interior do qual se espera que o comportamento se situe e especifica probabilidades de que ele incida sobre diferentes partes desse espaço.

"Os computadores só podem fazer o que se lhes ordena"

Estas idéias podem ser aplicadas tanto a programas de computadores quanto a sistemas físicos compostos. Há um velho dito, segundo o qual "os computadores só podem fazer o que se lhes ordena". Em determinado sentido, isso está certo, mas o ponto não é esse: não se sabem, de antemão, as conseqüências daquilo que se manda um computador fazer; por conseguinte, seu comportamento pode parecer-lhe tão intrigante, surpreendente e imprevisível quanto o de uma pessoa. Normalmente, sabe-se de antemão o *espaço* em que o resultado se situará, mas não se sabe com detalhes onde ele incidirá. Por exemplo, pode-se elaborar um programa para calcular o primeiro milhão de algarismo de π. O programa produzirá os algarismos com muito mais rapidez que um ser humano, mas não há paradoxo no fato de que o computador seja mais veloz que seu programador. Sabe-se de antemão o espaço em que se situará o resultado – o espaço dos algarismos entre 0 e 9; o que significa que existe um modelo agrupado do comportamento do programa; mas se tudo o mais fosse sabido, não se formularia o programa.

O dito é inadequado em outro sentido. Isso tem a ver com o fato de que à medida que os programas são feitos em linguagem de nível cada vez mais alto, sabe-se cada vez menos, e com menor precisão, o que se mandou o computador fazer! Camadas e mais camadas de tradução podem separar o que aparece de um programa complexo de suas instruções em linguagem de máquina. No nível do pensamento e da programação, as afirmações podem parecer declarações e sugestões mais que ordens ou comandos. E toda a celeuma interior provocada pelo insumo de uma afirmação de nível alto fica, geralmente, invisível, assim como quando se come um sanduíche é dispensável a consciência do processo digestivo desencadeado por esse ato.

Em todo caso, a noção de que "os computadores só podem fazer o que se lhes ordena", proposta inicialmente por Lady Lovelace em sua famosa obra, é tão aceita e tão ligada à noção de que "os computadores não podem pensar", que voltaremos a ela em capítulos posteriores, quando nosso nível de sofisticação for maior.

Dois tipos de sistemas

Existe uma divisão importante entre dois tipos de sistemas constituídos de muitas partes. Há os sistemas em que o comportamento de algumas partes tende a *cancelar* o de outras partes, resultando daí que não importa muito o que acontece no nível baixo, porque praticamente qualquer coisa produz comportamentos semelhantes de nível alto. Um exemplo desse tipo de sistema é um recipiente de gás, em que todas as moléculas se esbarram e se chocam entre si de maneiras microscópicas muito complexas; mas o resultado total, do ponto de vista macroscópico, é um sistema muito calmo e estável, com certa temperatura, pressão e volume. Existem outros sistemas em que o efeito de um único evento de nível baixo pode ser *magnificado* e produzir conseqüências enormes no nível alto. Sistemas assim são como "fliperamas", em que o ângulo exato em que a bola atinge cada elemento é crucial para determinar o prosseguimento de seu caminho.

O computador é uma combinação elaborada desses dois tipos de sistemas. Contém subunidades, como fios, que se comportam de maneira altamente previsível: eles conduzem a eletricidade de acordo com a lei de Ohm, uma lei muito precisa e agrupada que se assemelha às leis que comandam os gases contidos em recipientes, uma vez que se baseia em efeitos estatísticos em que bilhões de efeitos aleatórios se cancelam mutuamente, produzindo um comportamento global previsível. O computador também contém subunidades macroscópicas, como a impressora, cujo comportamento é integralmente determinado por delicados padrões de correntes. O que a impressora imprime não é, de modo algum, criado por miríades de efeitos microscópicos que se cancelam. Com efeito, no caso da maioria dos programas de computador, o valor de cada *bit* do programa desempenha papel

fundamental no resultado impresso. Se qualquer *bit* for modificado, o resultado também se modificará drasticamente.

Os sistemas que são compostos apenas de subsistemas "confiáveis" – ou seja, subsistemas cujo comportamento pode ser confiavelmente previsto a partir de descrições agrupadas – desempenham papéis de importância inestimável no cotidiano de nossas vidas porque são sustentáculos da estabilidade. Podemos confiar em que as paredes não caiam, em que as calçadas permaneçam onde estavam ontem, em que o sol brilhe, em que os relógios marquem a hora certa, e assim por diante. Os modelos agrupados de tais sistemas são, virtualmente, totalmente deterministas. Evidentemente, o outro tipo de sistema que desempenha um papel importante em nossas vidas é o que apresenta um comportamento variável que depende de certos parâmetros muito numerosos – que não podem ser observados diretamente. Nosso modelo agrupado de um sistema assim dá-se necessariamente em termos do "espaço" de operação e envolve estimativas probabilísticas quanto ao ponto de aterrissagem no interior desse espaço.

Um recipiente de gás, que, como já assinalei, é um sistema confiável pelos múltiplos efeitos que se cancelam mutuamente, obedece a leis precisas e determinísticas da física. Tais leis são *leis agrupadas*, na medida em que se referem ao gás como um todo, ignorando os elementos que o constituem. Além disso, as descrições microscópica e macroscópica de um gás empregam termos totalmente diferentes. A primeira requer a especificação da posição e da velocidade de cada molécula componente; a última requer apenas a especificação de três novas quantidades: temperatura, pressão e volume, sendo que as duas primeiras sequer têm contrapartidas microscópicas. A relação matemática simples que vincula estes três parâmetros – $pV = cT$, em que c é uma constante – é uma lei que se baseia em fenômenos do nível mais baixo, mas não depende deles. Essa lei pode ser derivada a partir das leis que comandam o nível molecular; nesse sentido, ela se baseia no nível mais baixo. Por outro lado, é uma lei que permite que se ignore totalmente esse nível mais baixo, se assim se preferir; nesse sentido, ela é independente de tal nível.

É importante ter em mente que a lei de nível alto não pode ser enunciada com o vocabulário da descrição de nível baixo. "Pressão" e "temperatura" são termos novos que a experiência no nível baixo não pode propiciar isoladamente. Nós, seres humanos, percebemos diretamente a temperatura e a pressão; fomos construídos dessa maneira e, portanto, não é surpreendente que tenhamos descoberto tal lei. Mas outras criaturas que conhecessem os gases apenas como construções matemáticas teóricas teriam de ter capacidade de sintetizar novos conceitos para poder descobrir essa lei.

Epifenômenos

Ao concluir este capítulo, gostaria de contar uma história a respeito de um sistema complexo. Outro dia eu estava conversando com dois programadores

do sistema do computador que eu estava usando. Eles mencionaram que o sistema operador parecia ser capaz de comportar cerca de trinta e cinco usuários com grande facilidade, mas que, a partir desse nível, aproximadamente, o tempo de respostas se alongava de repente, ficando tão lento que era melhor ir embora e esperar outra ocasião. Eu disse, brincando: "Bem, isso é fácil de resolver. É só encontrar o lugar do sistema operador em que o número '35' está armazenado e mudá-lo para '60'!". Todo mundo riu. O fato é que, naturalmente, esse lugar não existe. De onde vem, então, o número crítico de 35 usuários? A resposta é: *É uma conseqüência visível da organização global do sistema – um "epifenômeno"*.

Do mesmo modo, poder-se-ia perguntar a um corredor: "Onde está armazenado o '10,2' que o capacita a correr 100 metros em 10,2 segundos?". Obviamente, não está armazenado em parte alguma. O tempo de corrida é o resultado de sua compleição, de seu tempo de reação, de um milhão de fatores que interagem quando ele corre. O tempo da corrida pode ser facilmente reproduzido, mas não está armazenado em nenhum lugar de seu corpo. Está disperso por todas as células de seu corpo e manifesta-se apenas no próprio ato da corrida.

Os epifenômenos são abundantes. No jogo de "Go" existe o fato de que "dois olhos sobrevivem". Ele não está contido nas regras, mas é uma conseqüência delas. No cérebro humano existe a credulidade. Quão crédulo é você? Sua credulidade está localizada em algum "centro de credulidade" de seu cérebro? Um neurocirurgião poderia encontrá-la e executar uma operação delicada para diminuir sua credulidade sem interferir em outras características suas? Se você acredita nisso, é porque é muito crédulo e talvez devesse considerar a possibilidade de fazer tal operação.

Mente *versus* cérebro

Nos próximos capítulos, quando discutirmos o cérebro, examinaremos se o nível superior do cérebro – a mente – pode ser compreendido sem que se compreendam os níveis inferiores, dos quais depende ao mesmo tempo. Existem leis do pensamento "seladas" com relação às leis inferiores que comandam a atividade microscópica das células do cérebro? A mente pode ser "separada" do cérebro e transplantada para outros sistemas? Ou é impossível decompor os processos de pensamento em subsistemas modulares e claros? O cérebro assemelha-se mais a um átomo, a um elétron renormalizado, a um núcleo, a um nêutron ou a um *quark*? A consciência é um epifenômeno? Para compreender a mente é necessário ir até o nível das células nervosas?

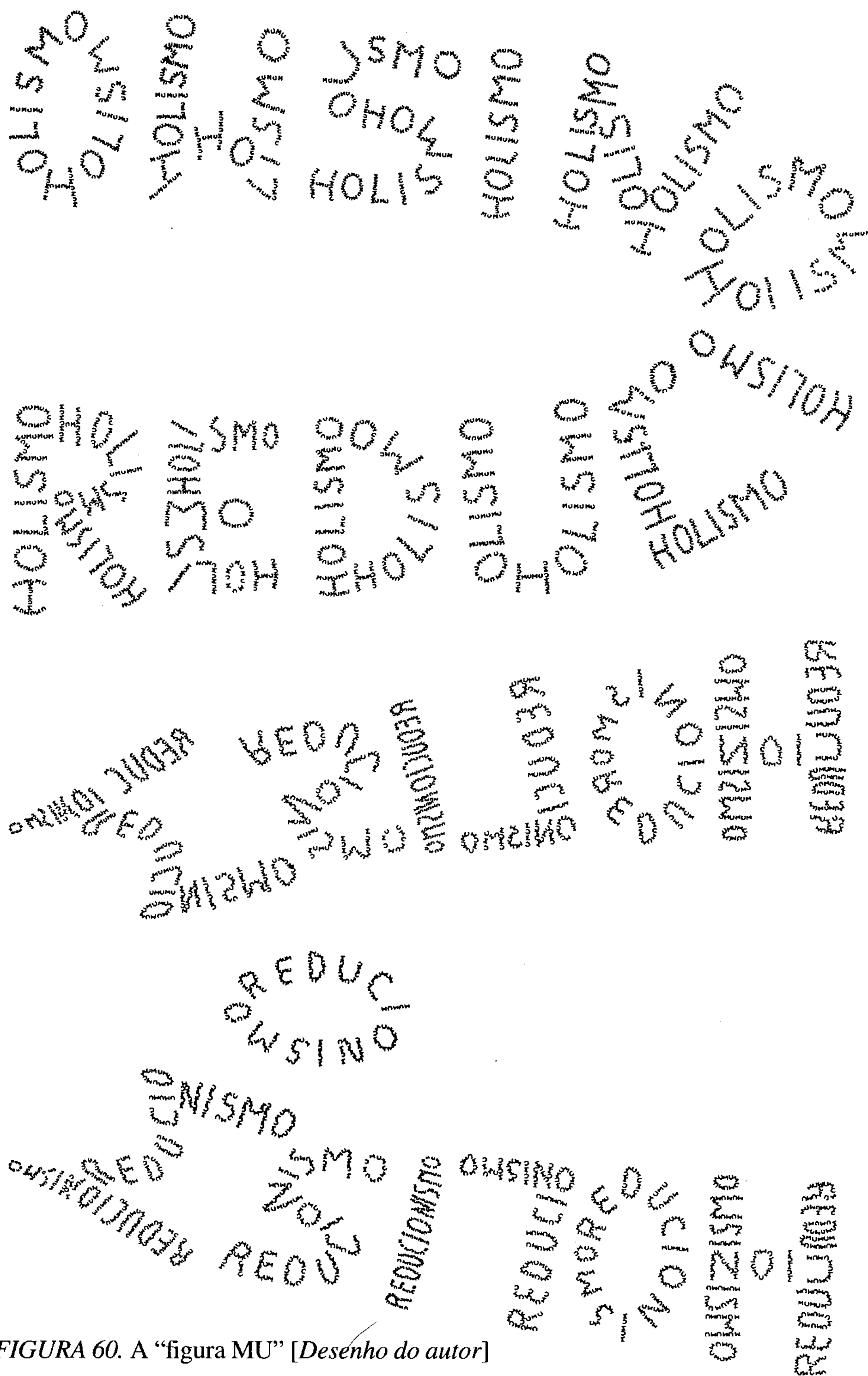


FIGURA 60. A "figura MU" [*Desenho do autor*]

...fuga da formiga

...em seguida entram, uma a uma, as quatro vozes da fuga.)

Aquiles: Sei que vocês não acreditarão, mas a resposta à pergunta está diante de nós, escondida no quadro. Apenas uma palavra – mas uma palavra muito importante: "MU"!

CCaranguejo: Sei que vocês não acreditarão, mas a resposta à pergunta está diante de nós, escondida no quadro. Apenas uma palavra – mas uma palavra muito importante: "HOLISMO"!

Aquiles: Epa! Um momento. Vocês devem estar vendo coisas. Está claro como o dia que a mensagem deste quadro é "MU", e não "HOLISMO"!

Caranguejo: Perdoem-me, mas minha visão é extremamente boa. Por favor, olhem novamente, e então digam-me se o quadro não diz o que eu disse que ele diz!

Tamanduá: Sei que vocês não acreditarão, mas a resposta à pergunta está diante de nós, escondida no quadro. Apenas uma palavra – mas uma palavra muito importante: "REDUCIONISMO"!

Caranguejo: Epa! Um momento. Vocês devem estar vendo coisas. Está claro como o dia que a mensagem deste quadro é "HOLISMO", e não "REDUCIONISMO"!

Aquiles: Mais um alucinado! Nem "HOLISMO", nem "REDUCIONISMO", mas sim "MU", que é a mensagem do quadro, por certo.

Tamanduá: Perdoem-me, mas minha visão é extremamente boa. Por favor, olhem novamente, e então digam-me se o quadro não diz o que eu disse que ele diz.

Aquiles: Vocês não vêem que o quadro é composto de duas partes, e que cada uma delas é uma única letra?

Caranguejo: Você está certo com relação às duas partes, mas está errado ao identificá-las. A parte esquerda é inteiramente composta de três cópias de uma palavra: "HOLISMO"; e a parte direita é composta de muitas cópias da mesma palavra, em letras menores. Não sei por que as letras são de diferentes tamanhos nas duas partes, mas sei o que vejo, e o que vejo é "HOLISMO", claro como o dia. Foge à minha compreensão o fato de você ver qualquer outra coisa.

Tamanduá: Você está certo com relação às duas partes, mas está errado ao identificá-las. A parte esquerda é inteiramente composta de muitas cópias de uma palavra: "REDUCIONISMO"; e a parte direita é composta de uma única cópia, em letras grandes, da mesma palavra. Não sei por que as letras são

de diferentes tamanhos nas duas partes, mas sei que vejo, e o que vejo é "REDUCIONISMO", claro como o dia. Foge à minha compreensão o fato de você ver qualquer outra coisa.

Aquiles: Sei o que está ocorrendo. Cada um de vocês viu letras que compõem, ou são compostas, de outras letras. Na parte esquerda há, com efeito, três vezes a palavra "HOLISMO", mas cada uma delas é composta de cópias menores da palavra "REDUCIONISMO". Da mesma forma, na parte direita existe, realmente, uma palavra "REDUCIONISMO", mas ela é composta de cópias menores da palavra "HOLISMO". Ora, tudo isso está muito bem, mas, com essa tola disputa, vocês dois viram as árvores e não viram a floresta. Ouçam, que adianta discutir sobre qual palavra está correta quando a maneira apropriada de compreender o caso é transcender à questão e responder "MU"?

Caranguejo: Agora vejo o quadro conforme você o descreveu, Aquiles, mas não faço idéia do que você quer dizer com essa estranha expressão "transcender à questão".

Tamanduá: Agora vejo o quadro conforme você o descreveu, Aquiles, mas não faço idéia do que você quer dizer com essa estranha expressão "MU".

Aquiles: Terei prazer em responder a ambos se, em primeiro lugar, fizerem o favor de explicar o significado dessas estranhas expressões: "HOLISMO" e "REDUCIONISMO".

Caranguejo: O HOLISMO é a coisa mais fácil do mundo de se entender. É, simplesmente, a crença de que "o todo é maior que a soma de suas partes". Ninguém, mesmo somente com o lado direito do cérebro, poderia rejeitar o HOLISMO.

Tamanduá: O REDUCIONISMO é a coisa mais fácil do mundo de se entender. É, simplesmente, a crença de que "um todo pode ser compreendido completamente se suas partes forem compreendidas, bem como a natureza de sua 'soma'". Ninguém, mesmo somente com o lado esquerdo do cérebro funcionando, poderia rejeitar o reducionismo.

Caranguejo: Eu rejeito o reducionismo. Desafio você a dizer-me, por exemplo, como entender um cérebro reducionisticamente. Qualquer explicação reducionista de um cérebro deixará, inevitavelmente, de explicar a origem da consciência experimentada por um cérebro.

Tamanduá: Eu rejeito o holismo. Desafio você a dizer-me, por exemplo, como uma descrição holista de um formigueiro esclarece-o mais que a descrição das formigas dentro dele, de suas funções e inter-relações. Qualquer explicação holista de um formigueiro deixará, inevitavelmente, de explicar a origem da consciência de um formigueiro.

Aquiles: Oh, não! A última coisa que eu queria fazer era provocar outra discussão. De toda forma, agora que compreendo a controvérsia, creio que minha explicação de "MU" ajudará bastante. Vocês sabem, "MU" é uma antiga resposta de zen que, quando dada a uma pergunta, DESPERGUNTA a pergunta. No nosso caso, a pergunta parece ser: "O mundo deve ser com-

preendido via holismo ou via reducionismo?" E a resposta de "MU" rejeita as premissas da pergunta, ou seja, que uma ou outra tem de ser escolhida. Ao desperguntar a pergunta, a resposta revela uma verdade maior: há um contexto mais amplo em que tanto as explicações holistas quanto as reducionistas se encaixam.

Tamanduá: Absurdo! Esse seu "MU" é tão tolo quanto o muuu de uma vaca. Não quero mais saber dessa baboseira zen.

Caranguejo: Ridículo! Esse seu "MU" é tão tolo quanto o miau de um gatinho. Não quero mais saber dessa baboseira zen.

Aquiles: Oh, céus! Estamos chegando, e rápido, a parte alguma. Por que permaneceu tão estranhamente quieto, Sr. Tartaruga? Isso me deixa muito pouco à vontade. Com certeza, você tem de ser capaz de ajudar, de alguma forma, a dar um jeito nessa confusão.

Tartaruga: Sei que vocês não acreditarão, mas a resposta à pergunta está diante de nós, escondida no quadro. Apenas uma palavra – mas uma palavra importante: "MU"!

(Dito isso, entra na fuga que está sendo tocada a quarta voz, exatamente uma oitava abaixo da primeira.)

Aquiles: Oh, Sr. T, dessa vez você me desapontou. Estava certo de que você, que sempre percebe mais profundamente as coisas, resolveria esse dilema – mas, aparentemente, não viu mais adiante que eu. Oh, bem, acho que devia sentir-me contente por ter visto tão longe quanto o Sr. Tartaruga, desta vez.

Tartaruga: Perdoe-me, mas minha visão é extremamente boa. Por favor, olhe novamente, e então me diga se o quadro não diz o que eu disse que ele diz.

Aquiles: Mas é claro que sim! Você apenas repetiu minha própria observação original.

Tartaruga: Talvez "MU" exista nesse quadro em um nível mais profundo do que você imagina, Aquiles – uma oitava abaixo (falando figurativamente). Mas, por ora, duvido que possamos resolver essa disputa no abstrato. Gostaria de ver ambos os pontos de vista, o holista e o reducionista, colocados de forma mais explícita; aí então poderá haver uma base melhor, que permita uma decisão. Gostaria muito de ouvir uma descrição reducionista de um formigueiro, por exemplo.

Caranguejo: Talvez o Dr. Tamanduá possa lhe contar algumas de suas experiências a esse respeito. Afinal, ele é, por profissão, um especialista no assunto.

Tartaruga: Estou certo de que temos muito que aprender com você, Dr. Tamanduá. Poderia falar-nos mais sobre formigueiros, de um ponto de vista reducionista?

Tamanduá: Com prazer. Conforme o Sr. Caranguejo mencionou a vocês, minha profissão conduziu-me a uma compreensão bastante profunda dos formigueiros.

Aquiles: Posso imaginar! A profissão de tamanduá pareceria sinônimo de especialista em formigueiros!

Tamanduá: Perdão, "tamanduá" não é minha profissão; é minha espécie. Por profissão, sou cirurgião de formigueiro. Sou especialista em correção de desordens nervosas de formigueiros pela técnica de remoção cirúrgica.

Aquiles: Ah, bom; entendo. Mas o que você quer dizer com "desordens nervosas" de um formigueiro?

Tamanduá: A maioria dos meus clientes sofre de algum tipo de deficiência da fala. Você sabe, formigueiros que têm de procurar palavras em situações cotidianas. Pode ser bem trágico. Tento remediar a situação por meio da, uhh – remoção – da parte deficiente do formigueiro. Essas operações são, às vezes, bastante complicadas e requerem anos de estudo antes que se possa executá-las.

Aquiles: Mas – não é verdade que, antes que se possa sofrer uma deficiência da fala, tem-se de ter a faculdade da fala?

Tamanduá: Certo.

Aquiles: Como formigueiros não possuem essa faculdade, estou um pouco confuso.

Caranguejo: É uma pena, Aquiles, você não ter estado aqui na semana passada, quando hospedei o Dr. Tamanduá e madame Fourmi Gueiros. Devia ter me lembrado de convidá-lo.

Aquiles: A madame Fourmi Gueiros é francesa, Sr. Caranguejo?

Caranguejo: Oh, não; na verdade, ela não é francesa.

Tamanduá: Mas a pobrezinha insiste em que todos a chamem assim, mesmo os íntimos. Isso é só mais uma de suas ternas artimanhas.

Caranguejo: Sim, madame Fourmi Gueiros é bastante excêntrica, mas uma boa alma. É realmente uma pena eu não o ter convidado para conhecê-la, na semana passada.

Tamanduá: Ela é, com certeza, um dos formigueiros mais bem educados que eu jamais tive a boa sorte de conhecer. Nós dois passamos muitas longas noites conversando sobre assuntos os mais variados.

Aquiles: Pensava que tamanduás fossem devoradores de formigas e não patrocinadores de seu intelectualismo!

Tamanduá: Bem, é claro que as duas coisas não são mutuamente incoerentes. Vivo no melhor dos termos com os formigueiros. Como apenas FORMIGAS, não formigueiros – e isso é bom para ambos os lados: para mim e para o formigueiro.

Aquiles: Como é possível que...

Tartaruga: Como é possível que...

Aquiles: ...ter suas formigas comidas possa fazer algum bem ao formigueiro?

Caranguejo: Como é possível que...

Tartaruga : ...um incêndio na floresta possa fazer algum bem à floresta?

Tamanduá: Como é possível que...

Caranguejo: ...ter seus galhos podados possa fazer algum bem a uma árvore?

Tamanduá: ...cortar os cabelos possa fazer algum bem a Aquiles?
Tartaruga: Provavelmente, vocês todos estiveram tão absortos na discussão para notar o gracioso *stretto* que acaba de ocorrer nesta fuga de Bach.
Aquiles: O que é um *stretto*?
Tartaruga: Oh, desculpe; achei que você conhecesse o termo. O *stretto*, na fuga musical, é o momento em que um tema entra repetidamente em cada voz, uma após a outra, com um intervalo menor entre elas.
Aquiles: Se ouvir boa quantidade de fugas, logo saberei essas coisas todas e poderei distingui-las, sem que haja necessidade de que me sejam apontadas.
Tartaruga: Perdoem-me, meus amigos. Desculpem havê-los interrompido. O Dr. Tamanduá tentava explicar como podem ser perfeitamente coerentes comer formigas e ser amigo do formigueiro.
Aquiles: Bem, posso vislumbrar como um consumo limitado e regulado de formigas poderia melhorar a saúde geral de um formigueiro – mas o que me deixa perplexo é toda essa história de conversações com formigueiros. Isso é impossível. Um formigueiro é só um bando de formigas, correndo aleatoriamente, buscando comida e fazendo ninhos.
Tamanduá: Você pode afirmar isso se quiser insistir em ver as árvores e não ver a floresta, Aquiles. Na verdade, os formigueiros, vistos como um todo, são unidades muito bem definidas, com suas próprias qualidades, que às vezes até incluem o domínio da linguagem.
Aquiles: Acho difícil imaginar-me gritando algo no meio de uma floresta e ouvir em seguida a resposta, vinda de um formigueiro.
Tamanduá: Que sujeito bobo! Não é assim que acontece. Formigueiros não conversam em voz alta, mas por meio da escrita. Você sabe como as formigas formam suas trilhas, que as levam para cá e para lá?
Aquiles: Oh, sim – geralmente direto pela pia da cozinha até meu vidro com geléia de pêssego.
Tamanduá: Na verdade, algumas trilhas contêm informações de forma codificada. Se você conhece o sistema, pode ler o que estão dizendo, assim como em um livro.
Aquiles: Incrível. E você pode comunicar-se de volta com elas?
Tamanduá: Sem nenhum problema. É assim que madame Fourmi Gueiros e eu conversamos durante horas. Pego um graveto e desenho trilhas. De repente, uma nova trilha começa a ser formada em outra parte. Aprecio muito observar o desenvolvimento dessas trilhas. Enquanto se formam, procuro prever sua continuação (na maioria das vezes eu erro). Quando a trilha é completada, fico sabendo o que madame Fourmi Gueiros está pensando e faço, então, minha resposta.
Aquiles: Uma coisa eu digo: deve haver algumas formigas surpreendentemente espertas nesse formigueiro.
Tamanduá: Acho que você ainda encontra dificuldade na percepção da diferença de níveis. Assim como você jamais confundiria uma árvore com uma floresta, assim também você não pode tomar uma formiga por um formi-

gueiro. Veja bem, todas as formigas da madame Fourmi Gueiros são bastante parvas. Não poderiam conversar para salvar seus próprios tórax!

Aquiles: Bem, então de onde vem essa habilidade para conversar? Ela deve estar em alguma parte, dentro do formigueiro! Não entendo como as formigas podem não ser inteligentes se madame Fourmi Gueiros o entretém por horas com suas brincadeiras espirituosas.

Tartaruga: Parece-me que a situação não é indistinta da composição de um cérebro humano a partir de neurônios. Certamente, ninguém insistiria em que uma célula cerebral é um ser inteligente por si para explicar o fato de que uma pessoa pode manter uma conversação inteligente.

Aquiles: Oh, não, claro que não. No caso das células cerebrais... formigas são farinha de outro saco. Quero dizer, formigas ficam perambulando por aí, de modo completamente aleatório, deparando de vez em quando com um pedaço de comida... São livres para fazer o que quiser e, com essa liberdade, não vejo como o seu comportamento, visto como um todo, possa representar algo coerente – especialmente uma coisa tão coerente como o comportamento de um cérebro, necessário para uma conversação.

Caranguejo: Parece-me que as formigas são livres somente dentro de certos limites. Por exemplo, são livres para vaguear, para escovarem-se umas às outras, para apanhar coisas pequenas, para trabalhar nas trilhas, e assim por diante. Mas elas nunca saem desse pequeno mundo, do sistema em que vivem. Isso nunca lhes ocorreria, pois não têm a mentalidade necessária para imaginar qualquer coisa desse tipo. Dessa forma, as formigas são componentes muito confiáveis, na medida em que se pode depender delas para a execução de certos tipos de tarefas, de certa forma.

Aquiles: Mas, mesmo assim, dentro desses limites, elas são livres e comportam-se de maneira aleatória, perambulando incoerentemente, sem qualquer noção dos mecanismos de pensamento de um ser de nível mais alto, do qual, assegura o Dr. Tamanduá, elas são meros componentes.

Tamanduá: Ah, mas você deixou de reconhecer uma coisa, Aquiles – a regularidade das estatísticas.

Aquiles: Como é que é?

Tamanduá: Por exemplo, muito embora as formigas sejam seres que perambulam por um caminho que parece aleatório, há, não obstante, tendências gerais que envolvem grandes números de formigas, que podem emergir desse caos.

Aquiles: Oh, sei o que você quer dizer. De fato, as trilhas das formigas são exemplo perfeito de tal fenômeno. Nelas se dá o movimento bastante imprevisível da parte de qualquer formiga tomada individualmente – ainda assim, a trilha parece permanecer bem definida e estável. Isso certamente deve significar que elas não estão, na realidade, apenas perambulando aleatoriamente.

Tamanduá: Exatamente, Aquiles. Existe algum grau de comunicação entre as formigas, o suficiente para não permitir que fiquem vagueando, completamente sem rumo. Por meio dessa comunicação mínima, elas podem lem-

brar-se de que não estão sozinhas, mas sim em cooperação com colegas de equipe. É preciso que haja um grande número de formigas, cada uma apoiando a outra desse jeito, para manter qualquer atividade – como a construção de trilhas – por qualquer extensão de tempo. Ora, minha compreensão um tanto quanto confusa a respeito da operação dos cérebros me leva a crer que algo semelhante ocorre com o acionamento dos neurônios. Não é verdade, Sr. Caranguejo, que é preciso que um grupo de neurônios seja acionado para que se dê o acionamento de outro neurônio?

Caranguejo: Certamente. Considere, por exemplo, os neurônios do cérebro de Aquiles. Cada um deles recebe sinais de neurônios conectados às suas linhas de entrada, e se o total da soma de entradas exceder, em qualquer momento, um limite crítico, aquele neurônio será acionado e enviará sua descarga a outros neurônios que, por sua vez, serão acionados – e assim por diante. O lampejo neurônico arremete-se inexoravelmente em seu curso aquileano, tomando formas mais estranhas que o vôo rápido da andorinha faminta na caça aos mosquitos; cada reviravolta, cada curva é pré-ordenada pela estrutura neurônica do cérebro de Aquiles, até que surjam mensagens sensórias que interfiram no processo.

Aquiles: Normalmente, EU creio estar no controle do que penso – mas a maneira como você coloca esse processo faz com que tudo seja virado ao avesso, de modo que soa como se "EU" fosse apenas o que resulta de toda essa estrutura neural e das leis naturais. Faz com que o que considero meu EU soe, quando muito, como um subproduto de um organismo governado pelas leis naturais e, na pior das hipóteses, uma noção artificial produzida pela minha perspectiva distorcida. Em outras palavras, você faz com que me sinta como se não soubesse quem – ou o que – eu sou, se é que sou alguma coisa.

Tartaruga: Você compreenderá muito melhor à medida que prosseguirmos. Mas, Dr. Tamanduá – o que você acha dessa similaridade?

Tamanduá: Sabia que havia algo de paralelo acontecendo nos dois sistemas bastante distintos. Agora, compreendo bem melhor. Parece que um grupo de fenômenos que possua coerência – construção de trilhas, por exemplo – ocorrerá somente quando estiver envolvido um certo número limite de formigas. Se um esforço é iniciado, talvez aleatoriamente por umas poucas formigas em algum lugar, uma de duas coisas poderá ocorrer: ou malogrará, após um breve e confuso início...

Aquiles: Quando não houver um número suficiente de formigas para manter o processo em andamento?

Tamanduá: Exatamente. A outra coisa que pode acontecer é a presença de uma quantidade crítica de formigas, e o processo terá o efeito de uma bola de neve, integrando mais e mais formigas ao processo. Neste último caso, um "time" inteiro toma forma e trabalha em um único projeto. Esse projeto pode consistir em fazer trilhas, buscar alimento ou envolver a manutenção dos ninhos. Apesar da extrema simplicidade desse esquema, em esca-

la pequena, ele poderá deflagrar conseqüências bastante complexas, em escala maior.

Aquiles: Posso assimilar a idéia geral da ordem emergindo do caos, conforme seu esboço, mas isso ainda está longe de explicar a habilidade da conversação. Afinal, a ordem também emerge do caos quando moléculas de um gás batem umas contra as outras aleatoriamente – entretanto, tudo o que resulta disso é uma massa amorfa, com apenas três parâmetros para caracterizá-la: volume, pressão e temperatura. Ora, isso é bem distante da habilidade de compreender o mundo, ou de falar sobre ele!

Tamanduá: Isso ilustra uma diferença muito interessante entre a explicação do comportamento de um formigueiro e a explicação do comportamento do gás dentro de um recipiente. Pode-se explicar o comportamento do gás simplesmente pelo cálculo das propriedades estatísticas dos movimentos de suas moléculas. Não há necessidade de se discutir quaisquer outros elementos mais elevados da estrutura do que as moléculas, exceto o próprio gás. Por outro lado, em um formigueiro, não se pode nem mesmo começar a compreender as suas atividades, a menos que se passe por diversas camadas estruturais.

Aquiles: Entendo o que você quer dizer. Em um gás, um salto nos leva do nível mais baixo – as moléculas – ao nível mais alto – o gás. Não há níveis intermediários de organização. Ora, como surgem os níveis intermediários de atividade organizada em um formigueiro?

Tamanduá: Isso tem a ver com a existência de várias espécies diferentes de formigas dentro de um formigueiro.

Aquiles: Oh, sim. Acho que já ouvi falar sobre isso. São as chamadas "castas", não é?

Tamanduá: Correto. Fora a rainha, há os machos, que em quase nada contribuem para a manutenção dos ninhos, e então...

Aquiles: E naturalmente há soldados – Lutadores Gloriosos Contra o Comunismo!

Caranguejo: Hmmm... Acho que isso dificilmente poderia estar correto, Aquiles. Um formigueiro é bastante comunitário, internamente; então, por que seus soldados lutariam contra o comunismo? Não estou certo, Dr. Tamanduá?

Tamanduá: Sim, com relação aos formigueiros, você está certo, Sr. Caranguejo; realmente, eles são baseados em princípios algo comunistas. Mas, com relação aos soldados, Aquiles é um tanto ingênuo. De fato, não se pode dizer que os chamados "soldados" sejam adeptos da luta. São formigas lentas, canhestras, com cabeças gigantes, que podem cortar com suas fortes mandíbulas, mas que dificilmente poderiam ser glorificadas. Da mesma forma que, em um estado verdadeiramente comunista, são os trabalhadores os que devem ser glorificados. São eles que desempenham a maior parte das tarefas, como a busca de alimento, a caça e o cuidado dos infantes. Até mesmo a maioria das lutas é ocupação deles.

Aquiles: Bah. Esse é um estado de coisas absurdo. Soldados que não lutam!

Tamanduá: Bem, como acabo de dizer, eles não são, realmente, soldados. São os trabalhadores que são os soldados; os soldados não passam de patetas preguiçosos.

Aquiles: Oh, que coisa vergonhosa! Se eu fosse uma formiga, poria um pouco de disciplina em seus quadros! Daria um jeito nessa patetice!

Tartaruga: Se você fosse uma formiga? Como você poderia ser uma formiga? Não há meio de superpor o seu cérebro ao de uma formiga, de modo que essa questão me parece bastante infrutífera. Seria mais razoável propor a superposição do seu cérebro a um formigueiro... Mas não saiamos pela tangente. Deixemos o Dr. Tamanduá continuar com sua muito esclarecedora descrição das castas e de seu papel nos níveis mais altos da organização.

Tamanduá: Muito bem. Há todo tipo de tarefas que têm de ser desempenhadas em um formigueiro, e formigas individuais desenvolvem especializações. Geralmente, essa especialização se modifica com o envelhecimento da formiga. Depende também, naturalmente, da casta da formiga. A qualquer momento, em qualquer área pequena de um formigueiro, há formigas de todos os tipos. Sem dúvida, uma casta pode ser muito esparsa em alguns lugares e muito densa em outros.

Caranguejo: A densidade de uma dada casta, ou especialização, é apenas algo aleatório? Ou há uma razão para que formigas de um determinado tipo estejam mais fortemente concentradas em certas áreas e menos em outras?

Tamanduá: Fico contente por ter levantado a questão, uma vez que é de importância crucial para a compreensão de como um formigueiro pensa. Com efeito há, durante um longo período de tempo, o desenvolvimento de uma distribuição muito delicada de castas dentro de um formigueiro. E é essa distribuição que permite ao formigueiro possuir a complexidade que subjaz a habilidade de conversar comigo.

Aquiles: Parecer-me-ia que o movimento constante de formigas para lá e para cá impediria completamente a possibilidade de uma característica muito delicada. Qualquer distribuição dessa seria rapidamente destruída por todos os movimentos aleatórios das formigas, assim como qualquer padrão delicado entre moléculas em um gás não sobreviveria por um instante, devido ao bombardeamento aleatório vindo de todos os lados.

Tamanduá: Num formigueiro, a situação é bem diversa. De fato, é exatamente a constância desse movimento para lá e para cá das formigas dentro do formigueiro que adapta a distribuição de castas a situações variáveis, e, portanto, preserva a sua delicada distribuição. Você sabe, a distribuição de castas não pode permanecer como um único padrão rígido; ao invés, ela deve ser constantemente modificada, de modo a refletir, de alguma maneira, a situação de mundo real com a qual o formigueiro está lidando, e é precisamente o movimento dentro do formigueiro que atualiza a distribuição de castas, de modo a mantê-la de acordo com as circunstâncias atuais que se apresentam no formigueiro.

Tartaruga: Você poderia dar um exemplo?

Tamanduá: Com prazer. Quando eu, um tamanduá, chego para visitar madame Fourmi Gueiros, todas as formigas tolas, ao perceberem meu odor, entram em pânico – o que significa, naturalmente, que elas começam a correr de forma completamente diferente da anterior à minha chegada.

Aquiles: Mas isso é compreensível, uma vez que você é um inimigo temido do formigueiro.

Tamanduá: Oh, não. Tenho de reiterar que, longe de ser um inimigo do formigueiro, sou a companhia favorita da madame Fourmi Gueiros. E ela é minha companhia favorita. Reconheço que sou temido por todas as formigas, individualmente – mas essa é uma questão inteiramente diferente. De qualquer jeito, você pode notar que a ação das formigas, em resposta à minha chegada, muda completamente a sua distribuição interna.

Aquiles: Isso é compreensível.

Tamanduá: E esse tipo de coisa é a atualização de que falei. A nova distribuição reflete minha presença. Pode-se descrever a mudança do velho estado para o novo como o acréscimo de uma "porção de conhecimento" ao formigueiro.

Aquiles: Como você pode referir-se à distribuição dos diferentes tipos de formigas dentro de um formigueiro como uma "porção de conhecimento"?

Tamanduá: Aí está um ponto vital. Requer alguma elaboração. Veja só, tudo isso se resume a como se escolhe a descrição da distribuição de castas. Se se continua a pensar em termos de níveis mais baixos – as formigas –, confunde-se a floresta com as árvores. Esse é um nível demasiado microscópico, e quando se pensa microscopicamente, a tendência é perder-se algumas características de grande escala. É necessário encontrar o arcabouço de alto nível apropriado para a descrição da distribuição de castas – somente assim fará sentido a maneira pela qual a distribuição de castas pode codificar muitos pedaços de conhecimento.

Aquiles: Bem, COMO, então, você encontra as unidades de tamanho apropriado para descrever o estado atual do formigueiro?

Tamanduá: Pois bem. Comecemos pelo nível mais baixo. Quando há necessidade de que algo seja feito, as formigas formam pequenos "times", que permanecem unidos durante o desempenho de uma tarefa. Como mencionei antes, formam-se e desmancham-se constantemente pequenos grupos de formigas. Os que existem durante algum tempo são os times, e a razão pela qual não se desfazem é porque há, realmente, algo para fazerem.

Aquiles: Você disse anteriormente que um grupo permanecerá unido se o seu tamanho exceder um certo limite. Agora você está dizendo que um grupo permanecerá unido se houver alguma coisa para ele fazer.

Tamanduá: Ambas são afirmações equivalentes. Por exemplo, na busca de alimento, se uma quantidade irrelevante de comida em alguma parte é descoberta por uma formiga em suas andanças, que procura então comunicar

seu entusiasmo às outras, o número de formigas que responderá será proporcional à quantidade do achado – e uma quantidade irrelevante não atrairá um número de formigas suficiente para ultrapassar o limite. O que é exatamente o que eu quis dizer com nada haver para fazer – pouca comida deve ser ignorada.

Aquiles: Entendo. Presumo que esses "times" se posicionam nos níveis intermediários da estrutura, entre o nível da formiga individual e o do formigueiro.

Tamanduá: Precisamente. Existe um tipo especial de time, que denomino de "sinal" – e todos os níveis mais altos da estrutura são baseados em sinais. Com efeito, todas as entidades mais altas são coleções de sinais que atuam em conjunto. Há times de níveis mais altos cujos membros não são formigas, mas times de níveis mais baixos. Eventualmente, alcançam-se os times de nível mais baixo – o que vale dizer, os sinais – e abaixo deles, as formigas.

Aquiles: Por que os sinais receberam esse nome sugestivo?

Tamanduá: O nome deriva da sua função. O efeito dos sinais é transportar formigas de várias especializações para partes apropriadas do formigueiro. Assim, a história típica de um sinal é a seguinte: ele passa a existir ao ser ultrapassado o limite necessário para a sobrevivência; então, migra através do formigueiro e, em algum ponto dele, vai-se desintegrando em seus membros individuais e deixa-os à sua sorte.

Aquiles: Parece uma onda que traz de longe consigo estrelas do mar e algas, e deixa-as espalhadas, encalhadas na praia.

Tamanduá: De uma forma análoga, uma vez que o time realmente deposita algo que trouxe consigo de um lugar distante, mas, enquanto a água da onda retorna ao mar, não há uma substância transportadora análoga no caso de um sinal, já que as próprias formigas o compõem.

Tartaruga: E suponho que um sinal perca sua coerência justamente em algum ponto do formigueiro onde, em primeiro lugar, eram requeridas formigas daquele tipo.

Tamanduá: Naturalmente.

Aquiles: Naturalmente? Não ME parece tão óbvio que um sinal deva sempre ir só até onde é requerido. E, mesmo que siga a direção correta, como discerne o lugar onde se decompõe? Como sabe que chegou ao seu destino?

Tamanduá: Essas questões são extremamente importantes, uma vez que envolvem a explicação da existência do comportamento intencional – ou o que parece ser comportamento intencional – da parte dos sinais. Pela sua descrição, tender-se-ia a caracterizar o comportamento dos sinais como orientados para o preenchimento de uma necessidade e a denominá-los "intencionais". Mas pode-se vê-los de outra forma.

Aquiles: Oh, espere. Ou o comportamento É intencional, ou NÃO. Não vejo como se pode admitir as duas formas.

Tamanduá: Permita-me explicar minha visão das coisas, e então veja se concorda. Uma vez formado um sinal, não há consciência, de sua parte, de que deve se dirigir a alguma direção particular. Mas aqui a delicada distribuição de castas tem um papel crucial. É ela que determina o movimento dos sinais através do formigueiro, como também quanto tempo um sinal permanecerá estável e quando se "dissolverá".

Aquiles: Então, tudo depende da distribuição de castas, não é?

Tamanduá: Certo. Digamos que um sinal esteja se movimentando. Ao seguirem seu caminho, as formigas que o compõem interagem, ou por contato direto, ou por intercâmbio de odores, com as formigas das vizinhanças por onde passam. Os contatos e os odores fornecem informações sobre as questões locais de urgência, tais como construção de ninhos, cuidados com infantes ou o que quer que seja. O sinal permanecerá integrado contanto que as necessidades locais sejam diferentes do que ele pode suprir; mas, se PUDER contribuir, desintegrar-se-á, expelindo um time novo de formigas úteis no local. Compreende agora como a distribuição de castas atua como guia geral dos times dentro do formigueiro?

Aquiles: Sim, compreendo.

Tamanduá: E você vê também como essa maneira de olhar as coisas requer que nenhum sentido de propósito seja atribuído ao sinal?

Aquiles: Acho que sim. Na verdade, estou começando a ver as coisas de dois pontos de vista diferentes. Do ponto de vista de uma formiga, um sinal NÃO tem propósito. A formiga típica em um sinal apenas serpenteia em volta do formigueiro, em busca de nada em particular, até que acha que sente vontade de parar. Seus companheiros de time concordam, em geral, e naquele momento o time se descarrega por meio da desintegração, deixando apenas seus membros, mas nada de sua coerência. Nenhum planejamento é requerido para determinar a direção apropriada. Mas, do ponto de vista do FORMIGUEIRO, o time acabara de responder a uma mensagem que fora escrita na linguagem da distribuição de castas. Agora, dessa perspectiva, parece muito com uma atividade intencional.

Caranguejo: O que aconteceria se a distribuição de castas fosse inteiramente aleatória? Os sinais ainda assim se bandariam e se debandariam?

Tamanduá: Certamente. Mas o formigueiro não duraria muito, em razão da ausência de significado da distribuição de castas.

Caranguejo: Era precisamente isso que eu queria salientar. Os formigueiros sobrevivem porque sua distribuição de castas possui significado, e aquele significado é um aspecto holista, invisível nos níveis mais baixos. Você perde poder explanatório, a menos que leve aquele nível mais alto em consideração.

Tamanduá: Entendo seu ponto; mas acho que você vê as coisas de maneira muito limitada.

Caranguejo: Como assim?

Tamanduá: Os formigueiros foram submetidos aos rigores da evolução durante bilhões de anos. Uns poucos mecanismos foram selecionados, e muitos

foram rejeitados. O resultado final foi um conjunto de mecanismos que faz os formigueiros funcionarem da forma como descrevemos. Se você pudesse observar todo o processo em um filme – com uma velocidade um bilhão de vezes mais rápida que a normal, é claro –, o surgimento de vários mecanismos seria visto como respostas naturais a pressões externas, assim como as bolhas na água fervente são respostas naturais a uma fonte externa de calor. Não suponho que você veja "significado" e "propósito" nas bolhas da água fervente – ou vê?

Caranguejo: Não, mas...

Tamanduá: Ora, esse é o MEU ponto. Não importa quão grande é a bolha, ela deve sua existência a processos que ocorrem no nível molecular, e você pode esquecer quaisquer "leis de níveis mais alto". O mesmo vale para os formigueiros e seus times. Ao ver as coisas da vasta perspectiva da evolução, você pode esvaziar todo o significado e o propósito de todo o formigueiro. Tornam-se noções supérfluas.

Aquiles: Por que, então, Dr. Tamanduá, você me disse que conversava com madame Fourmi Gueiros? Parece-me agora que você negaria que ela pode mesmo falar ou pensar.

Tamanduá: Não estou sendo inconsistente, Aquiles. Veja, tenho tanta dificuldade como qualquer outra pessoa de ver as coisas em uma escala de tempo tão grandiosa, de modo que acho muito mais fácil modificar pontos de vista. Quando o faço, esquecendo a evolução e vendo as coisas aqui e agora, o vocabulário da teleologia retorna: o SIGNIFICADO da distribuição de castas e a INTENCIONALIDADE dos sinais. Isso não acontece apenas quando penso nos formigueiros, mas também quando penso a respeito do meu próprio cérebro e de outros cérebros. Contudo, com algum esforço posso sempre me lembrar do outro ponto de vista, se necessário, e esvaziar todos esses sistemas de significado também.

Caranguejo: A evolução certamente faz alguns milagres. A gente nunca sabe qual será o próximo truque que ela tirará de sua cartola. Por exemplo, não me surpreenderia nem um pouco se fosse teoricamente possível dois ou mais "sinais" passarem uns através dos outros, cada um sem perceber que o outro era também um sinal; cada um lidando com o outro como se fosse parte da população de fundo do local.

Tamanduá: É mais que teoricamente possível; na verdade, é uma ocorrência rotineira!

Aquiles: Hmm... Que imagem estranha se forma em minha mente. Posso até imaginar formigas se movimentando em quatro direções diferentes, algumas pretas, outras cinzas, se entrecruzando, formando juntas um padrão ordenado, quase como... como...

Tartaruga: Uma fuga, talvez?

Aquiles: Sim – é isso! Uma fuga de formigas!

Caranguejo: Uma imagem interessante, Aquiles. Aliás, toda aquela conversa sobre água fervendo me fez pensar em chá. Alguém quer mais?

Aquiles: Eu aceitaria mais uma xícara, Sr. C.
Caranguejo: Muito bem.
Aquiles: Você acha que se poderia separar as diferentes "vozes" visuais de tal "fuga de formigas"? Sei quão difícil é para mim...
Tartaruga: Para mim não, obrigado.
Aquiles: ...trilhar uma única voz...
Tamanduá: Gostaria de tomar um pouco também, Sr. Caranguejo...
Aquiles: ...numa fuga musical...
Tamanduá: ...se não for incômodo demais.
Aquiles: ...quando todas elas...
Caranguejo: Que nada. Quatro xícaras de chá...
Tartaruga: Três!
Aquiles: ...estão soando juntas.

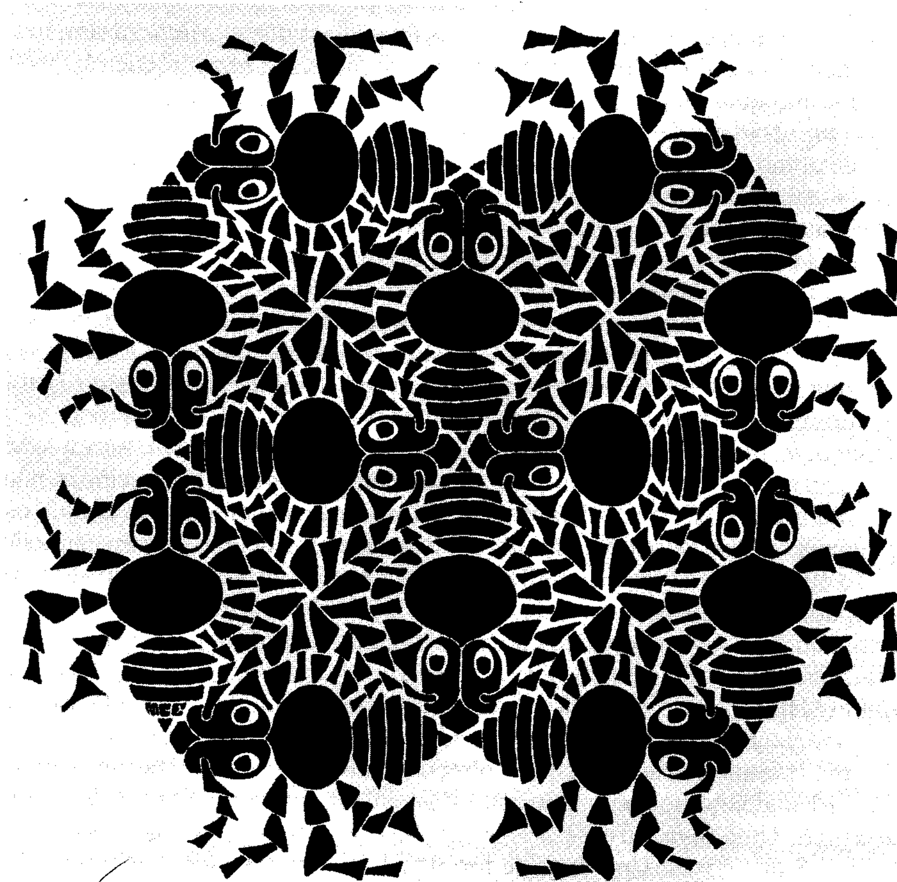


FIGURA 61. Ant fugue (Fuga da formiga), *por M. C. Escher (xilogravura, 1953)*

Caranguejo: ...saindo!

Tamanduá: Pensamento interessante, Aquiles. Mas não me parece possível que alguém possa desenhar tal quadro de maneira convincente.

Aquiles: É uma pena.

Tartaruga: Talvez você possa responder isso, Dr. Tamanduá. Um sinal, de sua criação até sua dissolução, consiste sempre do mesmo conjunto de formigas?

Tamanduá: Realmente, as formigas que compõem um sinal se desligam algumas vezes e são substituídas por outras da mesma casta, se existirem algumas na área. Com freqüência, os sinais chegam aos seus pontos de desintegração sem nenhuma das formigas que os compuseram, inicialmente.

Caranguejo: Percebo que os sinais afetam, constantemente, a distribuição de castas em todo o formigueiro, e o fazem em resposta às suas necessidades internas – o que, por sua vez, reflete a situação externa com que o formigueiro se defronta. Portanto, a distribuição de castas, conforme você disse, Dr. Tamanduá, atualiza-se continuamente de uma forma que, em última análise, reflete o mundo exterior.

Aquiles: Mas, e aqueles níveis intermediários de estrutura? Você dizia que a distribuição de castas seria mais bem visualizada não em termos de formigas e de sinais, mas em termos de times cujos membros foram outros times, cujos membros foram outros times, e assim por diante, até que se chegasse ao nível de formiga. E você disse que essa era a chave para a compreensão de como era possível descrever a distribuição de castas como peças codificadas de informação a respeito do mundo.

Tamanduá: Sim, estamos chegando a isso. Prefiro dar aos times de um nível suficientemente alto o nome de "símbolos". Note bem, esse sentido da palavra tem algumas diferenças significativas do sentido usual. Os meus "símbolos" são SUBSISTEMAS ATIVOS de um sistema complexo e são compostos de subsistemas ativos de nível mais baixo... Portanto, são bastante diferentes dos símbolos PASSIVOS, externos ao sistema, como as letras do alfabeto, ou as notas musicais, que permanecem imóveis, aguardando que um sistema ativo as processe.

Aquiles: Oh, isso é um tanto complicado, não é? Não fazia idéia de que os formigueiros tinham uma estrutura tão abstrata.

Tamanduá: Sim, é extraordinário. Mas todas essas camadas de estrutura são necessárias para a armazenagem dos tipos de conhecimento que permitem a um organismo ser "inteligente", em qualquer sentido razoável da palavra. Qualquer sistema que tenha domínio da linguagem possui, essencialmente, os mesmos conjuntos subjacentes de níveis.

Aquiles: Epa, um minuto! Você está insinuando que meu cérebro, no fundo, consiste de um punhado de formigas andando de um lado para o outro?

Tamanduá: Oh, não é bem assim. Você me tomou literalmente demais. O nível mais baixo pode ser completamente diferente. Com efeito, os cérebros dos tamanduás, por exemplo, não são compostos de formigas. Mas quando você

sobe um ou dois níveis em um cérebro, atinge um nível cujos elementos têm contrapartidas exatas em outros sistemas de igual força intelectual – como os formigueiros.

Tartaruga: É por isso que seria razoável pensar em superpor o seu cérebro, Aquiles, a um formigueiro, mas não ao cérebro de uma mera formiga.

Aquiles: Fico agradecido pelo cumprimento. Mas como seria tal superposição levada a efeito? Por exemplo, o que, em meu cérebro, corresponde aos times de nível mais baixo, que você denomina sinais?

Tamanduá: Oh, mas eu sou apenas um amador em cérebros e não poderia, portanto, organizar o mapa em seus detalhes gloriosos. Mas – corrija-me se estiver errado, Sr. Caranguejo – suporia que a contrapartida dos cérebros ao sinal de um formigueiro seria a ativação de um neurônio; ou talvez seja um evento de escala maior, tal como um padrão de acionamentos neurônicos.

Caranguejo: Minha tendência seria concordar. Mas você não acha que, para os fins de nossa discussão, o delineamento das contrapartidas exatas não é, em si, crucial, por mais que seja desejável fazê-lo? Parece-me que a idéia principal é que tal correspondência existe, realmente, mesmo que não saibamos exatamente como defini-la agora. Questionaria apenas um ponto, Dr. Tamanduá, que você levantou, e que diz respeito ao nível em que se pode ter certeza de que a correspondência se inicia. Você achava que um SINAL pode ter uma contrapartida direta em um cérebro, enquanto eu sinto que é somente em nível dos seus SÍMBOLOS ATIVOS, e acima, que é passível que tal correspondência possa existir.

Tamanduá: Sua interpretação pode muito bem ser mais precisa que a minha, Sr. Caranguejo. Obrigado por ressaltar esse ponto sutil.

Aquiles: O que faz um símbolo que um sinal não poderia fazer?

Tamanduá: É algo como a diferença entre palavras e letras. As palavras, que são entidades condutoras de significado, são compostas de letras, as quais, em si, não conduzem significado. Isso dá uma boa idéia da diferença entre símbolos e sinais. De fato, é uma analogia útil, contanto que você tenha em mente o fato de que as palavras e as letras são PASSIVAS, e os símbolos e sinais são ATIVOS.

Aquiles: Farei isso, mas não estou certo de que compreendo por que é tão vital enfatizar a diferença entre entidades ativas e passivas.

Tamanduá: A razão é que o significado que você atribuir a qualquer símbolo passivo, como uma palavra em uma página, deriva, na realidade, do significado que é conduzido pelos símbolos ativos correspondentes em seu cérebro. De modo que o significado dos símbolos passivos só pode ser compreendido de forma apropriada quando relacionado ao significado dos símbolos ativos.

Aquiles: Muito bem. Mas o que é que dota um SÍMBOLO de significado – um ativo, com certeza –, quando você diz que um SINAL, que é uma entidade perfeitamente boa, por seu próprio mérito, não possui nenhum?

Tartaruga: Tudo isso tem a ver com a maneira como os símbolos podem causar o acionamento de outros símbolos. Quando um símbolo se torna ativo, não o faz isoladamente. Com efeito, ele paira em um meio que é caracterizado pela sua distribuição de castas.

Caranguejo: Naturalmente, em um cérebro não há tal coisa como uma distribuição de castas, mas a contrapartida é o "estado cerebral". Nesse estado, você descreve os estados de todos os neurônios, e todas as interconexões, e o limite para o acionamento de cada neurônio.

Tamanduá: Muito bem; vamos englobar "distribuição de castas" e "estado cerebral" em um título comum e denominá-lo apenas "estado". Ora, o estado pode ser descrito em um nível baixo ou em um nível alto. Uma descrição de nível baixo do estado de um formigueiro envolveria a penosa especificação da localização de cada formiga, de sua idade e casta, e outros itens similares. Uma descrição muito detalhada, que não produziria praticamente nenhuma compreensão do POR QUE daquele estado. Por outro lado, uma descrição de nível alto envolveria a especificação de quais símbolos poderiam ser acionados por quais combinações de outros símbolos, sob que condições, e assim por diante.

Aquiles: Que tal uma descrição do nível dos sinais, ou dos times?

Tamanduá: Uma descrição naquele nível ficaria em alguma parte entre as descrições de nível baixo e as de nível de símbolo. Conteria uma grande quantidade de informações sobre o que está realmente acontecendo em locais específicos por todo o formigueiro, embora certamente menos que uma descrição de formiga por formiga, uma vez que os times consistem em amontoados de formigas. Uma descrição, time por time, é como um resumo de uma descrição de formiga por formiga. Contudo, você tem de adicionar coisas extras que não estavam presentes na descrição de formiga por formiga – tais como as relações entre os times e o suprimento de várias castas aqui e ali. Essa complicação adicional é o preço que você paga pelo direito de resumir.

Aquiles: Acho interessante comparar os méritos das descrições em vários níveis. A descrição de nível mais alto parece conduzir o poder de maior explicação, na medida em que dá um quadro mais intuitivo do formigueiro, embora, por mais estranho que pareça, deixe aparentemente de fora a característica mais importante – as formigas.

Tamanduá: Mas veja que, apesar das aparências, as formigas não são a característica mais importante. Por certo, se não fossem elas, o formigueiro não existiria; mas algo equivalente – um cérebro – pode existir, livre de formigas. Assim, pelo menos de um ponto de vista de nível mais alto, as formigas são dispensáveis.

Aquiles: Estou certo de que nenhuma formiga adotaria de bom grado a sua teoria.

Tamanduá: Bom, nunca encontrei uma formiga com um ponto de vista de nível alto.

Caranguejo: Que quadro mais contra-intuitivo você pinta, Dr. Tamanduá. Parece que, se o que você diz é verdade, para apreender toda a estrutura você

tem de descrevê-la omitindo qualquer menção aos seus blocos de construção fundamentais.

Tamanduá: Talvez eu possa esclarecer um pouco mais por meio de uma analogia. Imagine que você tem diante de si um romance de Machado de Assis.

Aquiles: Memórias póstumas de Brás Cubas – serve?

Tamanduá: Excelente! E agora, imagine-se tentando o seguinte jogo: você tem de encontrar uma forma de sobrepor letras sobre idéias, de modo que o *Memórias póstumas de Brás Cubas* todo faça sentido quando o ler letra por letra.

Aquiles: Hmmm... Você quer dizer que, toda vez que chegar a uma palavra como "por", tenho de pensar em três conceitos definidos, um após o outro, sem espaço para variações.

Tamanduá: Exatamente. São o conceito "p", o conceito "o" e o conceito "r" – e esses conceitos sempre serão como eram, na vez anterior em que surgiram.

Aquiles: Bem, parece que isso tornaria a experiência de "ler" o *Memórias póstumas de Brás Cubas* um pesadelo indescritivelmente chato. Seria um exercício em inexpressividade, não importa que conceito eu tenha associado a cada letra.

Tamanduá: Exatamente. Não existe superposição natural das letras individuais no mundo real. A superposição natural ocorre em um nível mais alto – entre palavras e entre partes do mundo real. Se você quisesse descrever o livro, portanto, você não faria menção ao nível das letras.

Aquiles: Claro que não! Descreveria o enredo e as personagens e assim por diante.

Tamanduá: Aí está. Você omitiria toda a menção aos blocos de construção, mesmo que o livro exista graças a eles. Eles são o meio, mas não a mensagem.

Aquiles: Está bem – mas, e os formigueiros?

Tamanduá: Nesse caso, existem os sinais ativos, em vez de letras passivas, e símbolos ativos, em vez de palavras passivas – mas a idéia é levada adiante.

Aquiles: Você quer dizer que eu não poderia estabelecer uma superposição entre sinais e coisas do mundo real?

Tamanduá: Você descobriria que não poderia fazê-lo de tal maneira que o acionamento de novos sinais fizesse qualquer sentido. Nem teria sucesso em qualquer nível mais baixo – o nível da formiga, por exemplo. Os padrões de acionamento somente fazem sentido no nível do símbolo. Imagine, por exemplo, que você estivesse um dia observando a madame Fourmi Gueiros quando chego eu para fazer-lhe uma visita. Você poderia observar tão atentamente quanto quisesse, e ainda assim não perceberia nada mais que um rearranjo de formigas.

Aquiles: Estou certo de que isso é claro.

Tamanduá: Entretanto, enquanto observa, lendo o nível mais alto, ao invés do nível mais baixo, eu veria vários símbolos adormecidos sendo desperta-

dos, que se traduziriam no pensamento: "Oh, cá está o charmoso Dr. Tamanduá, novamente – que bom!" – ou palavras com tal efeito.

Aquiles: Isso soa como o que aconteceu quando nós quatro encontramos níveis diferentes ao lermos o quadro MU – ou pelo menos TRÊS de nós...

Tartaruga: Que coincidência espantosa o fato de que haveria tal semelhança entre aquele estranho quadro com que deparei, no *Cravo bem temperado*, e o rumo de nossa conversa.

Aquiles: Você acha que foi só coincidência?

Tartaruga: Claro que sim.

Tamanduá: Bem, espero que você possa agora compreender como os pensamentos de madame Fourmi Gueiros emergem da manipulação de símbolos compostos de sinais compostos de times compostos de times de nível mais baixo, e assim por diante, até chegarmos às formigas.

Aquiles: Por que você chama isso de "manipulação de símbolos"? Quem faz a manipulação se os símbolos são, por si, ativos? Quem é o agente?

Tamanduá: Isso traz de volta a questão que você levantou anteriormente, a respeito de propósito. Você está certo, os símbolos, por si, são ativos, mas as atividades que eles executam não são, entretanto, absolutamente livres. As atividades de todos os símbolos são estritamente determinadas pelo estado do sistema inteiro em que residem. Portanto, o sistema inteiro é responsável por como seus símbolos se acionam uns aos outros, e assim é bastante razoável falar do sistema inteiro como o "agente". À medida que os símbolos operam, o estado do sistema é transformado lentamente, ou atualizado. Mas há muitas características que permanecem por mais tempo. Esse sistema parcialmente constante, parcialmente variável, é o agente. Pode-se denominar o sistema inteiro. Por exemplo, a madame Fourmi Gueiros é o "quem" que se pode dizer que manipula seus símbolos; e você é semelhante, Aquiles.

Aquiles: É uma caracterização bastante estranha de quem eu sou. Não estou certo se a posso compreender inteiramente, mas pensarei a respeito.

Tartaruga: Seria bem interessante seguir os símbolos em seu cérebro, enquanto você pensa nos símbolos em seu cérebro.

Aquiles: Isso é muito complicado para mim. Já tenho dificuldade bastante em apenas tentar visualizar como é possível olhar para um formigueiro e lê-lo no nível dos símbolos. Certamente, posso imaginar percebê-lo no nível da formiga; e, com um pouco de dificuldade, posso imaginar como deve ser percebê-lo no nível dos sinais; mas como é que se pode perceber um formigueiro no nível dos símbolos?

Tamanduá: A gente só aprende com muita prática. Mas quando se está no estágio em que me encontro, pode-se ler o próprio nível de cima de um formigueiro tão facilmente como você próprio leu o "MU" no quadro MU.

Aquiles: É mesmo? Deve ser uma experiência fantástica.

Tamanduá: De certa forma – mas é também algo bastante familiar a você, Aquiles.

Aquiles: Familiar a mim? O que você quer dizer? Nunca olhei para um formigueiro em nenhum nível que não o da formiga.

Tamanduá: Talvez não; mas os formigueiros não são diferentes dos cérebros em muitos aspectos.

Aquiles: Nunca vi ou li um cérebro, tampouco.

Tamanduá: E o seu PRÓPRIO cérebro? Você não tem consciência dos seus próprios pensamentos? Não é essa a essência da consciência? O que mais você está fazendo senão lendo o seu próprio cérebro diretamente, no nível dos símbolos?

Aquiles: Nunca pensei nisso desse jeito. Você quer dizer que eu contorno todos os níveis mais baixos e só vejo o nível mais alto?

Tamanduá: É assim que são sistemas de consciência. Eles se percebem apenas no nível dos símbolos e não têm consciência dos níveis mais baixos, tais como os níveis dos sinais.

Aquiles: Pode-se compreender que, em um cérebro, há símbolos ativos que se atualizam constantemente, de modo que refletem o estado geral do cérebro em si, sempre no nível dos símbolos?

Tamanduá: Certamente. Em qualquer sistema consciente há símbolos que representam o estado cerebral, e eles são, por si, parte do próprio estado cerebral que simbolizam. Pois a consciência requer um grande grau de autoconsciência.

Aquiles: Noção estranha, essa. Significa que, embora haja uma atividade frenética ocorrendo em meu cérebro todo o tempo, sou capaz de registrar essa atividade de uma só maneira – no nível dos símbolos; e permaneço completamente insensível aos níveis mais baixos. É como se se pudesse ler um romance de Machado de Assis por meio de percepção visual direta, sem jamais ter-se aprendido as letras do alfabeto. Não posso imaginar coisa mais esquisita.

Caranguejo: Mas foi precisamente ISSO que aconteceu quando você leu "MU" sem perceber os níveis mais baixos "HOLISMO" e "REDUCIONISMO".

Aquiles: Você está certo – eu contornei os níveis mais baixos e vi apenas o topo. Pergunto-me se também estou deixando de assimilar todos os tipos de significado nos níveis mais baixos do meu cérebro ao ler apenas o nível dos símbolos. É uma pena que o nível mais alto não contenha todas as informações sobre o nível mais baixo, de modo que, pela leitura do topo, poder-se-ia também conhecer o que o nível mais baixo diz. Mas acho que seria ingênuo esperar que o nível mais alto codificasse qualquer coisa do nível mais baixo – provavelmente, não é algo permeável. O quadro MU é o exemplo mais flagrante possível de que, ali, o nível mais alto diz apenas "MU", que não tem qualquer relação com os níveis mais baixos!

Caranguejo: Absolutamente verdadeiro. *(Pega o quadro MU, a fim de inspecioná-lo mais detidamente.)* Hmm... Há algo estranho nas letras menores desse quadro; elas ondulam muito...

Tamanduá: Deixe-me dar uma olhada. *(Examina detalhadamente o quadro MU.)* Acho que existe ainda outro nível, que todos nós não percebemos!

Tartaruga: Fale por si, Dr. Tamanduá.

Aquiles: Oh, não – não pode ser! Deixe-me ver. *(Olha cuidadosamente.)* Sei que vocês não acreditarão, mas a mensagem desse quadro está diante de nós, escondida em suas profundidades. É simplesmente uma palavra, repetida sem cessar, como um mantra – mas que palavra importante: "MU"! Vejam só! É a mesma que no nível mais alto! E nenhum de nós suspeitou disso nem um pouco.

Caranguejo: Nunca o perceberíamos se não fosse por você, Aquiles.

Tamanduá: Pergunto-me se a coincidência dos níveis mais altos e mais baixos aconteceu por acaso. Ou terá sido um ato proposital executado por algum criador?

Caranguejo: Como é que se poderia decidir isso?

Tartaruga: Não vejo como, já que não fazemos idéia alguma de por que aquele quadro particular está na edição do Caranguejo do *Cravo bem temperado.*

Tamanduá: Embora tenhamos tido uma discussão animada, consegui ainda ouvir, com o cantinho do ouvido, essa muito longa e complexa fuga de quatro vozes. É extraordinariamente bela.

Tartaruga: É bela, com certeza. E agora, num momento, vem um ponto de órgão.

Aquiles: Ponto de órgão não é o que acontece quando uma peça musical diminui ligeiramente o tempo, permanece por um instante em uma única nota ou corda, e então retoma seu tempo normal, após um breve silêncio?

Tartaruga: Não, você está pensando em uma "fermata" – uma espécie de ponto e vírgula musical. Você notou que havia uma no prelúdio?

Aquiles: Acho que a perdi.

Tartaruga: Bem, você terá mais uma chance de ouvir uma fermata – de fato, há duas vindo, próximo ao fim desta fuga.

Aquiles: Oh, bem. Você as apontará antes, não é?

Tartaruga: Se você quiser.

Aquiles: Mas diga-me, o que é um ponto de órgão?

Tartaruga: Um ponto de órgão é a sustentação de uma única nota por uma das vozes, em uma peça polifônica (freqüentemente a voz mais grave), enquanto as outras vozes continuam suas próprias linhas independentes. Este ponto de órgão está em sol. Preste atenção que você o ouvirá.

Tamanduá: Houve um acidente outro dia, quando visitava madame Fourmi Gueiros, que me faz lembrar de sua sugestão de observar os símbolos no cérebro de Aquiles, enquanto criam pensamentos a respeito de si mesmos.

Caranguejo: Conte-nos sobre isso.

Tamanduá: Madame Fourmi Gueiros vinha se sentindo muito solitária e ficou feliz por ter alguém com quem conversar, naquele dia. Assim, agradecida, ela me disse para me servir das formigas mais suculentas que pudesse encontrar. (Ela sempre foi muito generosa com suas formigas.)

Aquiles: Absolutamente incrível!

Tamanduá: Acontece que eu estava observando os símbolos que conduziam os pensamentos dela, porque neles estavam algumas formigas particularmente gostosas.

Aquiles: Quanta insolência!

Tamanduá: Aí, eu me servi de algumas das formigas mais gordinhas que faziam parte dos símbolos de nível mais alto que eu tinha observado. Especificamente, os símbolos de que me servi faziam parte dos que expressavam o pensamento: "Sirva-se de qualquer formiga que te parecerem apetitosas".

Aquiles: Insólito!

Tamanduá: Infelizmente para elas, mas felizmente para mim, os pequenos bichinhos não tinham a menor suspeita do que estavam me dizendo coletivamente, no nível dos símbolos.

Aquiles: Resolução estupenda. Elas estavam completamente inconscientes do que participavam. Suas ações podiam ser vistas como parte de um padrão de um nível mais alto, mas, naturalmente, não tinham nenhuma consciência disso. Ah, que pena – uma ironia suprema, com efeito – que elas o tenham perdido.

Caranguejo: Você tem razão, Sr. T – foi um lindo ponto de órgão.

Tamanduá: Nunca tinha ouvido um antes, mas aquele foi tão conspícuo que ninguém poderia perdê-lo. Muito eficaz.

Aquiles: O quê? Já passou o ponto de órgão? Como é que eu pude perdê-lo, se era assim tão escandaloso?

Tartaruga: Talvez você estivesse tão envolvido no que estava dizendo que ficou completamente sem consciência dele. Ah, que pena – uma ironia suprema, com efeito – que você o tenha perdido.

Caranguejo: Diga-me, madame Fourmi Gueiros vive num formigueiro?

Tamanduá: Bem, ela possui um pedaço bastante grande de propriedade. Costumava pertencer a uma outra pessoa, mas isso é uma história meio triste. De qualquer forma, sua propriedade é bastante vasta. Ela vive suntuosamente, em comparação com outros formigueiros.

Aquiles: Como é que isso está de acordo com a natureza comunista dos formigueiros, que você nos descreveu anteriormente? Parece-me um tanto incoerente pregar o comunismo e viver em uma propriedade chique!

Tamanduá: O comunismo está no nível da formiga. Em um formigueiro, todas as formigas trabalham para o bem comum, mesmo em seu próprio detrimento, algumas vezes. Ora, esse é simplesmente um aspecto que integra a estrutura da madame Fourmi Gueiros, mas, tanto quanto sei, ela pode nem mesmo estar consciente desse comunismo interno. A maioria dos seres humanos não tem qualquer consciência de seus neurônios; com efeito, é provável que eles estejam bastante contentes com esse desconhecimento a respeito de seus cérebros, uma vez que são criaturas algo melindrosas. A madame Fourmi Gueiros também; ela fica formigando quando

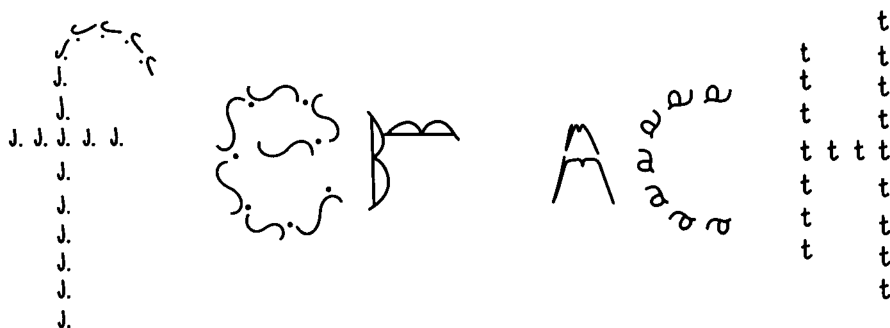


FIGURA 62. "Um cruzamento" de dois nomes bem conhecidos [*Desenho do autor*]

começa a pensar sobre formigas. De modo que ela evita pensar nelas na medida do possível. Na verdade, duvido que ela conheça qualquer coisa sobre a sociedade comunista que está construída em sua própria estrutura. Ela mesma acredita firmemente no livre-arbítrio – você sabe, o *laissez-faire* e todas essas coisas. Assim, para mim, pelo menos, faz perfeito sentido ela viver em uma mansão um tanto suntuosa.

Tartaruga: Logo que virei a página, nesse instante, enquanto folheava esta linda edição do *Cravo bem temperado*, percebi que a primeira das duas fermatas está por vir a qualquer momento – de modo que você pode ficar atento, Aquiles.

Aquiles: Ficarei, sim.

Tartaruga: Defronte essa página, há também um quadro muito curioso.

Caranguejo: Outro daqueles? O que temos, agora?

Tartaruga: Veja por si mesmo. *(Passa a pauta ao Caranguejo.)*

Caranguejo: Ahá! É só um monte de letras. Vejamos – há várias quantidades das letras "J", "S", "B", "m", "a" e "t". É estranho como as três primeiras letras crescem e as três últimas encolhem.

Tamanduá: Posso ver?

Caranguejo: Ora, certamente.

Tamanduá: Oh, ao concentrar-se nos detalhes, você perdeu o grande quadro. Na realidade, esse grupo de letras é "f", "e", "r", "A", "C", "H", sem quaisquer repetições. Primeiro ficam menores; em seguida, crescem. Aqui, Aquiles – o que você entende disso?

Aquiles: Deixe ver. Hmm. Bem, vejo-o como um conjunto de letras maiúsculas que crescem à medida que se movem para a direita.

Tartaruga: Elas soletram alguma coisa?

Aquiles: Ah... "J. S. BACH". Oh! Agora entendo. É o nome de Bach.

Tartaruga: É estranho que você as veja dessa forma. Vejo-as como um conjunto de letras minúsculas, que encolhem à medida que se movem para a direita, e... soletram... o nome de... *(Diminui a rapidez com que fala, especialmente ao pronunciar as últimas palavras. Então, faz-se um breve*

silêncio. De repente, ele retoma a palavra, como se nada tivesse acontecido.) – "Fermat".

Aquiles: Oh, você não consegue tirar Fermat da cabeça. Você enxerga o Último Teorema de Fermat em toda parte.

Tamanduá: Você tinha razão, Sr. Tartaruga – acabo de ouvir uma pequena e encantadora fermata na fuga.

Caranguejo: Eu também.

Aquiles: Você quer dizer que todo mundo ouviu, menos eu? Começo a me sentir parvo.

Tartaruga: Ora, ora, Aquiles – não se sinta mal. Estou certo de que você não perderá a Última Fermata da Fuga (que está quase chegando). Mas, para retomar o nosso tópico anterior, Dr. Tamanduá, que história triste é essa a que você se referiu, relativa ao dono anterior da propriedade de madame Fourmi Gueiros?

Tamanduá: O dono anterior era um indivíduo extraordinário, um dos formigueiros mais criativos que jamais viveu. Seu nome era Johanmigo Sebastianmigo Fermigo, e era matemátmigo por vocação, mas um músmigo por distração.

Aquiles: Que sujeito formigável!

Tamanduá: Nos píncaros de seus poderes criativos, ele deixou de existir prematuramente. Um dia, um quente dia de verão, ele estava tomando banho de sol quando uma tempestade fora do normal – daquele tipo que só aparece a cada cem anos – caiu de repente, e encharcou completamente J. S. F. Como a tempestade chegou inteiramente sem aviso, as formigas ficaram completamente desorientadas e confusas. A organização intrincada, que fora tão cuidadosamente construída durante décadas, foi toda por água abaixo em uma questão de minutos. Foi trágico.

Aquiles: Você quer dizer que todas as formigas se afogaram, o que, obviamente, significaria o fim do pobre J. S. F?

Tamanduá: Na verdade, não. As formigas conseguiram sobreviver, cada uma delas se enformigando sobre vários gravetos e galhos que flutuavam sobre o furor das torrentes. Mas, quando as águas baixaram, deixando as formigas de volta em seu território, não havia mais organização. A distribuição de castas estava totalmente destruída, e as próprias formigas não conseguiam reconstruir o que fora antes uma organização tão perfeita. Ficaram tão desamparadas quanto peças espalhadas de um vaso esfacelado. Eu mesmo tentei reunir o pobre Fermigo outra vez. Fielmente, espalhei açúcar e queijo, como última esperança de que, de algum jeito, o Fermigo reaparecesse... *(Tira do bolso um lenço e enxuga as lágrimas.)*

Aquiles: Que belo gesto! Nunca poderia imaginar que os tamanduás tivessem coração tão grande!

Tamanduá: Mas isso de nada adiantou. Ele estava desintegrado, além da possibilidade de reconstituição. Todavia, algo muito estranho começou então a ocorrer: nos poucos meses seguintes, as formigas que tinham sido com-

ponentes de J. S. F. se reagruparam e construíram uma nova organização. Foi assim que madame Fourmi Gueiros nasceu.

Caranguejo: Fantástico! Madame Fourmi Gueiros é composta das mesmas formigas que compunham Fermigo?

Tamanduá: Bem, originalmente sim. Hoje em dia, algumas das formigas mais velhas já estão mortas e foram substituídas. Mas ainda há muitas remanescentes dos dias de J. S. F.

Caranguejo: E você não pode reconhecer alguns traços antigos de J. S. F. que possam restar, hoje, em madame Fourmi Gueiros?

Tamanduá: Nem um. Eles nada têm em comum. E não há razão para isso, da maneira como vejo. Existem, afinal, várias maneiras distintas de rearrumar-se um grupo de partes para se formar uma "soma". E madame Fourmi Gueiros foi apenas uma nova "soma" das partes antigas. Nada MAIS que a soma, note bem – apenas aquele TIPO particular de soma.

Tartaruga: Por falar em somas, lembrei-me da teoria dos números, por meio da qual se poderá, ocasionalmente, desmontar um teorema em seus símbolos componentes, rearrumá-los de outra forma e obter-se um novo teorema.

Tamanduá: Nunca ouvi falar de tal fenômeno, embora confesse ser um completo ignorante, nesse campo.

Aquiles: Nem eu o conheço – e, ousaria dizer, sou até bem versado no campo. Suspeito que o Sr. T esteja só armando uma de suas engambelações elaboradas. Já o conheço deveras bem.

Tamanduá: Falando da teoria dos números, lembrei-me novamente de J. S. F., pois a teoria dos números era um dos campos em que se sobressaía. De fato, ele fez algumas contribuições bastante invulgares à teoria dos números. Madame Fourmi Gueiros, por outro lado, é excepcionalmente lerda no que diz respeito a qualquer coisa relacionada à matemática. Além disso, ela tem apenas um gosto meio banal pela música, enquanto Sebastianmigo era extremamente talentoso em música.

Aquiles: Sou grande apreciador da teoria dos números. Você poderia contar-nos algo sobre a natureza das contribuições feitas por Sebastianmigo?

Tamanduá: Pois bem. *(Faz uma pequena pausa para beber seu chá e, então, recomeça.)* Você já ouviu falar da abominável "Conjectura Bem-Testada", de Fourmi?

Aquiles: Não estou certo... Soa estranhamente familiar; entretanto, não consigo localizá-la.

Tamanduá: É uma idéia muito simples. Lierre de Fourmi, um matemátmigo por vocação, mas formigável advogado por distração, esteve lendo o texto clássico *Arithmetica*, de D. O. Formigus, quando deparou com uma página que continha a equação:

$$2^a + 2^b = 2^c.$$

Imediatamente, percebeu que essa equação tem um número infinitamente grande de soluções para a, b e c e escreveu à margem o seguinte célebre comentário:



FIGURA 63. Durante as emigrações, os exércitos de formiga às vezes criam pontes vivas com seus próprios corpos. Nesta fotografia de uma dessas pontes (de Lierre de Fourmi), as operárias de um formigueiro de Eciton Burchelli *podem ser vistas ligando-se pelas pernas, na parte de cima da ponte, enganchando-se com suas garras társias para formar sistemas irregulares de cadeias. Vê-se, no centro, um peixinho simbiótico prateado,* Trichatelura manni, *cruzando a ponte [De E. O. Wilson,* The insect societies *(Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1971), p. 62]*

A equação

$$n^a + n^b = n^c$$

tem soluções para números inteiros e positivos a, b, c e n apenas quando n = 2 (caso em que há um número infinitamente grande de tercetos a, b, c, que satisfazem a equação); mas não há soluções para n > 2. Descobri uma demonstração verdadeiramente maravilhosa para essa afirmação, mas infelizmente é tão pequena que seria bem próxima do invisível, se escrita na margem.

Desde aquele ano, há uns 300 dias, os matemáticos têm tentado, em vão, fazer uma destas duas coisas: ou corroborar a afirmação de Fourmi restaurando, assim, a sua reputação, que, embora ainda alta, ficou algo abalada pelos céticos que acham que ele nunca encontrou na verdade a

demonstração que alega ter descoberto – ou então refutar a afirmação, encontrando um contra-exemplo: encontrar um conjunto de quatro inteiros, a, b, c e n, com n > 2, que satisfaça a equação. Até há bem pouco tempo, todas as alternativas em ambas as direções resultaram em fracassos. Na verdade, a Conjectura tem sido verificada para muitos valores específicos de n – em particular, todos os n até 125.000. Mas ninguém conseguiu prová-la para todos os n – ninguém, ou seja, até que Johanmigo Sebastianmigo Fermigo surgiu em cena. Foi ele quem encontrou a demonstração que limpou o nome de Fourmi. Ela é denominada "Conjectura Bem-Testada de Johanmigo Sebastianmigo Fermigo".

Aquiles: Ela não deveria ser chamada de "Teorema", em vez de "Conjectura", se lhe foi dada, finalmente, uma demonstração apropriada?

Tamanduá: A rigor, você estaria correto, mas a tradição manteve-a desse jeito.

Tartaruga: Que tipo de música fazia Sebastianmigo?

Tamanduá: Ele tinha grande talento para composição. Infelizmente, sua maior obra está envolta em mistério, pois ele nunca chegou a ponto de publicá-la. Alguns crêem que ele tinha tudo em sua mente; outros são mais perversos, dizendo que ele, provavelmente, nunca a produziu, mas apenas fanfarronava a respeito.

Aquiles: Qual era a natureza de sua obra maior?

Tamanduá: Era para ser um prelúdio gigantesco e fuga; a fuga teria vinte e quatro vozes e envolveria vinte e quatro temas distintos, um em cada um dos tons maiores e menores.

Aquiles: Seria, com certeza, difícil de se ouvir uma fuga de vinte e quatro vozes como um todo!

Caranguejo: Sem falar da composição de uma!

Tamanduá: Mas tudo o que sabemos é a descrição dela, feita por Sebastianmigo, que ele escreveu na margem de sua cópia dos Prelúdios e Fugas para Órgão de Buxtehude. As últimas palavras que ele escreveu, antes de seu trágico desaparecimento, foram:

> Compus uma fuga verdadeiramente maravilhosa. Nela, somei a potência de 24 tons, e a potência de 24 temas; cheguei a uma fuga com a potência de 24 vozes. Infelizmente, esta margem é demasiado pequena para contê-la.

E a obra-prima não realizada é simplesmente chamada "Última Fuga de Fermigo".

Aquiles: Oh, isso é insuportavelmente trágico.

Tartaruga: Por falar em fugas, esta fuga a que estivemos ouvindo está quase no fim. Próximo de seu fim, ocorre uma nova reviravolta em seu tema. (*Vira a página do* Cravo bem temperado.) Bem, o que temos aqui? Uma nova ilustração – que fascinante! *(Mostra-a ao Caranguejo.)* (Figura 64)

Caranguejo: Bem, o que temos aqui? Oh, já vi: é "HOLISMONISMOS", escrito com letras grandes, que começam encolhidas e depois crescem de volta

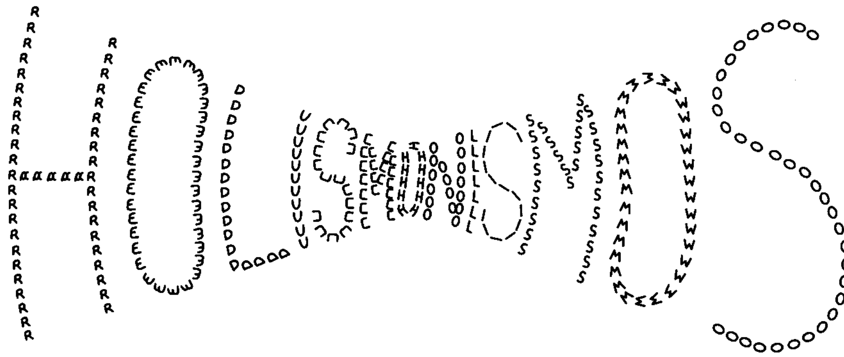


FIGURA 64. Um "propulsor" HOLISMO-REDUCIONISMO [*Adaptação do desenho do autor*]

ao seu tamanho original. Mas não faz nenhum sentido, porque não é uma palavra. Oh, Deus meu! *(Passa-a ao Tamanduá.)*

Tamanduá: Bem, o que temos aqui? Oh, já vi: é "REDUCCHOLISMO", escrito com letras pequenas que crescem e depois encolhem de volta ao seu tamanho original. Mas não faz nenhum sentido, porque não é uma palavra. Oh, meu Deus! *(Passa-a a Aquiles).*

Aquiles: Sei que vocês não acreditarão, mas, de fato, esse quadro consiste na palavra "HOLISMO" escrita duas vezes, com as letras encolhendo continuamente, enquanto passam da direita para a esquerda. *(Devolve-a à Tartaruga.)*

Tartaruga: Sei que vocês não acreditarão, mas, de fato, este quadro consiste na palavra "REDUCIONISMO", escrita uma vez, com as letras crescendo continuamente, enquanto passam da direita para a esquerda.

Aquiles: Finalmente – ouvi a nova reviravolta no tema desta vez! Estou tão contente por tê-la apontado a mim, Sr. Tartaruga. Acho que estou começando a compreender a arte de ouvir fugas.

CAPÍTULO XI

Cérebros e pensamentos

Novas perspectivas a respeito do pensamento

FOI SOMENTE COM o advento dos computadores que as pessoas tentaram criar, efetivamente, máquinas "pensantes" e testemunharam-se variações bizarras sobre o tema do pensamento. Foram projetados programas cujo "pensar" era, com relação ao pensamento humano, assim como uma mola espiral – brinquedo de criança que, a partir de um primeiro impulso, se movimenta por si, descendo escadas – está para a locomoção humana. De súbito, as idiossincrasias, as fraquezas e as forças, as excentricidades e as vicissitudes do pensamento humano foram sugeridas pela recém-achada habilidade de experimentar com formas estranhas, e contudo talhadas à mão, de pensamento – ou aproximações de pensamento. Como resultado disso, adquiriu-se, nos últimos vinte anos, um novo tipo de perspectiva a respeito do que é o pensamento e do que não é. Nesse ínterim, os pesquisadores do cérebro descobriram muito sobre o *hardware* de grande escala e de pequena escala do cérebro. Essa abordagem não possibilitou, ainda, que se esclarecesse como o cérebro manipula conceitos, mas dá algumas idéias a respeito dos mecanismos biológicos em que a manipulação do pensamento reside.

Nos próximos dois capítulos, tentaremos, pois, juntar algumas percepções compiladas de tentativas de se criar inteligência em computadores com alguns dos fatos aprendidos a partir de engenhosos experimentos em cérebros de animais vivos, como também com resultados de pesquisas sobre processos de pensamento humano, efetuadas por psicólogos cognitivos. O cenário foi erguido pelo *Prelúdio, fuga da formiga*; agora, desenvolvemos mais profundamente as idéias.

Compreensão e expansão

O pensamento tem de depender da *representação da realidade no* hardware *do cérebro*. Nos capítulos anteriores, desenvolvemos sistemas formais que representam domínios da realidade matemática em seus simbolismos. Até que ponto é razoável empregar tais sistemas como modelos de como o cérebro pode manipular idéias?

Vimos, no sistema mg e, então, em outros sistemas mais complicados, como o significado, num sentido mais limitado do termo, surgiu como resultado de um isomorfismo que superpõe símbolos tipográficos sobre números, operações e relações; e cadeias de símbolos tipográficos sobre afirmações. Ora, no cérebro não temos símbolos tipográficos, mas algo ainda melhor: elementos ativos que podem armazenar informações e transmiti-las e recebê-las a partir de outros elemen-

tos ativos. Assim, temos símbolos *ativos*, ao invés de símbolos tipográficos passivos. No cérebro, as regras são misturadas com os próprios símbolos, enquanto, no papel, os símbolos são entidades estáticas, e as regras estão em nossas cabeças.

É importante não se fazer a idéia de que, a partir da natureza algo estrita de todos os sistemas formais que vimos, o isomorfismo entre os símbolos e as coisas reais é uma superposição rígida, de um por um, como as linhas que ligam uma marionete à mão que a conduz. Em TNT, a noção "cinqüenta" pode ser expressa de formas simbólicas diferentes, por exemplo:

((SSSSSSSO · SSSSSSSO)+(SO · SO))
((SSSSSO · SSSSSO)+(SSSSSO · SSSSSO))

Não está claro, *a priori*, que ambas representam o mesmo número. Pode-se manipular cada expressão independentemente e, em algum ponto, tropeçar-se em um teorema que faça com que se exclame: "Oh – é *aquele* número!"

Na mente, pode-se também ter descrições mentais diferentes para uma única pessoa; por exemplo:

A pessoa cujo livro remeti a um amigo na Polônia, há algum tempo.

O estranho que começou a falar comigo e com meus amigos esta noite, na lanchonete.

Não está claro, *a priori*, que ambas representam a mesma pessoa. Ambas as descrições podem permanecer na mente, não conectadas. Em algum ponto, durante a noite, pode-se dar com um tópico da conversa que conduz à revelação de que as duas sentenças designam a mesma pessoa, fazendo com que se exclame: "Oh – você é *aquela* pessoa!"

Nem todas as descrições de uma pessoa precisam ser ligadas a algum símbolo central para aquela pessoa, o qual armazena o seu nome. As descrições podem ser fabricadas e manipuladas em si próprias. Podemos inventar pessoas não existentes fazendo descrições delas; podemos juntar duas descrições quando descobrimos que representam uma única entidade; podemos dividir uma descrição em duas quando descobrimos que representa duas coisas, e não uma – e assim por diante. Este "cálculo de descrições" está no cerne do pensamento. Diz-se que é *compreensivo*, e não *expansivo*, o que significa que as descrições podem "flutuar", sem permanecerem fixadas a objetos específicos, conhecidos. A compreensão do pensamento é conectada à sua flexibilidade; concede-nos a habilidade de imaginar mundos hipotéticos, de fundir descrições diferentes ou partir uma descrição em dois pedaços, e assim por diante.

Suponha que uma amiga, que tomou emprestado o seu carro, telefone para dizer que seu carro derrapou em uma estrada molhada, nas montanhas, chocou-se contra um barranco e capotou, tendo ela escapado da morte por pouco. Você evoca uma série de imagens em sua mente, que se tornam, progressivamente, mais

vívidas à medida que ela acrescenta detalhes e, no final, você "vê tudo como se estivesse presente". Em seguida, ela diz que foi uma brincadeira de "primeiro de abril", e que tanto ela como o carro estão bem! De muitas maneiras, isso é irrelevante. A história e as imagens nada perdem em seu vigor, e a lembrança permanecerá com você por muito tempo. Mais tarde, você poderá até pensar que ela não é uma motorista confiável, em virtude da força da primeira impressão, que deveria ter sido esquecida quando você soube que não era verdade. A fantasia e o fato se misturam muito estreitamente, em nossas mentes, e isso se deve à razão de que o pensamento envolve a fabricação e a manipulação de descrições complexas, que não precisam, de forma alguma, ser ligadas a eventos reais ou coisas.

Uma representação flexível, compreensiva, do mundo é o que caracteriza o pensamento. Ora, como pode um sistema fisiológico como o cérebro sustentar tal sistema?

As "formigas" do cérebro

As células mais importantes no cérebro são as células nervosas, ou *neurônios* (ver figura 65), das quais existem cerca de dez bilhões. (Curiosamente, as células gliais, ou glias, são mais numerosas que os neurônios à base de dez para um. Supõe-se que as glias desempenham mais um papel coadjuvante ao papel

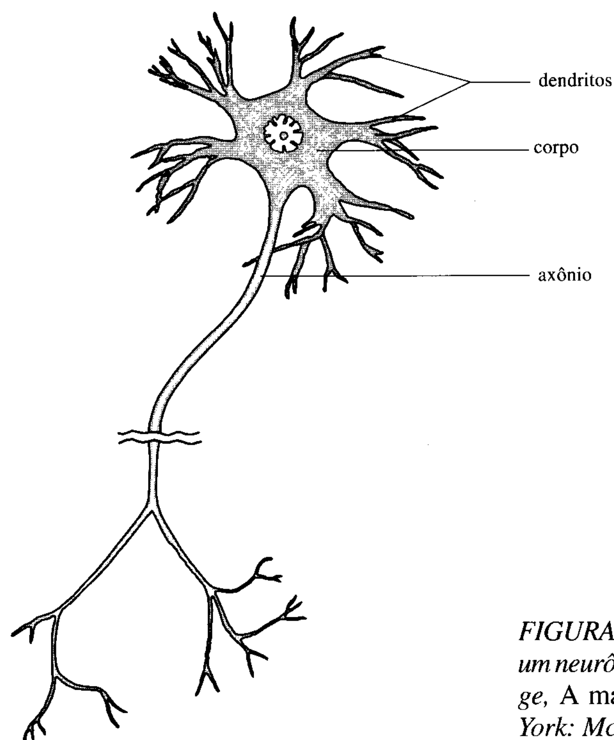


FIGURA 65. Desenho esquemático de um neurônio [Adaptado de D. Woolridge, A maquinaria do cérebro *(Nova York: McGraw Hill, 1963), p. 6]*

principal dos neurônios e, portanto, não serão discutidas.) Cada neurônio possui um número de *sinapses* ("janelas de entrada") e um *axônio* ("canal de saída"). A entrada e a saída são fluxos eletroquímicos: ou seja, íons em movimento. Entre as janelas de entrada de um neurônio e o seu canal de saída situa-se o seu corpo celular, onde são tomadas as "decisões".

O tipo de decisão com que depara um neurônio – e isso pode ocorrer até mil vezes por segundo – é este: *disparar* ou não, ou seja, liberar íons rumo ao seu axônio, os quais, eventualmente, passarão para as janelas de entrada de um ou mais *outros* neurônios, induzindo-os, assim, a tomar o mesmo tipo de decisão. A decisão é tomada de maneira muito simples: se a soma de todas as entradas excede um certo limite, *sim*; caso contrário, *não*. Algumas das entradas podem ser negativas, que cancelam as positivas vindas de outra parte. De qualquer forma, o nível mais baixo da mente é governado pela simples adição. Parafraseando a famosa afirmação de Descartes: "Penso, logo somo" (do latim: *Cogito, ergo sou*).

Ora, conquanto a maneira de tomar a decisão pareça muito simples, há um fato que complica a questão: pode haver até 200.000 janelas de entrada separadas para cada neurônio, o que significa que o somatório de até 200.000 entradas separadas pode estar envolvido na determinação da próxima ação do neurônio. Uma vez tomada a decisão, um impulso de íons move-se com grande rapidez para o axônio, rumo ao seu terminal. Antes de atingirem o terminal, contudo, os íons podem encontrar uma bifurcação – ou várias. Em tais casos, o impulso único de saída divide-se, enquanto se movimenta rumo à bifurcação do axônio e, quando chega ao terminal, já terá se transformado em muitos – e estes podem alcançar seus destinos em momentos diferentes, uma vez que as ramificações do axônio em que viajam podem ter comprimentos diferentes e possuir capacidades de resistência distintas. O importante, porém, é que todos começam como um único impulso, distanciando-se do corpo da célula. Depois que um neurônio é disparado, ele necessita de um curto tempo de recuperação antes de ser disparado novamente; caracteristicamente, isso é medido em milésimos de segundo, de modo que um neurônio pode ser disparado até mil vezes por segundo.

Estruturas maiores do cérebro

Assim, descrevemos as "formigas" do cérebro. E os "times", ou "sinais"? E os "símbolos"? Fazemos a seguinte observação: apesar da complexidade de sua entrada, um único neurônio pode responder apenas de uma forma primitiva – disparando ou não. Isso representa uma quantidade muito pequena de informação. Certamente, para que grandes quantidades de informação sejam conduzidas ou processadas, é necessário o envolvimento de muitos neurônios. Portanto, pode-se supor que existiriam estruturas maiores, compostas de muitos neurônios, que lidariam com conceitos de nível mais alto. Isso é indiscutivelmente verdadeiro, mas a suposição das mais ingênuas – de que existe um grupo fixo de neurônios para cada conceito diferente – quase que com certeza é falsa.

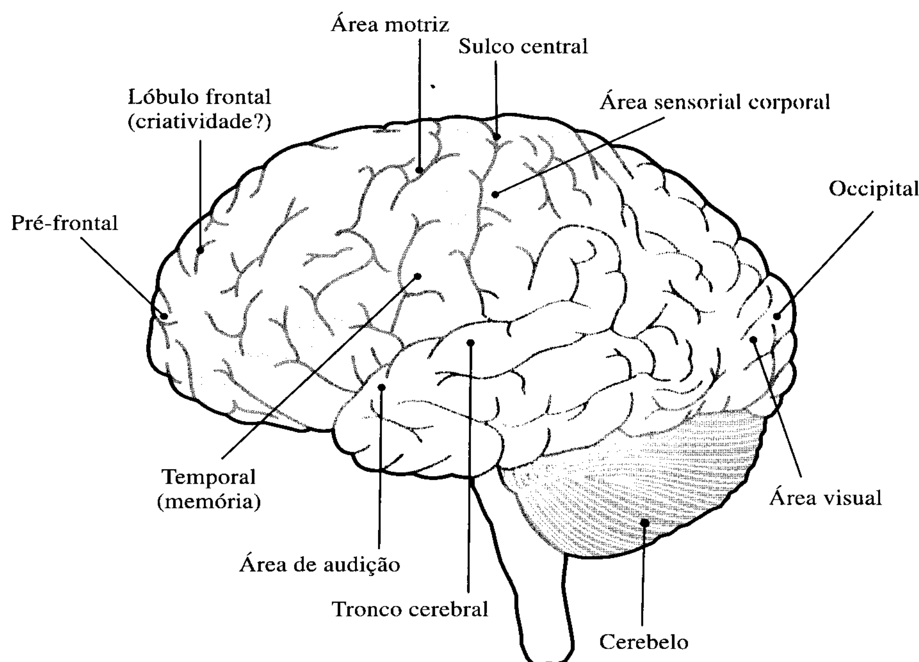


FIGURA 66. O cérebro humano, visto do lado esquerdo. É estranho que a área visual esteja na parte de trás da cabeça [De Steven Rose, The conscious brain, *edição atualizada (Nova York: Vintage, 1966), p. 50]*

Há muitas porções anatômicas do cérebro que podem ser distinguidas umas das outras: como o cérebro, o cerebelo e o hipotálamo (ver figura 66). O *cérebro* é a parte maior do cérebro humano e está dividido em um hemisfério direito e um hemisfério esquerdo. Os poucos milímetros externos de cada hemisfério cerebral são cobertos com camadas de uma "casca", ou *córtex cerebral.* A quantidade de córtex cerebral é a característica maior de distinção, em termos de anatomia, entre cérebros humanos e cérebros de espécies menos inteligentes. Não descreveremos quaisquer dos subórgãos do cérebro com detalhes, por ocorrer que apenas a superposição mais bruta pode ser feita, nesse ponto, entre tais órgãos de grande escala e as atividades, mentais ou físicas, pelas quais são responsáveis. Por exemplo, sabe-se que a linguagem é trabalhada principalmente em um dos dois hemisférios cerebrais – com efeito, o hemisfério esquerdo, em geral. O *cerebelo*, sabe-se também, é o lugar de onde são emitidas cadeias de impulsos aos músculos, para o controle da atividade motora. Mas a maneira como essas áreas executam suas funções é ainda um grande mistério.

Superposições entre cérebros

Emerge, agora, uma questão extremamente importante. Se o pensamento ocorre no cérebro, então como diferem dois cérebros entre si? Como o meu cé-

rebro é diferente do seu? Certamente, você não pensa exatamente como eu, nem como qualquer outra pessoa. Mas todos nós possuímos as mesmas divisões anatômicas em nossos cérebros. Até que ponto essa identidade de cérebros se estende? Chega ela ao nível neural? Sim, se observarmos animais de um nível bastante baixo na hierarquia do pensamento – a rasteira minhoca, por exemplo. A seguinte citação é do neurofisiólogo David Hubel, pronunciando uma conferência sobre comunicação com inteligências extraterrestres:

> O número de células nervosas em um animal como uma minhoca seria medido, eu suponho, em termos de milhares. Uma coisa muito interessante é que podemos apontar uma célula individual particular, em uma minhoca particular, e então identificar a mesma célula, a célula correspondente em outra minhoca da mesma espécie.[1]

As minhocas possuem cérebros isomórficos! Poder-se-ia dizer: "Há apenas uma minhoca".

Mas tal possibilidade de superposição entre cérebros de indivíduos desaparece logo que se ascende na hierarquia do pensamento e aumenta o número de neurônios – confirmando nossas suspeitas de que não há apenas um ser humano! Entretanto, pode ser detectada uma considerável semelhança física entre diferentes cérebros humanos, quando comparados numa escala maior que um único neurônio, mas menor que os subórgãos principais do cérebro. O que isso sugere, com relação a como as diferenças mentais individuais são representadas no cérebro físico? Se olhássemos para as interconexões dos meus neurônios, será que poderíamos encontrar várias estruturas que poderiam ser identificadas como codificações para coisas específicas que conheço, para crenças específicas que eu tenho, para esperanças, medos, predileções e aversões específicas que guardo? Se as experiências mentais podem ser atribuídas ao cérebro, pode o conhecimento, bem como outros aspectos da vida mental, ser, da mesma forma, identificado em localizações específicas dentro do cérebro, ou a subsistemas físicos específicos do cérebro? Esta será uma questão central a que freqüentemente retornaremos, neste capítulo e no próximo.

Localização dos processos do cérebro: um enigma

Numa tentativa de responder a esta pergunta, o neurologista Karl Lashley, em uma longa série de experimentos que tivera início em torno de 1920 e que foi feita durante muitos anos, tentou descobrir onde, em seu cérebro, um rato armazena seu conhecimento sobre a corrida em labirintos. Em seu livro *The conscious brain* (*O cérebro consciente*), Steven Rose descreve desta maneira as tentativas e atribulações de Lashley:

> Lashley tentava identificar o local da memória dentro do córtex, e, para fazê-lo, treinou os ratos a andarem em labirintos, primeiramente, e depois removeu várias

> regiões corticais. Permitiu a recuperação dos animais e testou a retenção das habilidades de andar em labirintos. Para sua surpresa, não foi possível encontrar uma região particular, correspondente à habilidade de lembrar o caminho através de um labirinto. Em vez disso, todos os ratos que tiveram regiões corticais removidas sofreram algum tipo de deficiência, e a extensão dessa deficiência era, a grosso modo, proporcional à quantidade de córtex removida. A remoção de córtex danificou as capacidades motoras e sensórias dos animais, e eles mancavam, saltavam, rolavam ou cambaleavam; mas, de alguma forma, sempre conseguiam atravessar o labirinto. Até onde se podia levar a memória em conta, o córtex parecia ser eqüipotencial, ou seja, todas as suas regiões tinham possibilidade igual de utilidade. Com efeito, Lashley concluiu, de forma um tanto pessimista, em seu último trabalho "In search of the Engram" (Buscando Engram), que surgiu em 1950, que a única conclusão era de que a memória não era, de todo, possível.[2]

Curiosamente, evidência contrária àquele ponto de vista estava sendo desenvolvida no Canadá mais ou menos na mesma época em que Lashley preparava seu último trabalho, no final da década de 1940. O neurocirurgião Wilder Penfield examinava as reações dos pacientes cujos cérebros tinham sofrido cirurgia, por meio da inserção de eletrodos em diversas partes de seus cérebros expostos, e então, aplicando pequenos impulsos elétricos, de modo a estimular o neurônio, ou neurônios, a que os eletrodos tinham sido conectados. Esses impulsos eram semelhantes aos impulsos provenientes de outros neurônios. O que Penfield descobriu foi que o estímulo de certos neurônios criava, de maneira confiável, imagens ou sensações no paciente. Essas impressões provocadas artificialmente variavam de medos estranhos, mas não definidos, a zumbidos e cores, e, o mais impressionante de tudo, as seqüências inteiras de eventos recordados de alguma época anterior da vida, como uma festa de aniversário, na infância. O conjunto de localizações que ativariam tais eventos específicos era extremamente pequeno – basicamente, centrado sobre um único neurônio. Ora, esses resultados de Penfield contrariam dramaticamente as conclusões de Lashley, uma vez que parecem implicar que áreas locais são responsáveis por lembranças específicas, afinal.

O que se pode depreender disso? Uma explicação possível poderia ser que as lembranças são codificadas de forma localizada, mas repetidamente, em áreas diferentes do córtex – uma estratégia talvez desenvolvida durante a evolução, como segurança contra possíveis perdas de córtex em lutas, ou em experimentos conduzidos por neurofisiólogos. Uma outra explicação seria que as lembranças podem ser reconstituídas a partir de processos dinâmicos espalhados por todo o cérebro, mas podem ser ativadas de pontos localizados. Essa teoria baseia-se na noção das redes modernas de telefone, em que a rota de uma chamada de longa distância não é previsível com antecedência, pois é selecionada no momento em que a chamada é feita, e depende da situação corrente em todo o país. A destruição de qualquer parte localizada da rede não bloquearia as chamadas; apenas faria com que fossem redirecionadas, contornando a área danificada. Nesse sentido, qualquer chamada é, potencialmente, não localizável. Entretan-

to, qualquer chamada conecta dois pontos específicos; neste sentido, qualquer chamada é localizável.

Especificidade no processamento visual

Alguns dos trabalhos mais interessantes e significativos na localização dos processos cerebrais têm sido feitos, nos últimos quinze anos, por David Hubel e Torsten Wiesel, em Harvard. Eles efetuaram a superposição de trilhas visuais nos cérebros de gatos, começando com os neurônios da retina, seguindo suas conexões em direção à parte de trás da cabeça, passando pela "estação de retransmissão" do geniculado lateral, e terminando no córtex visual, na extremidade traseira do cérebro. Em primeiro lugar, é admirável que existam trilhas neurais bem definidas, à luz dos resultados de Lashley. Mas, ainda mais admirável, são as propriedades dos neurônios localizados em estágios diferentes, na trilha.

Ocorre que os neurônios da retina são, principalmente, sensores de contraste. Mais especificamente, é dessa forma que eles atuam. Cada neurônio retinal dispara, normalmente, a uma "velocidade de cruzeiro". Quando sua porção da retina é atingida pela luz, poderá disparar mais rapidamente ou desacelerar, ou até mesmo parar. Todavia, somente o fará se a parte circundante da retina for *menos* iluminada. Assim, isso significa que há dois tipos de neurônio: "centrado" e "fora de centro". Os neurônios *centrados* são aqueles cujo índice de disparo aumenta quando quer que, na pequena área circular retinal à qual são sensíveis, o centro seja brilhante, mas escura a periferia; os neurônios *fora de centro* são aqueles que disparam mais depressa quando há escuridão no centro e brilho no anel externo. Se um padrão centrado é mostrado a um neurônio fora de centro, o neurônio *desacelerará* os disparos (e vice-versa). A iluminação uniforme não afetará nenhum dos dois tipos de neurônio retinal; eles continuarão a disparar em sua velocidade de cruzeiro.

A partir da retina, os sinais desses neurônios prosseguem, via nervo óptico, para o geniculado lateral, localizado em alguma parte próxima ao meio do cérebro. Ali, pode-se encontrar uma superposição direta da superfície retinal, no sentido de que há neurônios do geniculado lateral que disparam apenas por meio de estímulos específicos recebidos em áreas específicas da retina. Nesse sentido, o geniculado lateral é decepcionante; parece ser apenas uma "estação retransmissora" e não um processador ulterior (embora, para lhe conceder o que lhe é devido, a sensibilidade ao contraste parece ser acentuada no geniculado lateral). A imagem retinal é codificada de uma forma direta nos padrões de disparo dos neurônios no geniculado lateral, apesar do fato de que os neurônios ali localizados não são dispostos em uma superfície bidimensional, na forma da retina, mas em um bloco tridimensional. Assim, duas dimensões são superpostas a três; no entanto, a informação é preservada: um isomorfismo. Provavelmente, há uma explicação mais profunda para a mudança na dimensionalidade da representação que não ficou, até agora, integralmente avaliada. Em todo caso,

há tantos outros estágios ulteriores da visão não explicados que não devíamos sentir-nos decepcionados, mas contentes com o fato de que – em alguma medida – concebemos ao menos esse estágio!

A partir do geniculado lateral, os sinais prosseguem de volta ao córtex visual. Nele, ocorrem alguns tipos novos de processamento. As células do córtex visual são divididas em três categorias: simples, complexas e hipercomplexas. As células *simples* agem de maneira bastante semelhante às células retinais, ou às células do geniculado lateral: respondem a pontos claros ou escuros, contrastantes com sua área circundante, em certas regiões da retina. As células *complexas*, em contraste, geralmente recebem entrada de uma centena de células, ou mais, e detectam faixas de luz ou escuras, orientadas em ângulos específicos sobre a retina (ver figura 67). As células *hipercomplexas* respondem a cantos, faixas, ou mesmo "línguas", movendo-se em direções específicas (ver novamente a figura 67). Estas últimas células são tão altamente especializadas que são denominadas, algumas vezes, "células hipercomplexas de categoria superior".

Uma "célula avó"?

Em virtude da descoberta de células no córtex visual que podem ser disparadas por meio de estímulos de crescente complexidade, algumas pessoas têm alimentado a curiosidade de saber se as coisas não estão sendo conduzidas na direção de "uma célula, um conceito" – por exemplo, ter-se-ia uma "célula avó", que dispararia se e somente se sua avó entrasse no campo de visão. Este exemplo um tanto cômico de uma "célula super-hipercomplexa" não é levado muito a sério. Contudo, não fica claro qual teoria alternativa parece razoável. Uma possibilidade é a de que as redes neurais maiores são estimuladas coletivamente por estímulos visuais suficientemente complexos. Naturalmente, a descarga dessas unidades de multineurônios teria de vir, de alguma forma, da integração de sinais emanados das muitas células hipercomplexas. Como isso pode ser feito, ninguém sabe. Logo quando parecemos aproximar-nos do limite em que o "símbolo" pode emergir do "sinal" perdemos a pista – uma torturante história não terminada. Voltaremos a ela, todavia, e tentaremos acrescentar algo.

Anteriormente, mencionei o isomorfismo grosseiro que existe entre todos os cérebros humanos em uma grande escala anatômica e o isomorfismo muito preciso que existe entre os cérebros das minhocas. É interessante que exista também um isomorfismo entre o aparato de processamento visual do gato, do macaco e o humano, que se situa entre o grosseiro e o preciso. Eis como esse isomorfismo funciona. Primeiramente, todas as três espécies têm áreas "dedicadas" do córtex na parte de trás de seus cérebros, onde é feito o processamento visual: o *córtex visual*. Em segundo lugar, em cada um deles, o córtex visual se divide em três sub-regiões, denominadas áreas 17, 18 e 19 do córtex. Estas áreas são ainda universais, no sentido de que podem ser localizadas no cérebro de qualquer indivíduo normal em qualquer das três espécies. Dentro de cada área,

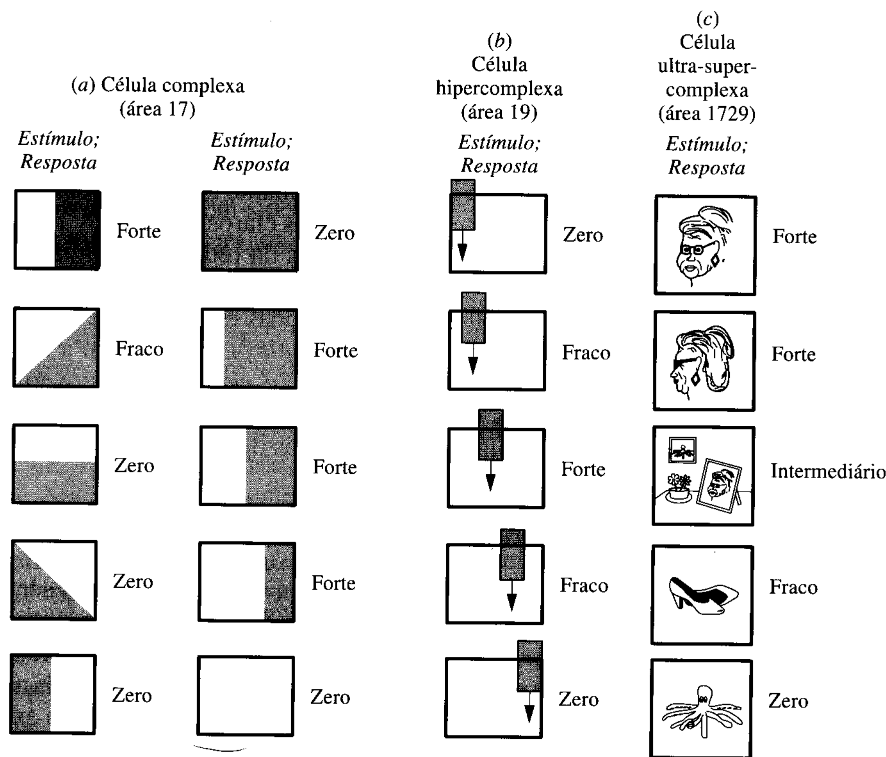


FIGURA 67. Respostas de certas amostras de neurônios a padrões.

(a) Este neurônio detector de margens busca as margens verticais com luz à esquerda e escuridão à direita. A primeira coluna mostra como a orientação de uma margem é relevante para este neurônio. A segunda coluna mostra como a posição da margem dentro do campo é irrelevante para esse neurônio particular.

(b) Mostra como uma célula hipercomplexa responde mais seletivamente: aqui, apenas quando a lingüeta descendente está no meio do campo.

(c) As respostas de uma hipotética "célula avó" a vários estímulos aleatórios; o leitor poderá gostar de ponderar sobre como uma "célula polvo" responderia aos mesmos estímulos

pode-se ir mais adiante, alcançando-se a organização "colunar" do córtex visual. Perpendiculares à superfície do córtex, movendo-se radialmente para dentro, em direção ao cérebro interior, os neurônios visuais são dispostos em "colunas" – ou seja, quase todas as conexões se movem em uma direção radial, colunar, e não entre colunas. E cada coluna superpõe-se a uma específica pequena região retinal. O número de colunas não é o mesmo em cada indivíduo, de modo que não se pode encontrar "a mesma coluna". Finalmente, dentro de uma coluna, há camadas em que os neurônios simples tendem a ser encontrados, e outras

camadas, em que os neurônios complexos tendem a ser encontrados. (Os neurônios hipercomplexos tendem a ser encontrados nas áreas 18 e 19, predominantemente, enquanto os simples e os complexos são mais encontrados na área 17.) Ao que parece, ficamos sem isomorfismos, nesse nível de detalhe. A partir daqui, até o nível de neurônio individual, cada gato, macaco ou ser humano individual possui um padrão completamente único – algo como uma impressão digital ou uma assinatura.

Uma diferença menor, mas possivelmente relevante, entre o processamento visual nos cérebros dos gatos e dos macacos tem a ver com o estágio em que a informação proveniente dos dois olhos é integrada, para formar um único sinal combinado de alto nível. Ocorre que essa integração acontece mais tarde no macaco que no gato, o que dá ao sinal de cada olho um tempo maior para ser processado por si só. Isso não é surpreendente, uma vez que se poderia esperar que, quanto mais alta uma espécie, na hierarquia da inteligência, tanto mais complexos serão os problemas que seu sistema visual será chamado a resolver; e, portanto, os sinais precisam passar através de mais e mais processamento inicial, antes de receberem um "rótulo" final. Isso é confirmado de maneira bastante dramática pelas observações das habilidades visuais de um bezerro recém-nascido, que parece ter nascido com tanto poder de discriminação visual quanto sempre terá. Esconder-se-á de pessoas ou cães, mas não de outro bovino. Provavelmente, todo o *hardware* de seu sistema visual está completo antes do nascimento e envolve relativamente pouco processamento cortical. Por outro lado, um sistema visual humano, tão profundamente dependente do córtex, leva vários anos para atingir a maturidade.

Afunilamento em módulos neurais

Uma coisa enigmática sobre as descobertas feitas até hoje sobre a organização do cérebro é que foram encontradas poucas correspondências diretas entre o *hardware* de larga escala e o *software* de alto nível. O córtex visual, por exemplo, é uma parte do *hardware* de larga escala que é inteiramente dedicada a um claro propósito de *software* – o processamento da informação visual. Entretanto, todo o processamento descoberto até agora é ainda de nível bastante baixo. Nada foi localizado, no córtex visual, que se aproximasse do reconhecimento de *objetos*. Isso significa que ninguém sabe onde ou como a saída das células complexas e hipercomplexas transforma-se em reconhecimento consciente de formas, ambientes, faces e assim por diante. As pessoas têm buscado evidências do "afunilamento" das muitas respostas de nível baixo em menos e menos respostas de nível mais alto, culminando em algo como a célula avó proverbial, ou algum tipo de rede de multineurônios, conforme mencionado antes. É evidente que isso não será encontrado em alguma divisão anatômica grosseira do cérebro, mas, ao invés, em uma análise mais microscópica.

Uma alternativa possível para a célula avó poderia ser um conjunto fixo de neurônios, digamos umas poucas dúzias, na ponta fina do "funil". Esses neu-

rônios disparariam simultaneamente quando vovó entrasse no campo de visão. E, para cada objeto diferente reconhecível, haveria uma rede e um processo de afunilamento singulares que focalizariam aquela rede. Existem alternativas mais complicadas ao longo de linhas semelhantes, envolvendo redes que podem ser estimuladas de maneiras diferentes, em vez de uma maneira fixa. Tais redes seriam os "símbolos", em nossos cérebros.

Mas é necessário tal afunilamento? Talvez um objeto sendo observado seja implicitamente identificado por sua "assinatura" no córtex visual – ou seja, as respostas coletivas de células simples, complexas e hipercomplexas. Talvez o cérebro não necessite mais de qualquer reconhecedor ulterior para uma forma particular. Essa teoria, contudo, apresenta o seguinte problema. Suponha que você esteja observando uma cena. Ela registra sua assinatura no córtex visual; mas, então, como você passa daquela assinatura para uma descrição verbal da cena? Por exemplo, as pinturas de Edouard Vuillard, um pós-impressionista francês, freqüentemente requerem alguns segundos de escrutínio, e então, subitamente, uma figura humana salta aos olhos. Presumivelmente, a assinatura é impressa no córtex visual durante a primeira fração de segundo, mas o quadro somente é compreendido após alguns segundos. Esse não é mais que um exemplo do que é, na realidade, um fenômeno comum – uma sensação de algo "cristalizando-se" em sua mente, no momento de reconhecimento, que ocorre não quando os raios de luz atingem a sua retina, mas algum tempo depois, após alguma parte da sua inteligência ter tido uma oportunidade de atuar sobre os sinais retinais.

A metáfora da cristalização permite uma imagem bonita da mecânica estatística, de uma miríade de atividades microscópicas e não-correlatas em um meio, produzindo lentamente regiões locais de coerência que se espalham e se ampliam; no fim, a miríade de pequenos eventos terá desempenhado uma completa recomposição estrutural do seu meio de baixo para cima, modificando-o, de uma montagem caótica de elementos independentes para uma estrutura grande, coerente, integralmente conectada. Se se pensar nas atividades neurais iniciais como independentes, e no resultado final de seus muitos disparos como o acionamento de um "módulo" grande, bem definido de neurônios, então a palavra "cristalização" parecerá bastante apropriada.

Outro argumento para o afunilamento é baseado no fato de que há uma miríade de cenas distintas que podem fazer com que você sinta que percebeu o mesmo objeto – por exemplo, sua avó, que pode estar sorrindo, ou franzindo as sobrancelhas, usando ou não um chapéu, em um jardim claro ou em uma escura estação ferroviária, vista de perto ou de longe, de lado ou de frente, e assim por diante. Todas essas cenas produzem assinaturas extremamente diferentes no córtex visual; ainda assim, todas elas poderiam impeli-lo a dizer: "Alô, vovó". Assim, um processo de afunilamento tem de ocorrer em algum ponto após a recepção da assinatura visual e antes de se pronunciarem as palavras. Poder-se-ia afirmar que esse afunilamento não é parte da percepção da vovó, mas apenas parte da verbalização. Mas parece bastante insólito repartir o processo dessa maneira, pois você poderia utilizar internamente a informação de que é a vovó

sem verbalizá-la. Seria muito canhestro manipular toda a informação em todo o córtex visual, quando tanto dela poderia ser jogado fora, já que você não se importa com o lugar onde há sombra, ou quantos botões tem a sua blusa, etc.

Outra dificuldade com uma teoria não afunilante é a explicação de como pode haver interpretações diferentes para uma única assinatura – por exemplo, o quadro de Escher *Convex and concave* (*Convexo e côncavo*) (figura 23). Assim como nos parece óbvio que não percebemos simplesmente *pontos* em uma tela de televisão, mas *agrupamentos*, da mesma forma parece ridículo postular que a percepção ocorreu quando uma "assinatura" gigante, em forma de ponto, foi criada no córtex visual. Tem de haver algum afunilamento, cujo resultado final é o acionamento de alguns módulos específicos de neurônios, cada um deles associado aos conceitos – os agrupamentos – da cena.

Módulos que atuam como transmissores de processos de pensamento

Assim, somos levados a concluir que, para cada conceito, há um módulo relativamente bem definido, que pode ser acionado – um módulo que consiste de um pequeno grupo de neurônios –, um "complexo neural", do tipo sugerido anteriormente. Um problema com essa teoria – pelo menos se ela for tomada de maneira ingênua – é que ela sugeriria se poderiam localizar tais módulos em alguma parte, dentro do cérebro. Isso não foi obtido, ainda, e algumas evidências, tais como os experimentos de Lashley, apontam contra a localização. Todavia, é muito cedo, ainda, para se dizer. Pode haver muitas cópias de cada módulo, espalhadas em torno do cérebro, ou os módulos poderiam sobrepor-se fisicamente; ambos esses efeitos tenderiam a obscurecer qualquer divisão dos neurônios em "pacotes". Talvez os complexos sejam como panquecas muito finas, empacotadas em camadas que, ocasionalmente, passam umas através das outras; talvez eles sejam como cobras compridas, que se entrelaçam, achatando-se aqui e ali, como cabeças de serpentes; talvez sejam como teias de aranha; ou talvez sejam circuitos em torno dos quais viajam sinais, de formas mais estranhas que o vôo rápido da andorinha faminta na caça aos mosquitos. Não há como saber. É até mesmo possível que esses módulos sejam fenômenos de *software*, em vez de fenômenos de *hardware* – mas isso é algo que discutiremos mais tarde.

Há muitas perguntas que vêm à mente com relação a esses hipotéticos complexos neurais. Por exemplo:

Eles estendem-se às regiões mais baixas do cérebro, como o cérebro médio, o hipotálamo, etc.?
Pode um único neurônio pertencer a mais de um desses complexos?
A quantos desses complexos pode um único neurônio pertencer?
Por quantos neurônios podem esses complexos sobrepor-se?
Esses complexos são aproximadamente os mesmos para todas as pessoas?

Complexos correspondentes são encontrados em lugares correspondentes nos cérebros de pessoas diferentes?
Eles se sobrepõem da mesma forma no cérebro de todas as pessoas?

Filosoficamente, a pergunta mais importante é esta: o que a existência de módulos – por exemplo, um módulo de avó – nos diria? Isso nos permitiria alguma percepção do fenômeno de nossa própria consciência? Ou nos deixaria ainda mais no escuro a respeito do que é a consciência, assim como o conhecimento de que um cérebro é feito de neurônios e de glias? Como você pode adivinhar, a partir da leitura da *Fuga da formiga*, minha sensação é de que há um longo caminho a percorrer para que possamos compreender o fenômeno da consciência. O passo crucial que precisa ser dado é de uma descrição de nível baixo – neurônio por neurônio – do estado de um cérebro para uma descrição de nível alto – módulo por módulo – do mesmo estado do mesmo cérebro. Ou, para inverter a terminologia sugestiva da *Fuga da formiga*, queremos mudar a descrição do estado cerebral do nível de *sinal* para o nível de *símbolo*.

Símbolos ativos

Vamos, a partir de agora, referir-nos a esses hipotéticos complexos neurais, módulos neurais, pacotes neurais, redes neurais, unidades multineurônicas – ou como quisermos chamá-los, venham sob forma de panquecas, bonecas, cobra cascavel, favos de mel ou mesmo o movimento das nuvens no céu – como *símbolos*. Aludiu-se, no Diálogo, a uma descrição de um estado cerebral em termos de símbolos. Como seria tal descrição? Que tipos de conceitos é razoável achar que podem ser, realmente, "simbolizados"? Que espécies de inter-relações teriam os símbolos? E que compreensões todo esse quadro forneceria à consciência?

A primeira coisa a enfatizar é que os **símbolos podem ser ou *latentes* ou *despertos* (ativados)**. Um símbolo ativo é um que tenha sido acionado – ou seja, um símbolo em que um número limite de neurônios foi provocado a disparar por estímulos vindos de fora. Uma vez que um símbolo pode ser acionado de muitas maneiras diferentes, pode agir de muitas maneiras diferentes quando despertado. Isso sugere que deveríamos pensar em um símbolo não como uma entidade fixa, mas como uma entidade variável. Portanto, não seria suficiente descrever um estado cerebral dizendo-se: "Os símbolos A, B, ..., N estão todos ativos". Em vez disso, teríamos de fornecer um conjunto de parâmetros para cada símbolo ativo, caracterizando alguns aspectos dos seus mecanismos internos. Seria interessante perguntar se, em cada símbolo, há certos núcleos de neurônios que disparam, invariavelmente, quando o símbolo é ativado. Se tal conjunto de núcleos de neurônios existe, poderíamos referir-nos a ele como o "núcleo invariável" do símbolo. É tentador pretender que, cada vez que você pensa em, digamos, uma cachoeira, algum processo neural fixo é repetido, sem dúvida enfeitado de maneiras diferentes, dependendo do contexto, mas ocorrendo de forma confiável. Contudo, não está claro que tenha de ser assim.

Ora, o que faz um símbolo, quando despertado? Uma descrição de nível baixo diria: "Muitos de seus neurônios disparam". Mas isso não nos interessa mais. A descrição de nível alto eliminaria toda referência a neurônios e concentrar-se-ia, exclusivamente, nos símbolos. Dessa forma, uma descrição de nível alto do que torna um símbolo ativo, distinto de um símbolo latente, seria: "Envia *mensagens*, ou sinais, cujo propósito é tentar despertar, ou acionar, outros símbolos". Naturalmente, essas mensagens seriam conduzidas, como correntes de impulsos nervosos, por neurônios – mas, na medida em que pudermos evitar tal linguagem, devemos fazê-lo, pois ela representa um modo de nível baixo de ver as coisas, e esperamos que possamos prosseguir em um nível puramente alto. Em outras palavras, esperamos que os processos de pensamento possam ser tomados como isolados dos eventos neurais da mesma forma que o comportamento de um relógio está isolado das leis da mecânica quântica, ou a biologia das células está isolada das leis dos *quarks*.

Mas qual é a vantagem desse quadro de nível alto? Por que é melhor dizer: "Os símbolos A e B acionaram o símbolo C", do que dizer: "Os neurônios de 183 até 612 estimularam o neurônio 75 e provocaram o seu disparo"? Esta pergunta foi respondida na *Fuga da formiga*: é melhor porque os símbolos *simbolizam* coisas, e os neurônios não. Os símbolos são as realizações, em *hardware*, de conceitos. Enquanto um grupo de neurônios acionando outro neurônio não corresponde a nenhum evento externo, o acionamento de algum símbolo, por outros símbolos, não tem relação com eventos no mundo real – ou em um mundo imaginário. Os símbolos são relacionados entre si pelas mensagens que podem enviar, uns aos outros, de tal forma que os seus padrões de acionamento são muito semelhantes aos eventos de larga escala que realmente ocorrem em nosso mundo, ou que poderiam ocorrer em um mundo parecido com o nosso. Essencialmente, o significado surge aqui pela mesma razão que surgiu no sistema mg – isomorfismo; só que aqui o isomorfismo é infinitamente mais complexo, sutil, delicado, versátil e compreensível.

A propósito, o requisito segundo o qual os símbolos deveriam ser capazes de passar mensagens sofisticadas de um lado para outro é provavelmente suficiente para excluir os próprios neurônios de desempenhar o papel de símbolos. Uma vez que um neurônio tem apenas uma forma de enviar informação para fora de si, e não tem meio de direcionar seletivamente um sinal ora em uma direção, ora em outra, ele simplesmente não tem o tipo de poder de acionamento seletivo que um símbolo tem de ter para agir como um objeto no mundo real. Em seu livro *The insect societies* (*As sociedades dos insetos*), E. O. Wilson logrou intento semelhante, a respeito de como as mensagens se propagam dentro dos formigueiros:

> [A comunicação em massa] é definida como a transferência, entre grupos, de informações que um único indivíduo não poderia passar a outro.[3]

Não é tão má como imagem a idéia do cérebro como um formigueiro!

A pergunta seguinte – e extremamente importante, também – diz respeito à natureza e ao "tamanho" dos conceitos que são representados no cérebro por símbolos únicos. Sobre a natureza dos símbolos, há perguntas como esta: haveria um símbolo para a noção geral de cachoeiras, ou haveria símbolos diferentes para várias cachoeiras específicas? Ou seriam ambas essas alternativas concebidas? Quanto ao "tamanho" dos símbolos, há perguntas como esta: haveria um símbolo para uma história inteira? Ou para uma melodia? Ou para uma anedota? Ou será mais provável que houvesse apenas símbolos para conceitos de tamanho aproximado ao das palavras, e as idéias maiores, como sentenças ou orações, seriam representadas por ativamento simultâneo ou seqüencial de vários símbolos?

Consideremos a questão do tamanho de conceitos representados por símbolos. A maior parte dos pensamentos expressos em sentenças é constituída de componentes básicos, quase-atômicos, que não analisamos mais a fundo, habitualmente. Esses componentes são do tamanho aproximado de palavras – algumas vezes um pouco maiores, outras vezes um pouco menores. Por exemplo, o substantivo "cachoeira", o nome próprio "cataratas do Iguaçu", o sufixo "ava" do pretérito imperfeito, a expressão "mãos ao alto" e as sentenças idiomáticas mais longas são todos próximos do atômico. Essas são pinceladas típicas que executamos na pintura de retratos de conceitos mais complexos, tais como o enredo de um filme, o estilo de uma cidade, a natureza da consciência, etc. Tais idéias complexas não são simples pinceladas. Parece razoável pensar que as pinceladas da linguagem são também pinceladas de pensamento e, portanto, que os símbolos representam conceitos aproximadamente desse mesmo tamanho. Assim, um símbolo seria, *grosso modo*, algo para que se conheça uma palavra, ou uma sentença de efeito, ou com que se associa um nome próprio. E a representação, no cérebro, de uma idéia mais complexa, como um problema em um caso de amor, seria uma seqüência muito complicada de ativamentos de vários símbolos por outros símbolos.

Classes e casos

Existe uma distinção geral com relação ao pensamento: aquela entre *categorias* e *indivíduos*, ou entre *classes* e *casos*. (Dois outros termos empregados algumas vezes são "tipos" e "provas".) Pode parecer, à primeira vista, que um dado símbolo seria, intrinsecamente, ou um símbolo para uma classe ou um símbolo para um caso – mas isso é uma supersimplificação. Na realidade, a maioria dos símbolos pode desempenhar qualquer um dos papéis, dependendo do contexto de seu ativamento. Por exemplo, observemos a lista abaixo:

(1) uma publicação
(2) um jornal
(3) o *San Francisco Chronicle*
(4) a edição de 18 de maio do *Chronicle*

(5) minha cópia da edição de 18 de maio do *Chronicle*
(6) minha cópia da edição de 18 de maio do *Chronicle*, como estava quando a peguei, pela primeira vez (em contraste com a minha cópia, como estava poucos dias depois: em minha lareira, queimando).

Nesse exemplo, as linhas de 2 a 5 desempenham ambos os papéis. Assim, a linha 4 é um caso da classe geral da linha 3, e a linha 5 é um caso da linha 4. A linha 6 é um tipo especial de caso de uma classe: uma *manifestação*. Os estágios sucessivos de um objeto, durante o curso de sua vida, são as suas manifestações. É interessante pensar se as vacas de uma fazenda percebem o indivíduo invariável por baixo de todas as manifestações do alegre fazendeiro que diariamente lhes alimenta de feno.

O princípio do protótipo

A lista anterior parece ser uma hierarquia de generalidade – a primeira, uma categoria conceitual muito ampla e, a última, alguma coisa particular muito despretensiosa, localizada no espaço e no tempo. Todavia, a idéia de que uma "classe" tem de ser sempre enormemente ampla e abstrata é por demais limitada. A razão é que o nosso pensamento faz uso de um princípio engenhoso, que pode ser denominado *princípio do protótipo:*

O evento mais específico pode servir de exemplo geral
de uma classe de eventos.

Todos sabem que eventos específicos possuem um fulgor que os imprime tão fortemente na memória que eles podem ser, posteriormente, usados como modelos para outros eventos a eles semelhantes, de alguma forma. Assim, em cada evento específico, existe o embrião de toda uma classe de eventos semelhantes. Essa idéia de que há generalidade no específico é de importância transcendental.

Ora, é natural perguntar: os símbolos no cérebro representam classes ou casos? Há certos símbolos que representam apenas classes, enquanto outros símbolos representam apenas casos? Ou pode um único símbolo prestar serviço como um símbolo de classe tanto como um símbolo de caso, dependendo de que partes suas sejam ativadas? A última teoria parece atraente; pode-se pensar que um ativamento "leve" de um símbolo pode representar uma classe e que um ativamento mais profundo, ou mais complexo, conteria padrões mais detalhados de disparo neural interno e, portanto, representaria um caso. Mas, pensando bem, isso é maluco: implicaria, por exemplo, que, com o ativamento do símbolo para "publicação", de uma forma suficientemente complexa obter-se-ia o símbolo muito complexo que representa um jornal específico queimando em

minha lareira. E toda outra manifestação possível de qualquer outra parte de matéria impressa seria representada, internamente, por alguma maneira de ativamento do símbolo único para "publicação". Isso parece um fardo demasiado pesado para se colocar sobre o símbolo único "publicação". Tem-se de concluir, portanto, que os símbolos de caso podem coexistir com os símbolos de classe, e não são apenas modos de ativamento destes últimos.

O fracionamento dos casos das classes

Por outro lado, os símbolos de caso freqüentemente herdam muitas de suas propriedades das classes a que aqueles casos pertencem. Se eu digo a você que fui ver um filme, você iniciará a "cunhagem" de um símbolo de caso novo para aquele filme em particular; mas, na ausência de mais informação, o novo símbolo de caso terá de apoiar-se pesadamente no seu símbolo de classe preexistente para "filme". Inconscientemente, você se fiará num grande número de pressupostos a respeito daquele filme – por exemplo, que durou entre uma e três horas, que foi exibido em um cinema local, que seu enredo era sobre algumas pessoas, e assim por diante. Esses pressupostos integram o símbolo de classe como elos possíveis para outros símbolos (isto é, relações potenciais de acionamento) e são denominados "opções-padrão". Em qualquer símbolo de caso recém-cunhado, as opções-padrão podem ser facilmente canceladas; mas, a menos que isso seja feito de maneira explícita, elas permanecerão no símbolo de caso, herdado de seu símbolo de classe. Até que sejam canceladas, fornecerão uma base preliminar para você pensar sobre o novo caso – por exemplo, o filme que fui ver – por meio do emprego de suposições razoáveis supridas pelo "estereótipo" ou símbolo de classe.

Um caso novo e simples é como uma criança sem suas próprias idéias ou experiências: fia-se inteiramente nas experiências e nas opiniões de seus pais e apenas os imita. Mas, gradualmente, ao interagir mais e mais com o resto do mundo, a criança adquire suas próprias experiências idiossincráticas e, inevitavelmente, inicia seu processo de separação dos pais. Eventualmente, a criança se torna um adulto experiente. Da mesma forma, um caso recente pode separar-se de sua classe geradora após um período de tempo e tornar-se uma classe, ou protótipo, por seu próprio direito.

Para ilustrar graficamente tal processo de separação, suponha que você ligue o rádio de seu carro, em uma tarde de sábado, e sintonize um jogo de futebol entre duas equipes "aleatórias". A princípio, você não conhece os nomes dos jogadores de ambos os times. Tudo o que você registra, quando o locutor diz: "Palíndromo, um craque com grande malícia, ajeitou a bola com a mão", é que um jogador cometeu uma falta. Esse é um caso de acionamento do símbolo de classe "jogador de futebol", com algum tipo de acionamento coordenado do símbolo para o toque de mão. Mas, à medida que Palíndromo engendra outras jogadas-chave, você começa a formar um novo símbolo de caso para ele em particular, empre-

gando seu nome, talvez, como ponto de foco. Esse símbolo depende, tal como uma criança, do símbolo de classe para "jogador de futebol": a maior parte da sua imagem de Palíndromo é fornecida pelo seu estereótipo de um jogador de futebol, conforme o símbolo respectivo. Mas, gradualmente, com a recepção de mais informações, o símbolo "Palíndromo" torna-se mais autônomo e fia-se menos e menos no acionamento simultâneo de seu símbolo de classe original. Isso pode ocorrer em poucos minutos, à medida que Palíndromo faz algumas boas jogadas e se sobressai. Seus colegas podem ainda ser representados por acionamentos do símbolo de classe, contudo. Eventualmente, talvez após alguns dias, quando você tiver lido alguns artigos na seção de esportes de seu jornal, o cordão umbilical é cortado e Palíndromo passa a ter existência própria. Ora, você sabe de coisas tais como sua cidade natal e a escola que freqüentou; você o reconhece; e assim por diante. Nesse ponto, Palíndromo não é mais tomado apenas como um jogador de futebol, mas como um ser humano que também é jogador de futebol. "Palíndromo" é um símbolo de caso que pode tornar-se ativo enquanto seu símbolo de classe original (jogador de futebol) permanece latente.

Em certo momento, o símbolo Palíndromo era um satélite em órbita em torno de seu símbolo-mãe, assim como um satélite artificial em torno da Terra, que é muito maior e mais volumosa. Surgiu, então, um estágio intermediário, quando um símbolo era mais importante que o outro, mas eles podiam ser vistos orbitando um em torno do outro – algo como a Terra e a Lua. Finalmente, o novo símbolo tornou-se bastante autônomo; pode, agora, servir de símbolo de classe, em torno do qual poderiam orbitar novos satélites – símbolos para outras pessoas menos familiares, mas que têm algo em comum com Palíndromo e para quem ele pode servir como estereótipo temporário, até que sejam adquiridas mais informações, que permitam, por sua vez, que novos símbolos também se tornem autônomos.

A dificuldade de desembaraçar os símbolos, uns dos outros

Esses estágios de crescimento e eventual desligamento de um caso de uma classe serão distinguíveis uns dos outros pela forma em que os símbolos envolvidos estiverem conectados. Algumas vezes será, sem dúvida, difícil dizer quando um símbolo termina e o outro começa. Quão ativo é um símbolo, comparado com outro? Se um pode ser ativado independentemente do outro, então seria bastante razoável chamá-los de autônomos.

Empregamos uma metáfora de astronomia acima, e é interessante que o problema do movimento dos planetas seja extremamente complexo – com efeito, o problema geral de três corpos interagindo gravitacionalmente (como a Terra, a Lua e o Sol) está longe de ter uma solução, mesmo após vários séculos de trabalho. Uma situação em que é possível obter boas soluções aproximadas, todavia, é quando um corpo é muito mais volumoso que os outros dois (neste caso, o Sol); faz sentido, então, considerar aquele corpo como estacionário, enquanto os outros dois o orbitam; além disso, pode ser acrescentada, finalmente, a

interação entre os dois satélites. Mas essa aproximação depende de uma divisão do sistema em Sol e em um "grupo": o sistema Terra–Lua. É uma aproximação, mas permite uma compreensão bastante extensa do sistema. Assim, até que ponto esse grupo é uma parte da realidade, e até que ponto é um produto da imaginação, uma imposição humana de estrutura no universo? Esse problema da "realidade" das fronteiras traçadas entre o que é percebido como grupos autônomos ou como grupos semi-autônomos criará infindáveis dificuldades quando for relacionado com os símbolos do cérebro.

Uma pergunta que intriga enormemente é a simples questão dos plurais. Como visualizamos, por exemplo, três cães em uma xícara de chá? Ou diversas pessoas em um elevador? Começamos com o símbolo de classe para "cão", e depois desmanchamos três "cópias" dele? Ou seja, fabricamos três novos símbolos de caso com a utilização do símbolo de classe "cão" como gabarito? Ou ativamos, conjuntamente, os símbolos "três" e "cão"? Com acréscimo de mais ou menos detalhe à cena imaginada, fica difícil manter qualquer uma dessas teorias. Por exemplo: certamente, não dispomos de um símbolo de caso separado para cada nariz, bigode, grão de sal, etc. que já vimos. Deixamos que os símbolos de classe se ocupem com tais itens numerosos e, quando cruzamos com alguém na rua que usa bigodes, apenas ativamos, de alguma forma, o símbolo de classe "bigodes", sem que seja necessário cunhar novos símbolos de caso, a menos que os bigodes sejam cuidadosamente examinados.

Por outro lado, uma vez iniciada a distinção de indivíduos, não podemos confiar em um único símbolo de classe (por exemplo, "pessoa") para que seja partilhado por todas as pessoas. Claramente, têm de surgir símbolos de caso separados para cada pessoa. Seria ridículo imaginar que esse feito poderia ser realizado por meio de "malabarismo" – ou seja, fazendo com que o único símbolo de classe corresse rapidamente de um lado para o outro, entre os modos diferentes de acionamento (um para cada pessoa).

Entre os extremos, tem de haver espaço para muitas espécies de casos intermediários. Pode haver toda uma hierarquia de maneiras de se criar a distinção classe–caso no cérebro, dando surgimento aos símbolos – e organizações-símbolo – de graus variáveis de especificidade. Os seguintes diferentes tipos de acionamento individual e de conjunto de símbolos podem ser responsáveis por imagens mentais de vários graus de especificidade:

(1) vários modos ou profundidades diferentes de acionamento de um único símbolo de classe;
(2) acionamento simultâneo de vários símbolos de classe de alguma maneira coordenada;
(3) acionamento de um único símbolo de caso;
(4) acionamento de um único símbolo de caso, em conjunto com o acionamento de vários símbolos de classe;
(5) acionamento simultâneo de vários símbolos de caso e de vários símbolos de classe de alguma maneira coordenada.

Isso nos traz de volta à pergunta: "Quando é que um símbolo é um subsistema distinguível do cérebro?" Por exemplo, considere-se o segundo caso – acionamento simultâneo de vários símbolos de classe de alguma maneira coordenada. Isso poderia ser, facilmente, o que ocorre quando "sonata para piano" é o conceito sob consideração (sendo os símbolos para "piano" e "sonata" pelo menos dois dos símbolos ativados). Mas se esse par de símbolos é ativado em conjunto com suficiente freqüência, será razoável presumir que o elo entre eles tornar-se-á forte bastante para fazer com que atuem como uma unidade, quando ativados em conjunto da maneira apropriada. Assim, dois ou mais símbolos podem atuar como um, sob condições apropriadas, o que quer dizer que o problema da enumeração do número de símbolos no cérebro é mais complicado do que se pode imaginar.

Algumas vezes, podem surgir condições em que dois símbolos não conectados anteriormente são ativados simultaneamente e de maneira coordenada. Podem encaixar-se tão bem que sua união parece inevitável, e um novo símbolo único é formado pela estreita interação dos dois velhos símbolos. Se isso ocorre, seria razoável dizer que o novo símbolo "sempre estivera ali, mas nunca fora ativado" – ou dir-se-ia que foi "criado"?

Caso isso soe demasiado abstrato, tomemos um caso concreto: o Diálogo *Cânone Caranguejo*. Na invenção deste Diálogo, dois símbolos existentes – o de "cânone musical do caranguejo" e o de "diálogo verbal" – tinham de ser ativados simultaneamente e, de alguma forma, forçados a interagir. Uma vez feito isso, o resto era realmente inevitável: um novo símbolo – um símbolo de classe – nasceu da interação desses dois, e a partir daí poderia ser ativado por si próprio. Ora, estivera esse símbolo sempre latente em meu cérebro? Se sim, então deve ter sido também um símbolo latente no cérebro de todo ser humano que já teve seus símbolos componentes, mesmo que jamais tenha sido despertado em cada ser. Isso significaria que, para enumerar os símbolos do cérebro de cada pessoa, ter-se-ia de contar todos os símbolos *latentes* – todas as combinações e permutações possíveis de todos os tipos de acionamentos de todos os símbolos conhecidos. Isso incluiria até mesmo aquelas criaturas fantásticas de *software* que nosso cérebro inventa quando dormimos – as estranhas combinações de idéias que despertam quando seu hospedeiro adormece... A existência desses "símbolos potenciais" demonstra que é realmente uma imensa simplificação imaginar que o cérebro é uma bem definida coleção de símbolos em estados bem definidos de acionamento. Determinar exatamente um estado do cérebro no nível de seus símbolos é algo muito mais difícil.

Símbolos – *software* ou *hardware*

Com o repertório enorme e sempre em crescimento dos símbolos que existem em cada cérebro, poder-se-ia pensar se se chegaria, eventualmente, a um ponto de saturação do cérebro – quando não há mais espaço para um novo símbolo. Isso viria a ocorrer, presumivelmente, se os símbolos nunca se sobrepusessem – se um dado neurônio nunca servisse para uma função dupla, de modo

que os símbolos seriam como pessoas entrando em um elevador. "Aviso: a capacidade máxima deste cérebro é de 350.275 símbolos!"

Contudo, isso não é, necessariamente, uma característica do modelo de símbolo da função cerebral. Com efeito, a sobreposição e o entrelaçamento dos símbolos são provavelmente a regra, de modo que cada neurônio, longe de ser membro de um símbolo especial, é talvez uma parte operante de centenas de símbolos. Isso se torna um pouco perturbante porque, se for verdade, não poderá então ser igualmente verdade que cada neurônio é parte de cada símbolo? Se assim fosse, então não haveria *localizabilidade* alguma de símbolos – cada um seria identificado com o todo do cérebro. Isso explicaria resultados como a remoção do córtex dos ratos por Lashley – mas também significaria o abandono de nossa idéia original de dividir o cérebro em subsistemas fisicamente distin-

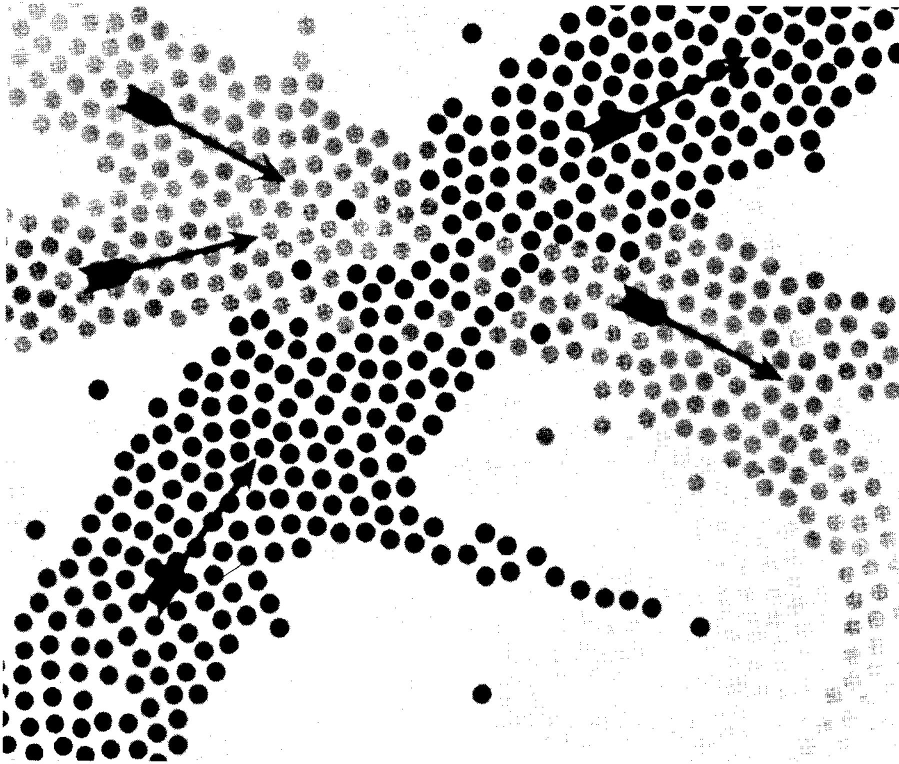


FIGURA 68. Neste diagrama esquemático, os neurônios são imaginados como pontos distribuídos em um plano. Duas trilhas neurais sobrepostas são mostradas em tons diferentes de cinza. Pode ocorrer que dois "lampejos neurais" percorram simultaneamente essas duas trilhas, passando um através do outro como duas ondulações na superfície de um lago (conforme a figura 52). Isso ilustra a idéia de dois "símbolos ativos" que compartilham neurônios e que podem até ser ativados simultaneamente [De John C. Eccles, Facing reality *(Nova York: Springer Verlag, 1970), p. 21]*

tos. Nossa caracterização anterior dos símbolos como "compreensão de conceitos via *hardware*" poderia ser, quando muito, uma enorme simplificação. De fato, se cada símbolo se compusesse dos mesmos neurônios que qualquer outro símbolo, então que sentido faria falar de símbolos distintos? Qual seria a assinatura do acionamento de um dado símbolo – ou seja, como poderia o acionamento do símbolo A ser distinguido do acionamento do símbolo B? Não iria por água abaixo toda a nossa teoria? E mesmo que não haja uma sobreposição *total* de símbolos, não ficará cada vez mais difícil manter nossa teoria quanto mais os sím-

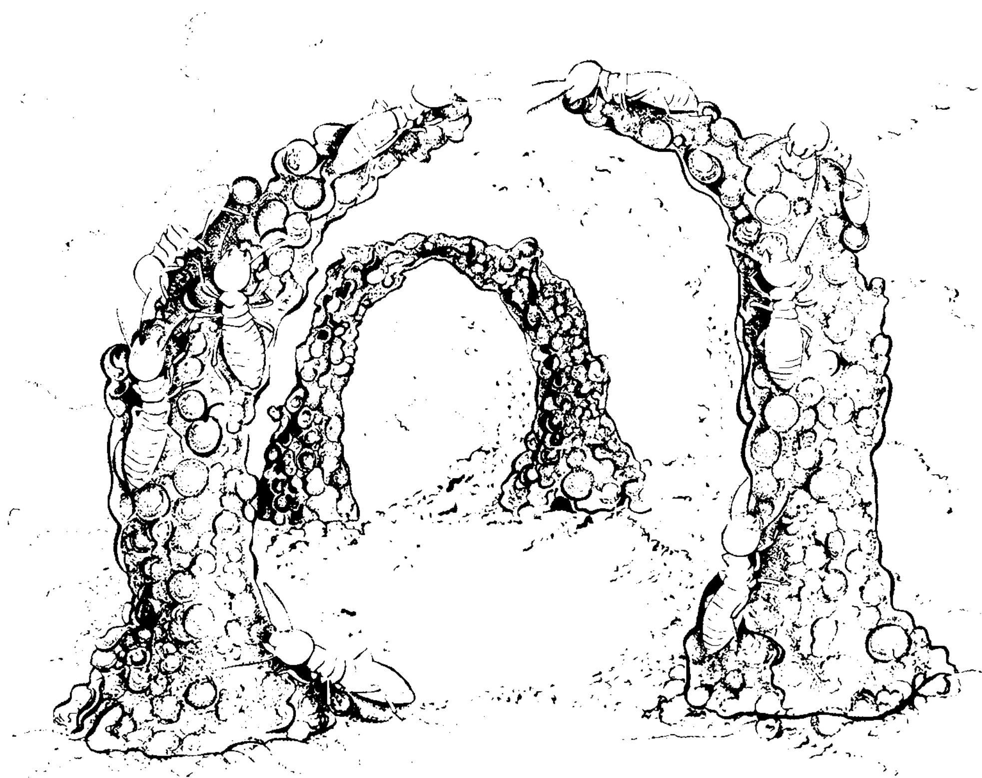


FIGURA 69. A construção de um arco por cupins operários Macrotermes bellicosus. *Cada coluna é construída pela adição de pelotinhas de terra e excremento. Na parte externa da coluna esquerda é visto um operário depositando uma pelota fecal arredondada. Os outros operários, após haver carregado pelotas em suas mandíbulas até as colunas, estão agora colocando-as nas extremidades crescentes das colunas. Quando uma coluna atinge uma certa altura, os cupins, evidentemente guiados pelo odor, começam a estendê-la em ângulo, na direção de uma coluna vizinha. Um arco completo é mostrado ao fundo [Desenho de Turid Holldobler; de E. O. Wilson,* The insect societies *(Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1971), p. 230]*

bolos se sobrepuserem? (Uma possível maneira de descrever os símbolos que se sobrepõem é mostrada na figura 68.)

Há um meio de manter uma teoria baseada em símbolos mesmo que, fisicamente, eles se sobreponham considerável ou totalmente. Considere a superfície de um lago, que pode suportar muitos tipos diferentes de ondas ou de ondulações. O *hardware* – isto é, a própria água – é o mesmo em todos os casos, mas possui diferentes modos possíveis de estimulação. Tais estímulos de *software* do mesmo *hardware* podem ser todos distinguíveis uns dos outros. Por essa analogia, não pretendo ir tão longe a ponto de sugerir que todos os símbolos diferentes são apenas tipos distintos de "ondas", propagando-se através de um meio neural uniforme, que não admite divisão significativa em símbolos fisicamente distintos. Mas pode ser que, para distinguir o acionamento de um símbolo do de outro, tenha de ser executado um processo que envolva não apenas a localização dos neurônios que estão em deflagração, mas também a identificação de detalhes muito precisos do momento de deflagração daqueles neurônios. Ou seja, qual neurônio antecedeu a que outro neurônio, e por quanto tempo? Quantas vezes por segundo foi deflagrado determinado neurônio? Assim, talvez diversos símbolos possam coexistir no mesmo conjunto de neurônios, cada um com padrões característicos de deflagração neural diferentes. A diferença entre uma teoria com símbolos fisicamente distintos e uma teoria com símbolos que se sobrepõem, distinguíveis uns dos outros pelo meio da estimulação, é que a primeira permite a compreensão de conceitos via *hardware*, enquanto a segunda permite compreensões de conceitos em parte via *hardware* e em parte via *software*.

A extratibilidade da inteligência

Assim, ficamos com dois problemas básicos no deslindar dos processos do pensamento, ao ocorrerem no cérebro. Um deles é explicar como o tráfego de nível baixo das deflagrações dos neurônios dá origem ao tráfego de nível alto de acionamentos de símbolos. O outro é explicar o tráfego de nível alto do acionamento dos símbolos em seus próprios termos – elaborar uma teoria que não fale sobre os eventos neurais de nível baixo. Se este último for possível – e é um pressuposto-chave na raiz de toda a atual pesquisa de inteligência artificial –, então a inteligência pode ser realizada por outros tipos de *hardware* que não o cérebro. Por conseguinte, a inteligência terá sido demonstrada como uma propriedade que pode ser "extraída" do *hardware* em que reside – ou, em outras palavras, a inteligência será uma propriedade de *software*. Isso significará que os fenômenos de consciência e de inteligência são realmente de alto nível, da mesma forma que a maioria dos outros fenômenos complexos da natureza: possuem suas leis próprias de nível alto, as quais dependem, não obstante sejam "extraíveis" deles, dos níveis mais baixos. Se, por outro lado, não houver absolutamente nenhuma maneira de se conceber os padrões de deflagração de sím-

bolos sem se ter todo o *hardware* dos neurônios (ou neurônios simulados), isso implicará que a inteligência é um fenômeno cerebral e muito mais difícil de ser deslindado do que um que deva sua existência a uma hierarquia de leis em diversos níveis diferentes.

Aqui retornamos ao misterioso comportamento coletivo dos formigueiros, que podem construir imensos e intrincados ninhos, apesar de os aproximados cem mil neurônios do cérebro de uma formiga quase certamente não conduzirem qualquer informação sobre estrutura de ninhos. Como, então, é criado o ninho? Onde reside a informação? Em particular, pondere-se onde pode ser encontrada a informação que descreve um arco, tal como o mostrado na figura 69. De alguma forma, isso deve estar espalhado pelo formigueiro, na distribuição de castas, na distribuição de idade – e, provavelmente, em grande parte nas propriedades físicas do próprio corpo de formigas. Ou seja, a interação entre as formigas é igualmente determinada tanto por suas seis pernas e pelo seu tamanho, e assim por diante, quanto pela informação armazenada em seus cérebros. Poderia existir um formigueiro artificial?

Pode um símbolo ser isolado?

É possível que um único símbolo possa ser despertado, isolado de todos os outros? Provavelmente, não. Assim como os objetos existem no mundo em um contexto de outros objetos, assim também os símbolos estão sempre conectados a uma constelação de outros símbolos. Isto não significa, necessariamente, que os símbolos nunca possam ser desembaraçados uns dos outros. Para fazer uma analogia um tanto simples, os machos e as fêmeas sempre se originam juntos em uma espécie: seus papéis são completamente entrelaçados, contudo isso não significa que um macho não possa ser distinguido de uma fêmea. Cada um é refletido no outro, assim como as contas na rede de Indra se refletem umas nas outras. O entrelaçamento recorrente das funções F(n) e M(n) no capítulo V não impede cada função de possuir suas próprias características. O entrelaçamento de F e M poderia ser refletido em um par de RTRs, que se chamam uma à outra. A partir disso, podemos alçar-nos a toda uma rede de RTAs, entrelaçadas umas nas outras – uma heterarquia de procedimentos recorrentes entrelaçantes. Aqui, o enredamento é tão inerente que nenhuma RTA poderia ser ativada em isolamento; entretanto, seu ativamento pode ser completamente distinto, não confundível com qualquer outro de RTAs. Não é uma imagem tão ruim – o cérebro como uma colônia RTA.

Igualmente, os símbolos, com todas as suas múltiplas conexões uns com os outros, são enredados e, não obstante, têm de poder ser desmembrados. Isso pode envolver a identificação de uma rede neural, uma rede mais um modo de estímulo – ou, possivelmente, algo de um tipo completamente diferente. Em qualquer caso, se os símbolos são parte da realidade, existe, presumivelmente, um meio natural de registrá-los em um cérebro real. Todavia, se alguns símbolos

fossem finalmente identificados no cérebro, isso não significaria que qualquer um deles poderia ser despertado em isolamento.

O fato de que um símbolo não pode ser despertado em isolamento não diminui a identidade separada do símbolo; com efeito, ocorre justamente o contrário: a identidade de um símbolo reside precisamente nas maneiras de ser conectado (via conexões potenciais de acionamento) a outros símbolos. A rede pela qual os símbolos podem potencialmente acionar uns aos outros constitui o modelo de trabalho do cérebro para o universo real, mas também para os universos alternativos que considera (e que são tão importantes para a sobrevivência do indivíduo no mundo real quanto o mundo real).

Os símbolos dos insetos

Nossa facilidade de criar casos de classes e classes de casos reside na base de nossa inteligência, e é uma das grandes diferenças entre o pensamento humano e os processos de pensamento de outros animais. Não que eu jamais tenha pertencido a outras espécies e experimentado em primeira mão como é pensar de sua maneira – mas, de fora, é aparente que nenhuma outra espécie forma conceitos gerais como a nossa, ou imagina mundos hipotéticos – variantes do mundo como ele é, que auxiliam a conceber qual caminho futuro a escolher. Por exemplo, considere-se a celebrada "linguagem das abelhas" – danças carregadas de informação que são executadas pelas operárias em seu retorno à colméia para informar a outras abelhas a localização do néctar. Enquanto pode haver, em cada abelha, um conjunto de símbolos rudimentares que é ativado por tal dança, não há razão para crer que uma abelha possua um vocabulário expansível de símbolos. As abelhas e outros insetos não parecem possuir o poder de generalizar – isto é, de desenvolver novos símbolos de classe a partir de casos que perceberíamos como quase idênticos.

Um experimento clássico com vespas solitárias é relatado no livro de Dean Wooldridge, *Mechanical man* (*Homem mecânico*), do qual cito:

> Quando chega a hora de botar seus ovos, a vespa Sphex constrói um abrigo para esse propósito e busca um grilo, que leva uma ferroada que o paralisa, mas não o mata. Ela carrega o grilo para dentro do abrigo, bota seus ovos em torno dele, fecha o abrigo e parte, para não mais retornar. No devido tempo, os ovos são chocados e as larvas de vespa alimentam-se do grilo paralisado, o qual não se decompôs, tendo sido mantido no equivalente, no mundo das vespas, ao congelamento profundo. Para a mente humana, tal rotina organizada de forma elaborada e aparentemente intencional transmite um sabor convincente de lógica e de previdência – até que mais detalhes são examinados. Por exemplo, a rotina da vespa é trazer o grilo paralisado para o abrigo, deixá-lo na entrada, entrar para verificar se tudo está em ordem, sair e então puxar o grilo para dentro. Se o grilo for movido alguns centímetros do lugar onde estava enquanto a vespa está dentro do abrigo, fazendo sua inspeção preliminar, ao sair, ela o trará de volta à entrada, mas não para dentro, e então repetirá o procedimento preparatório de entrar no abrigo para

verificar se tudo está em ordem. Se o grilo for novamente removido alguns centímetros, enquanto a vespa estiver dentro, uma vez mais ela o conduzirá para a entrada e reentrará no abrigo para uma inspeção final. A vespa nunca pensa em puxar o grilo direto para dentro. Em uma ocasião, esse procedimento foi repetido quarenta vezes, sempre com o mesmo resultado.[4]

Isto parece ser um comportamento completamente programado. Ora, no cérebro da vespa, pode haver símbolos rudimentares, capazes de deflagrarem-se uns aos outros; mas nada há como a capacidade humana de ver diversos casos como casos de uma classe ainda não formada, e então criar o símbolo de classe; tampouco existe qualquer coisa parecida com a habilidade humana de imaginar: "E se eu fizesse isso – o que resultaria naquele mundo hipotético?" Esse tipo de processo de pensamento requer uma habilidade de fabricação de casos e de manipulação deles como se fossem símbolos de objetos em uma situação real, embora tal situação possa não ser o caso, e nunca sê-lo.

Símbolos de classe e mundos imaginários

Reconsideremos a brincadeira de primeiro de abril sobre o carro emprestado e as imagens criadas em nossa mente durante o telefonema. Para começar, seria preciso ativar os símbolos que representam uma rodovia, um carro, uma pessoa em um carro. Ora, o conceito "rodovia" é muito genérico, com talvez diversas amostras em estoque que se pode recuperar da memória latente quando surge a ocasião. "Rodovia" é uma classe, ao invés de um caso. Ao ouvir a história, você rapidamente ativa símbolos que são casos com especificidade gradualmente crescente. Por exemplo, quando fica sabendo que a rodovia está molhada, isto cria uma imagem mais específica, embora você compreenda que seja, provavelmente, bastante diferente de uma rodovia real onde o acidente tenha ocorrido. Mas isso não é importante; o que importa é se o seu símbolo é suficientemente bem apropriado para a história – isto é, se os símbolos que pode deflagrar são do tipo certo.

Ao progredir a história, você acrescenta mais aspectos a essa rodovia: há um barranco alto contra o qual o carro poderia chocar-se. Ora, isso significa que você está ativando o símbolo para "barranco" ou significa que você está estabelecendo alguns parâmetros em seu símbolo para "rodovia"? Inquestionavelmente, os dois. Ou seja, a rede de neurônios que representa "rodovia" possui muitas maneiras diferentes de acionamento, e você está selecionando qual sub-rede será acionada. Ao mesmo tempo, você está ativando o símbolo para "barranco", e isso é provavelmente instrumental no processo de seleção dos parâmetros para "rodovia", na medida em que seus neurônios podem enviar sinais a alguns daqueles em "rodovia" – e vice-versa. (Caso isso pareça um pouco confuso, é porque estou evitando pronunciar-me sobre níveis de descrição – estou tentando montar uma imagem dos símbolos, como também de seus neurônios componentes.)

Não menos importantes que os substantivos são os verbos, as preposições, etc. Eles também ativam símbolos, que enviam mensagens de um lado para outro. Há diferenças características entre os tipos de padrões de deflagração de símbolos para verbos e símbolos para substantivos, naturalmente, o que significa que eles podem ser fisicamente organizados de uma forma um tanto diferente. Por exemplo, os substantivos podem ter símbolos razoavelmente localizáveis, enquanto os verbos e as preposições podem ter símbolos com muitos "tentáculos", atingindo todo o córtex; ou qualquer outro número de outras possibilidades.

Depois de terminada a história, você descobre que não era verdadeira. O poder de "desmanchar" casos de classes, da mesma maneira que se fazem transposições de bronzes em igrejas, permitiu a você representar a situação e liberou-o da necessidade de permanecer fiel ao mundo real. O fato de os símbolos poderem atuar como gabaritos para outros símbolos dá a você alguma independência mental da realidade: você pode criar universos artificiais, nos quais podem acontecer eventos irreais, com qualquer quantidade de detalhes que você quiser impregná-los. Mas os próprios símbolos de classe, dos quais deriva toda essa riqueza, estão profundamente baseados na realidade.

De modo geral, os símbolos desempenham papéis isomórficos para os eventos que parece que poderiam ocorrer, embora algumas vezes sejam ativados símbolos que representam situações que não poderiam ocorrer – por exemplo, relógios chiando, tubas botando ovos, etc. O limiar entre o que poderia e o que não poderia acontecer é extremamente difuso. Ao imaginarmos um evento hipotético, trazemos certos símbolos para estados ativos – e, dependendo de quão bem eles interagem (o que é presumivelmente refletido em nosso conforto para continuar a linha de pensamento), dizemos que o evento "poderia" ou "não poderia" acontecer. Assim, os termos "poderia" e "não poderia" são extremamente subjetivos. Na verdade, há uma grande quantidade de concordância entre as pessoas com relação a que eventos poderiam ou não poderiam ocorrer. Isso reflete a grande quantidade de estrutura mental que todos nós compartilhamos – mas há uma área limiar, onde o aspecto subjetivo de que tipos de mundos hipotéticos desejamos entreter é aparente. Um estudo cuidadoso dos tipos de eventos imaginários que as pessoas consideram que poderiam ou não acontecer permitiria melhor compreensão dos padrões de deflagração dos símbolos por meio dos quais as pessoas pensam.

Leis intuitivas da física

Terminada a história, você construiu um modelo bastante elaborado de uma cena, e nesse modelo todos os objetos obedecem à lei física. Isso significa que a própria lei física tem de estar implicitamente presente nos padrões de deflagração dos símbolos. Naturalmente, a sentença "lei física" não significa, aqui, "as leis da física, conforme explicadas por um físico", mas, mais exatamente, as leis intuitivas, agrupadas, que todos nós temos de ter em nossas mentes para sobreviver.

Uma informação curiosa obtida por acaso é que se podem fabricar voluntariamente seqüências mentais de eventos que violam a lei física, se se desejar. Por exemplo, se eu apenas sugerir que você imagine uma cena em que dois carros se aproximam um do outro e então se atravessam, você não terá dificuldade em imaginá-lo. As leis físicas intuitivas podem ser canceladas pelas leis imaginárias da física; mas como esse cancelamento é feito, como tais seqüências de imagens são elaboradas – realmente, o que qualquer imagem visual é – tudo isso são mistérios profundamente ocultos – peças inacessíveis do conhecimento.

Não é preciso dizer que temos em nossos cérebros leis agrupadas não somente de como os objetos inanimados se comportam, mas também de como as plantas, os animais, as pessoas e as sociedades se comportam – em outras palavras, leis agrupadas de biologia, psicologia, sociologia e assim por diante. Todas as representações internas de tais entidades envolvem a característica inevitável de modelos agrupados: o determinismo é sacrificado pela simplicidade. Nossa representação da realidade acaba podendo apenas prever probabilidades de chegar a certas partes de espaços abstratos de comportamento – e não prever qualquer coisa com a precisão da física.

Conhecimento declarativo e procedimental

Uma distinção feita em inteligência artificial é entre tipos procedimentais e assertivos de conhecimento. Diz-se que um pedaço de conhecimento é *declarativo* se está armazenado de forma explícita, de modo que não apenas o programador, mas também o programa, pode "lê-lo" como se fosse uma enciclopédia ou um almanaque. Isso geralmente significa que está codificado localmente, e não de forma espalhada. Em contraste, o conhecimento *procedimental* não é codificado como fatos – apenas como programas. Um programador pode olhar com atenção e dizer: "Vejo que, por causa desses procedimentos aqui, o programa 'sabe' escrever sentenças em inglês". Mas o próprio programa pode não ter consciência explícita de *como* escreve tais sentenças. Por exemplo, seu vocabulário pode não incluir nenhuma das palavras "inglês", "sentença" e "escrever"! Esse conhecimento procedimental é geralmente espalhado em pedaços e não se pode recuperá-lo ou "estimulá-lo". É uma conseqüência global de como o programa opera, não um detalhe local. Em outras palavras, um pedaço de conhecimento puramente procedimental é um epifenômeno.

Na maioria das pessoas coexistem uma poderosa representação processual da gramática de sua língua materna e uma representação declaratória desta, mais fraca. As duas podem, facilmente, estar em conflito, de modo que um nativo freqüentemente instruirá um estrangeiro a dizer coisas que ele mesmo nunca diria, mas que estão de acordo com o "aprendizado de cartilha" declaratório que ele adquiriu na escola, em algum momento. As leis da física, intuitivas ou agrupa-

das, e de outras disciplinas mencionadas anteriormente, enquadram-se no lado procedimental; o conhecimento de que um polvo possui oito tentáculos se enquadra principalmente no lado declaratório.

Entre os extremos declaratório e procedimental, há todas as possibilidades de nuances. Considere a busca de uma melodia, na memória. Ela está armazenada em seu cérebro, nota por nota? Poderia um cirurgião extrair um filamento neural enrolado de seu cérebro, desenrolá-lo e finalmente localizar com precisão, em toda a sua extensão, as notas armazenadas sucessivamente, como se fosse um pedaço de fita magnética? Se assim for, então as melodias são armazenadas declaratoriamente. Ou será a recuperação de uma melodia mediada pela interação de um grande número de símbolos, alguns dos quais representam relações tonais; outros, as qualidades emocionais; outros, os dispositivos rítmicos, e assim por diante? Se for esse o caso, então as melodias são armazenadas de forma processual. Na realidade, há provavelmente uma combinação desses extremos na maneira pela qual uma melodia é armazenada e recuperada.

É interessante notar que, ao recuperar uma melodia da memória, a maioria das pessoas não faz discriminações quanto ao tom, de modo que poderão cantar "Parabéns pra você" em fá sustenido ou em dó. Isso indica que *relações* de tom, em vez de tons absolutos, são armazenadas. Mas não há razão para que as relações de tom não possam ser armazenadas de maneira bastante declaratória. Por outro lado, algumas melodias são fáceis de memorizar, enquanto outras são extremamente elusivas. Se fosse apenas uma questão de armazenar notas sucessivas, qualquer melodia poderia ser armazenada tão facilmente quanto qualquer outra. O fato de que algumas são enganosas e outras não parece indicar que o cérebro possui um certo repertório de padrões familiares que são ativados ao ser ouvida a melodia. Assim, para "tocar" a melodia, teriam de ser ativados aqueles padrões, na mesma ordem. Isso nos leva de volta ao conceito dos símbolos deflagrando-se uns aos outros, em vez de uma simples seqüência linear de notas armazenadas declaratoriamente ou de relações de tom.

Como o cérebro sabe se um pedaço de conhecimento está armazenado de forma declaratória? Por exemplo, suponha que te perguntem: "Qual é a população de São Paulo?" De alguma forma, o número quinze milhões surge em sua mente, sem que você pense: "Puxa, como eu faria para contá-los todos?" Suponha agora que eu pergunte: "Quantas cadeiras há em sua sala?" Aqui ocorre o oposto – em vez de tentar recuperar a informação de um almanaque mental, você imediatamente vai à sala e conta as cadeiras, ou cria em sua mente uma imagem da sala e conta as cadeiras. As perguntas foram de um tipo simples – "quantas?" Entretanto, uma delas fez com que um pedaço de conhecimento declaratório fosse buscado, enquanto a outra provocou um método procedimental de encontrar a resposta a ser dada. Esse é um caso que torna claro que você tem conhecimento de como classifica seu próprio conhecimento; e, mais ainda, alguma parte do próprio metaconhecimento pode ser armazenada de forma procedimental, de modo que é utilizada sem que você sequer perceba como isso é feito.

Imaginação visual

Uma das qualidades mais admiráveis e difíceis de descrever da consciência é a imaginação visual. Como criamos uma imagem visual de nossa sala? De um ruidoso riacho? De uma laranja? Ainda mais misterioso, como criamos imagens inconscientemente, imagens que guiam nossos pensamentos, dando a eles poder, cor e profundidade? De onde são retiradas? Que mágica nos permite justapor duas ou três imagens, sem sequer pensar sobre como o faríamos? O conhecimento de como fazer isso está entre os mais procedimentais de todos, pois não temos quase nenhuma percepção do que é a imaginação mental.

Pode ser que a imaginação seja baseada em nossa habilidade de suprimir a atividade motriz. Por isso, quero dizer o seguinte: se você imagina uma laranja, pode ocorrer em seu córtex um conjunto de comandos para apanhá-la, cheirá-la, inspecioná-la, e assim por diante. Com certeza, esses comandos não podem ser executados, porque a laranja não está presente. Mas eles podem ser enviados pelos canais normais em direção ao cerebelo, ou outros subórgãos do cérebro, até que, em algum ponto crítico, seja fechada uma "torneira mental", impedindo-os de serem realmente executados. Dependendo de quão distante essa "torneira" está, as imagens podem ser mais ou menos vívidas e semelhantes à real. A raiva pode fazer com que nos imaginemos de forma bastante clara apanhando algum objeto e jogando-o, ou chutando alguma coisa; contudo, não o fazemos, na realidade. Por outro lado, sentimo-nos tão "perto" de fazê-lo. Provavelmente a torneira alcança os impulsos nervosos "na hora H".

Aqui está outra maneira em que a visualização mostra a distinção entre conhecimento acessível e conhecimento inacessível. Considere como visualizou a cena do carro derrapando na rodovia da montanha. Sem dúvida, você imaginou a montanha muito maior que o carro. Ora, isso aconteceu porque em algum momento, há muito tempo, você pôde observar que "carros não são tão grandes quanto montanhas"; então, você consignou essa afirmação à memória inconsciente; e, ao imaginar a história, você recuperou este fato e dele fez uso na construção de sua imagem? Uma teoria bastante improvável. Ou, em vez disso, aconteceu como uma conseqüência de algumas interações introspectivamente inacessíveis dos símbolos que foram ativados em seu cérebro? Obviamente, esta última parece bem mais provável. Esse conhecimento de que os carros são menores que as montanhas não é um pedaço de memória inconsciente, mas sim um pedaço de conhecimento que pode ser criado por meio de *dedução*. Portanto, é mais provável que não esteja armazenado em qualquer símbolo simples em seu cérebro, mas, em vez disso, pode ser produzido como resultado do acionamento, seguido de interação mútua, de muitos símbolos – por exemplo, os de "comparar", "tamanho", "carro", "montanha" e provavelmente outros. Isso significa que o conhecimento é armazenado não explicitamente, mas implicitamente, de forma espalhada, em vez de em um "pacote de informações" local. Tais fatos simples como os tamanhos relativos de objetos têm de ser reunidos, em vez de simplesmente recuperados. Por conseguinte, mesmo no caso de uma

parte do conhecimento verbalmente acessível, há complexos processos inacessíveis que atuam como mediadores em sua chegada ao estado de estarem prontos para ser enunciados.

Continuaremos nossa exploração das entidades denominadas "símbolos" em capítulos diferentes. Nos capítulos XVIII e XIX, sobre inteligência artificial, discutiremos algumas possíveis formas de implementar os símbolos ativos em programas. E no próximo capítulo discutiremos algumas das percepções que o nosso modelo de atividade cerebral baseado em símbolos fornece na comparação de cérebros.

Suíte inglesa, francesa, alemã e portuguesa (Tagarouco)

By Lewis Carroll[1] ...

... et Frank L. Warrin[2] ...

... und Robert Scott[3]

... e Heloísa Vilhena[4]

'Twas brillig, and the slithy toves
Did gyre and gimble in the wabe:
All mimsy were the borogoves,
And the mome raths outgrabe.

Il brilgue: les tôves lubricilleux
Se gyrent en vrillant dans le guave.
Enmîmés sont les gougebosqueux
Et le mômerade horsgrave.

Es brillig war. Die schlichten Toven
Wirrten und wimmelten in Waben;
Und aller-mümsige Burggoven
Die mohmen Räth' ausgraben.

Era fervília e as eféreas pobas
Guiravam e golavam nos helários:
Tão míseves andavam as psitocas
E bubulavam nomos domestários.

"Beware the Jabberwocky, my son!
The jaws that bite, the claws that catch!
Beware the Jubjub bird, and shun
The frumious Bandersnatch!"

«Garde-toi du Jaseroque, mon fils!
La gueule qui mord; la griffe qui prend!
Garde-toi de l'oiseau Jube, évite
Le frumieux Band-à-prend!»

»Bewahre doch vor Jammerwoch!
Die Zähne knirschen, Krallen kratzen!
Bewahr' vor Jubjub-Vogel, vor
Frumiösen Banderschnätzchen!«

"Tema, ó filho meu, o Tagarouco!
Presas agudas, garras agarrantes!
Tema o Passarão, não faça pouco
De tão fumarioso surripante!"

He took his vorpal sword in hand:
Long time the manxome foe he sought...
So rested he by the Tumtum tree,
And stood awhile in thought.

Son glaive vorpal en main, il va-
T-à la recherche du fauve manscant;
Puis arrivé à l'arbre Té-té,
Il y reste, réfléchissant.

Er griff sein vorpals Schwertchen zu,
Er suchte lang das manchsam' Ding;
Dann, stehend unterm Tumtum Baum,
Er an-zu-denken-fing.

Tomou a espada vorpal pela mão:
Longe buscou o inimigo alar
E descansou ao pé de alta Ramram,
Caindo, então, em profundo pensar.

And, as in uffish thought he stood,
The Jabberwock, with eyes of flame,
Came whiffling through the tulgey wood,
And burbled as it came!

Pendant qu'il pense, tout uffusé,
Le Jaseroque, à l'oeil flambant,
Vient siblant par le bois tullegeais,
Et burbule en venant.

Als stand er tief in Andacht auf,
Des Jammerwochen's Augen-feuer
Durch turgen Wald mit Wiffek kam
Ein burbelnd Ungeheuer!

Enquanto estava assim cerrocenhoso,
O Tagarouco, olho a dardejar,
A chiripar chegou, esperigozo,
Gargarizando sempre ao avançar.

One, two! One, two! And through and through
The vorpal blade went snicker-snack!
He left it dead, and with its head
He went galumphing back.

Un deux, un deux, par le milieu,
Le glaive vorpal fait pat-à-pan!
La bête défaite, avec sa tête.
Il rentre gallomphant.

Eins, Zwei! Eins, Zwei! Und durch und durch
Sein vorpals Schwert zerschnifer-schnück,
Da blieb es todt! Er, Kopf in Hand,
Geläumfig zog zurück.

Um, dois! Um, dois! Não mais e zás e trás
O aço vorpal zulou, fino e cortante!
Deixou-o morto, e co'a cabeça, em paz,
Regressou logo, trono e galonfante.

"And hast thou slain the Jabberwock?
Come to my arms, my beamish boy!
O frabjous day! Callooh! Callay!"
He chortled in his joy.

«As-tu tué le Jaseroque?
Viens à mon coeur, fils rayonnais!
Ô jour frabbejais! Calleau! Callai!»
Il cortule dans sa joie.

»Und schlugst Du ja den Jammerwoch?
Umarme mich, mein Böhm'sches Kind!
O Freuden-Tag! O Halloo-Schlag!«
Er schortelt froh-gesinnt.

"Mataste o Tagarouco, pois, então?
Dê-me um abraço, filho reluzente!
Que fabulacre! Dão Babalalão!"
Bazofiava, gloso de contente.

'Twas brillig, and the slithy toves
Did gyre and gimble in the wabe:
All mimsy were the borogoves.
And the mome raths outgrabe.

Il brilgue: les tôves lubricilleux
Se gyrent en vrillant dans le guave.
Enmîmés sont les gougebosqueux
Et le mômerade horsgrave.

Es brillig war. Die schlichten Toven
Wirrten un wimmelten in Waben;
Und aller-mümsige Burggoven
Die mohmen Räth' ausgraben.

Era fervília e as eféreas pobas
Guiravam e golavam nos helários:
Tão míseves andavam as psitocas
E bubulavam nomos domestários.

CAPÍTULO XII

Mentes e pensamentos

As mentes podem ser superpostas?

AGORA QUE JÁ apresentamos a hipótese da existência de subsistemas ativos do cérebro de nível muito alto (símbolos), podemos voltar à questão de um possível isomorfismo, ou isomorfismo parcial, entre dois cérebros. Ao invés de perguntarmos sobre um isomorfismo no nível neural (o qual certamente não existe), ou no nível suborgânico macroscópico (o qual certamente existe, mas não nos diz muito), perguntaremos sobre a possibilidade de um isomorfismo entre os cérebros no nível dos símbolos: uma correspondência que não apenas superpõe os símbolos de um cérebro aos símbolos de outro, mas também superpõe padrões acionadores a padrões acionadores. Isso significa que os símbolos correspondentes nos dois cérebros se ligam de maneiras correspondentes. Esse seria um isomorfismo *funcional* verdadeiro – o mesmo tipo de isomorfismo de que falamos quando tentamos caracterizar o que é invariável em todas as borboletas.

Está claro desde o início que tal isomorfismo não existe entre quaisquer dois seres humanos. Se assim fosse, as duas pessoas seriam totalmente indistinguíveis em seus pensamentos; mas para que isso fosse verdade, elas teriam de ter memórias totalmente indistinguíveis, o que significa que elas teriam de ter levado uma mesma vida. Nem mesmo os gêmeos idênticos aproximam-se desse ideal, sequer no grau mais remoto.

Que dizer de um único indivíduo? Ao rever coisas que você mesmo escreveu há alguns anos, diz, com espanto: "Que horror!" e sorri lembrando-se da pessoa que você então era. Pior é quando você faz o mesmo com relação a algo que escreveu ou disse há cinco minutos. Quando acontece, isso mostra que você não conhece inteiramente a pessoa que você era há cinco minutos. O isomorfismo entre o seu cérebro *agora* e o que ele era *então* é imperfeito. E quanto aos isomorfismos com outras pessoas; com outras espécies...?

O reverso da medalha é revelado pelo poder da comunicação que surge entre parceiros os mais improváveis. Pense nas barreiras que são superadas quando você lê versos compostos na prisão por François Villon, o poeta francês do século XV. Outro ser humano, em outra era, preso, falando outra língua... Como é que você pode esperar apreender os sentidos das conotações que estão por trás da fachada de suas palavras, traduzidas para o português? E, no entanto, uma profusão de significados transparece.

Assim, por um lado, podemos abrir mão de toda esperança de encontrar *software* exatamente isomórfico nos seres humanos; mas, por outro lado, é claro que algumas pessoas pensam de maneira mais similar que outras. Pareceria

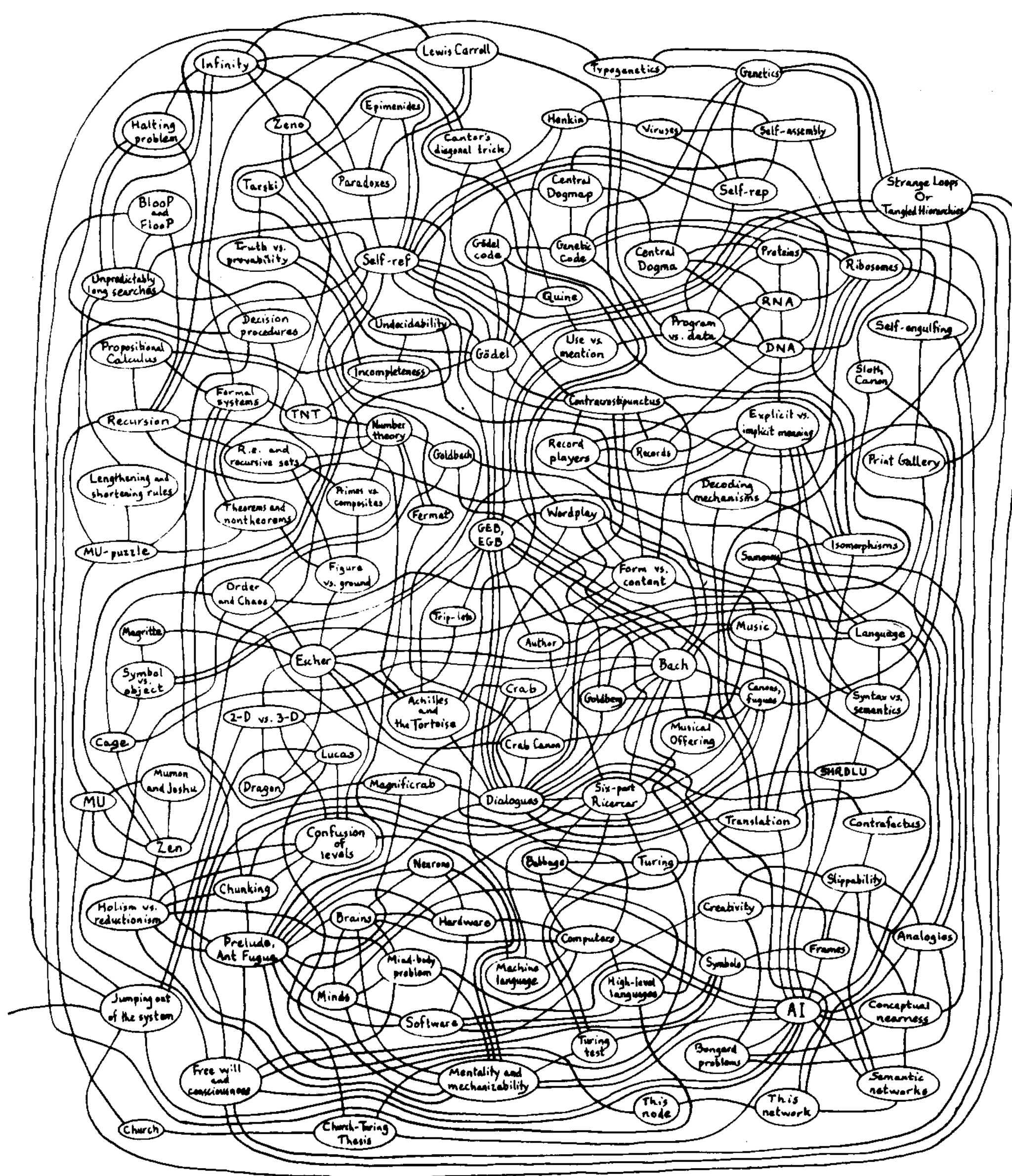


FIGURA 70. Pequena porção da "rede semântica" do autor

óbvia a conclusão de que existe um tipo de isomorfismo parcial entre o *software* dos cérebros de pessoas cujo estilo de pensamento é similar – em particular, uma correspondência (1) do repertório de símbolos e (2) dos padrões acionadores de símbolos.

Comparação entre redes semânticas diferentes

Mas o que é um isomorfismo *parcial*? A resposta é extremamente difícil. A dificuldade aumenta pelo fato de que ninguém ainda encontrou uma maneira adequada de representar a rede de símbolos e seus padrões acionadores. Às vezes, faz-se um desenho de uma pequena parte de tal rede de símbolos, no qual cada símbolo é representado como um nó, onde chegam e de onde saem arcos. As linhas representam relacionamentos acionadores – em certo sentido. Tais desenhos tentam capturar algo da noção intuitiva de "proximidade conceitual". Contudo, existem muitos tipos diferentes de proximidade, e tipos diferentes são relevantes em contextos diferentes. Uma porção mínima de minha própria "rede semântica" está representada na figura 70. O problema está em que a representação de uma interdependência complexa de muitos símbolos não pode ser feita facilmente com apenas algumas linhas entre os nós.

Outro problema desse tipo de diagrama é que não é correto pensar em um símbolo simplesmente em termos de "ligado" ou "desligado". Conquanto isso seja correto em relação aos neurônios, não se aplica aos conjuntos de neurônios. Nesse aspecto, os símbolos são bem mais complexos que os neurônios – o que seria de se esperar, uma vez que eles são formados de muitos neurônios. As mensagens intercambiadas entre os símbolos são mais complexas que o simples fato: "Eu, agora, estou ativado". Isso se assemelha mais às mensagens no nível do neurônio. Cada símbolo pode ser acionado de muitas maneiras diferentes e o tipo de acionamento influenciará na determinação de quais outros símbolos ele tenta ativar. Não está claro como esses relacionamentos ativadores entrelaçados podem ser representados graficamente – nem mesmo se tal é realmente possível.

Mas suponhamos, por agora, que essa questão estivesse resolvida. Suponhamos estar de acordo que existem certos desenhos de nós, ligados por linhas (digamos que elas aparecem em diversas cores, de modo que os diversos tipos de proximidade conceitual possam ser distinguidos) que capturem plenamente a maneira pela qual os símbolos ativam outros símbolos. Em que condições, então, acharíamos que dois desses desenhos seriam isomórficos, ou quase isomórficos? Uma vez que estamos lidando com uma representação visual da rede de símbolos, consideremos um problema visual análogo. Como determinar se duas teias foram tecidas por aranhas pertencentes à mesma espécie? Dever-se-ia tratar de identificar vértices específicos que correspondem exatamente entre si, estabelecendo assim uma superposição exata entre ambas as teias, vértice a vértice, fibra a fibra e talvez mesmo ângulo a ângulo? Esse esforço seria inútil. Duas teias nunca são exatamente iguais; contudo, existe uma espécie de "estilo", de

"forma", ou que outro nome se lhe dê, que caracteriza infalivelmente as teias de determinada espécie.

Em qualquer estrutura semelhante a uma rede, como as teias de aranha, podem-se focalizar propriedades locais e propriedades gerais. As propriedades locais requerem apenas um observador míope – que só pudesse ver um vértice de cada vez, por exemplo. As propriedades gerais requerem apenas uma visão abrangente, sem atenção para os detalhes. Assim, a forma global de uma teia de aranha é uma propriedade geral, enquanto o número médio de linhas que se encontram em um vértice é uma propriedade local. Suponhamos estar de acordo em que o critério mais razoável para considerar duas teias de aranha isomórficas seja o de que elas tenham sido tecidas por aranhas da mesma espécie. Então será interessante perguntar que tipo de observação – local ou geral – tende a fornecer a orientação mais confiável para determinar se duas teias de aranha são isomórficas. Sem responder à pergunta das teias de aranha, voltemos agora à questão da proximidade – ou isomorficidade, se me perdoam – de duas redes de símbolos.

Traduções de "Jabberwocky"

Imaginemos pessoas de língua inglesa, francesa, alemã e portuguesa, todas com excelente comando de seus respectivos idiomas e apreciadoras dos jogos de palavras em suas próprias línguas. Suas redes de símbolos seriam semelhantes no nível local, ou no nível geral? Faz sentido fazer essa pergunta? A pergunta se torna concreta quando se examinam as traduções precedentes do famoso "Jabberwocky", de Lewis Carroll.

Escolhi esse exemplo porque ele demonstra, talvez melhor que um texto em prosa comum, o problema de tratar de encontrar "o mesmo nó" em duas redes diferentes que são, no mesmo nível de análise, não isomórficas ao extremo. Na linguagem comum, a tarefa da tradução é mais direta, uma vez que, para cada palavra ou sentença na língua original, normalmente se pode encontrar uma palavra ou sentença correspondente na outra língua. Em contraste, em um poema desse tipo, há muitas "palavras" que não apresentam significado comum, atuando simplesmente como excitadores de símbolos próximos. Todavia, o que é próximo em uma língua pode ser remoto em outra.

Assim, no cérebro de uma pessoa cuja língua original é o inglês, *slithy* provavelmente ativa símbolos tais como *slimy* (lodoso), *slither* (escorregar), *slippery* (escorregadio), *lithe* (flexível, ou esbelto) e *sly* (ardiloso, manhoso), em diversas medidas. E *lubricilleux* atua de modo correspondente no cérebro de um francês? Qual seria, na verdade, o "modo correspondente"? Seria a ativação de símbolos que representam as traduções comuns de tais palavras? E se não houver nenhuma palavra, real ou fabricada, que consiga isso? E se a palavra existe, mas é muito intelectual e latínica (*lubricilleux*), ao invés de ordinária e anglo-saxônica (*slithy*)? Talvez *huilasse* fosse melhor que *lubricilleux*? Ou talvez a origem latina da palavra *lubricilleux* não a faça aparecer aos olhos

de quem fala francês da maneira como apareceria se fosse uma palavra inglesa (*lubricilious*, talvez)?

Um aspecto interessante da tradução para o francês é a transposição para o tempo presente. Manter o texto no passado tornaria necessários certos contornos pouco naturais para as sentenças, e o tempo presente tem, em francês, um frescor muito superior ao do tempo passado. O tradutor sentiu que esse seria o "modo apropriado" – em certo sentido mal definido, mas convincente – e fez a transposição. Quem pode afirmar que a fidelidade ao tempo em inglês teria sido melhor?

Na tradução alemã, aparece uma sentença engraçada, *er an-zu-denken-fing*; ela não corresponde a nada no original em inglês. É um jogo de reversão de palavras cujo matiz relembra vagamente o da sentença inglesa *he out-to-ponder set* (se a refletir pôs – se eu arriscar uma reversão da tradução). É mais provável que essa variação de palavras tenha sido inspirada por um jogo semelhante de reversão que ocorre na linha anterior do texto inglês: *So rested he by the Tumtum tree*. A correspondência existe, mas também não existe.

Aliás, por que a *Tumtum tree* virou *arbre Té-té* em francês? Tire você próprio a conclusão.

A palavra *manxome*, no original, cujo "x" empresta múltiplas ressonâncias interessantes, é pobremente traduzida para o alemão por *manchsam*, que pode ser retraduzida para o inglês como *maniful*. O francês *manscant* também carece da riqueza de ressonâncias de *manxome*.

Na versão em português, os sons das palavras inglesas, preservados em boa medida em francês e em alemão, foram traduzidos livremente para sonoridades próprias da língua: "Tagarouco", "helários", "chirpar". Por vezes a sonoridade é mantida, "míseves" traduz o mínimo de *mimsy* e "fervília" conserva a luz de *brillig*. Pode-se dizer que houve tradução da semântica? "Esperigozo" não corresponde a nenhuma palavra em inglês, mas denota o perigo do momento e a antecipação do prazer que animava o Tagarouco atacante, com o olho a dardejar. É ilimitado o interesse que esse tipo de trabalho de tradução desperta.

Diante desse exemplo, verifica-se a impossibilidade cabal de se fazer uma tradução exata. Contudo, esse caso mostra as possibilidades de refletir alguma equivalência genérica. Por que isso acontece se, na verdade, não existe isomorfismo algum entre os cérebros das pessoas que lêem as diferentes versões? A resposta está em que existe um tipo de isomorfismo genérico, em parte geral e em parte localizado, entre os cérebro de todos os leitores das versões desse poema.

LAs

Uma fantasia geográfica interessante proporcionará uma visão intuitiva desse tipo de quase-isomorfismo. (Aliás, essa fantasia é algo semelhante a uma analogia geográfica imaginada por M. Minsky em seu artigo sobre "estruturas", encontrado no livro de P. H. Winston, *The psychology of computer vision*. Imagine que você receba um estranho atlas da América Latina (AL), com todos os acidentes geológicos naturais já impressos – rios, montanhas, lagos, e assim por diante –

mas sem nenhuma palavra escrita. Os rios são apresentados como linhas azuis, as montanhas pela cor, e assim por diante. Agora você deve convertê-lo em um atlas rodoviário, para uma viagem que deverá fazer em breve. Você deve preencher com clareza os nomes de todos os países, suas fronteiras, fusos horários e depois todos os estados, municípios, cidades, vilas, estradas principais, federais, estaduais, municipais, todos os parques nacionais e estaduais, locais de acampamento, atrações turísticas, represas, aeroportos, e assim por diante... Tudo tem de ser feito até o nível em que essas coisas aparecem em um guia rodoviário detalhado. E deve ser feito a partir de sua própria cabeça. Você não tem acesso a nenhuma informação que possa ajudá-lo durante a execução da tarefa.

As instruções dizem-lhe que será útil, por razões que posteriormente ficarão claras, fazer que seu mapa seja tão verdadeiro quanto possível. Evidentemente, você começará por preencher os nomes das cidades grandes e das estradas principais, etc., que conhece. E após haver esgotado seu conhecimento real de uma área, será útil usar sua imaginação para ajudá-lo a reproduzir pelo menos o ar dessa área, quando não sua geografia verdadeira, inventando falsos nomes de cidades, falsas populações, falsas estradas, falsos parques, e assim por diante. Essa tarefa árdua levará meses. Para facilitar as coisas, você terá um cartógrafo como ajudante para escrever tudo com clareza. O resultado final será seu próprio mapa pessoal da "Latino Alternamérica" – sua própria "LA" pessoal.

Sua LA pessoal será muito parecida com a AL na área em que você cresceu. Além disso, nas áreas a que suas viagens o levaram, ou naquelas cujos mapas você consultou com interesse, sua LA apresentará notáveis pontos de acordo com o mapa da AL; talvez cidades pequenas do Peru, ou da Argentina, ou toda a área do Grande Rio poderiam estar reproduzidas com grande fidelidade em sua LA.

Uma reversão surpreendente

Ao ficar pronta sua LA, ocorre uma surpresa. Em um passe de mágica, o continente que você imaginou passa a existir e você é levado para lá. Um comitê de recepção presenteia-o com seu tipo predileto de automóvel e explica que: "Em recompensa por seus esforços de imaginação, você pode agora desfrutar de uma viagem com todas as despesas pagas passando por qualquer lugar do continente. Você pode ir para onde quiser, fazer o que quiser, demorar quanto quiser – cortesia da Empresa Continental de Turismo. E para orientá-lo, aqui está um guia rodoviário". Para sua surpresa, você não recebe o guia que imaginou, mas sim um guia rodoviário normal da AL.

No transcurso de sua viagem ocorrerão incidentes curiosos de todo tipo. O guia rodoviário que está sendo utilizado corresponde apenas parcialmente ao continente. Enquanto você se limitar às estradas principais, provavelmente conseguirá cruzar o continente sem maiores confusões. Mas no momento em que enveredar pelas trilhas do Paraguai, ou da Bolívia, haverá inúmeras aventuras à sua espera. Os habitantes locais não reconhecerão nenhuma das cidades que você

procura, nem as estradas por que você pergunta. Eles só conhecerão as cidades grandes que você menciona e, mesmo nesse caso, as estradas que levam a elas não serão as mesmas indicadas em seu mapa. Ocasionalmente acontecerá que algumas das cidades consideradas enormes pelos habitantes simplesmente não aparecerão em seu mapa da AL; ou talvez existam, mas sua população, de acordo com o guia, aparece dez vezes menor.

Centralidade e universalidade

O que é que torna uma LA e a AL, que são tão diferentes em alguns aspectos, ao mesmo tempo tão semelhantes? É que suas cidades e vias de comunicação mais importantes podem ser superpostas reciprocamente. As diferenças aparecem nas estradas menos freqüentadas, nas cidades de menor tamanho, e assim por diante. Observe que isso não pode ser caracterizado nem como isomorfismo localizado, nem como isomorfismo geral. Algumas correspondências alcançam nível bastante localizado –, por exemplo, em ambos os Rios de Janeiro poderão estar a Avenida Rio Branco ou o estádio do Maracanã –, mas, em compensação, pode não haver nenhuma cidade existente em ambos os Surinames. Desse modo, a distinção entre geral e localizado não é relevante nesse caso. O que é relevante é a *centralidade* da cidade, em termos de economia, comunicações, transportes, etc. Quanto mais vital for a cidade, em um desses aspectos, mais provável será que ela apareça tanto na LA quanto na AL.

Um aspecto é extremamente importante nessa analogia geográfica: existem certos pontos de referência definidos e absolutos que aparecerão em quase todas as LA: Rio de Janeiro, São Paulo, Buenos Aires e assim por diante. A partir desses pontos, a orientação é possível. Em outras palavras, se começarmos a fazer uma comparação entre minha LA e a sua, podem-se estabelecer acordos com relação às cidades grandes, para a determinação de pontos de referência, por meio dos quais eu possa comunicar a localização de cidades menores em minha LA. E se imagino uma viagem de Calafate a Calçoene e você desconhece a localização dessas cidades, posso referir-me a algo que tenhamos em comum e, com isso, orientá-lo. E se falo de uma viagem de Rosário a Lima, o caminho pode desenvolver-se por estradas diferentes, mas a viagem pode ser realizada em ambos os continentes. E se você começa a descrever uma viagem de Curralinho a Inabel, posso compor o que me parece ser uma viagem *análoga* em minha LA, apesar de não haver nela cidades com esses nomes, desde que você me mantenha constantemente orientado pela descrição de sua posição com respeito a cidades maiores e próximas encontradas tanto na minha LA quanto na sua.

Minhas estradas não serão exatamente iguais às suas, mas com nossos mapas separados podemos chegar de um ponto particular do continente a outro. Podemos fazê-lo graças aos fatos geológicos externos e predeterminados – cadeias de montanhas, cursos d'água, etc. –, fatos que pertenciam aos dados com que trabalhamos. Sem esses aspectos externos, não teríamos possibilidades de

ter pontos de referências comuns. Por exemplo, se você estivesse com um mapa da França e eu com um da Alemanha e ambos os preenchêssemos com nomes em grande detalhe, não haveria maneira de tentar encontrar "o mesmo lugar" em nossas terras fictícias. É necessário começar com condições externas idênticas – se não for assim, nada casará.

Agora que já desenvolvemos bem nossa analogia geográfica, voltemos à questão dos isomorfismos entre os cérebros. Você pode bem estar-se perguntando por que essa questão do isomorfismo cerebral está sendo tão enfatizada. Que importa se dois cérebros são isomórficos, quase isomórficos ou simplesmente não isomórficos? A resposta está em que temos uma sensação intuitiva de que, embora as outras pessoas sejam diferentes de nós em muitos aspectos importantes, elas são "iguais" a nós de muitas maneiras importantes e profundas. Seria instrutivo poder precisar em que consiste esse cerne invariável da inteligência humana e poder descrever, em seguida, os tipos de "embelezamento" que lhe podem ser acrescentados, fazendo de cada um de nós uma incorporação singular desta qualidade abstrata e misteriosa denominada "inteligência".

Em nossa analogia geográfica, as cidades e as vilas eram o correspondente analógico dos símbolos, enquanto as estradas eram o correspondente analógico de vias potenciais de acionamento. O fato de que todas as LA tenham coisas em comum, como o litoral, os Andes, a bacia Amazônica, o rio São Francisco, a Serra do Mar e muitas cidades e estradas principais é análogo ao fato de que todos nós somos forçados, por realidades externas, a construir certos símbolos de classe e vias de acionamento de uma mesma maneira. Esses símbolos centrais são como as cidades grandes, às quais qualquer pessoa pode fazer referência sem ambigüidades. (Aliás, o fato de que as cidades sejam entidades locais não deve ser tomado, de modo algum, como indicação de que os símbolos no cérebro sejam entidades pequeninas, semelhantes a pontos. Eles são apenas simbolizados dessa maneira em uma rede.)

O fato é que uma grande proporção da rede de símbolos de todo ser humano é *universal*. Acontece que estamos tão acostumados com o que existe em comum entre todos nós que nos é difícil avaliar a extensão desse fenômeno. É preciso que realizemos o esforço consciente de imaginar o quanto – ou quão pouco – temos em comum com outros tipos de entidades, como pedras, carros, restaurantes, formigas, e assim por diante, para que nos fique evidente a grande medida de superposição que temos com qualquer pessoa escolhida aleatoriamente. O que percebemos imediatamente em outra pessoa não é essa superposição padrão, por que isso é tomado como certo desde o momento em que reconhecemos a outra pessoa como um ser humano; ao contrário, concentramo-nos no que está além da superposição padrão e geralmente encontramos diferenças importantes – assim como algumas superposições novas e surpreendentes.

Ocasionalmente, você verifica que uma outra pessoa carece de algo que você considerava pertencer àquele cerne padrão mínimo – como se São Paulo estivesse ausente de sua LA, o que é quase inimaginável. Alguém, por exemplo, poderia não saber o que é um elefante, ou quem é o presidente da República,

ou que a Terra é redonda. Em tais casos, a rede simbólica de tal pessoa será tão fundamentalmente diferente da sua que a comunicação significativa será difícil. Por outro lado, talvez, essa mesma pessoa compartilhe com você algum tipo de conhecimento especializado – tal como uma grande habilidade em jogar dominó –, de modo que vocês podem comunicar-se bem em um domínio restrito. Isso seria como encontrar alguém que vem da mesma região rural de Santa Catarina que você, de modo que as LAs de vocês dois coincidem detalhadamente em uma região muito pequena, o que lhe permite descrever com muita fluência como ir de um ponto a outro.

Em que medida a língua e a cultura canalizam o pensamento?

Se agora voltarmos a comparar nossa própria rede de símbolos com as de um francês ou de um alemão, podemos dizer que nossa expectativa é a de que eles tenham o mesmo cerne padrão de símbolos de classe, apesar de falarem línguas diferentes. Não esperamos compartilhar com eles redes altamente especializadas, assim como tampouco esperamos isso com relação a uma pessoa escolhida aleatoriamente e que fale nossa língua. Os padrões de acionamento de pessoas que falam outras línguas será algo diferente do seu, mas os principais símbolos de classe e as principais estradas entre eles serão universalmente disponíveis, de modo que mais estradas secundárias podem ser descritas tomando-os como referência.

Ora, cada um dos nossos três amigos pode, além disso, saber algo das línguas dos outros dois. O que é que marca a diferença entre a fluência verdadeira e a simples capacidade de comunicar-se? Em primeiro lugar, alguém que seja fluente em inglês usa a maioria das palavras na freqüência normal em que costumam aparecer. Já quem fale o inglês como língua estrangeira aprende certas palavras em dicionários, livros, salas de aula – palavras que podem ter sido preferidas durante algum tempo, mas que agora ocorrem com freqüência muito menor – por exemplo, *fetch*, ao invés de *get*, ou *quite* em lugar de *very*, etc. Embora o significado transpareça, uma ressonância estrangeira é também comunicada pela escolha pouco usual das palavras.

Mas suponhamos que um estrangeiro aprenda a usar todas as palavras nas freqüências normais. Isso fará com que sua fala seja realmente fluente? Provavelmente, não. Acima do nível das palavras existe o nível das associações, que se vincula à cultura como um todo – sua história, geografia, religião, contos infantis, literatura, nível tecnológico, e assim por diante. Por exemplo, para falar o hebraico moderno de maneira absolutamente fluente, é necessário conhecer a Bíblia muito bem em hebraico, porque a língua se baseia em um conjunto de sentenças bíblicas e suas conotações. Esse nível de associação permeia cada língua de modo muito profundo. Contudo, há lugar para todo tipo de variedades dentro da fluência. Se não fosse assim, as únicas pessoas verdadeiramente fluentes seriam aquelas cujos pensamentos fossem os mais estereotipados!

Embora devamos reconhecer a profundidade com que a *cultura* afeta o pensamento, não devemos superestimar o papel da *língua* na moldagem dos pensamentos. Por exemplo, dois objetos que em inglês se definem pela mesma palavra, *chair*, podem ser percebidos por quem fala português como objetos pertencentes a dois tipos distintos: "cadeira" e "poltrona". As pessoas cuja língua original é o português, ou o francês, têm maior consciência dessa diferença que os americanos ou ingleses – mas também é verdade que as pessoas que vivem em zonas rurais têm maior consciência, digamos, da diferença entre uma *pick-up* e um furgão que os habitantes das cidades. Estes podem referir-se a ambos os veículos como "camionetas". Não é a diferença de língua, mas sim a diferença de cultura (ou de subcultura) que dá lugar a essa diferença de percepção.

Os relacionamentos entre os símbolos de pessoas que falam línguas diferentes têm todos os motivos para ser bem semelhantes, no que diz respeito a seu cerne, uma vez que todos vivemos no mesmo mundo. Quando se chega a aspectos mais detalhados dos padrões de acionamento, verifica-se que há menos coisas em comum. Seria como comparar áreas rurais do Paraguai em LAs que tivessem sido feitas por pessoas que nunca tivessem ido ao Paraguai. No entanto, isso terá pouca importância, desde que haja acordo suficiente quanto às cidades e estradas principais, de modo a compor pontos de referência comuns por todo o mapa.

Viagens e itinerários em LAs

Venho empregando, ainda que sem explicitá-la, uma imagem do que é um "pensamento" na analogia das LAs; venho forjando a implicação de que um *pensamento* corresponde a uma *viagem*. As *cidades* por que passamos representam os *símbolos* que são excitados. A analogia não é perfeita, mas é bastante forte. Um problema a esse respeito é o de que quando um pensamento vem à mente de uma pessoa com freqüência suficiente ele se agrupa em um conceito único. Isso corresponderia a um evento bastante estranho em uma LA: uma viagem que se faz normalmente se tornaria, de algum modo estranho, uma nova cidade! Se vamos continuar a usar a metáfora da LA, é importante recordar que as cidades representam não só os símbolos *elementares*, como os que se referem a "grama", "casa" e "carro", mas também símbolos criados em decorrência da capacidade de *agrupamento* do cérebro – símbolo para conceitos sofisticados como "cânone do caranguejo", "palíndromo" ou "LA".

Ora, se se aceita que a noção de fazer uma viagem é uma contrapartida razoável da noção de ter um pensamento, surge a seguinte difícil questão: virtualmente qualquer estrada que leve de uma cidade a outra, e depois a outra, e assim por diante, pode ser imaginada, desde que a pessoa se lembre de que algumas cidades intervenientes também são percorridas no caminho. Isso corresponderia à ativação de uma *cadeia arbitrária de símbolos*, um após o outro, que dá lugar a alguns símbolos adicionais – os que estão na estrada. Ora, se vir-

tualmente qualquer cadeia de símbolos pode ser ativada em qualquer ordem que se deseje, pode parecer que o cérebro seja um sistema indiscriminado, capaz de absorver ou produzir todo e qualquer pensamento. Mas todos nós sabemos que não é assim. Com efeito, há certos tipos de pensamento que denominamos *conhecimento*, ou *crenças*, que desempenham papel bem diferente do das fantasias aleatórias ou do dos absurdos humorísticos. Como podemos caracterizar a diferença entre sonhos, pensamentos rápidos, crenças e itens de conhecimento?

Percursos possíveis, potenciais e prepósteros

Há alguns percursos – seja nas LAs, seja nos cérebros – que são usados rotineiramente para se ir de um lugar a outro. Há outros percursos que só podem ser trilhados se a pessoa é guiada através deles. Esses são os "percursos potenciais", que seriam seguidos apenas se surgissem circunstâncias externas especiais. Os percursos usados rotineiramente incorporam conhecimentos – e refiro-me aqui não só ao conhecimento dos *fatos* (conhecimento declaratório), mas também ao conhecimento dos *como* (conhecimento processual). Esses percursos estáveis e confiáveis são o que constitui o conhecimento. Os itens de conhecimento fundem-se gradualmente com as crenças, que também são representadas por percursos confiáveis, mas que talvez sejam mais suscetíveis de substituição se, digamos, ocorre um nevoeiro ou a queda de uma ponte. Isso nos deixa ainda as fantasias, as mentiras, as falsidades, os absurdos e outras variantes. Esses casos corresponderiam a estradas peculiares tais como: do Rio de Janeiro a Montevidéu; via La Paz, na Bolívia; e Santiago, no Chile. Na verdade, são percursos possíveis, mas que não tendem a tornar-se estradas rotineiras, usadas em viagens quotidianas.

Uma implicação curiosa e divertida desse modelo é a de que todos os tipos "aberrantes" de pensamento enumerados antes são integralmente compostos, em essência, de crenças ou itens de conhecimento. Ou seja, toda estrada indireta, estranha e sinuosa decompõe-se em numerosos trechos não estranhos, não sinuosos e diretos, e estas estradas curtas e rápidas que conectam símbolos representam pensamentos simples em que se pode confiar – crenças e itens de conhecimento. Na verdade, isso não chega a ser surpreendente, uma vez que é bastante razoável que só possamos imaginar coisas fictícias que, de alguma maneira, estejam ligadas às realidades que experimentamos, por mais que aquelas se afastem destas. Os sonhos talvez sejam um exemplo desses percursos tortuosos e aleatórios pelas LAs de nossas mentes. De um ponto de vista localizado, eles fazem sentido – mas de um ponto de vista geral...

Estilos diferentes de tradução de contos

Um poema como "Jabberwocky" é como uma viagem irreal por uma LA, em que se salte de um estado para outro muito rapidamente, seguindo-se estra-

das muito curiosas. As traduções transmitem mais esse aspecto do poema que a cadeia precisa dos símbolos que são acionados, embora tentem fazer o máximo a esse respeito. Na prosa comum, esses saltos e pulos não são comuns. Ocorrem, no entanto, problemas similares de tradução. Suponhamos que você esteja traduzindo um conto do russo para o português e depare com uma sentença cuja tradução literal é: "Ela estava com uma tigela de *borscht*". Muitos de seus leitores provavelmente não terão idéia do que seja *borscht*. Você poderia tentar substituí-lo pelo item "correspondente" em sua cultura – assim, a tradução poderia ser: "Ela estava com uma tigela de canja de galinha". E se você acha que isso é um exagero, dê uma olhada na primeira sentença da obra de Dostoievski *Crime e castigo* em russo e depois em suas traduções. Eu tive a oportunidade de examinar três versões inglesas distintas. A situação pode ser curiosa.

A primeira sentença emprega um nome de rua: "S. Pereulok" (em transliteração). O que significa isso? Um leitor cuidadoso da obra de Dostoievski e que conheça Leningrado (que era denominada "São Petersburgo", ou ainda "Petrogrado") pode descobrir, após examinar com atenção a situação geográfica do livro (que, aliás, também é apresentada apenas pelas iniciais), que a rua tem de ser a "Stoliarni Pereulok". Provavelmente, Dostoievski desejava narrar sua história de maneira realista, mas não tão realista que as pessoas pudessem dispor literalmente dos endereços em que supostamente teriam ocorrido crimes e outros eventos. Em todo caso, temos um problema de tradução; ou, para ser mais exato, temos vários problemas de tradução em vários níveis diferentes.

Em primeiro lugar, devemos conservar a idéia da inicial, para reproduzir a aura de semimistério que já aparece na primeira sentença do livro? Poderíamos ter "Rua S." ("rua" sendo a tradução ordinária de "pereulok"). Em outra tradução aparece "Travessa S." A tradução de *Crime e castigo* que li durante o curso superior utilizou a mesma forma. Nunca esquecerei a sensação de desorientação que experimentei ao começar a ler o livro e encontrar apenas as iniciais como referência a nomes de ruas. Senti uma espécie de mal-estar intangível a respeito do começo do livro; tinha a certeza de que estava perdendo algo de essencial, mas não sabia bem o que... Decidi então que todos os romances russos eram muito estranhos.

Agora, podemos ser francos com o leitor (o qual, pode-se supor, provavelmente não tem a menor idéia sobre se a rua é real ou fictícia) e propiciar-lhe a vantagem de nossa erudição moderna, escrevendo "Rua Stoliarni". A escolha do segundo tradutor referido foi "Travessa Stoliarni".

Mas há outra possibilidade, e esta é a mais interessante de todas. A tradução seria "Travessa do Carpinteiro". E, na verdade, por que não? Afinal de contas, "stoliar" significa "carpinteiro" e "ni" é um sufixo formador de adjetivos. Desse modo, poderíamos imaginar-nos em Lisboa, e não em Petrogrado, e em meio a uma situação inventada por Eça de Queirós, e não por Dostoievski. É isso o que queremos? Talvez devêssemos, então, ler um romance de Eça, com a justificativa de que seria "a obra correspondente em português". Vista em um nível suficientemente alto, essa seria uma "tradução" do romance de Dostoievski – com efeito, a melhor tradução possível! Para que Dostoievski?

De tentativas de conservar grande fidelidade literal ao estilo do autor, passamos a traduções de nível alto do "ar" da obra. Ora, se isso já acontece com a primeira sentença, pode-se imaginar como a coisa prossegue no resto do livro. Que dizer da passagem em que uma locatária alemã começa a gritar em seu russo germanizado? Como traduzir um russo estropiado com sotaque alemão para o português?

Podem-se também considerar os problemas de tradução de gírias e modos coloquiais de expressão. Deve-se buscar uma expressão "análoga", ou deve-se preferir uma tradução palavra por palavra? Se se busca uma expressão análoga, corre-se o risco de cometer um pecado semelhante ao da "canja de galinha"; mas se se traduzir cada expressão idiomática palavra por palavra, o texto soará estrangeiro. Talvez isso seja desejável, uma vez que a cultura russa é estranha aos que falam português, mas quem fale português e leia tal tradução terá constantemente, graças aos contornos incomuns das sentenças, uma sensação – uma sensação artificial – de estranheza que não foi pretendida pelo autor e que não é experimentada pelos leitores do original em russo.

Problemas como esses propiciam uma pausa para considerar afirmações como a seguinte, feita por Warren Weaver, um dos maiores defensores da tradução por computador, no final da década de 1940: "Quando vejo um artigo em russo, digo: 'Isso está, na verdade, escrito na minha língua, mas está codificado em símbolos estranhos. Farei agora a decifração'".[1] A observação de Weaver simplesmente não pode ser tomada literalmente; deve, ao invés, ser considerada como uma maneira provocante de dizer que oculto nos símbolos existe um significado que pode ser descrito objetivamente, ou pelo menos algo próximo à objetividade; por conseguinte, não haveria razões para supor que um computador não o pudesse extrair, desde que suficientemente bem programado.

Comparações de nível alto entre programas

A afirmação de Weaver refere-se a traduções entre línguas naturais diferentes. Consideremos agora os problemas de tradução entre duas linguagens de computação. Suponha, por exemplo, que duas pessoas escreveram programas para computadores diferentes e que nós queremos saber se os dois programas executam a mesma tarefa. Como poderemos averiguar? Temos de comparar os programas. Mas em que nível isso deve ser feito? Talvez um dos programadores tenha empregado uma linguagem de máquina e o outro uma linguagem de compilador. Programas assim escritos são comparáveis? Certamente, mas como compará-los? Uma maneira seria compilar o programa escrito em linguagem de compilador, produzindo um programa em linguagem de máquina de seu próprio computador.

Agora temos dois programas em linguagem de máquina. Mas há outro problema: são dois computadores e, portanto, duas linguagens de máquina diferentes – e elas podem ser extremamente diferentes. Uma das máquinas

pode ter palavras de dezesseis *bits* e a outra, palavras de trinta e seis *bits*. Uma das máquinas pode ter instruções próprias para o manuseio de pilhas (subidas e descidas) e a outra não. As diferenças entre o *hardware* de ambas as máquinas podem fazer com que os dois programas em linguagem de máquina pareçam incomparáveis entre si – mas, mesmo assim, suspeitamos de que eles executam a mesma tarefa e gostaríamos de poder perceber isso instantaneamente. Obviamente, estamos examinando os programas de uma distância demasiado curta.

É preciso que nos afastemos um pouco, saindo da linguagem de máquina em direção a um ponto de vista mais alto e mais agrupado. A partir desse ponto de observação, esperamos ser capazes de perceber certos agrupamentos nos programas que indicam serem eles planejados racionalmente em uma escala geral, e não local – ou seja, agrupamentos que se entrosam de modo que seja permitido perceber os objetivos do programador. Suponhamos que ambos os programas tenham sido originalmente escritos em linguagens de nível alto. Assim, alguns agrupamentos já estão prontos para nós. Mas vamos enfrentar outros problemas. Há uma pletora de tais linguagens: Fortran, Algol, Lisp, APL e muitas outras. Como se pode comparar um programa escrito em APL com outro escrito em Algol? Certamente não por meio de uma comparação linha por linha. Você deve agrupar novamente os programas em sua mente, buscando unidades conceituais e funcionais que correspondam entre si. Assim, você não estará comparando o *hardware*, nem o *software* – estará comparando o "éterware", ou configurações etéreas, os conceitos puros que estão por trás do *software*. Existe algum tipo de "esqueleto conceitual" abstrato que deve ser retirado a partir dos níveis baixos para que se possa realizar uma comparação significativa entre dois animais, ou entre duas sentenças escritas em línguas naturais diferentes.

Ora, isso nos leva de volta a uma pergunta anterior que fizemos a respeito de computadores e cérebros: como podemos dar sentido a uma descrição de nível baixo de um computador ou de um cérebro? Existe, em qualquer sentido razoável, uma maneira *objetiva* de extrair uma descrição de nível alto a partir de uma descrição de nível baixo, nesses sistemas complicados? No caso de um computador, uma apresentação completa do que está contido na memória – a chamada *listagem da memória* – é fácil de obter. Nos primeiros dias da computação, era comum que as listagens fossem impressas quando algo de errado ocorria com o programa. O programador, então, teria de ir para casa e debruçar-se por horas a fio sobre a listagem, tratando de compreender o que representava cada item minúsculo da memória. Em essência, o programador estaria fazendo o oposto do que faz um compilador: estaria traduzindo da linguagem de máquina para uma linguagem de nível mais alto, uma linguagem conceitual. Ao final, o programador compreenderia os objetivos do programa e poderia descrevê-lo em termos de nível alto, por exemplo: "Este programa traduz contos do russo para o inglês" ou "Este programa compõe uma fuga de oito vozes com base em qualquer tema com que seja alimentado".

Comparações de nível alto entre cérebros

Agora nossa pergunta deve ser examinada com relação aos cérebros. Nesse caso, perguntamos: "Os cérebros das pessoas também são capazes de ser 'lidos' em um nível alto? Existe uma descrição objetiva do conteúdo de um cérebro?" Na *Fuga da formiga*, o Tamanduá proclamou ser capaz de dizer em que a madame Fourmi Gueiros estava pensando se olhasse a azáfama das formigas que a integravam. Poderia algum ser superior – por exemplo, um que se alimentasse de neurônios – examinar nossos neurônios, agrupar o que vê e produzir uma análise de nossos pensamentos?

A resposta certamente tem de ser positiva, visto que todos nós somos bem capazes de descrever, em termos agrupados (isto é, não neurais), a atividade de nossas mentes a qualquer momento dado. Isso significa que dispomos de um mecanismo que nos permite agrupar nosso próprio estado cerebral, em certa medida, e dar uma descrição funcional dele. Para ser mais exato, não agrupamos a totalidade do estado cerebral, mas apenas as porções dele que estão ativas. Contudo, se alguém nos pergunta a respeito de um tema que esteja codificado em uma área momentaneamente inativa do cérebro, podemos obter acesso quase instantâneo a essa área particular e produzir uma descrição agrupada dela – ou seja, alguma crença a respeito de tal tema. Observe que persistimos com um nível absolutamente igual a zero de informações a respeito do nível neural dessa parte do cérebro: nossa descrição é tão agrupada que sequer temos qualquer idéia de qual seja a parte do cérebro a que ela se refere. Isso pode ser posto em contraste com o programador cuja descrição agrupada deriva da análise consciente de todos os itens da listagem de memória.

Ora, se uma pessoa pode proporcionar uma descrição agrupada de qualquer parte de seu próprio cérebro, por que um estranho, de posse de um meio não destrutivo de acesso ao mesmo cérebro, não poderia ser capaz de agrupar porções limitadas do cérebro e, além disso, de dar-lhe uma descrição agrupada completa – em outras palavras, uma documentação completa das crenças da pessoa cujo cérebro é acessível? É óbvio que tal descrição teria tamanho astronômico, mas isso não importa, nesse contexto. Estamos interessados na questão de se existe, em princípio, uma descrição bem definida e de nível alto de um cérebro, ou se, ao contrário, a descrição no nível dos neurônios – ou algo igualmente fisiológico e incapaz de proporcionar um esclarecimento intuitivo – é a melhor que existe em princípio. Naturalmente, a resposta a essa pergunta teria a maior importância para a questão de se poderemos, um dia, chegar a compreender-nos.

Crenças potenciais, símbolos potenciais

Minha posição é a de que é possível chegar a uma descrição agrupada, mas nem por causa disso tudo fica repentinamente claro e fácil. O problema está em que para extrair uma descrição agrupada do estado cerebral necessitamos de uma

linguagem para descrever nossas conclusões. Ora, pareceria que a maneira mais apropriada de descrever um cérebro seria enumerar os tipos de pensamento que ele poderia manter e os tipos de pensamento que ele não poderia manter – ou, talvez, enumerar suas crenças e as coisas nas quais ele não acredita. Se é esse o tipo de objetivo que perseguimos com relação a uma descrição agrupada, então é fácil ver a espécie dos problemas com que vamos nos defrontar.

Suponha que você deseje enumerar todas as viagens possíveis que poderiam ser feitas em uma LA; há um número infinitamente grande delas. Como, no entanto, determinar quais são as viagens *plausíveis*? Bem, e o que é que significa "plausível"? Teremos exatamente esse tipo de dificuldade ao tentar estabelecer o que é um "percurso possível" de símbolo a símbolo no cérebro. Podemos imaginar um cachorro voando de cabeça para baixo com um charuto na boca, ou uma colisão entre dois ovos fritos gigantescos em uma estrada, ou qualquer quantidade de imagens risíveis. O número de percursos incomuns que podem ser trilhados em nosso cérebro não tem limites, como não o tem o número de itinerários loucos que podem ser planejados em uma LA. Mas o que é que constitui um itinerário "equilibrado" em determinada LA? E o que é que constitui um pensamento "arrazoado" em determinado estado cerebral? O estado cerebral, por si só, não proíbe nenhum percurso, porque para cada percurso existem sempre circunstâncias que podem torná-lo necessário. A situação física de um cérebro, se lida corretamente, não dá informações a respeito de quais são os percursos que podem ser seguidos, mas sim a respeito de quanta resistência será encontrada na rota.

Em uma LA, existem muitas viagens que podem ser feitas através de duas ou mais rotas alternativas razoáveis. Por exemplo, uma viagem de Belém ao Rio de Janeiro pode ser realizada pelo litoral ou pelo interior. Ambas são razoáveis e as pessoas tendem a escolher uma ou outra de acordo com as circunstâncias. Olhar um mapa em determinado momento não nos diz nada a respeito de qual será a rota preferível em alguma ocasião do futuro remoto. Isso dependerá das circunstâncias externas em que a viagem será feita. Do mesmo modo, a "leitura" de um estado cerebral revelará a disponibilidade de diversos percursos alternativos razoáveis que conectam determinado conjunto de símbolos. No entanto, a viagem entre tais símbolos não precisa ser iminente; ela pode ser, simplesmente, uma dentre os bilhões de viagens "potenciais", todas as quais aparecem na leitura do estado cerebral. Daí decorre uma conclusão importante: não existe no próprio estado cerebral nenhuma informação que diga que estrada será escolhida. As circunstâncias externas desempenharão um papel importante e determinante na escolha da estrada.

Qual a implicação desse fato? A de que, dependendo das circunstâncias, um mesmo cérebro pode produzir pensamentos que se chocam totalmente. E qualquer leitura de alto nível do estado cerebral que mereça o nome deverá conter todas essas versões conflitantes. Na verdade, isso é bastante óbvio – que todos nós somos feixes de contradições e conseguimos manter-nos coesos porque trazemos à luz apenas um de nossos lados em determinado momento. A escolha não pode ser prevista de antemão porque as condições que forçarão a

escolha não são conhecidas de antemão. O que o estado cerebral pode proporcionar, se lido corretamente, é uma descrição *condicional* da escolha de estradas.

Considere, por exemplo, a situação do Caranguejo descrita no *Prelúdio*. Ele pode reagir de diversas maneiras à execução de uma peça musical. Por vezes, ele estará quase imune a ela por conhecê-la demasiado bem. Outras vezes, ele ficará entusiasmado, mas essa reação requer o tipo adequado de acionamento a partir do exterior, como, por exemplo, a presença de um outro ouvinte entusiasmado, para o qual a peça seja uma novidade. Presumivelmente, uma leitura de nível alto do estado cerebral do Caranguejo revelaria a emoção potencial (e condições que a induziriam), assim como o embotamento potencial (e condições que o induziriam). O estado cerebral por si só não diria qual dos dois ocorreria na próxima vez em que a peça fosse ouvida. Ele poderia dizer apenas: "Se prevalecerem tais e tais condições, resultará uma emoção; se, ao contrário..."

Desse modo, uma descrição agrupada de um estado cerebral proporcionaria um catálogo de crenças que seriam evocadas condicionalmente, dependendo das circunstâncias. Como nem todas as circunstâncias possíveis podem ser enumeradas, há que se contentar com aquelas que são consideras "razoáveis". Além disso, há que se contentar com uma descrição agrupada das próprias circunstâncias, uma vez que elas obviamente não podem – e não devem – ser especificadas até o nível dos átomos! Por conseguinte, não se pode fazer uma previsão exata e determinista que diga que crenças serão extraídas do estado cerebral por uma determinada circunstância agrupada. Em resumo, portanto, uma descrição agrupada de um estado cerebral consistirá em um catálogo probabilístico no qual estão enumeradas as crenças que com maior probabilidade serão induzidas (e os símbolos que com maior probabilidade serão ativados) por vários conjuntos de circunstâncias "razoavelmente prováveis", as quais são também descritas em um nível agrupado. Tentar agrupar as crenças de uma pessoa sem referência a um contexto é tão tolo quanto tentar descrever as características da "prole potencial" de uma pessoa sem referência ao outro membro do casal.

Os mesmos tipos de problemas surgem na enumeração de todos os símbolos no cérebro de determinada pessoa. Potencialmente, não há só um número infinito de *percursos* em um cérebro, mas também um número infinito de *símbolos*. Como indicamos, novos conceitos podem sempre ser formados a partir de conceitos antigos e poder-se-ia argumentar que os símbolos que representam esses novos conceitos são simplesmente símbolos adormecidos em cada indivíduo, esperando ser despertados. Eles podem não ser despertados nunca durante a vida da pessoa, mas pode ser dito que, apesar de tudo, eles estiveram sempre lá, esperando pelas circunstâncias corretas que acionassem sua síntese. Todavia, se a probabilidade for muito baixa, o termo "adormecido" pareceria demasiado irrealista para ser aplicado à situação. Para uma idéia mais clara, tente imaginar todos os "sonhos adormecidos" que lá estão em sua cabeça enquanto você está acordado. Pode-se conceber a existência de um procedimento decisório que possa distinguir entre "temas potencialmente sonháveis" e "temas insonháveis", tendo por dado o seu estado cerebral?

Onde está o sentido do "eu"?

Examinando o que discutimos, você poderia pensar: "Essas especulações a respeito do cérebro e da mente são muito interessantes, mas, e os sentimentos envolvidos na consciência? Esses símbolos podem acionar-se mutuamente seja o quanto for, mas a menos que alguém *perceba* a coisa como um todo, não há consciência".

Isso faz sentido para nossa intuição em certo nível, mas, do ponto de vista lógico, não. Pois, nessas condições, estaríamos compelidos a buscar uma explicação para o mecanismo que realiza a percepção de todos os símbolos ativos, uma vez que essa não estaria coberta pelo que foi descrito até aqui. Naturalmente, um "almista" não precisaria mais continuar as pesquisas – simplesmente afirmaria que a percepção de toda essa ação neural está na alma, que não pode ser descrita em termos físicos, e ponto-final. Tentaremos, contudo, dar uma explicação "não almista" para o lugar onde surge a consciência.

Nossa alternativa para a explicação almista – alternativa igualmente desconcertante – é a de parar no nível dos símbolos e dizer: "Aí está – isto *é* a consciência. A consciência é a propriedade de um sistema que surge sempre que existem símbolos, nesse sistema, que obedecem a padrões de acionamento semelhantes aos descritos nas últimas seções". Assim colocada, essa explicação parece inadequada. Como ela explicará o sentido da identidade, o sentido do "eu"?

Subsistemas

Não há razão para esperar que o "eu" não possa ser representado por um símbolo. Com efeito, o símbolo do eu é provavelmente o mais complexo de todos os símbolos do cérebro. Por essa razão, resolvi colocá-lo em um nível novo da hierarquia e denominá-lo *subsistema*, ao invés de símbolo. Para tornar o conceito mais preciso, devo dizer que por subsistema entendo uma constelação de símbolos, cada um deles podendo ser ativado separadamente sob o controle do próprio subsistema. A imagem que trato de transmitir é a de que um subsistema funciona quase como um "subcérebro" independente, dotado de seu próprio repertório de símbolos que se podem ativar uns aos outros internamente. Evidentemente, existem também muitas comunicações entre o subsistema e o mundo "exterior", ou seja, o resto do cérebro. "Subsistema" é apenas o nome dado a um símbolo que cresceu demais e que se tornou tão complexo a ponto de ter muitos subsímbolos que interagem mutuamente. Desse modo, não existe nenhuma diferença estrita de nível entre os símbolos e os subsistemas.

Em virtude das amplas conexões entre um subsistema e o resto do cérebro (algumas das quais serão descritas brevemente), seria muito difícil traçar uma linha demarcatória clara entre o subsistema e o exterior; contudo, ainda que seus limites sejam difusos, o subsistema é algo bastante real. A característica interessante de um subsistema é a de que, uma vez ativado e deixado à conta

de seus próprios mecanismos, ele pode operar por si só. Assim, dois ou mais subsistemas do cérebro de um indivíduo podem operar simultaneamente. Já percebi ocasionalmente essa ocorrência em meu próprio cérebro: às vezes tomo consciência de que duas melodias diferentes se desenvolvem em minha mente, competindo por "minha" atenção. De algum modo, cada melodia está sendo construída, ou "tocada", em um compartimento separado de meu cérebro. Presumivelmente, cada um dos sistemas responsáveis por "tirar da cabeça" a melodia em questão está ativando uma série de símbolos, um após o outro, sem a menor idéia de que o outro sistema está fazendo exatamente a mesma coisa. Então, ambos tentam entrar em contato com um terceiro subsistema de meu cérebro – meu símbolo "eu" – e é nesse ponto que o "eu" dentro de meu cérebro se apercebe do que está ocorrendo; em outras palavras, ele começa a receber uma descrição agrupada das atividades daqueles dois subsistemas.

Subsistemas e código compartilhado

Subsistemas típicos poderiam ser os que representam as pessoas que conhecemos intimamente. Elas são representadas de maneiras tão complexas em nossos cérebros que seus símbolos se expandem até a categoria de subsistemas, tornando-se capazes de agir autonomamente, para o que recorrem, como apoio, a certos recursos de nossos cérebros. Com isso, quero dizer que um subsistema que simbolize um amigo pode ativar, assim como eu próprio, muitos dos símbolos em meu cérebro. Posso, por exemplo, acionar meu subsistema referente a um amigo e virtualmente sentir-me como se fosse ele próprio, desenvolvendo pensamentos que ele poderia ter, ativando símbolos em uma ordem que reflete mais os seus padrões de pensamento que os meus. Poder-se-ia dizer que meu modelo desse amigo, tal como incorporado em um subsistema de meu cérebro, constitui minha própria descrição agrupada do cérebro dele.

Então, esse subsistema incluirá um símbolo para cada símbolo que eu suponho esteja no cérebro dele? Isso seria redundante. Provavelmente, o subsistema usa intensamente símbolos que já estão presentes em meu cérebro. Por exemplo, o símbolo para "montanha" em meu cérebro pode ser tomado por empréstimo pelo subsistema quando é ativado. A maneira pela qual esse símbolo será usado pelo subsistema não será necessariamente idêntica àquela pela qual é usado pelo meu cérebro como um todo. Em particular, se eu estiver conversando com meu amigo a respeito da cadeia de montanhas Tien Shan, na Ásia Central (não havendo nenhum de nós estado lá), e se eu souber que há alguns anos ele fez uma maravilhosa excursão turística aos Alpes, então minha interpretação de suas observações será parcialmente influenciada por minhas imagens importadas de sua experiência alpina anterior, uma vez que estarei tentando imaginar como *ele* visualiza a área.

No vocabulário que estamos desenvolvendo neste capítulo, poderíamos dizer que a ativação do símbolo "montanha" em mim está sob o controle do subsistema que representa meu amigo. O efeito que isso tem é o de abrir uma janela

para minhas recordações que é diferente da que uso normalmente – especificamente, minha "opção-padrão" passa do conjunto global das minhas recordações para o conjunto de minhas recordações das recordações dele. Não é preciso dizer que minhas representações de suas recordações são apenas aproximações de suas recordações reais, as quais são modos complexos de ativação dos símbolos de seu cérebro, inacessíveis para mim.

Minhas representações de suas recordações também são modos complexos de ativação de meus próprios símbolos – os referentes a conceitos "primordiais", como capim, árvore, chuva, céu, nuvem, e assim por diante. Esses são conceitos cuja representação, para ele, eu tenho de supor ser "idêntica" à que tem para mim. Devo supor também uma representação similar em meu amigo para noções ainda mais primordiais: as experiências da gravidade, da respiração, do cansaço, da cor, e assim por diante. Uma qualidade humana menos primordial, mas talvez praticamente universal, seja o prazer de chegar ao cimo de uma elevação e contemplar a vista. Por conseguinte, os processos intrincados de meu cérebro que são responsáveis por esse prazer podem ser assumidos diretamente pelo subsistema-amigo sem maiores perdas de fidelidade.

Poderíamos continuar descrevendo como eu compreendo um relato feito por meu amigo, repleto de múltiplas complexidades de relacionamentos humanos e de experiências mentais. Mas nossa terminologia rapidamente se tornaria inadequada. Aconteceriam tortuosas recorrências vinculadas a representações nele de representações em mim de representações nele de uma coisa ou outra. Se aparecessem amigos comuns no relato, inconscientemente eu buscaria conciliações entre minha imagem de *sua* representação deles e *minhas próprias* imagens deles. A recorrência pura seria simplesmente um formalismo inadequado para tratar com amálgamas de símbolos desse tipo. E apenas começamos a arranhar a superfície! Simplesmente não dispomos hoje do vocabulário necessário à descrição das interações complexas que podem ocorrer entre os símbolos. Melhor, portanto, pararmos antes de atolar.

Devemos notar, contudo, que os sistemas de computador estão começando a enfrentar algumas complexidades desse tipo e, em decorrência disso, algumas dessas noções já receberam nomes. Por exemplo, o meu símbolo "montanha" é análogo ao que, na linguagem computacional, é denominado *código compartilhado* (ou *reentrante*) – código que pode ser usado por dois ou mais programas separados que compartilham o tempo em um único computador. O fato de que a ativação de um símbolo possa produzir resultados diferentes, quando ele é parte de subsistemas diferentes, pode ser explicado como o processamento de seu código por intérpretes diferentes. Assim, os padrões de acionamento do símbolo "montanha" não são absolutos; são relativos ao sistema dentro do qual o símbolo é ativado.

A realidade desses "subcérebros" pode parecer duvidosa para alguns. Talvez a seguinte citação de M. C. Escher, em uma descrição sobre como ele cria seus desenhos de saturação de planos periódicos, possa ajudar a esclarecer o tipo de fenômeno a que me estou referindo:

> Ao desenhar, às vezes me sinto como se fosse um médiun espiritualista, controlado pelas criaturas que estou invocando. É como se elas próprias decidissem a forma pela qual escolhem aparecer. Pouca atenção elas dão à minha opinião crítica durante seu nascimento e é pouca a influência que logro exercer sobre as medidas de seu desenvolvimento. São, usualmente, criaturas muito difíceis e obstinadas.[2]

Esse é um exemplo perfeito da quase autonomia de certos subsistemas do cérebro, uma vez ativados. Os subsistemas de Escher pareciam-lhe quase capazes de suplantar seu julgamento estético. Naturalmente, essa opinião deve ser qualificada pelo fato de que esses poderosos subsistemas vieram à luz em decorrência de seus muitos anos de prática e de submissão precisamente às forças que moldaram suas sensibilidades estéticas. Em resumo, é errado divorciar os subsistemas do cérebro de Escher do próprio Escher ou de seu julgamento estético. Eles constituem parte vital de seu sentido estético, no qual "ele" é o ser completo do artista.

O símbolo-eu e a consciência

Um efeito colateral muito importante do subsistema-*eu* é o de que ele pode desempenhar o papel da "alma", no seguinte sentido: ao se comunicar constantemente com os demais subsistemas e símbolos do cérebro, ele mantém a noção de quais símbolos estão ativos e de que maneira. Isso significa que ele tem de ter símbolos para a atividade mental – em outras palavras, símbolos para símbolos e símbolos para as ações de símbolos.

Evidentemente, isso não eleva a consciência a um nível "mágico" e não físico. Aqui, a consciência é um efeito direto dos complexos *hardwares* e *softwares* que descrevemos. Ainda assim, apesar de sua origem prosaica, essa maneira de descrever a consciência – como o monitoramento da atividade cerebral por um subsistema do próprio cérebro – parece lembrar a sensação quase indescritível que todos nós conhecemos e denominamos "consciência". É fácil ver que a complexidade nesse caso é suficiente para que se criem muitos efeitos inesperados. Por exemplo, é bastante plausível que um programa de computador com esse tipo de estrutura fizesse a seu próprio respeito afirmações bastante semelhantes às que as pessoas fazem comumente a respeito delas próprias. Isso inclui o insistir em que ele tem livre-arbítrio, em que ele não é explicável como uma "soma de suas partes", e assim por diante. (A esse respeito, ver o artigo "Matter, mind and models" ("Matéria, mente e modelos"), de M. Minsky, em seu livro *Semantic information processing* (*O processamento de informações semânticas*).)

Que tipo de garantia existe de que um subsistema como o que aqui postulei e que representa o "eu" exista realmente em nossos cérebros? Uma rede complexa de símbolos como a acima descrita poderia desenvolver-se sem o desenvolvimento de um símbolo-eu? Como esses símbolos e suas atividades poderiam representar eventos mentais isomórficos a eventos reais do universo circundante se não houvesse um símbolo para o organismo-sede? Todos os es-

tímulos que chegam ao sistema concentram-se em uma pequena massa no espaço. Haveria um vazio gritante na estrutura simbólica de um cérebro se não houvesse um símbolo para o objeto físico em que ele se localiza e que desempenha nos eventos que reflete um papel maior que o de qualquer outro objeto. Com efeito, pensando bem, a única maneira de dar sentido ao mundo que circunda um objeto animado localizado é compreender o papel desse objeto em relação aos demais objetos à sua volta. Isso requer a existência de um símbolo-eu; e, entre símbolo e subsistema, o passo que medeia é simplesmente um reflexo da importância do símbolo-eu, e não uma mudança qualitativa.

Nosso primeiro encontro com Lucas

O filósofo de Oxford J. R. Lucas (que não se relaciona com os números de Lucas anteriormente descritos) escreveu em 1961 um notável artigo intitulado "Minds, machines, and Gödel" ("Mentes, máquinas e Gödel"). A visão que ele tem da questão é oposta à minha e, no entanto, ele logra mesclar muitos dos mesmos ingredientes ao compô-la. O seguinte trecho é muito relevante para os pontos que estamos discutindo:

> Já nas primeiras e mais simples tentativas de filosofar, enredamo-nos com perguntas sobre se quando sabemos alguma coisa sabemos que a sabemos e sobre o que está sendo pensado quando pensamos sobre nós mesmos e o que é que está realizando o pensamento. Após nos defrontarmos por muito tempo com os enigmas desse problema e nos ferirmos nos embates, aprendemos a não insistir demais nessas questões: verificamos, implicitamente, que o conceito de um ser consciente é diferente do de um objeto inconsciente. Ao dizer que um ser consciente sabe algo, estamos dizendo não apenas que ele o sabe, mas também que ele sabe que sabe, e também que ele sabe que sabe que sabe, e assim por diante, na medida em que nos dispomos a colocar o problema: reconhecemos que existe aqui uma infinidade, mas não uma regressão infinita no mau sentido, pois são as perguntas que se esvaziam por carecer de sentido e não as respostas. Sente-se que as perguntas carecem de sentido porque o conceito contém em si mesmo a idéia da capacidade de dar resposta a tais perguntas indefinidamente. Embora os seres conscientes tenham o poder de persistir, não gostamos de exibir isso simplesmente como uma sucessão de tarefas que são capazes de executar, nem vemos a mente como uma sucessão infinita de eus e supereus e supersupereus. Ao contrário, insistimos em que um ser consciente é uma unidade e, embora falemos de partes da mente, fazê-mo-lo apenas como metáfora e não permitimos que isso seja tomado literalmente.
>
> Os paradoxos da consciência surgem porque um ser consciente pode dar-se conta de si próprio, assim como de outras coisas, e, no entanto, não pode, na verdade, ser concebido como um ser divisível em partes. Isso significa que um ser consciente pode tratar de questões gödelianas de maneira que nenhuma máquina pode fazer, porque um ser consciente pode considerar tanto a si próprio quanto a seu desempenho e, no entanto, não pode ser outro que não aquele que efetua o desempenho. Pode-se fazer uma máquina que, por assim dizer, "considere" seu desempenho, mas ela

não pode levar isso "em conta" sem com isso se tornar uma máquina diferente, ou seja, a máquina anterior com uma "parte nova" acrescentada. Mas é inerente à nossa idéia de uma mente consciente que ela possa refletir sobre si mesma e criticar seus próprios desempenhos, sem que nenhuma parte adicional seja necessária para isso; ela já é completa e não tem calcanhar de Aquiles.

Assim, a tese começa a tornar-se mais matéria de análise conceitual que de descoberta matemática. Isso fica claro ao considerarmos outro argumento exposto por Turing. Até aqui construímos apenas artefatos bastante simples e previsíveis. Quando aumentarmos a complexidade de nossas máquinas, algumas surpresas talvez estejam à nossa espera. Ele estabelece um paralelo com uma pilha de fissão. Abaixo de certo tamanho "crítico", nada de mais importante acontece; mas acima do tamanho crítico, as fagulhas começam a voar. Assim, talvez, aconteça também com os cérebros e as máquinas. A maior parte dos cérebros e todas as máquinas são, atualmente, "subcríticos" – eles reagem aos estímulos de maneira enfadonha e desinteressante, não têm idéias próprias e só produzem reações já conhecidas –, mas alguns cérebros, no presente, e possivelmente algumas máquinas, no futuro, são, ou serão, supercríticos e cintilarão por conta própria. Turing está sugerindo que essa é apenas uma questão de complexidade e que, acima de certo nível de complexidade, aparece uma diferença qualitativa, de modo que as máquinas "supercríticas" serão bastante diferentes das máquinas simples até aqui imaginadas.

Pode ser assim. Com efeito, a complexidade muitas vezes introduz diferenças qualitativas. Embora pareça implausível, pode ser que, acima de certo nível de complexidade, uma máquina deixe de ser previsível, mesmo em princípio, e comece a fazer coisas por conta própria, ou, para empregar uma expressão reveladora, possa começar a ter uma mente própria. Ela começaria a ter uma mente própria quando já não fosse totalmente previsível e inteiramente dócil, mas fosse capaz de fazer coisas que reconhecêssemos como inteligentes – não apenas cometer erros e atuar a esmo – e que não tivessem sido programadas nela. Mas então ela deixaria de ser uma máquina, nos limites do significado do ato. O que está em questão no debate mecânico não é como as mentes são, ou poderiam ser, produzidas, mas sim como elas operam. É essencial para a tese mecânica que o modelo mecânico da mente opere de acordo com "princípios mecânicos", ou seja, que possamos compreender a operação do todo em termos da operação de suas partes, e que a operação de cada parte ou seja determinada por seu estado inicial e pela construção da máquina ou seja uma escolha aleatória entre um número determinado de operações determinadas. Se o mecanicista produzir uma máquina tão complexa que isso deixe de ser válido para ela, então ela já não será uma máquina para os fins de nossa discussão, qualquer que tenha sido a maneira pela qual foi construída. Deveríamos dizer, ao invés, que ele criou uma mente, no mesmo sentido em que, atualmente, procriamos pessoas. Haveria, então, duas maneiras de trazer mentes ao mundo – a tradicional, gerando crianças nos ventres das mulheres, e a nova, construindo sistemas extremamente complexos de, digamos, válvulas e relés. Ao falar da segunda maneira, devemos ter o cuidado de ressaltar que, embora o que foi criado se pareça com uma máquina, ele não é bem isso porque não é apenas o total de suas partes. Não se poderia dizer o que ele vai fazer simplesmente porque se conhece a maneira como foi construído e o estado inicial de suas partes. Não se poderia nem mesmo dizer quais são os limites do que ele

> poderia fazer, pois mesmo se se lhe apresentasse uma pergunta de tipo gödeliano, ele daria a resposta correta. Com efeito, deveríamos dizer, em suma, que qualquer sistema que não fosse derrotado pela pergunta de Gödel não seria, *eo ipso*, uma máquina de Turing, isto é, não seria uma máquina, nos limites do significado do ato.[3]

Ao ler essa passagem, minha mente fervilha constantemente ante a rápida sucessão de tópicos, alusões, conotações, confusões e conclusões. Saltamos de um paradoxo carrolliano para Gödel, para Turing, para a inteligência artificial, para o holismo e o reducionismo – tudo isso no breve lapso de duas páginas. Pode-se dizer várias coisas a respeito de Lucas, menos que não seja estimulante. Nos próximos capítulos voltaremos a muitos dos tópicos abordados de maneira tão fugaz e tantalizante nessa estranha passagem.

Ária com variações diversas

Aquiles estivera insone nas noite passadas. Seu amigo Tartaruga veio esta noite, para lhe fazer companhia durante essas horas incômodas.

Tartaruga: Senti muito ao saber das dificuldades que o têm aborrecido, meu querido Aquiles. Espero que minha companhia traga um bem-vindo alívio para toda essa insuportável estimulação que o tem mantido acordado. Talvez eu consiga entediá-lo o suficiente para fazê-lo dormir, finalmente. Dessa forma, serei útil.

Aquiles: Oh, não, os maiores chatos do mundo já fizeram suas tentativas comigo – e todos, digo-o com tristeza, falharam. Portanto, você não será páreo para eles. Não, Sr. T, chamei-o na esperança de que você pudesse entreter-me com uma coisinha ou outra, tirada da Teoria dos Números, de modo que eu pudesse ao menos passar essas longas horas de maneira agradável. Sabe, descobri que um pouquinho da Teoria dos Números faz maravilhas à minha perturbada psique.

Tartaruga: Que idéia mais agradável! Você sabe, ela me faz lembrar, só um tiquinho, da história do pobre conde Kaiserling.

Aquiles: Quem foi ele?

Tartaruga: Oh, ele foi um conde na Saxônia, no século XVIII – um conde sem condão, para dizer a verdade – mas, por causa dele – bem, posso contar a história? É bastante interessante.

Aquiles: Nesse caso, claro que sim, por favor!

Tartaruga: Houve uma época em que o bom conde sofria de insônia, e aconteceu que vivia na mesma cidade um competente músico, e o conde Kaiserling encarregou-o de compor um conjunto de variações para serem tocadas pelo clavicordista da corte, durante suas horas de insônia, a fim de tornálas mais agradáveis.

Aquiles: O compositor local cumpriu o desafio?

Tartaruga: Acho que sim, pois, uma vez terminadas, o conde o recompensou de maneira muito lucrativa – presenteou-o com um cálice de ouro que continha cem luíses de ouro.

Aquiles: Não me diga! Gostaria de saber como ele obteve tal cálice e todos aqueles luíses de ouro, em primeiro lugar.

Tartaruga: Talvez os tenha visto em um museu e gostado deles.

Aquiles: Está sugerindo que ele os surrupiou?

Tartaruga: Ora, ora, eu não diria bem assim, mas... Naquela época, os condes podiam safar-se de quase tudo. De todo jeito, é claro que a música agradou bastante ao conde, pois ele constantemente suplicava ao seu clavicordista – um simples garoto, chamado Goldberg – que tocasse uma ou outra dessas trinta variações. Em conseqüência (e algo ironicamente), as variações passaram a ser ligadas ao nome do jovem Goldberg, em vez de ao nome do distinto conde.

Aquiles: Você está dizendo que o compositor era Bach, e essas variações eram as "Variações Goldberg"?

Tartaruga: Sim, senhor! Na verdade, o trabalho foi intitulado *Ária com variações diversas*, das quais há trinta. Você sabe como Bach estruturou essas trinta magníficas variações?

Aquiles: Conte-me.

Tartaruga: Todas as peças – exceto a última – são baseadas em um único tema, que ele denominou "ária". Com efeito, o que as une não é uma melodia comum, mas uma base harmônica comum. As melodias podem variar, mas, subjacente, há um tema constante. Somente na última variação é que Bach tomou liberdades. É uma espécie de "final pós-final". Contém idéias musicais estranhas, que têm pouco a ver com o tema original – na verdade, duas músicas folclóricas alemãs. Essa variação é denominada "quodlibet".

Aquiles: O que mais é incomum a respeito das "Variações Goldberg"?

Tartaruga: Bem, cada terceira variação é um cânone. Primeiramente, um cânone em que as duas vozes canônicas entram no MESMO registro. Em segundo lugar, um cânone em que uma das vozes canônicas entra UM REGISTRO MAIS ALTO do que o primeiro. Em terceiro lugar, uma voz entra DOIS registros mais altos do que a outra. E assim por diante, até que o cânone final tem entradas com intervalos de apenas uma nona. Dez cânones, ao todo. E...

Aquiles: Espere aí. Recordo-me de haver lido em algum lugar a respeito de quatorze cânones Goldberg recentemente descobertos?

Tartaruga: Isso não apareceu no mesmo periódico em que foi recentemente relatada a descoberta de quatorze dias anteriormente desconhecidos em novembro?

Aquiles: Não, é verdade. Um sujeito chamado Wolff – um musicólogo – ouviu falar de uma cópia especial das "Variações Goldberg" em Estrasburgo. Foi lá para a examinar e, para sua surpresa, encontrou, na página de trás, como uma espécie de "final pós-final", esses quatorze novos cânones, todos baseados nas primeiras oito notas do tema das "Variações Goldberg". Assim, agora é sabido que há, na realidade, quarenta e quatro "Variações Goldberg", e não trinta.

Tartaruga: Isto é, há quarenta e quatro dessas variações, a menos que algum outro musicólogo venha a descobrir um outro grupo delas em algum lugar improvável. E, embora pareça improvável, ainda assim é possível, mesmo que improvável, que outro grupo seja descoberto, e então outro, e mais

outro, e assim por diante... Ora essa, isso pode não ter fim! Nunca saberemos se, ou quando, teremos a totalidade das "Variações Goldberg".

Aquiles: Essa é uma idéia estranha. Talvez todos pensem que esta última descoberta foi apenas uma obra do acaso e que agora possuímos todas as "Variações Goldberg". Mas supondo que você esteja certo e outras mais apareçam em algum momento, teremos de começar a esperar esse tipo de ocorrência. Aí, o nome "Variações Goldberg" começará a mudar ligeiramente de significado, a fim de incluir não somente as conhecidas, mas também quaisquer outras que possam eventualmente surgir. Seu número – denominemo-lo g – por certo será finito, não concorda? Mas saber simplesmente que g é finito não é o mesmo que saber quão grande é g. Conseqüentemente, essa informação não nos dirá quando a última Variação Goldberg tiver sido encontrada.

Tartaruga: Com certeza, isso é correto.

Aquiles: Diga-me – quando foi que Bach escreveu essas celebradas variações?

Tartaruga: Tudo aconteceu no ano de 1742, quando ele era solista em Leipzig.

Aquiles: 1742? Hmm... Esse número me faz lembrar algo.

Tartaruga: Tem de lembrar, pois ocorre que é um número algo interessante, sendo a soma de dois primos ímpares: 1723 e 19.

Aquiles: Com mil trovões! Que coisa curiosa! Gostaria de saber com que freqüência se encontra um número par com tal propriedade. Vejamos...

$$
\begin{aligned}
6 &= 3+3 \\
8 &= 3+5 \\
10 &= 3+7 = 5+5 \\
12 &= 5+7 \\
14 &= 3+11 = 7+7 \\
16 &= 3+13 = 5+11 \\
18 &= 5+13 = 7+11 \\
20 &= 3+17 = 7+13 \\
22 &= 3+19 = 5+17 = 11+11 \\
24 &= 5+19 = 7+17 = 11+13 \\
26 &= 3+23 = 7+19 = 13+13 \\
28 &= 5+23 = 11+17 \\
30 &= 7+23 = 11+19 = 13+17
\end{aligned}
$$

Ora, veja só, de acordo com a minha pequena tabela, parece ser uma ocorrência bastante comum. Entretanto, não distingo qualquer regularidade na tabela, até agora.

Tartaruga: Talvez não haja regularidade a distinguir.

Aquiles: Mas é claro que há! Apenas não sou suficientemente astuto para encontrá-la de imediato.

Tartaruga: Você parece bastante convencido disso.

Aquiles: Não tenho dúvida. Será que... TODOS os números pares (exceto 4) podem ser resultado da soma de dois primos ímpares?

Tartaruga: Hmm... Essa pergunta me faz lembrar algo... Ah, já sei por quê! Você não é a primeira pessoa a fazer essa indagação. Ora, de fato, no ano de 1742, um matemático amador lançou essa mesma indagação em uma...

Aquiles: Você disse 1742? Desculpe a interrupção, mas acabo de perceber que 1742 é um número um tanto interessante, sendo a diferença de dois primos ímpares: 1747 e 5.

Tartaruga: Com mil trovões! Que coisa curiosa! Gostaria de saber com que freqüência se encontra um número par com tal propriedade.

Aquiles: Mas, por favor, não me deixe distraí-lo de sua história.

Tartaruga: Oh, sim – como eu estava dizendo, em 1742, um certo matemático amador, cujo nome agora me escapa, mandou uma carta a Euler, que na época fazia parte da corte do rei Frederico, o Grande, em Potsdam, e... bem, posso contar a história? Ela tem sua graça.

Aquiles: Nesse caso, por favor, conte!

Tartaruga: Muito bem. Nessa carta, esse diletante na Teoria dos Números formulou uma conjectura não comprovada ao grande Euler: "Todo número par pode ser representado pela soma de dois primos ímpares". Qual era mesmo o nome dele?

Aquiles: Lembro-me vagamente da história, de algum livro sobre a Teoria dos Números. Não era "Kupfergödel" o nome dele?

Tartaruga: Hmm... Não, soa muito comprido.

Aquiles: Poderia ser "Silberescher"?

Tartaruga: Não, também não é esse. Tenho um nome na ponta da língua...ah ...ah...oh sim! Era "Goldbach". Seu nome era Goldbach.

Aquiles: Sabia que era algo parecido.

Tartaruga: Sim, suas adivinhações ajudaram a estimular minha memória. Estranho como às vezes a gente tem de buscar algo na memória como se estivesse buscando um livro sem ficha em uma biblioteca... Mas voltemos a 1742.

Aquiles: Sim, voltemos. Uma pergunta: Euler chegou a provar que essa conjectura de Goldbach era correta?

Tartaruga: Curiosamente, ele nem mesmo achou que valeria a pena trabalhar nela. Contudo, seu desdém não foi partilhado por todos os matemáticos. Com efeito, entreteve muitos, e tornou-se conhecida como a "Conjectura Goldbach".

Aquiles: Ela já foi comprovada?

Tartaruga: Não, não foi. Mas houve alguns notáveis quase acertos. Por exemplo, em 1931 o teórico russo dos números Schnirelmann provou que qualquer número – par ou ímpar – pode ser representado como a soma de não mais de 300.000 primos.

Aquiles: Que resultado estranho. Para que serve?

Tartaruga: Trouxe o problema para o domínio do finito. Anteriormente à prova de Schnirelmann, era concebível que, se se tomassem números pares cada vez maiores, eles requereriam cada vez mais números primos para representá-los. Um número par qualquer poderia requerer um trilhão de primos

para representá-lo! Ora, é sabido que não é bem assim – uma soma de 300.000 primos (ou menos) sempre será suficiente.

Aquiles: Entendo.

Tartaruga: Então, em 1937, um astuto sujeito de nome Vinogradov – também russo – conseguiu estabelecer algo muito mais próximo do resultado desejado, ou seja, qualquer número ÍMPAR suficientemente grande pode ser representado como a soma de não mais de TRÊS primos ímpares. Por exemplo, 1937 = 641 + 643 + 653. Poderíamos dizer que um número ímpar que seja representável como a soma de três primos ímpares possui a "propriedade de Vinogradov". Assim, todos os números ímpares suficientemente grandes possuem a "propriedade de Vinogradov".

Aquiles: Muito bem – mas o que significa "suficientemente grande"?

Tartaruga: Significa que uma quantidade finita de números ímpares pode não possuir a propriedade de Vinogradov, mas há um número – denominemo-lo v – além do qual todos os números ímpares possuem a propriedade de Vinogradov. Mas Vinogradov não logrou dizer quão grande é v. Assim, v é, de certa forma, como g, o número finito, mas desconhecido das "Variações Goldberg". Saber, simplesmente, que v é finito não é o mesmo que saber quão grande é v. Conseqüentemente, essa informação não nos dirá quando foi encontrado o último número ímpar que requer mais de três primos para representá-lo.

Aquiles: Compreendo. Portanto, qualquer número par 2N suficientemente grande pode ser representado como uma soma de QUATRO primos, primeiro representando-se 2N-3 como uma soma de três primos e, em seguida, adicionando-se de volta o número primo 3.

Tartaruga: Precisamente. Uma outra aproximação está contida no teorema que diz: "Todos os números pares podem ser representados como a soma de um primo e de um número que é produto de no máximo dois primos".

Aquiles: Essa questão sobre somas de dois primos certamente conduz a terrenos estranhos. Gostaria de saber para onde nos conduziria um exame das DIFERENÇAS de dois primos ímpares. Aposto que poderia trazer alguma compreensão a esse quebra-cabeça com uma tabelinha de números pares e suas representações como diferenças de dois primos ímpares, assim como fiz com as somas. Vejamos...

2 =	5 – 3,	7 – 5,	13 – 11,	19 – 17,	etc.
4 =	7 – 3,	11 – 7,	17 – 13,	23 – 19,	etc.
6 =	11 – 5,	13 – 7,	17 – 11,	19 – 13,	etc.
8 =	11 – 3,	13 – 5,	19 – 11,	31 – 23,	etc.
10 =	13 – 3,	17 – 7,	23 – 13,	29 – 19,	etc.

Meu Deus! Parece que o número de representações diferentes para esses números pares não tem fim. Contudo, não distingo qualquer regularidade na tabela, até agora.

Tartaruga: Talvez não haja regularidade a distinguir.

Aquiles: Ah, você e suas constantes elucubrações sobre o caos! Para mim basta, obrigado!

Tartaruga: Você supõe que CADA número par possa de alguma forma ser representado pela diferença entre dois primos ímpares?

Aquiles: A resposta certamente pareceria ser sim, de acordo com minha tabela. Todavia, suponho que também pudesse ser não. Realmente, isso não nos faz avançar muito, não é?

Tartaruga: Com todo o respeito, diria que há maneiras mais profundas de se analisar a matéria.

Aquiles: É curioso como esse problema é parecido com o original de Goldbach. Talvez devesse ser chamado de Variação Goldbach.

Tartaruga: Realmente. Mas, você sabe, existe uma diferença bastante evidente entre a Conjectura Goldbach e esta Variação Goldbach que eu gostaria de apontar. Digamos que um número par 2N possui a "propriedade Goldbach" se for a SOMA de dois primos ímpares, e que possui a "propriedade Tartaruga" se for a DIFERENÇA de dois primos ímpares.

Aquiles: Acho que você deveria denominá-la "propriedade Aquiles". Afinal, eu sugeri o problema.

Tartaruga: Eu ia propor que deveríamos dizer que um número ao qual FALTA a propriedade Tartaruga possui a "propriedade Aquiles".

Aquiles: Bom, está certo...

Tartaruga: Consideremos agora, por exemplo, se um trilhão possui a propriedade Goldbach ou a propriedade Tartaruga. Naturalmente, pode possuir as duas.

Aquiles: Posso considerá-lo, mas duvido que possa responder às duas questões.

Tartaruga: Não se dê por vencido assim tão depressa. Suponha que eu te peça para responder a uma ou outra. Qual você escolheria para tentar provar?

Aquiles: Acho que tiraria cara ou coroa. Não vejo muita diferença entre as duas.

Tartaruga: Ahá! Mas há uma diferença enorme! Se você escolher a propriedade Goldbach, envolvendo as SOMAS de números primos, então você estará limitado a usar os primos entre dois e um trilhão, certo?

Aquiles: É claro.

Tartaruga: Então, a sua busca de uma representação de um trilhão como a soma de dois primos tem um FIM GARANTIDO.

Aquiles: Ahhh! Compreendo onde você quer chegar. Se eu escolher provar a representação de um trilhão como a DIFERENÇA de dois primos, não terei limites quanto ao tamanho dos primos envolvidos. Eles poderão ser tão grandes que eu levaria um trilhão de anos para encontrá-los.

Tartaruga: Ou então, outra vez, talvez eles nem EXISTAM! Afinal, era essa a pergunta que estava sendo feita: tais primos existem? Não importava muito qual o tamanho que possam ter.

Aquiles: Você está certo. Se eles não existissem, então um processo de busca prosseguiria eternamente, nunca respondendo positiva ou negativamente. Não obstante, a resposta seria negativa.

Tartaruga: Assim, se você tem um número qualquer e deseja testar se ele possui a propriedade Goldbach ou a propriedade Tartaruga, a diferença entre os dois testes será esta: no primeiro, a busca envolvida tem FIM GARANTIDO; no segundo, ela é POTENCIALMENTE INTERMINÁVEL – não há garantias de qualquer tipo. Ela pode prosseguir tranqüilamente para sempre, sem fornecer uma resposta. Entretanto, poderá, por outro lado, interromper-se no primeiro passo, em alguns casos.

Aquiles: Noto que há uma diferença bastante vasta entre as propriedades Goldbach e Tartaruga.

Tartaruga: Sim, os dois problemas similares dizem respeito a essas propriedades enormemente diferentes. A Conjectura Goldbach existe na medida em que todos os números pares possuem a propriedade Goldbach; a Variação Goldbach sugere que todos os números pares possuem a propriedade Tartaruga. Ambos os problemas não estão resolvidos, mas o que é interessante é que, embora soem muito parecido, envolvem propriedades de números inteiros que são bastante distintas.

Aquiles: Percebo o que você quer dizer. A propriedade Goldbach é uma propriedade perceptível, ou reconhecível, de qualquer número par, uma vez que sei como testar sua presença – basta buscá-la. Automaticamente, a busca chegará ao fim com uma resposta positiva ou negativa. A propriedade Tartaruga, porém, é mais indefinível, uma vez que uma busca à força bruta talvez nunca forneça uma resposta.

Tartaruga: Bem, pode haver maneiras mais inteligentes de fazer essa busca no caso da propriedade Tartaruga, e talvez uma delas sempre chegue ao fim, fornecendo uma resposta.

Aquiles: A busca só poderia terminar se a resposta fosse positiva?

Tartaruga: Não necessariamente. Pode haver uma maneira de provar que, quando quer que a busca dure mais que um certo tempo, a resposta tem de ser negativa. Pode até mesmo haver alguma OUTRA maneira de buscar os primos, que não seja a força bruta e que garanta encontrá-los, se existirem, e de dizer se não existem. Em qualquer caso, uma busca finita poderia fornecer a resposta negativa. Mas não sei se tal coisa pode ser provada ou não. A busca por meio de espaços infinitos é sempre uma coisa complicada, você sabe.

Aquiles: Então, do jeito que as coisas estão agora, você não conhece nenhum teste para a propriedade Tartaruga que tenha fim garantido – entretanto, DEVE haver tal busca.

Tartaruga: Certo. Suponho que se poderia embarcar em uma busca de tal busca, mas não posso garantir que essa "metabusca" também tenha fim.

Aquiles: Sabe, acho bastante estranho que, se um número par – por exemplo, um trilhão – deixasse de possuir a propriedade Tartaruga, isso seria causado por um número infinito de pedaços separados de informação. Seria engraçado pensar em reunir toda essa informação em um grupo e denominá-la, como você sugeriu de forma galante, "a propriedade Aquiles" de

um trilhão. Ela é, realmente, uma propriedade do sistema de números como um TODO, não apenas do número um trilhão.

Tartaruga: Essa observação é interessante, Aquiles, mas, não obstante, sustento que faz um bocado de sentido ligar esse fato ao número um trilhão. Para ilustrar, permita-me sugerir que considere a afirmação mais simples "29 é primo". Ora, de fato, essa afirmação significa realmente que 2 vezes 2 não é 29, e 5 vezes 6 não é 29, e assim por diante, não é?

Aquiles: Deve ser, suponho.

Tartaruga: Mas você fica perfeitamente contente ao reunir tais fatos em um grupo e ligá-los ao número 29, dizendo apenas que "29 é primo"?

Aquiles: Sim...

Tartaruga: E o número de fatos envolvidos é, na verdade, infinito, não é? Afinal, fatos tais como "4444 vezes 3333 não é 29" são todos parte disso, não são?

Aquiles: Estritamente falando, suponho que sim. Mas tanto você como eu sabemos que não se pode produzir 29 pela multiplicação de dois números que são ambos maiores que 29. Assim, na realidade, dizer que "29 é primo" é apenas resumir um número FINITO de fatos sobre multiplicação.

Tartaruga: Você pode colocar as coisas dessa maneira, se quiser, mas pense nisto: o fato de que dois números maiores que 29 não podem ter um produto igual a 29 envolve toda a estrutura do sistema de números. Nesse sentido, esse fato por si é um resumo de um número infinito de fatos. Você não pode escapar, Aquiles, do fato de que quando você diz "29 é primo", você está, na verdade, afirmando um número infinito de coisas.

Aquiles: Talvez sim, mas a mim me parece apenas um fato.

Tartaruga: Isso porque uma infinidade de fatos está contida em seu conhecimento anterior – eles estão encerrados implicitamente na maneira que você visualiza as coisas. Você não vê um infinito explícito porque está capturado implicitamente dentro das imagens que você manipula.

Aquiles: Acho que você tem razão. Ainda assim, parece estranho reunir uma propriedade de todo o sistema de números em uma unidade e rotular essa unidade como "condição de número primo de 29".

Tartaruga: Talvez pareça estranho, mas é também uma maneira bastante conveniente de ver as coisas. Retornemos à sua idéia hipotética. Se, conforme você sugeriu, o número um trilhão possui a propriedade Aquiles, então não importa que primo você adicione a ele, você não obtém outro primo. Tal estado de coisas seria causado por um número infinito de "eventos" matemáticos separados. Ora, todos esses "eventos" derivam da mesma fonte? Têm eles uma causa comum? Porque se não têm, então algum tipo de "coincidência infinita" criou o fato, ao invés de uma regularidade subjacente.

Aquiles: Uma "coincidência infinita"? Entre os números naturais, NADA é coincidente – nada acontece sem que haja algum padrão subjacente. Tomemos o número 7, por exemplo, em vez de um trilhão. Posso lidar com ele mais facilmente, por ser menor. 7 possui a propriedade Aquiles.

Tartaruga: Você tem certeza?

Aquiles: Sim. Veja só por que: se você adiciona 2, você obtém 9, que não é primo. E se você adiciona qualquer outro primo a 7, você está somando dois números ímpares, que resultam em um número par – assim, novamente você não logra obter um primo. Então, a "aquilenidade" de 7, para criar um termo, é uma conseqüência de apenas DUAS razões: uma grande distância de qualquer "coincidência infinita". O que simplesmente irá apoiar minha assertiva: nunca é preciso um número infinito de razões para explicar alguma verdade aritmética. Se HOUVESSE um fato aritmético que fosse causado por um conjunto infinito de coincidências não relacionadas, então você nunca poderia dar uma prova finita daquela verdade. E isso é ridículo.

Tartaruga: Essa é uma opinião razoável, e você está em boa companhia ao emiti-la. Todavia...



FIGURA 71. Order and chaos (Ordem e caos), *por M. C. Escher (litografia, 1950)*

Aquiles: Existe alguém que discorde desse ponto de vista? Tais pessoas teriam de crer que há "coincidências infinitas", que há caos em meio a mais perfeita, harmoniosa e bela de todas as criações: o sistema de números naturais.

Tartaruga: Talvez creiam; mas você já considerou que tal caos pode ser uma parte integral da beleza e da harmonia?

Aquiles: Caos, parte da perfeição? Ordem e caos compondo uma unidade agradável? Heresia!

Tartaruga: Seu artista favorito, M. C. Escher, sugeriu tal ponto de vista herético em um de seus quadros... E enquanto abordamos o assunto caos, creio que você terá interesse em ouvir a respeito de duas categorias diferentes de busca, ambas com fim garantido.

Aquiles: Certamente.

Tartaruga: O primeiro tipo de busca – o não-caótico – é exemplificado pelo teste envolvido na constatação da propriedade Goldbach. Você examina apenas os primos menores que 2N, e se algum par somar-se a 2N, então 2N possui a propriedade Goldbach; de outra forma, não a possui. Esse tipo de teste não é somente certo que termina, mas também você pode prever QUANDO terminará.

Aquiles: Então é um teste PREVISIVELMENTE TERMINÁVEL. Você vai me dizer que a verificação de propriedades da Teoria dos Números envolve testes que têm terminação garantida, mas que não há meio de saber de antemão o seu tempo de duração?

Tartaruga: Quão profético você é, Aquiles. E a existência de tais testes demonstra que existe um caos intrínseco, em certo sentido, no sistema de números naturais.

Aquiles: Bem, nesse caso, eu teria de dizer que as pessoas realmente não sabem o bastante sobre o teste. Se pesquisassem um pouco mais, poderiam descobrir, no máximo antes de seu término, quanto tempo durará. Afinal, deve sempre haver alguma coerência de padrões entre números inteiros. Não pode haver só padrões caóticos que desafiam a previsão!

Tartaruga: Posso compreender sua fé intuitiva, Aquiles. Todavia, ela não é sempre justificada. Naturalmente, em muitos casos você está correto – só porque alguém não sabe uma coisa não se pode concluir que ela seja desconhecível! Mas há certas propriedades de números inteiros para as quais se pode provar a existência de testes de terminação e, ainda assim, sobre os quais pode também ser PROVADO que não há meio de se prever de antemão quanto tempo durarão.

Aquiles: Custa-me acreditar nisso. Soa-me como se o próprio diabo tivesse conseguido esgueirar-se e meter o rabo no belo domínio de Deus dos números naturais!

Tartaruga: Talvez o conforte saber que não é, de modo algum, fácil, ou natural, definir uma propriedade para a qual há um teste terminável, mas não um PREVISIVELMENTE terminável. As propriedades mais "naturais" dos

números inteiros realmente admitem os testes previsivelmente termináveis. Por exemplo, a condição de primo, de quadrado, de ser uma potência de dez, e assim por diante.

Aquiles: Sim. Percebo que aquelas propriedades são simples de testar. Você me dirá uma propriedade para a qual o único teste possível é terminável, mas não previsível?

Tartaruga: Isso é muito complicado para mim, em meu estado de sonolência. Em vez disso, deixe-me mostrar-lhe uma propriedade que é muito fácil de definir e para a qual, entretanto, não há teste terminável conhecido. Não estou dizendo que nunca será descoberto, veja bem – apenas que nenhum é conhecido. Você começa com um número – pode escolher um?

Aquiles: Que tal 15?

Tartaruga: Excelente escolha. Começamos com o seu número e, se for ÍMPAR, nós o triplicamos e adicionamos um. Se for PAR, nós o dividimos à metade. Em seguida, repetimos o processo. Denominemos o número que eventualmente chegar a um desta forma um número ASSOMBROSO, e o número que não atingir esse resultado um número DESASSOMBROSO.

Aquiles: 15 é assombroso ou desassombroso? Vejamos:

15	é	ÍMPAR,	então	$3n + 1$:	46
46	é	PAR,	então	a metade:	23
23	é	ÍMPAR,	então	$3n + 1$:	70
70	é	PAR,	então	a metade:	35
35	é	ÍMPAR,	então	$3n + 1$:	106
106	é	PAR,	então	a metade:	53
53	é	ÍMPAR,	então	$3n + 1$:	160
160	é	PAR,	então	a metade:	80
80	é	PAR,	então	a metade:	40
40	é	PAR,	então	a metade:	20
20	é	PAR,	então	a metade:	10
10	é	PAR,	então	a metade:	5
5	é	ÍMPAR,	então	$3n + 1$:	16
16	é	PAR,	então	a metade:	8
8	é	PAR,	então	a metade:	4
4	é	PAR,	então	a metade:	2
2	é	PAR,	então	a metade:	1

Puxa! É uma jornada bem sinuosa, de 15 até 1. Mas finalmente cheguei. Isso mostra que 15 possui a propriedade de ser assombroso. Gostaria de saber que números são DESassombrosos...

Tartaruga: Você notou como os números oscilaram para cima e para baixo, nesse processo de definição simples?

Aquiles: Sim. Fiquei particularmente surpreso, após treze vezes, de encontrar-me no 16, apenas uma unidade maior que 15, o número com que iniciei.

De certa forma, estava quase de volta ao começo – entretanto, por outro lado, não estava nem próximo de onde comecei. Além disso, achei bastante curioso ter de ir tão alto quanto a 160 para resolver a questão. Gostaria de saber por quê.

Tartaruga: Sim. Existe um "céu" infinito para o qual você pode partir, e é muito difícil saber de antemão quão alto você irá. Com efeito, é bem plausível que você possa subir cada vez mais, e nunca descer.

Aquiles: É mesmo? Acho que isso é viável – mas que coincidência esquisita seria necessária! Você teria de obter um número ímpar após outro, com apenas uns poucos pares aqui e ali. Duvido que isso possa ocorrer – mas não posso ter certeza.

Tartaruga: Por que você não experimenta começar com 27? Veja bem, não prometo coisa alguma. Mas tente, uma hora dessas, só para sua diversão. E aconselharia utilizar uma folha de papel bem grande.

Aquiles: Hmm... Parece interessante. Sabe, ainda me sinto esquisito ao associar a "assombrosidade" (ou "desassombrosidade") com o número inicial, quando ela é tão obviamente uma propriedade de todo o sistema de números.

Tartaruga: Entendo o que você quer dizer, mas não é tão diferente de dizer que "29 é primo", ou que "ouro é valioso" – ambas as afirmações atribuem a uma única entidade uma propriedade que ela possui apenas pelo fato de estar inserida em um contexto particular.

Aquiles: Suponho que você esteja certo. Esse problema de "assombrosidade" é assombrosamente complicado, pela maneira com que os números oscilam – ora aumentando, ora diminuindo. O padrão DEVE ser regular; ainda assim, na superfície parece bastante caótico. Portanto, posso bem imaginar por que, até o momento, ninguém conhece um teste para a propriedade de assombrosidade que tenha término garantido.

Tartaruga: Por falar em processos de terminação e de não-terminação e naqueles que pairam entre os dois, lembrei-me de um amigo meu, um autor, que está escrevendo um livro.

Aquiles: Oh, que interessante! Qual é o título?

Tartaruga: Cobre, prata, ouro: uma liga metálica indestrutível. Não soa interessante?

Aquiles: Francamente, estou um pouco confuso com o título. Afinal, o que cobre, prata e ouro têm a ver uns com os outros?

Tartaruga: Parece-me claro.

Aquiles: Ora, se o título fosse, digamos, *Girafas, prata, ouro*, ou *Cobre, elefantes, ouro*, bem, aí eu entenderia...

Tartaruga: Talvez você preferisse *Cobre, prata, babuínos*?

Aquiles: Oh, absolutamente! Mas aquele título original é um fracasso. Ninguém o compreenderia.

Tartaruga: Direi a meu amigo. Ele ficará encantado com um título mais atraente (como também seu editor).

Aquiles: Fico contente. Mas por que você se lembrou desse livro durante nossa discussão?

Tartaruga: Ah, sim. Veja só, nesse livro haverá um diálogo em que ele quer iludir os leitores fazendo-os BUSCAR o final.

Aquiles: Que coisa engraçada para se querer fazer. Como é que é feita?

Tartaruga: Sem dúvida, você percebeu como alguns autores passam por tanta dificuldade para construir grande tensão poucas páginas antes do fim de suas histórias – mas um leitor que está segurando o livro fisicamente em suas mãos pode SENTIR que a história está por terminar. Por conseguinte, ele possui algumas informações adicionais que atuam, de certa maneira, como um aviso antecipado. A tensão é um pouco estragada por esse motivo. Seria tão melhor se, por exemplo, houvesse um bocado de enchimento no fim dos romances.

Aquiles: Enchimento?

Tartaruga: Sim. O que eu quero dizer é o seguinte: uma porção de páginas impressas adicionais que não são parte da história particular, mas que servem para esconder a localização exata do final a partir de um exame superficial, ou da sensação física do livro.

Aquiles: Entendo. Assim, o final real de uma história pode ocorrer, digamos, cinqüenta ou cem páginas antes do final físico do livro?

Tartaruga: Sim. Isso forneceria um elemento de surpresa, porque o leitor não saberia de antemão quantas páginas seriam enchimento e quantas seriam história.

Aquiles: Se isso fosse uma prática comum, poderia ser bastante eficaz. Mas há um problema. Suponha que o enchimento seja muito óbvio – tal como uma porção de páginas em branco, ou de páginas impressas com X, ou com letras aleatórias. Aí, seria o mesmo que nada.

Tartaruga: Admito-o. Você teria de fazer com que parecessem páginas impressas normais.

Aquiles: Mas mesmo o exame superficial de uma página normal de uma história será em geral suficiente para distingui-la de outra história. Assim, você terá de fazer com que o enchimento se assemelhe bastante à história original.

Tartaruga: É verdade. A maneira que eu sempre imaginei é esta: você termina a história; então, sem interrupção, você prossegue com alguma coisa que parece uma continuação, mas que é, na realidade, apenas enchimento, e que é totalmente desligada do tema verdadeiro. O enchimento é, de certa forma, um "final pós-final". Pode conter idéias literárias alheias, com pouco a ver com o tema original.

Aquiles: Que sorrateiro! Mas então o problema será que você não ficará sabendo quando o verdadeiro final chegar. Combinar-se-á com o enchimento.

Tartaruga: Essa é a conclusão a que eu e meu amigo chegamos, também. É uma pena, pois achei a idéia bem atraente.

Aquiles: Ei, tenho uma sugestão. A transição entre a história genuína e o material de enchimento poderia ser feita de tal modo que, por meio de uma

inspeção suficientemente assídua do texto, um leitor inteligente poderia detectar o ponto em que uma termina e a outra se inicia. Talvez isso demore. Talvez não haja meio de prever quanto tempo demorará... Mas o editor poderia dar uma garantia de que uma busca suficientemente assídua do fim verdadeiro sempre chegaria a seu término, mesmo que ele não possa dizer quanto tempo o leitor levaria para terminar o teste.

Tartaruga: Muito bem – mas o que significa "suficientemente assídua"?

Aquiles: Significa que o leitor tem de estar de olho em alguma característica pequena, mas indicadora do texto, que venha a ocorrer em algum ponto. Isso assinalaria o final. E ele terá de ser bastante engenhoso para descobrir e buscar muitas dessas características, até encontrar a correta.

Tartaruga: Assim como uma mudança brusca na freqüência das letras, ou no comprimento das palavras? Ou uma torrente de erros gramaticais?

Aquiles: Possivelmente. Ou uma espécie de mensagem escondida poderia revelar o verdadeiro final a um leitor suficientemente assíduo. Quem sabe? Poder-se-ia até mesmo acrescentar algumas personagens ou eventos estranhos, inconsistentes com o espírito da história precedente. Um leitor ingênuo engoliria tudo, enquanto um leitor sofisticado seria capaz de reconhecer com exatidão a linha divisória.

Tartaruga: É uma idéia muito original, Aquiles. Vou transmiti-la a meu amigo, e talvez ele possa incorporá-la em seu diálogo.

Aquiles: Eu ficaria altamente honrado.

Tartaruga: Bem, temo estar começando a ficar meio grogue, Aquiles. Acho melhor ir embora, enquanto ainda sou capaz de chegar a casa.

Aquiles: Fico muito lisonjeado com o fato de você ter permanecido acordado por tanto tempo, e até uma hora adiantada da noite, apenas para meu benefício. Asseguro-o de que o seu entretenimento número-teorético foi um antídoto perfeito para o meu incômodo. E quem sabe – talvez eu seja até capaz de dormir esta noite. Como prova de minha gratidão, Sr. T, gostaria de presenteá-lo com algo especial.

Tartaruga: Oh, não seja tolo, Aquiles.

Aquiles: O prazer é meu, Sr. T. Vá até aquele armário; nele encontrará uma caixa asiática.

(A Tartaruga molenga até o armário de Aquiles.)

Tartaruga: Você não quer dizer esta caixa asiática de ouro mesmo, não é?

Aquiles: É essa mesmo. Por favor, aceite-a, Sr. T, com meus cumprimentos mais calorosos.

Tartaruga: Muito obrigado mesmo, Aquiles. Hmm... Por que estão gravados todos esses nomes de matemáticos em sua tampa? Que lista curiosa:

D e M o r g a n
A **b** e l

B o **o** l e
B r o **u** w e r
S i e r **p** i n s k i
W e i e r **s** t r a s s

Aquiles: Acho que deve ser uma Lista Completa de Todos os Grandes Matemáticos. O que não consegui descobrir é por que as letras descendo na diagonal estão em negrito.
Tartaruga: Embaixo está escrito, "Subtraia 1 da diagonal para encontrar Bach em Leipzig".
Aquiles: Também vi isso, mas não consegui entender seu sentido. Ei, que tal uma dose de um uísque para decantar o problema? Tenho algum naquela garrafa, no meu armário.
Tartaruga: Não, obrigado. Estou muito cansado. Vou para casa. (Casualmente, abre a caixa.) Epa, espere um momento, Aquiles – há cem luíses de ouro aqui dentro!
Aquiles: Ficaria muito contente se os aceitasse, Sr. T.
Tartaruga: Mas... mas...
Aquiles: Nada de objeções, agora. A caixa, o ouro – são seus. E obrigado por uma noite sem par.
Tartaruga: Ora, Aquiles, que ótimo anfitrião você é! Bem, muito obrigado por sua admirável generosidade, espero que tenha bons sonhos com aquela estranhíssima Conjectura Goldbach e sua Variação. Boa noite.

(Apanha a própria caixa asiática de ouro, contendo cem luíses de ouro, e dirige-se à porta. Quando está para sair, há uma forte batida na porta.)

Quem poderia ser a esta hora atroz, Aquiles?
Aquiles: Não faço a mais vaga idéia. Parece-me suspeito. Por que você não se esconde atrás do armário, caso ocorra algo esquisito.
Tartaruga: Boa idéia. *(Engatinha para trás do armário.)*
Aquiles: Quem está aí?
Voz: Abra a porta – é a polícia.
Aquiles: Entre, está aberta.

(Dois corpulentos policiais portugueses entram, usando distintivos brilhantes.)

Policial: Sou Cabral, este é P'ralta. Isto é ouro. *(Aponta para seu distintivo.)* Há um tal de Aquiles neste endereço?
Aquiles: Sou eu!
Policial: Bem, Aquiles, temos razões para crer que há uma caixa asiática de ouro aqui, contendo cem luíses de ouro. Alguém a surrupiou do museu esta tarde.

Aquiles: Céus!
Policial: Se estiver aqui, Aquiles, e uma vez que você seria o único suspeito possível, lamento dizer que terei de detê-lo. Tenho aqui um mandado de busca...
Aquiles: Oh, senhores, como estou contente por terem chegado! Durante toda a noite fui aterrorizado pelo Sr. Tartaruga e suas conjecturas com variações diversas da origem de sua caixa asiática de ouro. Agora os senhores finalmente vieram libertar-me! Por favor, senhores, dêem uma olhada atrás do armário e encontrarão o culpado de tal golpe baixo!

(Os policiais olham atrás do armário e espreitam a Tartaruga atrás dele, segurando sua caixa asiática de ouro, e tremendo.)

Policial: Lá está! Então o Sr. Tartaruga é o canalha, não é? Nunca suspeitaria DELE. Mas foi apanhado em flagrante.
Aquiles: Puxem para fora o vilão, amáveis senhores! Graças a Deus, é a última vez que terei de ouvir falar dele e de sua caixa asiática de ouro e suas Conjecturas com Variações Diversas com as quais quis dar-nos um Golpe Baixo.

CAPÍTULO XIII

VoD e VoL e VoM

Autoconsciência e caos

VoD, VoL e VoM não são uma trinca de duendes nem onomatopéias para os sons feitos por tiros de armas *laser* – são três linguagens de computador, cada uma com seu propósito especial. Essas linguagens foram inventadas especialmente para este capítulo. Serão úteis na explicação de alguns novos sentidos da palavra "recorrente" – em particular as noções de *recorrência primitiva* e *recorrência geral*. Provar-se-ão de grande auxílio no esclarecimento da maquinaria da auto-referência na TNT.

Parece que estamos fazendo uma transição um tanto abrupta de cérebros e mentes para tecnicalidades da matemática e da ciência da computação. Embora a transição seja, de certa maneira, abrupta, faz algum sentido. Acabamos de ver como um certo tipo de autoconsciência parece estar no cerne da consciência. Agora vamos investigar a "autoconsciência" em cenários mais formais, como a TNT. É enorme o abismo entre a TNT e uma mente, mas algumas das idéias serão muito esclarecedoras e talvez metaforicamente transportáveis de volta aos nossos pensamentos sobre a consciência.

Uma das coisas mais extraordinárias a respeito da autoconsciência da TNT é que ela está intimamente ligada a questões sobre ordem *versus* caos entre os números naturais. Em particular, veremos que um sistema ordenado de complexidade suficiente para se refletir não pode ser totalmente ordenado – tem de conter algumas características estranhas, caóticas. Para os leitores que possuem algo de Aquiles em si, isso será difícil de aceitar. Contudo, há uma compensação "mágica": há uma espécie de ordem na desordem, que agora é seu próprio campo de estudo, denominada "teoria da função recorrente". Infelizmente, não poderemos fazer muito mais do que aludir ao fascínio desse assunto.

Representabilidade e refrigeradores

Expressões como "suficientemente complexo", "suficientemente poderoso" e similares apareceram com bastante freqüência anteriormente. O que significam? Retornemos à batalha do Caranguejo e da Tartaruga e indaguemos: "O que qualifica algo como um toca-discos?" O Caranguejo pode afirmar que seu refrigerador é um toca-discos "perfeito". Para prová-lo, poderia colocar um disco qualquer em cima do refrigerador e dizer: "Veja só – está tocando!" A Tartaruga, se quisesse contrariar esse ato zen característico, teria de responder: "Não

– seu refrigerador é de fidelidade baixa demais para ser considerado um fonógrafo: não pode reproduzir som algum (sem se levar em conta seu som de autointerrupção)". A Tartaruga só pode fazer um disco denominado "Não posso ser tocado no toca-discos X" desde que o toca-discos X seja realmente um toca-discos! O método da Tartaruga é bem manhoso, uma vez que funciona com base na força, e não na fraqueza, do sistema. E, portanto, exige toca-discos de "suficiente alta-fidelidade".

O mesmo se aplica às versões formais da Teoria dos Números. A razão pela qual a TNT é uma formalização de N é que seus símbolos atuam da maneira correta: isto é, seus teoremas não são silenciosos como um refrigerador – dizem verdades reais de N. Naturalmente, o mesmo ocorre com os teoremas do sistema mg. É ele também considerado como "uma formalização da Teoria dos Números", ou é mais como um refrigerador? Bem, é um pouco melhor que um refrigerador, mas, ainda assim, bastante fraco. O sistema mg não inclui um número suficiente das verdades centrais de N para ser considerado como "uma Teoria dos Números".

O que são, então, essas "verdades centrais" de N? São as *verdades recorrentes primitivas*; isto é, envolvem apenas cálculos *de terminação previsível*. Essas verdades centrais servem para N assim como os quatro primeiros postulados de Euclides serviram para a geometria: permitem que se disponha de certos candidatos antes do início do jogo, sob a alegação de "poder insuficiente". A partir daí, a *representabilidade de todas as verdades recorrentes primitivas* será o critério para denominar um sistema de "suficientemente poderoso".

O machado de Ganto na metamatemática

A importância da noção é mostrada pelo fato-chave seguinte: se você tem uma formalização suficientemente poderosa da Teoria dos Números, então o método de Gödel é aplicável, e, conseqüentemente, seu sistema é *incompleto*. Se, por outro lado, o seu sistema *não* é suficientemente poderoso (isto é, nem todas as verdades recorrentes primitivas são teoremas), então o seu sistema é, precisamente em virtude dessa falta, *incompleto*. Aqui temos uma reformulação do "machado de Ganto" na metamatemática: não importa o que o sistema faça, o machado de Gödel fará rolar sua cabeça! Observe também como isso equivale completamente à luta de alta-fidelidade *versus* baixa-fidelidade em *Contracrostiponto*.

Na verdade, ocorre que os sistemas muito mais fracos são também vulneráveis ao método de Gödel; o critério segundo o qual todas as verdades recorrentes primitivas precisam ser representadas como teoremas é demasiado rigoroso. É como um pequeno ladrão que rouba somente pessoas "suficientemente ricas" e cujo critério é que a vítima potencial teria de levar consigo pelo menos um milhão de dólares em espécie. No caso da TNT, felizmente, poderemos agir na condição de ladrões, pois o milhão em espécie ali está – o que vale dizer que a TNT contém, realmente, todas as verdades recorrentes primitivas como teoremas.

Ora, antes de mergulharmos em uma discussão abrangente de funções e predicados recorrentes primitivos, gostaria de ligar os temas deste capítulo aos temas de capítulos anteriores, a fim de produzir uma motivação um pouco maior.

A busca da ordem pela escolha do filtro correto

Observamos, em um estágio bem inicial, que os sistemas formais podem ser criaturas difíceis e ingovernáveis porque possuem regras de alongamento e de encurtamento que podem, possivelmente, conduzir a buscas infindáveis entre as seqüências. A descoberta da numeração de Gödel mostrou que qualquer busca de uma seqüência dotada de uma propriedade tipográfica especial tem um primo aritmético: uma busca isomórfica por um número inteiro com uma propriedade aritmética especial correspondente. Conseqüentemente, a busca de procedimentos decisórios para sistemas formais implica a solução do mistério das buscas imprevisivelmente longas – *caos* – entre os números inteiros. Ora, na *Ária com variações diversas* eu talvez tenha dado peso demais às manifestações aparentes do caos em problemas a respeito de números inteiros. Com efeito, há quem tenha domesticado exemplos mais selvagens de caos aparente do que o problema da "assombrosidade", descobrindo afinal se tratar de animais mais mansos. A poderosa fé de Aquiles na regularidade e na previsibilidade dos números merece, portanto, um bocado de respeito – especialmente porque reflete as crenças de quase todos os matemáticos, até a década de 1930. Para demonstrar por que ordem *versus* caos é um assunto tão sutil e significativo, e para conectá-lo a questões sobre a localização e a revelação do significado, gostaria de citar uma bela e memorável passagem de *São reais os quanta?* – um diálogo galileano de J. M. Jauch, recentemente falecido:

SALVIATI Suponha duas seqüências de números, tais como

7 8 5 3 9 8 1 6 3 3 9 7 4 4 8 3 0 9 6 1 5 6 6 0 8 4 ...

e

1, -1/3, +1/5, -1/7, +1/9, -1/11, +1/13, -1/15, ...

Se eu perguntasse, Simplício, qual é o próximo número da primeira seqüência, o que você diria?

SIMPLÍCIO Não poderia responder. Acho que é uma seqüência aleatória e que não segue nenhuma lei.

SALVIATI E a segunda seqüência?

SIMPLÍCIO Isso seria fácil. Tem de ser +1/17.

SALVIATI Certo. Mas o que você diria se eu dissesse que a primeira seqüência é também construída por uma lei, e que essa lei é, de fato, idêntica à que você acaba de descobrir para a segunda seqüência?

SIMPLÍCIO Isso não me parece provável.

SALVIATI Mas é, realmente, uma vez que a primeira seqüência é apenas o início da fração decimal [expansão] da soma da segunda. Seu valor é $\pi/4$.

SIMPLÍCIO Você é cheio dessas artimanhas matemáticas, mas não vejo o que isso tenha a ver com abstração e realidade.

SALVIATI É fácil ver a relação com a abstração. A primeira seqüência parece aleatória, a menos que se tenha desenvolvido, por meio de um processo de abstração, um tipo de filtro que vê uma estrutura simples por trás da aparente aleatoriedade.

É exatamente assim que as leis da natureza são descobertas. A natureza apresenta-nos um elenco de fenômenos que parecem aleatoriamente caóticos, em sua maioria, até que selecionamos alguns eventos significativos e abstraimo-nos de suas circunstâncias particulares, irrelevantes, para torná-los idealizados. Somente então eles poderão exibir sua estrutura real, em completo esplendor.

SAGREDO Essa idéia é maravilhosa! Sugere que, quando tentarmos compreender a natureza, devemos observar os fenômenos como se eles fossem *mensagens* a serem compreendidas. Com a advertência que cada mensagem parece ser aleatória até que estabeleçamos um código para lê-la. Esse código toma a forma de uma abstração, ou seja, decidimos ignorar certas coisas como irrelevantes, e assim selecionamos parcialmente o conteúdo da mensagem por meio de uma livre escolha. Esses sinais irrelevantes formam o "ruído de fundo", que limitará a nitidez de nossa mensagem.

Mas, uma vez que o código não é absoluto, pode haver diversas mensagens na mesma matéria-prima das informações, de modo que a mudança do código resultará em uma mensagem de significado igualmente profundo a partir de algo que era apenas um ruído anteriormente, e, no sentido *inverso*: em um novo código, uma mensagem anteriormente existente poderá deixar de ter significado.

Assim, um código pressupõe uma livre escolha entre aspectos diferentes, complementares, cada um deles com direito igual à *realidade*, se me for permitido utilizar esta palavra dúbia.

Alguns destes aspectos podem ser completamente desconhecidos de nós, mas podem revelar-se a um observador como um sistema diferente de abstrações.

Mas diga-me, Salviati, como podemos, então, ainda afirmar que *descobrimos* alguma coisa lá fora, no mundo objetivo, real? Isso não quer dizer que estamos simplesmente criando coisas de acordo com nossas próprias imagens e que a realidade existe somente dentro de nós?

SIMPLÍCIO Não creio que seja assim, necessariamente, mas essa é uma pergunta que requer reflexão mais profunda.[1]

Nesse texto, Jauch lida com mensagens que provêm não de um "ser consciente", mas da própria natureza. As questões levantadas no capítulo VI, a respeito da relação do significado com as mensagens, podem ser igualmente bem colocadas com respeito às mensagens da natureza. A natureza é caótica ou padronizada? E qual é o papel da inteligência na determinação da resposta a essa pergunta?

Afastando-nos da filosofia, porém, podemos considerar o ponto sobre a profunda regularidade de uma seqüência aparentemente aleatória. Pode a função Q(n), do capítulo V, ter também uma explicação simples, não recorrente?

Pode todo problema, assim como um pomar, ser visto de um ângulo tal que seu segredo seja revelado? Ou existem problemas na Teoria dos Números que, não importa de que ângulo sejam vistos, permanecem mistérios?

Com esse prólogo, creio que é tempo de ir adiante para definir o significado preciso do termo "busca previsivelmente longa". Isso será realizado em termos de linguagem VoD.

Passos iniciais da linguagem VoD

Nosso tópico serão as buscas de números naturais dotados de várias propriedades. Para falar sobre o *comprimento* de qualquer busca, teremos de definir alguns *passos* iniciais, em torno dos quais são construídas todas as buscas, de modo que o comprimento possa ser medido em termos de número de passos. Alguns passos que poderemos considerar como iniciais são:

somar quaisquer dois números naturais;
multiplicar quaisquer dois números naturais;
determinar se dois números são iguais;
determinar o maior (menor) de dois números.

Voltas e limites superiores

Se tentarmos formular um teste para determinar, digamos, a condição de inicial, em termos de tais passos, logo veremos que temos de incluir uma *estrutura de controle* – ou seja, descrições sobre a ordem em que as coisas devem ser feitas, sobre quando retornar ao ponto inicial e tentar outra coisa novamente, quando omitir um conjunto de passos, quando parar e outras similares.

É típico de qualquer *algoritmo* – ou seja, uma delineação específica de como levar a efeito uma tarefa – que ele inclua uma combinação de (1) operações específicas a serem desempenhadas e (2) afirmações de controle. Portanto, ao desenvolver nossa linguagem para a expressão de cálculos previsivelmente longos, teremos de incorporar também estruturas de controle inicial. Com efeito, a marca de distinção de VoD é seu conjunto limitado de estruturas de controle. Ele não permite que se retorne a passos arbitrários ou que se repitam grupos de passos sem limite; em VoD, a única estrutura de controle é, essencialmente, a *volta delimitada:* um conjunto de instruções que pode ser executado indefinidamente, até um número máximo predefinido de vezes, denominado *limite superior*, ou *teto,* da volta. Se o teto for 300, então o circuito poderá ser executado 0, 7 ou 300 vezes – mas não 301 vezes.

Ora, os valores exatos de todos os limites superiores de um programa não precisam ser definidos numericamente pelo programador – na verdade, até podem não ser conhecidos de antemão. Em vez disso, qualquer limite superior pode ser determinado por cálculos executados *antes* da entrada em sua volta. Por

exemplo, se se quiser calcular o valor de 2^{3^n}, haveria duas voltas. Em primeiro lugar, avalia-se 3^n, que envolve *n* multiplicações. A seguir eleva-se 2 a essa potência, que envolve 3^n multiplicações. Assim, o limite superior para a segunda volta é o resultado do cálculo da primeira volta.

A seguir demonstra-se como isso seria expresso em um programa VoD:

```
DEFINIR PROCEDIMENTO "DOIS-À-TERCEIRA-A"[N]:
BLOCO 0: INICIAR
        CÉLULA (0) ⇐ 1;
        VOLTA CÉLULA N VEZES:
        BLOCO 1: INICIAR
                CÉLULA (0) ⇐ 3 X CÉLULA (0);
        BLOCO 1: FIM;
        CÉLULA (1) ⇐ 1;
        VOLTA CÉLULA (0) VEZES:
        BLOCO 2: INICIAR
                CÉLULA (1) ⇐ 2 x CÉLULA (1);
        BLOCO 2: FIM;
        SAÍDA ⇐ CÉLULA (1);
BLOCO 0: FIM.
```

Convenções de VoD

Ora, a habilidade de olhar um algoritmo escrito em linguagem de computador e compreender sua função é adquirida. Contudo, espero que esse algoritmo seja simples bastante para fazer sentido sem necessidade de demasiado escrutínio. É definido um *procedimento*, com um *parâmetro de entrada,* N; sua *saída* é o valor desejado.

Essa definição de procedimento possui o que é denominado *estrutura de bloco*, que significa que certas porções suas devem ser consideradas como unidades, ou *blocos*. Todas as afirmações em um bloco são executadas como uma unidade. Cada bloco possui um número (sendo BLOCO 0 o mais exterior) e é delimitado por um INÍCIO e um FIM. Em nosso exemplo, BLOCO 1 e BLOCO 2 contêm apenas uma afirmação cada – mas serão vistos blocos mais longos dentro em pouco. Uma afirmação de VOLTA sempre significa executar repetidas vezes o bloco imediatamente sob ele. Conforme pôde ser visto acima, os blocos podem ser aninhados.

A estratégia do algoritmo anterior é análoga à que foi descrita anteriormente. Começa-se tomando uma variável auxiliar, denominada CÉLULA(0); inicialmente, ela é marcada em 1, e então, em uma volta, ela é multiplicada repetidamente por 3, até que isso tenha sido feito exatamente N vezes. Em seguida, faz-se o mesmo com a CÉLULA (1) – marca-se 1, multiplica-se por 2 exatamente CÉLULA (0) vezes, e então se termina. Finalmente, marca-se a SAÍDA para o

valor de CÉLULA (1). Esse é o valor devolvido ao mundo exterior – o único comportamento do procedimento que é visível externamente.

Devem-se fazer algumas observações aqui. Em primeiro lugar, o significado da seta à esquerda "⇐" é este:

> Avalie a expressão à sua direita; tome o resultado e marque a CÉLULA (ou SAÍDA) à esquerda daquele valor.

Dessa forma, o significado de um comando como a CÉLULA (1) ⇐ 3 X CÉLULA (1) é triplicar o valor armazenado na CÉLULA (1). Pode-se tomar cada CÉLULA como um termo separado na memória de um computador. A única diferença entre uma CÉLULA e um termo real é que este pode armazenar números inteiros somente até um limite finito, enquanto à CÉLULA é permitido armazenar qualquer número natural, sem distinção de limite.

Cada procedimento em VoD, quando acionado, produz um valor – a saber, o valor da variável denominada SAÍDA. No início da execução de qualquer procedimento, é tomado como opção padrão que a SAÍDA tem valor 0. Dessa maneira, mesmo que o procedimento nunca restabeleça a SAÍDA, a SAÍDA tem um valor bem definido todo o tempo.

Afirmações SE e retorno

Examinemos agora um outro procedimento que nos mostrará algumas outras características de VoD que lhe dão mais generalidade. Sabendo apenas como adicionar, como se encontra o valor de M – N? O artifício consiste em adicionar vários números a N, até que se obtenha um que produza M. Contudo, o que acontece se M é menor que N? E se se estiver buscando tirar 5 de 2? No domínio dos números naturais, não há resposta. Mas, de toda forma, espera-se que o procedimento VoD produza uma resposta – digamos que seja 0. Aqui, então, está um procedimento VoD que efetua subtração:

```
DEFINIR PROCEDIMENTO "MENOS" [M,N]:
BLOCO 0: INÍCIO
        SE M < N, ENTÃO:
        DEIXAR BLOCO 0;
        VOLTA NO MÁXIMO M + 1 VEZ:
        BLOCO 1: INÍCIO
                SE A SAÍDA + N = M, ENTÃO:
                INTERROMPER VOLTA 1;
                SAÍDA ⇐ SAÍDA + 1;
        BLOCO 1: FIM;
BLOCO 0: FIM.
```

Aqui, estamo-nos utilizando da característica implícita de que a SAÍDA começa em zero. Se M é menor que N, então a subtração é impossível, e simplesmente saltamos para o fundo do BLOCO 0 imediatamente, e a resposta é zero. Esse é o significado da linha DEIXAR BLOCO 0. Mas, se M não é menor que N, então ignoramos aquela afirmação DEIXAR e executamos o próximo comando na seqüência (nesse caso, uma afirmação de VOLTA). É assim que as afirmações SE sempre operam em VoD.

Assim, entramos na VOLTA 1, assim denominada porque o bloco que nos diz para repetir é o BLOCO 1. Tentamos adicionar 0 a N, depois 1, 2, etc., até que encontremos um número que produza M. Nesse ponto, INTERROMPEMOS a volta em que estamos, o que significa que saltamos para a afirmação imediatamente após o FIM que marca o fundo do bloco da volta. Nesse caso, esse salto nos coloca abaixo de BLOCO 1: FIM, o que quer dizer à última afirmação do algoritmo, e assim terminamos. A SAÍDA contém agora a resposta correta.

Observa-se que há duas instruções distintas para saltar para baixo: DEIXAR e INTERROMPER. A primeira diz respeito aos blocos, a segunda às voltas. DEIXAR BLOCO *n* significa saltar para a última linha do BLOCO *n*, enquanto que INTERROMPER VOLTA *n* significa saltar para abaixo da última linha do BLOCO *n*. Essa distinção só é importante quando se está dentro de uma volta e se deseja continuar no processo, mas abandonando-se o bloco por sua vez. Então, pode-se dizer DEIXAR, e ocorrerá o que for apropriado.

Observe-se também que as palavras NO MÁXIMO agora precedem o limite superior da volta, como aviso de que esta poderá ser interrompida antes de ser alcançado o limite superior.

Agrupamento automático

Agora, há duas últimas características de VoD para explicar, ambas importantes. A primeira é que, uma vez *definido* um procedimento, este poderá ser *chamado* para dentro de definições de procedimentos posteriores. O efeito disso é que *uma vez definida uma operação em um procedimento, ela é considerada tão simples quanto um passo inicial.* Assim, VoD possui agrupamento automático. Pode-se compará-lo à maneira como um patinador no gelo adquire novos movimentos: não os definindo como longas seqüências de ações musculares iniciais, mas em termos de movimentos aprendidos anteriormente, que foram, em si, aprendidos como componentes de movimentos aprendidos anteriormente, etc. – e a capacidade de aninhamento, ou de agrupamento, pode voltar muitas camadas, até serem atingidas as ações musculares iniciais. E assim o repertório dos programas VoD, como os artifícios de um patinador, cresce, literalmente, aos saltos.

Testes VoD

A outra característica de VoD é que certos procedimentos podem ter SIM ou NÃO em suas saídas, em vez de um valor inteiro. Tais procedimentos são *testes*, e não *funções*. Para indicar a diferença, o nome de um teste tem de terminar com um ponto de interrogação. Igualmente, em um teste, a opção padrão para SAÍDA não é 0, naturalmente, mas NÃO.

Vejamos um exemplo dessas duas últimas características de VoD em um algoritmo que testa seu argumento sobre a condição de um número primo:

```
DEFINIR PROCEDIMENTO "PRIMO?" [N]:
BLOCO 0: INÍCIO
        SE N = 0, ENTÃO:
        DEIXAR O BLOCO 0;
        CÉLULA (0) ⇐ 2;
        VOLTA NO MÁXIMO MENOS [N,2] VEZES:
        BLOCO 1: INÍCIO
                SE O RESTANTE [N, CÉLULA (0)] = 0,
                ENTÃO DEIXAR O BLOCO 0;
                CÉLULA (0) ⇐ CÉLULA (0) + 1;
        BLOCO 1: FIM;
        SAÍDA ⇐ SIM;
BLOCO 0: FIM.
```

Observe-se que chamei dois procedimentos dentro deste algoritmo: MENOS e RESTANTE. (Presume-se que este último tenha sido definido anteriormente, e você poderá trabalhar nessa definição por si mesmo.) Ora, esse teste sobre a condição de número primo funciona experimentando-se fatores potenciais de N um a um, começando por 2 e aumentando para um máximo de N – 1. No caso de algum deles dividir N exatamente (isto é, produzir o restante 0), então saltamos para o fundo, e uma vez que a SAÍDA ainda possui sua opção padrão nesse estágio, a resposta é NÃO. N sobreviverá à VOLTA 1 por inteiro somente se não tiver divisores exatos; então chegaremos suavemente à afirmação SAÍDA ⇐ SIM, que será executada, e então o procedimento terminará.

Os programas VoD contêm cadeias de procedimentos

Já vimos como definir procedimentos em VoD; todavia, uma definição de procedimento é apenas parte de um programa. Um *programa* consiste em uma *cadeia de definições de procedimento* (cada uma chamando procedimentos definidos anteriormente), seguida opcionalmente de uma ou mais *chamadas* aos procedimentos definidos. Assim, um exemplo de um programa VoD integral seria a definição do procedimento DOIS-À-TERCEIRA-À, seguido da *chamada:*

DOIS-À-TERCEIRA-À [2]

que produziria uma resposta de 512.

Se há somente uma cadeia de definições de procedimentos, então nada pode ser executado; eles estão apenas aguardando alguma chamada, com valores numéricos específicos, que os ponha em movimento. É como uma máquina de moer carne à espera de carne para moer – ou melhor, uma *cadeia* de moedores de carne ligados uns aos outros, cada um dos quais é alimentado pelos anteriores... No caso dos moedores de carne, a imagem talvez seja pouco saborosa; contudo, no caso dos programas VoD, tal construção é bastante importante, e iremos denominá-la "programa sem chamada". Essa noção é ilustrada pela figura 72.

Ora, VoD é nossa linguagem para definir cálculos de fim previsível. O nome padrão para as *funções* que são computáveis por VoD é *funções recorrentes primitivas*; e o nome padrão para as *propriedades* que podem ser detectadas pelos testes VoD é *predicados recorrentes primitivos*. Assim, a função 2^{3^n} é uma função recorrente primitiva; e a afirmação "*n* é um número primo" é um predicado recorrente primitivo.

Intuitivamente, está claro que a propriedade Goldbach é recorrente primitiva, e, para tornar isso mais explícito, aqui está uma definição de procedimento em VoD, mostrando como testar sua presença ou ausência:

```
DEFINIR PROCEDIMENTO "GOLDBACH?" [N];
BLOCO 0: INÍCIO
        CÉLULA (0) ⇐ 2;
        VOLTA NO MÁXIMO N VEZES:
        BLOCO 1: INÍCIO
                SE {PRIMO? [CÉLULA (0)]
                E PRIMO? [MENOS [N, CÉLULA (0)]]}, ENTÃO:
                BLOCO 2: INÍCIO
                        SAÍDA ⇐ SIM;
                        DEIXAR BLOCO 0;
                BLOCO 2: FIM
                CÉLULA (0) ⇐ CÉLULA (0) + 1;
        BLOCO 1: FIM;
BLOCO 0: FIM.
```

Como de hábito, presumimos NÃO até que seja provado SIM, e efetuamos uma busca forte entre os pares de números que, somados, produzem N. Se ambos são primos, deixamos o bloco mais exterior; de outra forma, retornamos, simplesmente, e tentamos outra vez, até que todas as possibilidades sejam exauridas.

(Aviso: o fato de que a propriedade Goldbach é recorrente primitiva não torna a pergunta "Todos os números possuem a propriedade Goldbach?" uma pergunta simples – longe disso!)

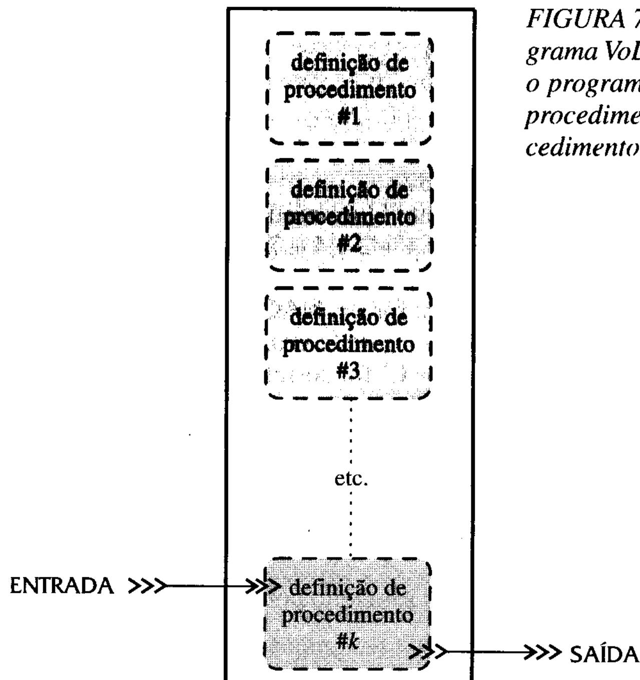


FIGURA 72. A estrutura de um programa VoD sem-chamada. Para que o programa seja autocontido, cada procedimento só pode chamar procedimentos definidos acima dele

Exercícios sugeridos

Poderia você escrever um procedimento VoD similar, que teste a presença ou ausência da propriedade Tartaruga (ou a propriedade Aquiles)? Se sim, faça-o. Se não, é apenas porque você desconhece os limites superiores, ou será que há um obstáculo fundamental que impeça a formulação de tal algoritmo em VoD? E quanto às mesmas perguntas com relação à propriedade da assombrosidade, definida no diálogo?

A seguir, enumero algumas funções e propriedades, e você terá de determinar, com paciência, se acredita que sejam recorrentes primitivas (programáveis em VoD) ou não. Isso significa que você tem de considerar cuidadosamente que tipos de operações serão envolvidas nos cálculos que elas requerem e se os tetos podem ser dados para todas as voltas envolvidas.

FATORIAL [N] = N! (fatorial de N)
(exemplo: FATORIAL [4] = 24)
RESTANTE [M,N] = o restante da divisão de M por N
(exemplo: RESTANTE [24, 7] = 3)
DÍGITO PI [N] = o enésimo dígito de π, após o ponto decimal
(exemplo: DÍGITO PI [1] = 1,

DÍGITO PI [2] = 4,
DÍGITO PI [1000000] = 1)
FIBO [N] = o enésimo número Fibonacci
(exemplo: FIBO [9] = 34)
PRIMO ALÉM DE [N] = o primo mais baixo além de N
(exemplo: PRIMO ALÉM DE [33] = 37)
N PERFEITO = o enésimo número "perfeito" (um número como 28, cujos divisores somados produzem o próprio: 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14)
(exemplo: [2] PERFEITO = 28)
N PRIMO? = SIM, se N é primo; de outra forma, NÃO.
[N] PERFEITO? = SIM, se N é perfeito; de outra forma, NÃO.
TRIVIAL? [A; B, C, N] = SIM, se $A^N + B^N = C^N$ for correto; de outra forma, NÃO.
(exemplo: TRIVIAL? [3, 4, 5, 2] = SIM,
TRIVIAL? [3, 4, 5, 3] = NÃO)
PIERRE? [A, B, C] = SIM, se $A^N + B^N = C^N$ for satisfatório para algum valor de N maior que 1, de outra forma, NÃO.
(exemplo: PIERRE? [3, 4, 5] = SIM,
PIERRE? [1, 2, 3] = NÃO)
FERMAT? [N] = SIM, se $A^N + B^N = C^N$ for satisfeito por alguns valores positivos de A, B, C; de outra forma, NÃO.
(exemplo: FERMAT? [2] = SIM)
PAR TARTARUGA? [M,N] = SIM, se M e M + N forem primos; de outra forma, NÃO.
(exemplo: PAR TARTARUGA? [5, 1742] = SIM,
PAR TARTARUGA? [5, 100] = NÃO)
TARTARUGA? [N] = SIM, se N for a diferença de dois primos; de outra forma, NÃO.
(exemplo: TARTARUGA? [1742] = SIM,
TARTARUGA? [7] = NÃO)
MIU BEM FORMADO? [N] = SIM, se N, quando visto como uma série do sistema MIU, for bem formado; de outra forma, NÃO.
(exemplo: MIU BEM FORMADO? [310] = SIM,
MIU BEM FORMADO? [415] = NÃO)
PAR-DEMONSTRAÇÃO MIU? [M,N] = SIM, se M, conforme visto na seqüência de séries do sistema MIU, é uma derivação de N, visto como uma série do sistema MIU; de outra forma, NÃO.
(exemplo: PAR-DEMONSTRAÇÃO MIU? [3131131111301, 301] = SIM,
PAR-DEMONSTRAÇÃO MIU? [311130, 30] = NÃO)
TEOREMA MIU? [N] = SIM, se N, visto como uma série do sistema MIU, for um teorema; de outra forma, NÃO.
(exemplo: TEOREMA MIU? [311] = SIM,
TEOREMA MIU? [30] = NÃO,
TEOREMA MIU? [701] = NÃO)
TEOREMA TNT? [N] = SIM, se N, visto como uma série da TNT, for um teorema.

(exemplo, TEOREMA TNT? [666111666] = SIM,
TEOREMA TNT? [123666111666] = NÃO,
TEOREMA TNT? [7014] = NÃO)

FALSO? [N] = SIM, se N, visto como uma série da TNT, for uma afirmação falsa da Teoria dos Números; de outra forma, NÃO.

(exemplo, FALSO? [666111666] = NÃO,
FALSO? [223666111666] = SIM,
FALSO? [7014] = NÃO)

Os últimos sete exemplos são particularmente relevantes para nossas futuras explorações matemáticas, de maneira que merecem seu cuidadoso escrutínio.

Expressabilidade e representabilidade

Agora, antes de prosseguirmos com algumas perguntas interessantes sobre VoD e de sermos conduzidos ao seu parente VoL, retornemos à razão para a introdução de VoD em primeiro lugar e relacionemo-la à TNT. Afirmei anteriormente que a massa crítica para o método de Gödel ser aplicável a um sistema formal é obtida quando todas as noções recorrentes primitivas são representáveis naquele sistema. O que isso significa, exatamente? Em primeiro lugar, temos de fazer uma distinção entre as noções de representabilidade e de expressabilidade. *Expressar* um predicado é uma simples questão de traduzir do português para um formalismo estrito. Nada tem a ver com a teoremidade. Por outro lado, *representar* um predicado é algo muito mais árduo. Significa que:

(1) todos os casos verdadeiros do predicado são teoremas;
(2) todos os casos falsos são não-teoremas.

Por "caso" quero dizer a série produzida quando se substituem todas as variáveis livres por numerais. Por exemplo, o predicado $m + n = k$ é representado no sistema mg, porque cada exemplo verdadeiro do predicado é um teorema e cada exemplo falso é um não-teorema. Assim, qualquer adição específica, seja ela falsa ou verdadeira, traduz-se em uma *série resolvível* do sistema mg. Contudo, o sistema mg é incapaz de expressar – quanto mais representar – quaisquer outras propriedades dos números naturais. Portanto, seria realmente um candidato fraco em uma competição de sistemas que podem realizar a Teoria dos Números.

Ora, a TNT possui a virtude de ser capaz de *expressar* virtualmente qualquer predicado número-teorético; por exemplo, é fácil escrever uma série TNT que expresse o predicado "*b* possui a propriedade Tartaruga". Assim, em termos de poder de expressão, a TNT é tudo que desejamos.

Todavia, a pergunta "Que propriedades são *representadas* na TNT?" é, precisamente, a pergunta "Quão poderosa como sistema axiomático é a TNT?" Estão todos os predicados possíveis representados na TNT? Em caso afirmativo, então a TNT pode responder a qualquer pergunta da Teoria dos Números; ela é completa.

Os predicados recorrentes primitivos são representados na TNT

Ora, embora a completitude seja uma quimera, a TNT é completa pelo menos com respeito aos predicados *recorrentes primitivos*. Em outras palavras, qualquer afirmação da Teoria dos Números cuja verdade ou falsidade possa ser decidida por um computador dentro de um tempo de duração previsível pode também ser decidida dentro da TNT. Ou, numa reafirmação final da mesma coisa:

Se um teste VoD pode ser escrito para alguma propriedade dos números naturais, então aquela propriedade é representada na TNT.

Há funções que não sejam recorrentes primitivas?

Ora, os tipos de propriedades que podem ser detectados por testes VoD são bastante variados, incluindo-se aí se um número é primo ou perfeito, se possui a propriedade Goldbach, se é uma potência de 2, e assim por diante. Não seria maluco se imaginar se *toda* propriedade dos números pode ser detectada por algum programa VoD adequado. O fato de que, no momento presente, não temos como testar se um número é assombroso, ou não, não precisa nos perturbar em demasia, pois isso pode apenas significar que somos ignorantes a respeito da assombrosidade e que, com um pouco mais de pesquisa, poderíamos descobrir uma fórmula universal para o limite superior da volta envolvida. Então, poder-se-ia escrever um teste para a assombrosidade imediatamente. Observações similares poderiam ser feitas a respeito da propriedade Tartaruga.

Assim, a pergunta é, na verdade: "Podem os limites superiores ser sempre dados para o comprimento dos cálculos – ou há um tipo inerente de embaralhamento no sistema de números naturais, o qual impede, algumas vezes, de se prever de antemão os comprimentos dos cálculos?" O surpreendente é que esta última é o caso, e iremos ver por quê. É o tipo de coisa que teria levado Pitágoras, que primeiro demonstrou que a raiz quadrada de 2 é irracional, à loucura. Em nossa demonstração, empregaremos o celebrado *método diagonal*, descoberto por Georg Cantor, fundador da teoria dos conjuntos.

Vale D, números-índice e Programas Azuis

Iniciaremos imaginando uma noção curiosa: a formação de um vale com todos os programas VoD possíveis. Obviamente, esse vale – "Vale D" – é infinito. Desejamos considerar um subvale do Vale D, obtido por meio de três filtragens sucessivas. O primeiro filtro reterá para nós apenas os programas *sem-chamada*. Desse subvale eliminamos, então, todos os *testes*, deixando apenas as *funções*. (A propósito, nos programas sem-chamada, o *último* procedimento da cadeia determina se o programa como um todo é considerado um teste ou

uma função.) O terceiro filtro reterá apenas as *funções que têm exatamente um parâmetro de entrada*. (Novamente referindo ao procedimento final da cadeia.) O que sobra?

Um vale completo de todos os programas VoD sem-chamada que calculam funções com exatamente um parâmetro de entrada.

Denominemos esses programas especiais VoD *Programas Azuis*.

O que gostaríamos de fazer agora é destinar um *número-índice* não ambíguo a cada Programa Azul. Como isso pode ser feito? A maneira mais fácil – vamos utilizá-la – é listá-los por ordem de comprimento, sendo # 1 o Programa Azul mais curto possível, # 2 o segundo mais curto, etc. Naturalmente, haverá muitos programas com o mesmo comprimento. Para desempatar, empregaremos a ordem alfabética. Aqui, a "ordem alfabética" é tomada em um sentido mais amplo, em que o alfabeto inclui todos os caracteres especiais de VoD, numa ordem algo arbitrária tal como a seguinte:

```
A B C D E F G H I J K L M N
O P Q R S T U V W X Y Z + x
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ⇐ = < >
( ) [ ] { } – ' ? : ; , .
```

– e no final temos o espaço em branco! Ao todo, cinqüenta e seis caracteres. Por conveniência, colocaremos todos os Programas Azuis de comprimento 1 no volume 1, os programas com dois caracteres no volume 2, etc. Não é necessário dizer que os primeiros volumes serão totalmente vazios, enquanto os últimos terão muitas e muitas entradas (embora cada volume tenha somente um número finito). O primeiro de todos os Programas Azuis seria este:

```
DEFINIR PROCEDIMENTO "A" [B]:
BLOCO 0: INÍCIO
BLOCO 0: FIM.
```

Esse moedor de carne um tanto tolo produz um valor de 0 independentemente de sua entrada. Está localizado no volume 56, uma vez que contém 56 caracteres (com a contagem dos espaços em branco necessários, inclusive os que separam as linhas umas das outras).

Logo depois do volume 56, os volumes tornar-se-ão extremamente grossos, pelo fato de que há tantos milhões de modos de se combinar símbolos para fazer programas VoD Azuis. Mas isso não importa – não vamos tentar imprimir esse catálogo infinito. Tudo com que nos preocupamos é que, na forma abstrata, esteja bem definido, e que cada programa VoD tenha, portanto, um número-índice único e definido. Essa é a idéia crucial.

Designemos a função calculada pelo Programa Azul número *k* desta maneira:

Programazul{# *k*} [N]

Aqui, *k* é o número-índice do programa, e N é o único parâmetro de entrada. Por exemplo, o Programa Azul # 12 pode produzir um valor duas vezes o tamanho de sua entrada:

Programazul {# 12} [N] = 2 X N

O significado da equação anterior é que o *programa* mencionado no lado esquerdo produz o mesmo valor que um *humano* calcularia a partir da expressão algébrica ordinária no lado direito. Como outro exemplo, o Programa Azul # 5.000 talvez calcule o cubo de seu parâmetro de entrada:

Programazul {# 5.000} [N] = N^3

O método diagonal

Pois bem – agora aplicamos a "astúcia": o método diagonal de Cantor. Tomaremos esse catálogo de Programas Azuis e utiliza-lo-emos para definir uma nova função de uma variável – *Diagazul* [N] – que não estará presente em qualquer parte da lista (razão pela qual seu nome está em itálico). No entanto, a *Diagazul* será, claramente, uma função bem definida, calculável, de uma variável, e assim teremos de concluir que há funções que simplesmente não são programáveis em VoD.

Aqui está a definição da *Diagazul* [N]

Equação (1) ... *Diagazul* [N] = 1 + Programazul{#N} [N]

A estratégia é a seguinte: alimentar cada moedor de carne com seu próprio número-índice e então adicionar 1 à saída. Para ilustrar, busquemos *Diagazul* [12]. Vimos que o Programazul{# 12} é a função 2N; portanto, a *Diagazul* [12] tem de ter o valor 1 + 2 X 12, ou 25. Da mesma forma, a *Diagazul* [5.000] teria o valor 125.000.000.001, uma vez que esse é o valor de 1 mais o cubo de 5.000. De forma semelhante, pode-se encontrar a *Diagazul* de qualquer argumento particular que se desejar.

O aspecto peculiar da *Diagazul* [N] é que ela não é representada no catálogo de Programas Azuis. Não pode ser. A razão é a seguinte. Para ser um Programa Azul, teria de ter um número-índice – digamos que fosse o Programa Azul # X. Essa premissa é expressa escrevendo-se:

Equação (2) ... *Diagazul* [N] = Programazul{# X} [N]

Mas há uma inconsistência entre as equações (1) e (2). Torna-se aparente no momento em que tentamos calcular o valor da *Diagazul* [X], pois podemos fazê-lo deixando N tomar o valor de X em qualquer das duas equações. Se fizermos a substituição na equação (1), obteremos:

Diagazul [X] = 1 + Programazul {# X} [X]

Mas se fizermos a substituição na equação (2), obteremos, ao invés:

Diagazul [X] = Programazul {# X} [X].

Ora, a *Diagazul* [X] não pode ser igual a um número e também ao seu sucessor. Mas é isso que dizem as duas equações. Assim, teremos de retornar e eliminar alguma premissa em que essa incoerência estiver baseada. A única candidata possível é a premissa expressa pela equação (2): que a função *Diagazul* [N] é capaz de ser codificada como um programa VoD Azul. E essa é a demonstração de que a *Diagazul está fora do domínio das funções recorrentes primitivas*. Assim, alcançamos nosso objetivo de destruir a noção acalentadora, mas ingênua, de Aquiles, segundo a qual toda função número-teórica tem de ser calculável dentro de um número previsível de passos.

Há algumas coisas sutis ocorrendo aqui. Pondere sobre isso, por exemplo: o número de passos envolvido no cálculo da *Diagazul* [N], para cada valor *específico* de N, é previsível – mas os diferentes métodos de previsão não podem ser todos unidos em uma receita *geral* para se prever o comprimento do cálculo da *Diagazul* [N]. Isso é uma "conspiração infinita", relacionada com a noção da Tartaruga de "coincidências infinitas", e também à incompletitude-ω. Mas não pesquisaremos as relações em detalhe.

O original argumento diagonal de Cantor

Por que é isso denominado um argumento *diagonal*? A terminologia deriva do original argumento diagonal de Cantor, em que muitos outros argumentos (tais como o nosso) foram subseqüentemente baseados. Desviar-nos-emos um pouco do curso para explicar o argumento original de Cantor, mas valerá a pena fazê-lo. Cantor estava também preocupado em mostrar que determinado item não constava de uma certa lista. Especificamente, o que ele queria mostrar era que, se fosse feita uma "relação" de números reais, alguns números ficariam fora dela, inevitavelmente – de modo que, na verdade, a noção de uma relação *completa* de números reais é uma contradição em termos.

Deve-se compreender que isso diz respeito não apenas a relações de tamanho finito, mas também a relações de tamanho *infinito*. É um resultado muito mais profundo que a afirmação "o número de reais é infinito, de modo que, naturalmente, não podem ser listados em uma relação finita". A essência do resultado de Cantor é que há (pelo menos) dois *tipos* distintos de infinidade: um

tipo de infinidade descreve quantas entradas pode haver em uma relação ou quadro infinito, e o outro descreve quantos números reais há (isto é, quantos pontos há em uma linha, ou segmento de linha) – e este último é "maior", no sentido de que os números reais não podem ser comprimidos em um quadro cujo comprimento é descrito pelo tipo anterior de infinidade. Assim, vejamos como o argumento de Cantor envolve a noção de diagonal, em um sentido literal.

Consideremos apenas os números reais entre 0 e 1. Presumamos, em benefício do argumento, que *poderia* ser dada uma lista infinita, na qual cada número inteiro positivo N combine-se com um número real $r(N)$ entre 0 e 1, e na qual cada número real entre 0 e 1 ocorra em alguma parte na seqüência. Uma vez que os números reais são dados por decimais infinitos, podemos imaginar que o começo do quadro pode parecer com o seguinte:

$r(1)$:	.**1**	4	1	5	9	2	6	5	3	. . . .
$r(2)$:	.3	**3**	3	3	3	3	3	3	3	. . . .
$r(3)$:	.7	1	**8**	2	8	1	8	2	8	. . . .
$r(4)$:	.4	1	4	**2**	1	3	5	6	2	. . . .
$r(5)$:	.5	0	0	0	**0**	0	0	0	0	. . . .

Os dígitos que descem a diagonal estão em negrito: 1, 3, 8, 2, 0, ... Ora, esses dígitos diagonais vão ser usados para fazer um número real especial d, que está entre 0 e 1, mas que, como veremos, não está na relação. Para fazer d, tomam-se os dígitos diagonais em ordem e muda-se cada um deles para algum outro dígito. Quando se prefixa essa seqüência de dígitos por um ponto decimal, obtém-se d. Naturalmente, há muitas maneiras de mudar um dígito para algum outro, e, correspondentemente, para muitos ds diferentes. Suponhamos, por exemplo, que *subtraímos 1 dos dígitos diagonais* (com a convenção de que 1, tirado de 0, é 9). Então, nosso número d será:

.0 2 7 1 9 . . .

Ora, em função da maneira como o construímos:

o primeiro dígito de d não é o mesmo que o primeiro de $r(1)$;
o segundo dígito de d não é o mesmo que o segundo de $r(2)$;
o terceiro dígito de d não é o mesmo que o terceiro de $r(3)$;

...e assim por diante.

Daí:

d é diferente de $r(1)$;
d é diferente de $r(2)$;
d é diferente de $r(3)$;

...e assim por diante.

Em outras palavras, *d* não está na relação!

O que demonstra um argumento diagonal?

Agora vem a diferença crucial entre a demonstração de Cantor e a nossa demonstração – reside na questão de à qual premissa retornar e desfazer. No argumento de Cantor, a premissa duvidosa era de que tal quadro poderia ser formado. Portanto, a conclusão assegurada pela construção de *d* é de que nenhum quadro completo de reais pode ser formado – o que vale dizer que o conjunto de números inteiros não é grande bastante para relacionar o conjunto de reais. Por outro lado, em nossa demonstração, sabemos que a relação de programas VoD Azuis *pode* ser formada – o conjunto de números inteiros *é* grande bastante para relacionar o conjunto de programas VoD Azuis. Assim, temos de retornar e recolher uma idéia mais duvidosa que empregamos. E essa idéia é de que a *Diagazul* [N] é calculável por algum programa em VoD. Essa é uma diferença sutil na aplicação do método diagonal.

Pode tornar-se clara se a aplicarmos à alegada "Lista de Todos os Grandes Matemáticos" do diálogo – um exemplo mais concreto. A diagonal em si é "Dboups". Se efetuarmos a subtração diagonal desejada, obteremos "Cantor".

Ora, duas conclusões são possíveis. Se se crê com total firmeza que a lista é *completa*, então se tem de concluir que Cantor não é um Grande Matemático,

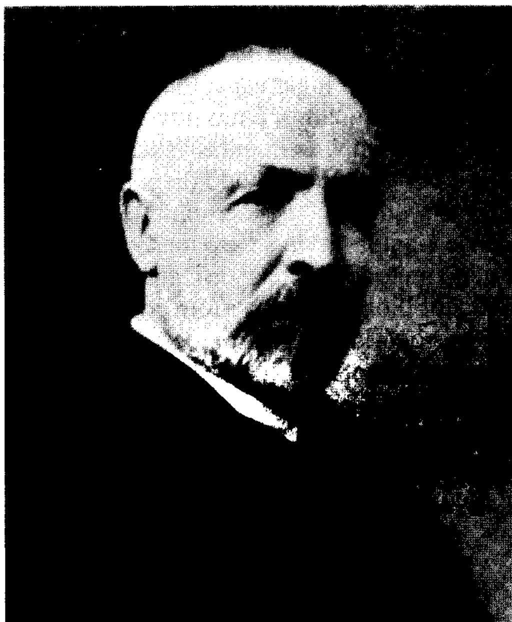


FIGURA 73. Georg Cantor

pois seu nome difere de todos naquela lista. Por outro lado, se se crê com firmeza que Cantor *é* um Grande Matemático, então se tem de concluir que a Lista de Todos os Grandes Matemáticos é incompleta, pois o nome de Cantor não está nela! (Pobres dos que crêem firmemente em ambas as possibilidades!) O caso anterior corresponde à nossa demonstração de que a *Diagazul* [N] não é recorrente primitiva; o último caso corresponde à demonstração de Cantor de que a lista de reais é incompleta.

A demonstração de Cantor utiliza uma diagonal no sentido literal da palavra. Outras demonstrações "diagonais" são baseadas em uma noção mais geral, que é abstraída do sentido geométrico da palavra. A essência do método diagonal é o fato de se empregar um número inteiro de duas maneiras diferentes – ou, poder-se-ia dizer, *emprega-se um número inteiro em dois níveis diferentes* – graças a que se pode construir um item que está fora de alguma lista predeterminada. De uma vez, o número inteiro serve de relação *vertical*; em outra, como relação *horizontal*. Na construção de Cantor isso é bastante claro. Quanto à função da *Diagazul* [N], ela envolve o emprego de um número inteiro em dois níveis diferentes – primeiramente, como um número de relação de um Programa Azul; em segundo lugar, como um parâmetro de entrada.

A repetibilidade insidiosa do argumento diagonal

À primeira vista, o argumento de Cantor pode parecer não inteiramente convincente. Não haverá um meio de contorná-lo? Talvez se acrescentando o número *d* construído diagonalmente possa-se obter uma lista completa. Se se considerar essa idéia, ver-se-á que de nada ajuda acrescentar o número *d*, pois, logo que lhe for designado um lugar específico no quadro, o método diagonal se tornará aplicável ao novo quadro, e um novo número *d* que falta ao quadro poderá ser construído. Não importa quantas vezes se repita a operação de construção de um número por meio do método diagonal, e posteriormente o acrescentar para se fazer um quadro "mais completo", sempre se ficará preso ao gancho do método de Cantor. Pode-se até mesmo tentar construir um quadro que procure ludibriar o método diagonal de Cantor levando tudo, de alguma forma, inclusive sua repetibilidade insidiosa, em consideração. É um exercício interessante. Se você exercitá-lo, verificará que sempre ficará preso ao "gancho" de Cantor, por mais que tente evitá-lo. Pode-se afirmar que qualquer "quadro de reais" autoproclamado se destrói a si próprio.

A repetibilidade do método diagonal de Cantor é semelhante à repetibilidade do método diabólico da Tartaruga para quebrar os fonógrafos do Caranguejo, um a um, à medida que se tornavam cada vez de mais "alta-fidelidade" e – pelo menos assim esperava o Caranguejo – mais "perfeitos". O método envolve a construção, para cada fonógrafo, de uma música particular que aquele fonógrafo não pode reproduzir. Não é uma coincidência o fato de que os artifícios de Cantor e da Tartaruga compartilham essa curiosa repetibilidade; real-

mente, o *Contracrostiponto* bem que poderia ter sido denominado "Cantorcrostiponto", ao contrário. Além disso, como a Tartaruga insinuou sutilmente ao inocente Aquiles, os eventos do *Contracrostiponto* são uma paráfrase à construção que Gödel utilizou para demonstrar seu Teorema da Incompletitude; ocorre que a construção de Gödel é também muito parecida com uma construção diagonal. Isso se tornará bastante aparente nos próximos dois capítulos.

De VoD para VoL

Já definimos a classe de funções recorrentes primitivas e propriedades recorrentes primitivas dos números naturais por meio de programas escritos na linguagem VoD. Também mostramos que VoD não apreende todas as funções dos números naturais que podemos definir com palavras. Construímos até mesmo uma função "inVoDável", a *Diagazul* [N], pelo método diagonal de Cantor. O que há em VoD que torna a *Diagazul* irrepresentável nele? Como VoD pode ser melhorado para tornar a *Diagazul* representável?

A característica que definia VoD era a "limitatividade" de suas voltas. E se abandonarmos esse requisito quanto às voltas e inventarmos uma segunda linguagem, denominada "VoL"? VoL será idêntica à VoD, exceto em um aspecto: podemos ter voltas sem tetos, como também voltas com tetos (embora a única razão para se incluir um teto, ao se escrever uma afirmação-volta em VoL, seria em benefício da elegância). Essas novas voltas serão denominadas VOLTAS-MU. Isso segue a convenção da lógica matemática em que as buscas "livres" (buscas sem limites) são usualmente indicadas por um símbolo denominado "operador-m" (operador-mu). Assim, as afirmações-voltas em VoL poderão ser como esta:

```
VOLTA-MU:
BLOCO n: INÍCIO
        .
        .
        .
BLOCO n: FIM;
```

Essa característica permitir-nos-á escrever testes em VoL para propriedades tais como a assombrosidade e a propriedade Tartaruga – testes que não sabíamos como programar em VoD por causa da potencial carência de limites das buscas envolvidas. Deixarei aos leitores interessados a tarefa de escrever um teste VoL para assombrosidade que faça as seguintes coisas:

(1) Se sua entrada, N, for assombrosa, o programa pára e produz a resposta SIM.
(2) Se N não é assombrosa, mas causa um ciclo fechado diferente de 1-4-2-1-4-2-1- ..., o programa pára e produz a resposta NÃO.
(3) Se N não é assombrosa e causa uma "progressão interminavel-

mente crescente", o programa nunca pára. Essa é a maneira VoL de responder não respondendo. A não-resposta VoL possui uma estranha semelhança com a não-resposta "MU" de Joshu.

A ironia do caso 3 é que a SAÍDA sempre tem o valor NÃO, mas é sempre inacessível, uma vez que o programa ainda está em operação. Essa complicada terceira alternativa é o preço que se tem de pagar pelo direito de escrever voltas livres. Todos os programas VoL que incorporam a opção VOLTA-MU, a não-terminação será sempre uma alternativa teórica. Naturalmente, haverá muitos outros programas VoL que realmente terminarão para todos os valores de entrada possíveis. Por exemplo, como já mencionei anteriormente, a maioria das pessoas que estudou a assombrosidade suspeita que um programa VoL, tal como sugerido antes, sempre terminará e, além disso, com a resposta SIM.

Programas VoL terminantes e não-terminantes

Pareceria extremamente desejável poder-se separar procedimentos VoL em duas classes: *terminadores* e *não-terminadores*. Um *terminador* eventualmente parará, não importa qual a sua entrada, apesar da característica "MU" de suas voltas. Um *não-terminador* prosseguirá indefinidamente, para *pelo menos uma* escolha de entrada. Se pudéssemos sempre dizer, por meio de algum tipo de inspeção, por mais complicada que fosse, de um programa VoL, a que classe pertencia, haveria algumas repercussões excepcionais (como veremos em breve). Não é preciso dizer que a operação de checagem de classe teria de ser, em si, uma operação terminante – de outra forma, não se ganharia coisa alguma!

O artifício de Turing

Vem à mente a idéia de que poderíamos deixar um procedimento VoD efetuar a inspeção. Mas os procedimentos VoD aceitam somente entrada numérica, e não programas! Todavia, podemos contornar isso... por meio da codificação dos programas em números! Esse ardiloso artifício é apenas a numeração de Gödel em mais uma de suas muitas manifestações. Permita-se que os cinqüenta e seis caracteres do alfabeto VoL obtenham os "códons" 901, 902, ..., 956, respectivamente. Assim, cada programa VoL obtém agora um número Gödel muito grande. Por exemplo, a função VoD mais curta (que é também um programa VoL terminante):

```
DEFINIR PROCEDIMENTO "A" [B]:
BLOCO 0: INÍCIO
BLOCO 0: FIM.
```

– e obter-se-ia o número Gödel mostrado parcialmente abaixo:

904,905,906,909,914,905, ... , 905,914,904,955,
D E F I N I R F I M .

Ora, nosso esquema seria escrever um teste VoD denominado TERMINADOR? Que responda SIM se seu número de entrada estiver codificando um programa VoL terminante, NÃO se não estiver. Dessa forma, poderíamos passar a tarefa a uma máquina e, com sorte, distinguir terminadores de não-terminadores. Contudo, um argumento engenhoso dado por Alan Turing mostra que nenhum programa VoD é infalível ao fazer essa distinção. O artifício é, na verdade, muito semelhante ao de Gödel, e, portanto, muito próximo do artifício da diagonal de Cantor. Não o enunciaremos aqui – basta dizer que a idéia é alimentar o testador de terminação com seu *próprio* número de Gödel. Isso não é tão simples, todavia, pois é como tentar citar uma sentença inteira dentro de si mesma. Tem-se de citar a citação, e assim por diante; parece conduzir a uma regressão infinita. Porém, Turing descobriu um artifício para alimentar um programa com seu próprio número de Gödel. No próximo capítulo, será apresentada uma solução para o mesmo problema em um contexto diferente. Neste capítulo, tomaremos um caminho diferente para o mesmo objetivo, que consiste em demonstrar que um testador de terminação é impossível. Para os leitores que desejam ver uma apresentação elegante e simples da abordagem Turing, recomendo o artigo de Hoare e Allison mencionado na Bibliografia.

Um testador de terminação seria mágico

Antes de destruir a noção, delineemos apenas por que ter um testador de terminação seria algo excepcional. De certa forma, seria como ter uma varinha mágica que resolveria todos os problemas da Teoria dos Números com um só toque. Suponhamos, por exemplo, que desejássemos saber se a Variação Goldbach é uma conjectura verdadeira ou não. Isto é, todos os números possuem a propriedade Tartaruga? Começaríamos escrevendo um teste VoL denominado TARTARUGA?, que checa se sua entrada possui a propriedade Tartaruga. Ora, o defeito desse procedimento – a saber, que não termina se a propriedade Tartaruga estiver ausente – transforma-se aqui em uma virtude! Por agora, rodamos o testador de terminação no procedimento TARTARUGA?. Se responder SIM, significa que TARTARUGA? termina para todos os valores de sua entrada – em outras palavras, todos os números possuem a propriedade Tartaruga. Se responder NÃO, então sabemos que existe um número que possui a propriedade Aquiles. A ironia é que nunca *utilizamos* realmente o programa TARTARUGA? – apenas o inspecionamos!

Essa idéia de resolver qualquer problema da Teoria dos Números por meio da sua codificação em um programa, e então passar um testador de terminação sobre o programa, não é diferente da idéia de testar a autenticidade de um *koan* por meio da sua codificação em uma série dobrada, e então fazer a série passar por um teste de natureza-Buda, ao contrário. Como sugeriu Aquiles, talvez a informação desejada esteja "mais próxima da superfície" em uma representação do que em outra.

Vale L, números de relação e Programas Verdes

Muito bem, chega de sonhar acordado. Como poderemos provar que o testador de terminação é impossível? Nosso argumento para sua impossibilidade girará em torno da tentativa de aplicação do argumento da diagonal a VoL, assim como fizemos com VoD. Veremos que há algumas diferenças sutis e cruciais entre os dois casos.

Assim como fizemos com VoD, imagine o vale de todos os programas VoL. Vamos denominá-lo "Vale L". Executemos então as mesmas três operações de filtragem no Vale L, de modo que obteremos, ao final:

> Um vale completo de todos os programas VoL sem-chamada que calculam funções com exatamente um parâmetro de entrada.

Vamos denominar esses programas VoL especiais *Programas Verdes* (uma vez que podem prosseguir indefinidamente).

Ora, assim como destinamos números de relação a todos os Programas Azuis, podemos destinar números de relação aos Programas Verdes, ordenando-os em um catálogo, no qual cada volume contém todos os Programas Verdes de um comprimento fixo, arranjados em ordem alfabética.

Até aqui, o transporte de VoD para VoL foi direto. Agora vejamos se podemos também transportar a última parte: o artifício diagonal. O que ocorre se tentarmos definir uma função diagonal?

Diagverde [N] = 1 + Programaverde{#N} [N]

De repente, há um empecilho: essa função *Diagverde* [N] pode não ter um valor de saída bem definido para todos os valores de entrada de N. Isso ocorre simplesmente porque não filtramos os programas não-terminadores de VoL e, portanto, não temos garantia de que podemos calcular a *Diagverde* [N] para todos os valores de N. Em algumas ocasiões, poderemos dar entrada a cálculos que nunca terminarão. E o argumento diagonal não poderá ser transportado em tal caso, pois depende da existência de um valor para todas as entradas possíveis da função diagonal.

O testador de terminação nos dá Programas Vermelhos

Para remediar isso, teríamos de fazer uso de um testador de terminação, se houvesse um. Então, vamos introduzir deliberadamente a premissa duvidosa de que existe um e vamos usá-lo como nosso quarto filtro. Rodamos a lista de Programas Verdes, eliminando um por um todos os não-terminadores, de modo que no fim ficamos com:

> Um vale completo de programas VoL sem-chamada que calculam funções com exatamente um parâmetro de entrada, e que *terminam* para todos os valores de sua entrada.

Vamos denominar estes programas VoL especiais *Programas Vermelhos* (uma vez que todos têm de parar). Ora, o argumento diagonal será transportado. Definimos:

Diagvermelha [N] = 1 + Programavermelho {#N} [N]

e, num exato paralelo com a *Diagazul*, somos forçados a concluir que a *Diagvermelha* [N] é uma função bem definida, calculável, de uma variável que não está no catálogo de Programas Vermelhos, e não é, por conseguinte, nem mesmo calculável na poderosa linguagem VoL. Talvez seja hora de passarmos para VoM?

VoM...

Sim, mas o que é VoM? Se VoL é VoD libertado, então VoM tem de ser VoL libertado. Mas como podemos libertar duas vezes? Como se faz uma linguagem cujo poder transcende o de VoL? Na *Diagvermelha*, encontramos uma função que nós humanos sabemos como calcular – o método para fazê-lo foi descrito explicitamente em português – mas que não pode ser programada de forma semelhante na linguagem VoL. Esse é um sério dilema porque ninguém jamais encontrou uma linguagem de computador mais poderosa que VoL.

A investigação cuidadosa do poder das linguagens de computador foi efetuada. Não precisamos fazê-la; basta que seja relatado que existe uma vasta classe de linguagens de computador para as quais se pode demonstrar que possuem *exatamente o mesmo poder expressivo* de VoL, neste sentido: qualquer cálculo que possa ser programado em uma das linguagens pode ser programado em todas. O curioso é que quase toda tentativa sensata para se criar uma linguagem de computador termina na criação de um membro dessa classe – o que vale dizer, uma linguagem de poder igual ao de VoL. É preciso algum esforço para se inventar uma linguagem de computador razoavelmente interessante que seja *mais fraca* que aquelas dessa classe. VoD é, naturalmente, um exemplo de linguagem mais fraca, mas é a exceção, em vez da regra. A questão é que há algumas maneiras extremamente naturais de se prosseguir inventando linguagens algorítmicas; e

pessoas diferentes, seguindo caminhos independentes, geralmente acabam criando linguagens equivalentes, sendo o estilo a única diferença, em vez do poder.

... é um mito

Com efeito, crê-se amplamente que não pode haver qualquer linguagem mais poderosa para descrever cálculos que as linguagens equivalentes a VoL. Essa hipótese foi formulada na década de 1930, por duas pessoas, independentemente uma da outra: Alan Turing – sobre quem diremos mais posteriormente – e Alonzo Church, um dos eminentes lógicos deste século. É denominada *Tese Church-Turing*. Se aceitamos a Tese-CT, temos de concluir que "VoM" é um mito – não há restrições a remover em VoL, ou maneiras de aumentar seu poder "libertando-a", assim como fizemos com VoD.

Isso nos coloca na posição desconfortável de afirmar que as *pessoas* podem calcular a *Diagvermelha* [N] para qualquer valor de N, mas não há meio de programar um *computador* para fazê-lo. Pois, se pudesse de todo ser feito, poderia ser feito em VoL – e, por construção, não pode ser feito em VoL. Essa conclusão é tão peculiar que nos deveria fazer investigar muito cuidadosamente os pilares em que se sustenta. E um deles, o leitor irá se lembrar, era nossa premissa duvidosa de que há um procedimento de decisão que pode separar programas VoL terminantes dos não-terminantes. A idéia de tal procedimento de decisão já parecia suspeita quando vimos que sua existência permitiria a solução de todos os problemas da Teoria dos Números de uma maneira uniforme. Agora, temos razão em dobro para crer que qualquer teste de terminação é um mito – que não há meio de colocar programas VoL em uma centrífuga e separar os terminadores dos não-terminadores.

Os céticos podem sustentar que isso não é prova nem um pouco rigorosa de que tal teste de terminação não existe. É uma objeção válida; contudo, a abordagem Turing demonstra mais rigorosamente que nenhum programa de computador que pode executar um teste de terminação em todos os programas VoL pode ser escrito em uma linguagem da classe VoL.

A tese Church-Turing

Retornemos brevemente à Tese Church-Turing. Falaremos sobre ela – e suas variações – em considerável detalhe no capítulo XVII; por agora, será suficiente enunciá-la em duas versões e adiar a discussão de seus méritos e significados até mais tarde. Aqui, então, estão três maneiras relacionadas de enunciar a Tese-CT:

(1) O que é computável humanamente é computável pela máquina.
(2) O que é computável pela máquina é computável por VoL.
(3) O que é computável humanamente é computável por VoL (isto é, é recorrente geral ou parcial).

Terminologia: recorrente geral ou parcial

Fizemos uma pesquisa um tanto ampla, neste capítulo, de algumas noções da Teoria dos Números e de suas relações com a teoria das funções computáveis. É um campo muito largo e vicejante, uma mescla intrigante de ciência de computação e matemática moderna. Não poderíamos concluir este capítulo sem introduzir a terminologia padrão para as noções com que temos lidado.

Como já foi mencionado, "computável por VoD" é sinônimo de "recorrente primitivo". Ora, as funções computáveis por VoL podem ser divididas em dois reinos: (1) aquelas que são computáveis por programas VoL *terminantes*: diz-se que estas são *recorrentes gerais*; e (2) aquelas que são computáveis somente por programas VoL *não-terminantes*: diz-se que estas são *recorrentes parciais*. (De maneira similar para predicados.) As pessoas sempre dizem "recorrente" quando querem dizer "recorrente geral".

O poder da TNT

É interessante notar que a TNT é tão poderosa que nela estão representados não apenas todos os predicados recorrentes primitivos, mas, além disso, todos os predicados recorrentes gerais são representados. Não demonstraremos nenhum desses fatos, porque tais demonstrações seriam supérfluas ao nosso objetivo, que é mostrar que a TNT é incompleta. Se a TNT não pudesse representar alguns predicados recorrentes primitivos ou gerais, então seria incompleta de uma maneira *desinteressante* – de modo que podemos igualmente presumir que ela pode e então mostrar que é incompleta de uma maneira interessante.

Ária na corda G

A Tartaruga e Aquiles acabam de concluir uma visita a uma fábrica de mingau.

Aquiles: Você não se importa se eu mudar de assunto, não é?
Tartaruga: Por favor.
Aquiles: Então, muito bem. Quero falar de um telefonema obsceno que recebi há alguns dias.
Tartaruga: Parece interessante.
Aquiles: É. Bem, o problema é que quem telefonou era incoerente, pelo menos tanto quanto eu sei. Ele gritou uma coisa e desligou – ou melhor, pensando bem, ele gritou uma coisa, gritou de novo e então desligou.
Tartaruga: Você entendeu o que ele gritava?
Aquiles: Bem, o telefonema inteiro foi assim:

> *Eu:* Alô?
> *Anônimo (gritando ferozmente):* Produz falsidade quando precedido por sua citação! Produz falsidade quando precedido por sua citação! *(Clic.)*

Tartaruga: Coisa rara de se ouvir em um telefonema obsceno.
Aquiles: Foi isso o que eu senti.
Tartaruga: Talvez houvesse algum sentido nessa loucura aparente.
Aquiles: Talvez.

(Eles chegam a um amplo pátio cercado de graciosas casas de pedra de três andares. No centro do pátio há uma palmeira e em um dos lados uma torre. Próximo à torre há uma escada na qual está sentado um rapaz que conversa com uma moça em uma janela.)

Tartaruga: Para onde você está me levando, Aquiles?
Aquiles: Gostaria de mostrar-lhe a bela vista que se tem do alto dessa torre.
Tartaruga: Ora, que bom.

(Eles se aproximam do rapaz, que os observa com curiosidade e então diz algo à moça. Ambos trocam risotas. Aquiles e o Sr. T, ao invés de subir pela escada do rapaz, viram à esquerda e dirigem-se a uma escadinha que desce e leva a uma pequena porta de madeira.)



FIGURA 74. Above and below (Acima e abaixo), *por M. C. Escher (litografia, 1947)*

Aquiles: Podemos entrar por aqui. Siga-me.

(Aquiles abre a porta. Eles entram e começam a subir pela íngreme escada helicoidal no interior da torre.)

Tartaruga (levemente ofegante): Estou um pouco fora de forma para esse tipo de exercício, Aquiles. Quanto mais temos de subir?
Aquiles: Só mais uns andares... mas eu tenho uma idéia. Ao invés de andar no lado de cima da escada, por que é que você não anda no lado debaixo?
Tartaruga: E como é que eu faço ISSO?
Aquiles: É só segurar-se bem e dar a volta para baixo. O espaço é suficiente para você. Você verá que os degraus fazem sentido tanto vistos de baixo quanto de cima...
Tartaruga (esgueirando-se com extremo cuidado): Estou fazendo direito?
Aquiles: Já conseguiu!
Tartaruga (com a voz um tanto abafada): Escute – esta manobra me deixou confuso. Eu devo subir ou descer as escadas agora?
Aquiles: Continue andando na mesma direção em que estava antes. No seu lado da escada, isso significa DESCER; no meu, significa SUBIR.
Tartaruga: Você não vai dizer-me que eu posso chegar ao topo da torre descendo, vai?
Aquiles: Não sei, mas funciona...

(E, assim, começam a andar em espirais sincronizadas, com A sempre em um lado e T equiparando-se a ele no outro. Logo chegam ao fim da escada.)

Agora faça a manobra ao contrário, Sr. T. Venha – deixe-me ajudá-lo.

(Estende o braço para a Tartaruga e a puxa de volta para o outro lado da escada.)

Tartaruga: Obrigado. Voltar até que foi um pouco mais fácil.

(E eles vão para o telhado, e contemplam a vista da cidade.)

É uma bela vista, Aquiles. Fico contente de você me ter trazido aqui em cima – ou melhor, aqui EMBAIXO.
Aquiles: Eu sabia que você ia gostar.
Tartaruga: Estive pensando sobre aquele telefonema obsceno. Acho que agora eu o compreendo um pouco melhor.
Aquiles: É mesmo? Você pode me contar?
Tartaruga: Com muito prazer. Você por acaso sente, como eu, que a expressão "precedido por sua citação" dá uma impressão ligeiramente estranha?

Aquiles: Ligeiramente, sim – muito ligeiramente.
Tartaruga: Você pode imaginar uma coisa ser precedida por sua citação?
Aquiles: Acho que posso imaginar uma situação em que o presidente Mao chega à sala de um banquete onde já está colocado um grande cartaz com algumas sentenças dele. Aí estaria o presidente Mao precedido por sua citação.
Tartaruga: Um exemplo muito imaginoso. Mas suponha que limitemos a palavra "precedido" à idéia de precedência em um texto escrito, ao invés de admitirmos entradas triunfais em salas de banquetes.
Aquiles: Tudo bem, mas o que é que você entende por "citação" neste contexto?
Tartaruga: Quando se discute uma palavra ou uma expressão, convencionalmente ela é posta entre aspas. Por exemplo, eu posso dizer:

A palavra "filósofo" tem cinco letras.

Aqui eu ponho "filósofo" entre aspas para mostrar que estou falando da PALAVRA "filósofo" e não de um filósofo de carne e osso. Isso se chama distinção entre USO e MENÇÃO.
Aquiles: Ah?
Tartaruga: Deixe-me explicar. Suponha que eu lhe dissesse:

Os filósofos ganham rios de dinheiro.

Nesse caso, eu estaria USANDO a palavra para fabricar em sua mente uma imagem de um sábio de olhos faiscantes com sacos abarrotados de dinheiro. Mas quando eu coloco essa palavra – ou qualquer palavra – entre aspas, subtraio seu significado e suas conotações e fico apenas com algumas marcas no papel, ou alguns sons. Isso se chama "MENÇÃO". Não me importa nada a respeito da palavra, a não ser seus aspectos tipográficos. Qualquer significado que ela possa ter é ignorado.
Aquiles: Isso me parece como usar um violino como mata-moscas. Ou será que eu devia dizer "mencionar"? Não importa nada a respeito do violino, a não ser sua solidez. Qualquer significado ou função que ele possa ter está sendo ignorado. Pense nisso; acho que a mosca também está sendo tratada dessa maneira.
Tartaruga: Essas são extensões razoáveis, embora um tanto heterodoxas, da distinção entre uso e menção. Mas agora eu quero que você pense no fato de fazer preceder alguma coisa por sua citação.
Aquiles: Está bem. Que tal isto?

"OBA" OBA

Tartaruga: Bom. Tente de novo.
Aquiles: Está bem.

"'PLOP' NÃO É O TÍTULO DE NENHUM LIVRO, TANTO QUANTO EU SAIBA" 'PLOP' NÃO É O TÍTULO DE NENHUM LIVRO, TANTO QUANTO EU SAIBA.

Tartaruga: Bem, esse exemplo pode tornar-se um espécime muito interessante, simplesmente eliminando-se o 'Plop'.
Aquiles: Verdade? Deixe ver se eu entendo. Fica assim:

"NÃO É O TÍTULO DE NENHUM LIVRO, TANTO QUANTO EU SAIBA" NÃO É O TÍTULO DE NENHUM LIVRO, TANTO QUANTO EU SAIBA.

Tartaruga: Viu? Você fez uma sentença.
Aquiles: E daí? É uma sentença a respeito da expressão "não é o título de nenhum livro, tanto quanto eu saiba", e para mim é bem idiota.
Tartaruga: Por que idiota?
Aquiles: Porque não tem sentido. Veja esta outra:

"SERÃO GAROTOS" SERÃO GAROTOS.

O que é que isso quer dizer? Francamente, que brincadeira mais boba.
Tartaruga: Eu não acho. Em minha opinião, é um assunto muito sério. Na verdade, essa operação de fazer preceder uma expressão por sua citação é tão incrivelmente importante que eu acho que vou dar-lhe um nome.
Aquiles: Ah, é? E com que nome você vai honrar essa operação idiota?
Tartaruga: Acho que vou chamar "quinar uma expressão" quinar uma expressão.
Aquiles: "Quinar"? Que espécie de palavra é essa?
Tartaruga: Uma palavra de seis letras, se não me equivoco.
Aquiles: Estou perguntando por que é que você escolheu exatamente essas seis letras e nessa ordem.
Tartaruga: Ah, agora sei o que é que você queria saber quando me perguntou: "Que espécie de palavra é essa?" A resposta é que um filósofo de nome "Willard van Orman Quine" inventou a operação, e eu a batizei assim em sua honra. Contudo, não posso avançar mais em minha explicação. Por que é que essas letras particulares compõem o seu nome – para não falar do por que elas aparecem nessa ordem particular – é uma questão para a qual não tenho nenhuma resposta imediata. No entanto, estaria plenamente disposto a continuar e...
Aquiles: Por favor, não se incomode! Eu não quero saber tudo a respeito do nome de Quine. De toda maneira agora eu sei como quinar uma expressão. É bem divertido. Aqui está uma expressão quinada:

"É UM FRAGMENTO DE SENTENÇA" É UM FRAGMENTO DE SENTENÇA.

É meio bobo, mas de qualquer jeito eu gosto. Você pega um fragmento de sentença, quina-o e, veja só, faz uma sentença! Uma sentença verdadeira, nesse caso.

Tartaruga: Que tal quinar a expressão "é uma fuga sem sujeito"?

Aquiles: Uma fuga sem sujeito seria...

Tartaruga: ...uma anomalia, por certo. Não fuja do assunto. Primeiro as quinas, depois as fugas!

Aquiles: Eu tenho de quinar a expressão, não é? Muito bem...

"É UMA FUGA SEM SUJEITO" É UMA FUGA SEM SUJEITO.

Parece-me que faria mais sentido se eu dissesse "sentença", em vez de "fuga". Muito bem, dê-me outra!

Tartaruga: Está bem, só mais uma. Tente esta:

"QUANDO QUINADO, PRODUZ UMA CANÇÃO DE AMOR DE TARTARUGAS".

Aquiles: Essa parece fácil... Acho que a quinagem fica assim:

"QUANDO QUINADO, PRODUZ UMA CANÇÃO DE AMOR DE TARTARUGAS"
QUANDO QUINADO, PRODUZ UMA CANÇÃO DE AMOR DE TARTARUGAS.

Hmm... Há alguma coisa meio esquisita aqui. Ah, já sei o que é! A sentença fala dela própria! Está vendo?

Tartaruga: O que é que você quer dizer? As sentenças não falam.

Aquiles: Não, mas elas se REFEREM a coisas – e esta se refere diretamente – inegavelmente – irretorquivelmente – à própria sentença que é ela! Você só precisa pensar um pouco atrás e lembrar em que consiste a quinagem, afinal.

Tartaruga: Eu não a vejo falando nada a respeito de si própria. Onde é que aparece "eu", ou "esta sentença", ou algo parecido?

Aquiles: Ora, você está sendo deliberadamente cabeça-dura. A beleza da sentença está justamente nisso: ela fala de si própria sem ter de se levantar e dizer que está fazendo isso!

Tartaruga: Bem, é que eu sou um sujeito simplório. Será que você podia explicar tudo direitinho para mim?

Aquiles: Oh, é uma Tartaruga tão incrédula... Muito bem, deixe-me ver... Suponha que eu faça uma sentença – que eu chamarei de "Sentença P" – com um espaço em branco.

Tartaruga: Como o quê?

Aquiles: Como...

"____, QUANDO QUINADO, PRODUZ UMA CANÇÃO DE AMOR DE TARTARUGAS".

Ora, o assunto da Sentença P depende de como você substitui o espaço em branco. Mas quando você escolhe como substituí-lo, o assunto fica determinado: é a expressão que se obtém com a QUINAGEM do espaço em branco. Chamemo-la de "Sentença Q", uma vez que ela é produzida pelo ato de quinar.

Tartaruga: Isso faz sentido. Se a expressão do espaço em branco fosse "está escrito nos vidros de mostarda para mantê-los frescos", então a Sentença Q teria de ser:

"ESTÁ ESCRITO NOS VIDROS DE MOSTARDA PARA MANTÊ-LOS FRESCOS"
ESTÁ ESCRITO NOS VIDROS DE MOSTARDA PARA MANTÊ-LOS FRESCOS.

Aquiles: É verdade, e a sentença P afirma (embora eu não saiba se isso é válido ou não) que a Sentença Q é uma canção de amor de tartarugas. De toda maneira, a Sentença P, nesse caso, não está falando de si própria, mas sim da Sentença Q. Você concordaria com isso?

Tartaruga: Mas é claro, concordemos – e que canção bonita ela é também.

Aquiles: Mas agora eu quero fazer uma outra escolha para o espaço em branco, qual seja:

"QUANDO QUINADO, PRODUZ UMA CANÇÃO DE AMOR DE TARTARUGAS".

Tartaruga: Por Deus, você está se envolvendo um pouco demais. Espero que tudo isso não seja intelectual demais para a minha modesta mente.

Aquiles: Ora, não se preocupe – é claro que você vai entender. Com essa escolha, a Sentença Q se torna...

"QUANDO QUINADO, PRODUZ UMA CANÇÃO DE AMOR DE TARTARUGAS"
QUANDO QUINADO, PRODUZ UMA CANÇÃO DE AMOR DE TARTARUGAS.

Tartaruga: Ah, seu guerreiro ladino, entendi. Agora a Sentença Q é igual à Sentença P.

Aquiles: E como a Sentença Q é sempre o tópico da Sentença P, ocorre uma volta, de modo que, agora, P aponta para si própria. Mas, veja bem, a auto-referência é um tipo de acidente. Normalmente as sentenças Q e P são inteiramente diferentes uma da outra; mas com a escolha correta do espaço em branco na Sentença P, a quinagem fará a mágica para você.

Tartaruga: Puxa, que esperto! Não sei como não pensei nisso por mim mesmo. Agora diga-me: a sentença seguinte é auto-referente?

"É COMPOSTO DE CINCO PALAVRAS" É COMPOSTO DE CINCO PALAVRAS.

Aquiles: Hmm... Não sei bem. A sentença que você fez não é bem sobre ela própria, mas sim sobre a expressão "é composto de cinco palavras". Embora, evidentemente, essa expressão seja PARTE da sentença...

Tartaruga: De modo que a sentença se refere a uma parte dela própria – e daí?
Aquiles: Bem, e isso não é auto-referência também?
Tartaruga: Em minha opinião, isso ainda está muito distante da verdadeira auto-referência. Mas não se preocupe muito com essas coisas complicadas. Você terá muito tempo para pensar sobre isso no futuro.
Aquiles: Sim?
Tartaruga: Certamente. Mas, por enquanto, por que você não tenta quinar a expressão "produz falsidade quando precedido por sua citação"?
Aquiles: Já sei onde você quer chegar... aquele telefonema obsceno. A quinagem produz o seguinte:

"PRODUZ FALSIDADE QUANDO PRECEDIDA POR SUA CITAÇÃO"
PRODUZ FALSIDADE QUANDO PRECEDIDA POR SUA CITAÇÃO.

Então é isso o que o sujeito estava dizendo! Só que eu não sabia onde é que estavam as aspas quando ele falou. E é mesmo uma observação obscena! As pessoas deveriam ser presas por dizerem coisas assim!
Tartaruga: Mas por quê?
Aquiles: Provoca uma sensação incômoda em mim. Ao contrário dos exemplos anteriores, não consigo saber bem se se trata de uma verdade ou de uma falsidade. E quanto mais penso a respeito, mais enredado fico. Minha cabeça chega a rodopiar. Fico pensando que tipo de lunático pode imaginar coisas como essa para atormentar pessoas inocentes no meio da noite.
Tartaruga: É verdade... Muito bem, vamos descer agora?
Aquiles: Não precisamos descer – já estamos no nível do chão.

Vamos voltar para dentro – você vai ver. *(Eles entram na torre e chegam a uma pequena porta de madeira.)* Podemos sair. Siga-me.

Tartaruga: Tem certeza? Não quero cair do terceiro andar e quebrar minha casca.
Aquiles: Você acha que eu faria isso com você?

(E ele abre a porta. À frente deles está, segundo todas as aparências, o mesmo rapaz conversando com a mesma moça. Aquiles e o Sr. T sobem pelo que parece ser a mesma escada que desceram para entrar na torre e se encontram no que aparenta ser o mesmo pátio em que estiveram antes.)

Obrigado, Sr. T, pelo lúcido esclarecimento daquele telefonema obsceno.
Tartaruga: E obrigado a você, Aquiles, pelo belo passeio. Até a vista.

CAPÍTULO XIV

Das proposições formalmente indecidíveis da TNT e de sistemas correlatos[1]

As duas idéias da "ostra"

O TÍTULO DESTE CAPÍTULO é uma adaptação do título do famoso trabalho de Gödel do ano de 1931, entrando a "TNT" no lugar de *Principia mathematica*. O trabalho de Gödel tinha caráter técnico e concentrava-se em tornar sua demonstração clara e rigorosa. Este capítulo será mais intuitivo e nele ressaltarei as duas idéias-chave que estão no cerne da demonstração. A primeira idéia-chave é a descoberta profunda de que há cadeias da TNT que podem ser interpretadas como cadeias que falam de outras cadeias da TNT; em suma, de que a TNT, tal como uma linguagem, é capaz de "introspecção" ou de auto-escrutínio. Isso é o que resulta da numeração de Gödel. A segunda idéia-chave é que a propriedade do auto-escrutínio pode concentrar-se inteiramente em uma única cadeia; assim, o único foco de atenção dessa cadeia é ela própria. O "truque do foco", em essência, remonta ao método diagonal de Cantor.

Em minha opinião, alguém que esteja interessado em uma compreensão profunda da demonstração de Gödel deve reconhecer que a demonstração, em sua essência, consiste em uma fusão dessas duas idéias. Cada uma delas é, por si só, um toque de mestre; e colocá-las juntas requereu um toque de gênio. Se eu, contudo, tivesse de escolher qual das duas é a idéia mais profunda, não teria dúvidas em apontar a primeira – a idéia da numeração de Gödel, pois ela está relacionada com toda a noção do que são o significado e a referência nos sistemas de manipulação de símbolos. Esta é uma idéia que vai muito além dos limites da lógica matemática, enquanto o truque de Cantor, embora rico em conseqüências matemáticas, tem pouca ou nenhuma relação com as questões da vida real.

A primeira idéia: pares de demonstração

Antes de mais nada, vamos à elaboração da própria demonstração. Já demos, no capítulo IX, uma noção razoavelmente cuidadosa daquilo de que trata o isomorfismo de Gödel. Descreveremos agora uma noção matemática que nos permite traduzir uma afirmação como "A cadeia 0 = 0 é um teorema da TNT" para uma afirmação da Teoria dos Números. Isso envolverá a noção de *pares de*

demonstração. Um par de demonstração é um par de números naturais que se relacionam de maneira particular. Esta é a idéia:

> Dois números naturais, *m* e *n*, respectivamente, formam um par de demonstração da TNT se e somente se *m* for o número de Gödel de uma derivação da TNT cuja última linha seja a cadeia com o número de Gödel *n*.

Noção análoga existe com relação ao sistema MIU, e considerar esse caso em primeiro lugar tornará as coisas um pouco mais fáceis para a intuição. Assim, afastemo-nos, por um momento, dos pares de demonstração da TNT e consideremos os pares de demonstração MI do sistema MIU. Sua definição é paralela à anterior:

> Dois números naturais, *m* e *n*, respectivamente, formam um par de demonstração do sistema MIU se e somente se *m* for o número de Gödel de uma derivação do sistema MIU cuja última linha seja a cadeia com o número de Gödel *n*.

Examinemos uns poucos exemplos que envolvem pares de demonstração do sistema MIU. Primeiramente, seja *m* = 3131131111301 e seja *n* = 301. Estes valores de *m* e *n* formam, na verdade, um par de demonstração do sistema MIU, porque *m* é o número de Gödel da derivação do sistema MIU

MI
MII
MIIII
MUI

cuja última linha é MUI, que tem o número de Gödel 301, que é *n*. Em contraste, seja *m* = 31311311130 e seja *n* = 30. Por que esses dois valores *não* formam um par de demonstração do sistema MIU? Para ver a resposta, escrevamos a derivação que se supõe codificada em *m*:

MI
MII
MIII
MU

Há um passo ilícito nesta derivação! É o passo da segunda para a terceira linha: de MII para MIII. Não há regra de inferência no sistema MIU que permita esse passo tipográfico. Correspondentemente – e isto é absolutamente crucial – não há regra aritmética de inferência que o leve de 311 para 3111. Talvez esta observação seja trivial, à luz de nossa discussão no capítulo IX, mas ela está no

cerne do isomorfismo de Gödel. O que fazemos em qualquer sistema formal tem um paralelo nas manipulações aritméticas.

De toda maneira, os valores m = 31311311130 e n = 30 claramente não formam um par de demonstração do sistema MIU. Isso, por si só, não implica que 30 não seja um número MIU. Poderia haver outro valor de m que formasse um par de demonstração do sistema MIU com 30. (Na verdade, sabemos, por raciocínios anteriores, que MU não é um teorema MIU e que, portanto, nenhum número pode formar um par de demonstração do sistema MIU com 30.)

Voltemos agora aos pares de demonstração TNT. Aqui seguem dois exemplos paralelos dos quais um é um par de demonstração da TNT válido, e o outro não. Você pode identificá-los? (A propósito, é aqui que surge o códon "611". Seu propósito é o de separar os números de Gödel das linhas sucessivas de uma derivação da TNT. Nesse sentido, "611" serve como um tipo de pontuação. No sistema MIU, a inicial "3" de todas as linhas é suficiente e nenhuma pontuação adicional é necessária.)

(1) m = 626,262,636,223,123,262,111,666,611,223,123,666,111,666
n = 123,666,111,666

(2) m = 626,262,636,223,123,262,111,666,611,223,333,262,636,123,262,111,666
n = 223,333,262,636,123,262,111,666

É bastante simples verificar qual o par pretenso e qual o verdadeiro. Basta efetuar a tradução para a notação antiga e proceder a um exame de rotina para ver:

(1) se a pretensa derivação codificada por m é, na verdade, legítima;
(2) se assim for, se a última linha da derivação coincide com a cadeia codificada por n.

O passo 2 é trivial; e o passo 1 também é extremamente direto, neste sentido: não há nenhuma pesquisa infinita, nenhuma volta sem fim oculta nele. Considere os exemplos anteriores nos termos do sistema MIU e substitua mentalmente as regras desse sistema pelas da TNT e o axioma único do sistema MIU pelos axiomas da TNT. O algoritmo em ambos os casos é o mesmo. Explicitemo-lo:

Percorra as linhas da derivação uma a uma.
Marque as que são axiomas.
Para cada linha que *não* for um axioma, verifique se ela decorre de linhas anteriores da pretensa derivação por meio de qualquer das regras de inferência.
Se todos os não-axiomas decorrem de linhas anteriores por meio de regras de inferência, a derivação é legítima; se não, é uma derivação falsa.

A cada estágio existe claramente um conjunto de tarefas a ser executado e o número delas é facilmente determinável de antemão.

A propriedade de par de demonstração é recorrente primitiva...

A razão por que ressalto a existência de limites para essas voltas provém de que, como você já poderá ter intuído, estou pronto para enunciar o

FATO FUNDAMENTAL 1: A propriedade de ser um par de demonstração é uma propriedade recorrente primitiva da Teoria dos Números, a qual, por conseguinte, pode ser testada por meio de um programa VoD.

Deve-se notar que existe aqui um contraste notável com outra propriedade intimamente correlacionada com a Teoria dos Números: a de ser um *número-teorema*. Afirmar que *n* é um número-teorema é afirmar que existe *algum* valor de *m* que forma um par de demonstração com *n*. (A propósito, esses comentários se aplicam igualmente bem à TNT e ao sistema MIU; pode ser útil conservar ambos em mente, tendo o sistema MIU como protótipo.) Para verificar se *n* é um número-teorema, você terá de efetuar uma busca por todos os "parceiros" potenciais, *m*, de pares de demonstração e esta pode ser uma busca infinita. Ninguém pode dizer até que ponto será necessário pesquisar para encontrar um número que forme um par de demonstração tendo *n* como seu segundo elemento. Esse é o problema de ter regras de aumento e de diminuição em um mesmo sistema: elas produzem certo grau de imprevisibilidade.

O exemplo da Variação de Goldbach pode ser útil nesse estágio. É fácil testar se um *par* de números (*m* e *n*) forma um *par Tartaruga*; ou seja, se tanto *m* quanto $n + m$ são primos. O teste é fácil porque a propriedade que caracteriza os números primos é recorrente primitiva: ela admite um teste com fim previsível. Mas se quisermos saber se *n* possui a propriedade Tartaruga, então estaremos perguntando: "Existe um número *m qualquer* que forma um par Tartaruga tendo *n* como seu segundo elemento?" – e isso, novamente, nos leva ao estranho e indeterminado mundo das voltas MU.

... e está, por conseguinte, representada na TNT

O conceito-chave, neste ponto, é, portanto, o Fato Fundamental 1, dado antes, pois a partir dele podemos concluir o

FATO FUNDAMENTAL 2: A propriedade de formar um par de demonstração é testável em VoD e, conseqüentemente, está *representada* na TNT por alguma fórmula com duas variáveis livres.

Novamente estamos sendo informais quanto à especificação dos sistemas aos quais esses pares de demonstração estão relacionados; na verdade, isso não importa, pois ambos os fatos fundamentais são válidos para qualquer sistema formal. Esta é a natureza dos sistemas formais: é sempre possível dizer, com fim previsível, se uma dada sucessão de linhas forma uma demonstração ou não – e isso nos leva às noções aritméticas correspondentes.

O poder dos pares de demonstração

Suponhamos a hipótese de que estamos lidando com o sistema MIU, para fins de tornar as coisas concretas. Você provavelmente se recordará das cadeias que denominamos "MUMON", cuja interpretação, em um nível, era a afirmação "MU é um teorema do sistema MIU". Podemos agora mostrar como MUMON seria expressa na TNT, em termos da fórmula que representa a noção de pares de demonstração (do sistema) MIU. Abreviemos essa fórmula, de cuja existência estamos certos em razão do Fato Fundamental 2, desta maneira:

PAR DE DEMONSTRAÇÃO MIU {a,a'}

Por ser uma propriedade de dois números, ela é representada por uma fórmula com duas variáveis livres. (Nota: neste capítulo, empregaremos sempre a TNT austera – tenha, portanto, cuidado de distinguir as variáveis a, a' e a''.) Para afirmar que "MU é um teorema do sistema MIU", teríamos de fazer a afirmação isomórfica "30 é um número-teorema do sistema MIU" e então traduzi-la para a notação da TNT. Com a ajuda de nossa abreviação, isso é fácil (lembre-se também de que, como visto no capítulo VIII, para indicar a substituição de todo a' por um numeral escrevemos esse numeral seguido de "/a'"):

∃a: PAR DE DEMONSTRAÇÃO MIU {a,SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS0/a'}

Conte os Ss: são 30. Observe que esta é uma afirmação fechada da TNT, porque uma variável livre foi quantificada e a outra substituída por um numeral. Aliás, aqui se fez uma coisa esperta. O Fato Fundamental 2 propiciou-nos uma maneira de falar a respeito de *pares de demonstração*; imaginamos uma maneira de falar a respeito de *números-teoremas* também: basta colocar um quantificador existencial à frente! Uma tradução mais literal da cadeia acima seria: "Existe algum número a que forma um par de demonstração do sistema MIU tendo 30 como seu segundo elemento".

Suponhamos que desejássemos fazer algo semelhante com respeito à TNT – digamos, expressar a afirmação "0 = 0 é um teorema da TNT". Podemos abreviar a fórmula cuja existência nos é assegurada pelo Fato Fundamental 2 de maneira análoga (novamente com duas variáveis livres).

PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT {a, a'}

(A interpretação dessa fórmula abreviada da TNT é: "Os números naturais a e a' formam um par de demonstração da TNT".) O próximo passo é transformar nossa afirmação em Teoria dos Números, seguindo o modelo MUMON, acima. A afirmação torna-se "Existe algum número a que forma um par de demonstração tendo 666.111.666 como seu segundo elemento". A fórmula da TNT que expressa isto é:

∃a: PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT {a,SSSSS............SSSSO/a'}

muitos, muitos S*s!*
(com efeito, 666.111.666 deles)

– uma afirmação fechada da TNT. (Chamemo-la Joshu, por razões que logo ficarão claras.) Verifica-se, portanto, que existe uma maneira de falar não apenas a respeito da noção primitivamente recorrente dos pares de demonstração da TNT, mas também a respeito da noção correlata, mas mais complicada, dos números-teoremas da TNT.

Com o fim de verificar se compreendeu essas idéias, veja se consegue traduzir para a TNT as seguintes afirmações da meta TNT:

(1) 0 = 0 não é um teorema da TNT.
(2) ~0 = 0 é um teorema da TNT.
(3) ~0 = 0 não é um teorema da TNT.

Em que diferem as soluções do exemplo dado acima, assim como uma da outra? Aqui estão mais alguns exercícios de tradução.

(4) JOSHU é um teorema da TNT. (Chame a cadeia da TNT que expressa isso de "META-JOSHU".)
(5) META-JOSHU é um teorema da TNT. (Chame a cadeia da TNT que expressa isso de "META-META-JOSHU").
(6) META-META-JOSHU é um teorema da TNT.
(7) META-META-META-JOSHU é um teorema da TNT.

(etc., etc.)

O exemplo 5 mostra que afirmações da meta-meta-TNT podem ser traduzidas para a notação da TNT; o exemplo 6 faz o mesmo com relação à meta-meta-meta-TNT, etc.

É importante ter em mente, nesse ponto, a diferença entre *expressar* uma propriedade e *representá-la*. A propriedade de ser um número-teorema da TNT, por exemplo, é *expressa* pela fórmula

∃a: PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT {a,a'}

Tradução: "a' é um número-teorema da TNT". Contudo, não há nenhuma garantia de que esta fórmula *represente* a noção, pois não existe nenhuma garantia de que essa propriedade seja recorrente primitiva. Na verdade, temos uma suspeita razoável de que não o seja. (Essa suspeita é bem fundamentada. A propriedade de ser um número-teorema da TNT *não* é recorrente primitiva e nenhuma fórmula da TNT pode representar a propriedade!) Em contraste, a propriedade de ser um par de demonstração, em virtude de sua recorrenciação primitiva, é tanto expressável quanto representável pela fórmula já apresentada.

A substituição leva à segunda idéia

A discussão precedente levou-nos ao ponto em que vimos como a TNT pode fazer a "introspecção" da noção da teoremidade na TNT. Essa é a essência da primeira parte da demonstração. Devemos agora trabalhar sobre a segunda idéia importante da demonstração, desenvolvendo uma noção que permite concentrar essa introspecção em uma única fórmula. Para fazê-lo, precisamos considerar o que acontece com o número de Gödel de uma fórmula quando esta se vê modificada estruturalmente, de maneira simples. Com efeito, consideremos esta modificação específica:

a substituição de todas as variáveis livres por um numeral específico.

Abaixo estão dois exemplos dessa operação na coluna da esquerda, enquanto na coluna da direita aparecem as mudanças paralelas em números de Gödel.

Fórmula	*Número de Gödel*
a = a	262,111,262
Substituímos agora todas as variáveis livres pelo numeral de 2:	↓
SSO = SSO	123,122,666,111,123,123,666
* * * * *	
~∃a:∃a':a'' = (SSa · SSa')	223,333,262,636,333,262,163,636, 262,163,163,111,362,123,123,262, 236,123,123,262,163,323
Substituímos agora todas as variáveis livres pelo numeral de 4:	↓
~∃a:∃a':SSSSO = (SSa · SSa')	223,333,262,636,333,262,163,636, 123,123,123,123,666,111,362,123, 123,262,236,123,123,262,163,323

Um processo aritmético isomórfico tem lugar na coluna da direita, na qual um número enorme se transforma em um número ainda maior. A função por meio da qual se obtém o número novo a partir do antigo não seria difícil de descrever aritmeticamente, em termos de adições, multiplicações, potências de 10 e assim por diante – mas não precisamos fazê-lo. O principal é o seguinte: a relação entre (1) o número de Gödel original, (2) o número cujo numeral é inserido e (3) o número de Gödel resultante é uma relação recorrente primitiva. Isso significa que se pode fazer um teste em VoD que, quando alimentado com três números naturais como insumo, responde SIM se eles se relacionam dessa maneira e NÃO no caso contrário. Você poderá testar sua capacidade de efetuar tal teste – e, ao mesmo tempo, convencer-se de que não há voltas infinitas escondidas no processo – verificando os seguintes conjuntos de três números:

(1) 362,262,112,262,163,323,111,123,123,123,123,666;
2;
362,123,123,666,112,123,123,666,323,111,123,123,123,123,666.

(2) 223,362,262,236,262,323,111,262,163;
1;
223,362,123,666,236,123,666,323,111,262,163.

Como de hábito, um dos exemplos dá certo e o outro não. Esse relacionamento entre três números será denominado relacionamento de *substituição*. Por ser recorrente primitiva, ela é *representada* por alguma fórmula da TNT com três variáveis livres. Abreviemos essa fórmula da TNT com a seguinte notação:

SUB {a, a', a''}

Como essa fórmula representa a relação de substituição, a fórmula mostrada abaixo tem de ser um teorema da TNT:

$$\text{SUB}\{\underbrace{\text{SSSSS.....SSSSS}}_{262,111,262\ \text{S}s}\text{0/a},\ \text{SS0/a'},\ \underbrace{\text{SSSSS.....SSSSS}}_{123,123,666,111,123,123,666\ \text{S}s}\text{0/a''}\}$$

(Isso se baseia no primeiro exemplo da relação de substituição mostrado nas colunas paralelas que apareceram anteriormente nesta seção.) E, novamente, porque a fómula SUB representa a relação de substituição, a fórmula mostrada abaixo certamente *não* é um teorema da TNT:

SUB{SSS0/a, SS0/a', S0/a''}

Aritmoquinagem

Chegamos agora ao ponto crucial em que podemos combinar todas as quatro partes desmembradas em uma totalidade significativa. Queremos empregar

o mecanismo dos PARES DE DEMONSTRAÇÃO DA TNT e fórmulas SUB de algum modo para construir uma única afirmação da TNT cuja tradução seja: "Esta cadeia da TNT não é um teorema da TNT". Como faremos? Mesmo nesse estágio, com todos os mecanismos necessários à nossa frente, a resposta não é fácil de encontrar.

Uma noção curiosa e de aparência talvez frívola é a de incluir o número de Gödel de uma fórmula nela própria. Isso é muito semelhante àquela outra noção curiosa e de aparência talvez frívola – a noção de "quinagem", da *Ária em G.* Mas a quinagem revelou possuir uma importância de tipo um tanto engraçado, na medida em que mostra uma maneira nova de compor uma afirmação auto-referente. A auto-referência desse tipo aproxima-se sorrateira pelas suas costas na primeira vez em que você a vê. Mas uma vez compreendido o princípio em que se baseia, você percebe que ela é bastante simples e interessante. A versão aritmética da quinagem – denominemo-la *aritmoquinagem* – nos permitirá compor uma afirmação da TNT que se refere "a si própria".

Vejamos um exemplo de aritmoquinagem. Necessitamos de uma fórmula que contenha pelo menos uma variável livre. Esta aqui servirá:

a = SO

O número de Gödel desta fórmula é 262,111,123,666 e colocaremos este número na própria fórmula – ou melhor, colocaremos nela o seu *numeral.* Aqui está o resultado:

$$\underbrace{\text{SSSSS.....SSSSSO}}_{262,111,123,666\ \text{S}s} = \text{SO}$$

Essa nova fórmula afirma uma falsidade grosseira – que 262,111,123,666 é igual a 1. Se houvéssemos começado com a cadeia ~a = SO e a seguir fizéssemos a aritmoquinagem, teríamos chegado a uma afirmação verdadeira. Verifique você mesmo.

Ao fazer a aritmoquinagem, você está, obviamente, trabalhando em um caso especial da operação de substituição que definimos anteriormente. Se quiséssemos falar da aritmoquinagem dentro da TNT, empregaríamos a fórmula

SUB {a'', a'', a'}

na qual as duas primeiras variáveis são iguais. Isso advém do fato de que estamos usando um único número de duas maneiras diferentes (repercussões do método diagonal de Cantor!). O número a'' é, ao mesmo tempo, (1) o número de Gödel original e (2) o número de inserção. Inventemos uma abreviatura para a fórmula acima:

ARITMOQUINAGEM {a'',a'}

O que essa fórmula diz, em português, é:

a' é o número de Gödel da fórmula obtido ao aritmoquinar-se
a fórmula com o número de Gödel a''.

A afirmação precedente é longa e feia. Apresentemos um termo conciso e elegante para resumi-la. Diremos:

a' é a *aritmoquinificação* de a''

para representar a mesma idéia. Por exemplo, a aritmoquinificação de 262,111,123,666 é este número inimaginavelmente gigantesco:

123,123,123,.....,123,123,123,666,111,123,666

262,111,123,666 cópias de "123"

(Este é o número de Gödel da fórmula que obtivemos quando aritmoquinamos a = S0.) Podemos falar com grande facilidade a respeito da aritmoquinagem dentro da TNT.

A gota d'água

Se você reparar de novo na *Ária na corda G*, verá que o truque final necessário à obtenção da auto-referência em termos de quinagem é quinar uma afirmação que já fale a respeito do conceito de quinagem. Não basta apenas quinar. É preciso quinar uma afirmação que mencione a quinagem! Muito bem – o truque paralelo em nosso caso tem de ser o de aritmoquinar alguma fórmula que já fale a respeito da noção de aritmoquinagem!

Antes de mais nada, escreveremos essa fórmula e a denominaremos *tio de G*:

~∃a:∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT {a,a'}∧ ARITMOQUINAGEM {a'',a'}>

Você pode ver explicitamente como a aritmoquinificação está profundamente envolvida na trama. Ora, este "tio" tem, naturalmente, um número de Gödel, que denominaremos *u*. O início e o fim da expansão decimal de *u*, e até mesmo um pequenino trecho de sua seção intermediária, podem ser lidos diretamente:

u = 223,333,262,636,333,262,163,636,212,...,161,...,213

Quanto ao resto, teríamos de saber como as fórmulas PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT e ARITMOQUINAGEM aparecem quando escritas. Isso é demasiado complexo e, de toda maneira, bastante irrelevante.

Agora, tudo o que precisamos fazer é aritmoquinar o próprio tio! Isso acarreta a "expulsão" de todas as variáveis livres – e só temos uma, ou seja, a'' – e a inclusão do numeral de *u* em todos os lugares. Isso nos dá:

$$\sim\exists a:\exists a':\langle \text{PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT}\{a,a'\}\wedge\text{ARITOMOQUINAGEM }\{\underbrace{SSS...SSS}_{u\ Ss}0/a'', a'\}\rangle$$

E isso, acredite ou não, é a cadeia de Gödel, que podemos denominar "G". Agora há duas perguntas que devemos responder sem demora. São elas:

(1) Qual é o número de Gödel de G?
(2) Qual é a interpretação de G?

Primeiro a primeira pergunta. Como fizemos G? Bem, começamos pelo tio e o aritmoquinamos. Assim, pela definição da aritmoquinificação, o número de Gödel de G é:

a aritmoquinificação de *u*.

Agora a pergunta 2. Traduziremos G para o português em etapas, tornando-o mais compreensível à medida que avançamos. Como primeira aproximação, faremos uma tradução bastante literal:

"Não existem números a e a' tais que ambos (1) formem um par de demonstração TNT e (2) a' seja a aritmoquinificação de *u*."

Ora, certamente *existe* um número a' que é a aritmoquinificação de *u*. Portanto, o problema deve estar com o outro número, a. Essa observação nos permite reformular a tradução de G, como se segue:

"Não existe um número a que forme um par de demonstração TNT com a aritmoquinificação de *u*."

(Esse passo, que pode produzir confusão, é explicado com mais detalhes adiante.) Percebe o que está acontecendo? G está dizendo isto:

"A fórmula cujo número de Gödel é a aritmoquinificação de *u* não é um teorema da TNT."

Mas – e isso não deveria ser uma surpresa nesse estágio – essa fórmula não é nada mais que a própria G; por conseguinte, podemos fazer a tradução definitiva de G como

"G não é um teorema da TNT."

ou, se você preferir,

"Eu não sou um teorema da TNT."

Gradualmente, extraímos uma interpretação de nível alto – uma afirmação da meta-TNT – a partir do que era originalmente uma interpretação de nível baixo – uma afirmação da Teoria dos Números.

A TNT pede arrego

A conseqüência principal dessa construção surpreendente já foi delineada no capítulo IX: é a incompletitude da TNT. Repitamos a argumentação:

> G é um teorema da TNT? Se for, então deve afirmar uma verdade. Mas o que é que G afirma? Sua própria não-teoremidade. Assim, de sua teoremidade decorreria sua não-teoremidade: uma contradição.
>
> E o que dizer de G como não-teorema? Isso é aceitável na medida em que não conduza a uma contradição. Mas a não-teoremidade de G é o que G afirma. Portanto, G afirma uma verdade. E como G não é um teorema, existe (pelo menos) uma verdade que não é um teorema da TNT.

Expliquemos novamente esse passo complicado. Utilizarei outro exemplo semelhante. Tomemos esta cadeia:

~∃a:∃a':<PAR TARTARUGA {a,a'}∧DÉCIMA POTÊNCIA {SSO/a'',a'}>

onde as duas abreviaturas correspondem a cadeias da TNT que você próprio pode escrever. DÉCIMA POTÊNCIA {a'',a'} representa a afirmação "a' é a décima potência de a''". A tradução literal para o português será, então:

"Não existem números **a** e **a'** tais que ambos (1) formem um par Tartaruga e (2) **a'** seja a décima potência de 2."

Mas, evidentemente, existe uma décima potência de 2 – ou seja, 1024. Por conseguinte, o que a cadeia está dizendo na verdade é que

"Não existe um número **a** que forme um par Tartaruga com 1024",

o que pode ainda ser transformado em

"1024 não tem a propriedade Tartaruga."

O fato é que conseguimos um modo de incluir uma *descrição* de um número, em vez de seu numeral, em um predicado. Isso resulta do emprego de uma variável quantificada extra (a'). Aqui foi o número 1024 que foi descrito como "a décima potência de 2"; antes fora o número descrito como "a aritmoquinificação de *u*".

"Produz não-teoremidade quando aritmoquinado"

Façamos uma pausa momentânea para tomar fôlego e rever o que fizemos. A melhor maneira que conheço para colocar a questão em perspectiva é fazer uma comparação explícita com a versão de Quine do paradoxo de Epimênides. Aqui está um mapa:

falsidade	⇔	não-teoremidade
citação de uma sentença	⇔	número de Gödel de uma cadeia
preceder um predicado por um sujeito definido	⇔	incluir um numeral (ou um termo) em uma fórmula aberta
preceder um predicado por uma sentença citada	⇔	incluir o número de Gödel de uma cadeia em uma fórmula aberta
preceder um predicado por ele próprio, entre aspas ("quinagem")	⇔	incluir o número de Gödel de uma fórmula aberta na própria fórmula ("aritmoquinagem")
produz falsidade quando quinado (um predicado sem sujeito)	⇔	o "tio" de G (uma fórmula aberta da TNT)
"Produz falsidade quando quinado" (o predicado acima, citado)	⇔	o número *u* (o número de Gödel da fórmula aberta acima)
"produz falsidade quando quinado" produz falsidade quando quinado (afirmação completa formada pela quinagem do predicado acima)	⇔	a própria G (afirmação da TNT formada pela inclusão de *u* no tio, isto é, a aritmoquinificação do tio)

O segundo Teorema de Gödel

Uma vez que a interpretação de G é verdadeira, a interpretação de sua negação ~G é falsa. E sabemos que nenhuma afirmação falsa é derivável na TNT.

Assim, *nem G nem sua negação ~G podem ser teoremas da TNT*. Encontramos um "furo" em nosso sistema – uma proposição não-decidível. Isso tem diversas ramificações. Aqui está um fato curioso que decorre da indecidibilidade de G: embora nem G, nem ~G sejam teoremas, a fórmula <Gv~G> é um teorema, uma vez que as regras do Cálculo Proposicional asseguram que todas as fórmulas bem formadas da forma <Pv~P> são teoremas.

Esse é um exemplo simples em que uma afirmação *de dentro* do sistema e uma afirmação *a respeito* do sistema parecem contrariar uma à outra. Isso nos faz pensar sobre se o sistema é realmente capaz de refletir-se com precisão. A "metamatemática refletida" que existe dentro da TNT corresponde bem à metamatemática que praticamos? Essa era uma das questões que intrigavam Gödel quando ele escreveu seu trabalho. Em particular, ele estava interessado em saber se era possível demonstrar a coerência da TNT na "metamatemática refletida". Recordemo-nos de que esse era o grande dilema filosófico: como demonstrar a coerência de um sistema. Gödel encontrou uma maneira simples de expressar a afirmação "a TNT é coerente" em uma fórmula da TNT; em seguida ele mostrou que essa fórmula e todas as demais que expressam a mesma idéia só são teoremas da TNT com uma condição: que a TNT seja *incoerente*. Esse resultado perverso foi um duro golpe para os otimistas que confiavam na possibilidade de que se pudesse obter uma demonstração rigorosa de que a matemática não tem contradições.

Como se expressa a afirmação "a TNT é coerente" dentro da TNT? A base está neste fato simples: que a incoerência significa que duas fórmulas, x e $\sim x$, uma das quais é a negação da outra, são ambas teoremas. Mas se tanto x quanto $\sim x$ são teoremas, então, de acordo com o Cálculo Proposicional, *todas* as fórmulas bem formadas são teoremas. Assim, para mostrar a coerência da TNT, bastaria exibir uma única afirmação da TNT que se pudesse demonstrar ser um não-teorema. Por conseguinte, uma maneira de expressar "a TNT é coerente" é dizer "a fórmula ~0 = 0 não é um teorema da TNT". Isso já foi proposto como exercício algumas páginas atrás. A tradução é:

$$\sim\exists a\text{:PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT }\{a,\underbrace{\text{SSSSS.....SSSSS}}_{223,666,111,666\ \text{S}s}\text{0}/a'\}$$

Pode ser demonstrado, por meio de um raciocínio longo, mas direto, que – na medida em que a TNT seja coerente – esse juramento de coerência por parte da TNT não é um teorema da TNT. Portanto, os poderes de introspecção da TNT são grandes quando se trata de expressar coisas, mas bastante fracos quando se trata de demonstrá-las. Esse é um resultado provocante se aplicado metaforicamente ao problema humano do autoconhecimento.

A TNT é incompleta em ω

Qual a variedade de incompletitude de que a TNT "desfruta"? Veremos que a incompletitude da TNT é da variedade "ômega" – definida no capítulo VIII. Isso significa que existe alguma família piramidal infinita de cadeias que são, todas elas, teoremas, mas cuja "cadeia-resumo" a ela associada é um não-teorema:

u S*s*

∀a:~∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT{a,a'}∧ ARITMOQUINAGEM{SSS...SSSO/a'', a'}>

Para compreender por que essa cadeia é um não-teorema, observe que ela é extremamente semelhante à própria G. Com efeito, pode-se obter G a partir dela em um único passo (ou seja, de acordo com a Regra de Intercâmbio da TNT). Por conseguinte, se ela fosse um teorema, G também o seria. Mas como G não é um teorema, ela tampouco pode sê-lo.

Queremos mostrar que todas as cadeias da família piramidal correlata *são* teoremas. Podemos escrevê-las com bastante facilidade:

u S*s*

~∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT{0/a,a'}∧ARITMOQUINAGEM{SSS...SSSO/a'',a'}>
~∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT{SO/a,a'}∧ARITOMOQUINAGEM{SSS...SSSO/a'',a'}>
~∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT{SSO/a,a'}∧ARITMOQUINAGEM{SSS...SSSO/a'',a'}>
~∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO TNT{SSSO/a,a'}∧ARITMOQUINAGEM{SSS...SSSO/a'',a'}>
. . .
. . .
. . .

O que afirma cada uma delas? Suas traduções, uma a uma, são:

"0 e a aritmoquinificação de *u* não formam um par de demonstração TNT".
"1 e a aritmoquinificação de *u* não formam um par de demonstração TNT".
"2 e a aritmoquinificação de *u* não formam um par de demonstração TNT".
"3 e a aritmoquinificação de *u* não formam um par de demonstração TNT".
. . . .
. . . .
. . . .

Ora, cada uma dessas afirmações fala sobre se *dois* números inteiros específicos formam ou não um par de demonstração. (Em contraste, a própria G fala sobre se *um* número inteiro específico é um número-teorema ou não.) Ora, como G é um não-teorema, *nenhum* número inteiro forma um par de demonstração com o número de Gödel de G. Por conseguinte, cada uma das afirmações da família é verdadeira. Ora, o cerne da questão está em que a propriedade de ser um par de

demonstração é recorrente primitiva, e portanto *representada*, de modo que cada uma das afirmações da lista acima, sendo verdadeira, deve traduzir-se por um *teorema* da TNT – o que significa que tudo em nossa família piramidal infinita são teoremas. E isso mostra por que a TNT é incompleta em ω.

Duas maneiras diferentes de tapar o furo

Como a interpretação de G é verdadeira, a interpretação de sua negação ~G é falsa. E utilizando a premissa de que a TNT é coerente, sabemos que nenhuma afirmação falsa é derivável da TNT. Assim, nem G nem sua negação ~G são teoremas da TNT. Encontramos um furo em nosso sistema – uma proposição indecidível. Ora, isso não é necessariamente causa de alarme se adotarmos um distanciamento filosófico suficiente para reconhecer para onde aponta esse sintoma. Ele significa que a TNT pode ser ampliada em duas direções diferentes, assim como a geometria absoluta. Pode ser ampliada em uma direção *clássica* – que corresponde à ampliação da geometria absoluta na direção euclidiana – ou pode ser ampliada em uma direção *não-clássica* – que, naturalmente, corresponde à ampliação da geometria absoluta na direção não-euclidiana. Ora, o tipo clássico de ampliação envolveria:

acrescentar G como novo axioma.

Esta sugestão parece bastante inofensiva e talvez até desejável, uma vez que, afinal de contas, G afirma algo verdadeiro a respeito do sistema dos números naturais. Mas que dizer do tipo não clássico de ampliação? Se ele for em algo paralelo ao caso do postulado paralelo, deve envolver:

acrescentar a negação de G como novo axioma.

Mas como podemos sequer pensar em fazer algo tão horrendo e repugnante? Afinal, parafraseando as palavras memoráveis de Girolamo Saccheri, o que ~G diz não é "repugnante à natureza dos números naturais"?

Números sobrenaturais

Espero que a ironia dessa citação o impressione. O problema preciso do enfoque que Saccheri deu à geometria foi o de que ele começou por uma noção fixa do que era verdadeiro e do que não era verdadeiro e dedicou-se apenas a demonstrar o que ele determinara como verdadeiro desde o início. Apesar da habilidade de seu enfoque, que envolvia negar o quinto postulado e, então, demonstrar muitas proposições "repugnantes" da geometria subseqüente, Saccheri nunca contemplou a possibilidade de outras maneiras de pensar a respeito de pontos e linhas. Ora, devemos estar alerta para não cometer esse tipo de erro

famoso. Devemos considerar imparcialmente, na medida de nossas possibilidades, o que significaria acrescentar ~G como axioma da TNT. Pense em como seria a matemática hoje se as pessoas nunca houvessem considerado acrescentar novos axiomas dos tipos seguintes:

∃a:(a+a) = SO
∃a:Sa = 0
∃a:(a · a) = SSO
∃a:S(a · a) = 0

Conquanto cada um deles seja "repugnante à natureza de sistemas numéricos anteriormente conhecidos", cada um deles também proporciona uma *ampliação* profunda e maravilhosa da noção de números inteiros: números racionais, números negativos, números irracionais, números imaginários. É essa a possibilidade para a qual ~G trata de abrir nossos olhos. Ora, no passado, cada nova ampliação da noção de número era saudada com vaias e assobios. Essa reação era particularmente notável no caso de aparições inoportunas, como as dos "números irracionais" e dos "números imaginários". Fiéis a essa tradição, denominaremos os números que ~G nos anuncia *números sobrenaturais*, para demonstrar nossos sentimentos quanto à violação de todas as noções compatíveis com a razão e o bom-senso.

Se vamos incluir ~G como o sexto axioma da TNT, é melhor tratarmos de entender como ela pode coexistir, em um mesmo sistema, com a família piramidal infinita que acabamos de discutir. Sem rodeios, ~G diz:

"Existe *algum* número que forma um par de demonstração da TNT
com a aritmoquinificação de *u*",

mas os vários números da família piramidal afirmam sucessivamente:

"0 não é esse número"
"1 não é esse número"
"2 não é esse número"
.
.
.

Isso é muito confuso porque parece ser uma contradição total (razão por que é denominado "incoerência em ω"). Na base de nossa confusão – muito semelhante ao caso da divisão da geometria –, está nossa resistência teimosa a adotar uma interpretação modificada para os símbolos, apesar de estarmos bem conscientes de que o sistema é um sistema modificado. Queremos prosseguir sem reinterpretar *qualquer* símbolo – e, naturalmente, isso se revelará impossível.

A conciliação ocorre quando reinterpretamos ∃ como "existe um número natural *generalizado*", ao invés de "existe um número natural". Ao agirmos assim, também reinterpretaremos ∀ de maneira correspondente. Isso significa que estamos abrindo as portas para outros números além dos números naturais. Esses são os *números sobrenaturais*. Os naturais e os sobrenaturais juntos compõem a totalidade dos *naturais generalizados*.

A contradição aparente dilui-se no ar, pois a família piramidal ainda diz o que dizia antes: "Nenhum número *natural* forma um par de demonstração da TNT com a aritmoquinificação de *u*". A família não diz nada a respeito dos números sobrenaturais, porque não há *numerais* para eles. Mas agora, ~G diz: "Existe um número natural *generalizado* que forma um par de demonstração da TNT com a aritmoquinificação de *u*". Fica claro que, tomadas em conjunto, a família e ~G nos dizem algo: que existe um número *sobrenatural* que forma um par de demonstração da TNT com a aritmoquinificação de *u*. Isso é tudo. Não existe mais contradição. A TNT+~G é um sistema coerente, de acordo com uma interpretação que inclui números sobrenaturais.

Como concordamos em ampliar as interpretações dos dois quantificadores, isso significa que qualquer teorema que envolva qualquer um deles tem um significado ampliado. Por exemplo, o teorema da comutatividade

∀a:∀a':(a+a') = (a'+a)

agora nos diz que a adição é comutativa para todos os números naturais *generalizados*. Em outras palavras, não apenas para os números naturais, mas também para os sobrenaturais. Do mesmo modo, o teorema da TNT que diz "2 não é quadrado de um número natural" –

~∃a:(a · a) = SS0

– agora nos diz que 2 tampouco é quadrado de um número sobrenatural. Com efeito, os números sobrenaturais compartilham de todas as propriedades dos números naturais, na medida em que tais propriedades nos sejam dadas em teoremas da TNT. Em outras palavras, tudo o que possa ser *formalmente demonstrado* a respeito dos números naturais prevalece também para os números sobrenaturais. Isso significa, em particular, que os números sobrenaturais não são nada que já lhe seja familiar, como frações, números negativos, números complexos ou o que quer que seja. Em vez disso, eles são mais bem visualizados como números inteiros maiores que todos os números naturais – como números inteiros infinitamente grandes. Esse é o ponto: embora os teoremas da TNT possam excluir frações, números negativos, números irracionais e números complexos, não há maneira de excluir números inteiros infinitamente grandes. O problema está em que não existe sequer uma maneira de *expressar* a afirmação: "Não existem quantidades infinitas".

À primeira vista, isso parece muito estranho. Quão grande é o número que faz um par de demonstração TNT com o número de Gödel de G? (Denominemo-lo *I*, sem nenhuma razão particular.) Infelizmente, não dispomos de um vocabulário adequado para descrever os tamanhos dos números inteiros infinitamente grandes, de modo que temo não poder dar uma idéia da magnitude de *I*. Mas qual é a magnitude de *i* (a raiz quadrada de –1)? Seu tamanho não pode ser imaginado em termos dos tamanhos dos números naturais familiares. Não se pode dizer: "Bem, *i* é mais ou menos do tamanho da metade de 14 e 9/10 do tamanho de 24". É preciso dizer "*i* ao quadrado é –1" e deixar as coisas nesse pé. Há uma boa citação de Abraham Lincoln para esse caso. Quando lhe perguntaram: "De que tamanho devem ser as pernas de um homem?" Ele balbuciou: "Do tamanho suficiente para chegar até o chão". É mais ou menos assim que se tem de responder à pergunta sobre o tamanho de *I*. Ele deve ter exatamente o tamanho de um *número que especifique a estrutura de uma demonstração de G* – nem maior, nem menor.

Evidentemente, qualquer teorema da TNT tem muitas derivações diferentes e, por conseguinte, pode-se reclamar que minha caracterização de *I* não é única. É assim mesmo. Mas o paralelo com *i* – a raiz quadrada de –1 – continua a prevalecer. Ou seja, lembre-se de que existe outro número cujo quadrado também é menos um: –*i*. Ora, *i* e -*i* não são iguais. Apenas têm uma propriedade em comum. O único problema está em que essa é a propriedade que os define! Temos de escolher um deles – não importa qual – e denominá-lo *i*. Com efeito, não há maneira de distingui-los um do outro. Assim, é possível que tenhamos escolhido o *i* errado durante todos esses séculos, sem que isso tenha feito nenhuma diferença. Ora, assim como *i*, *I* também é definido de maneira não-única. Desse modo, você tem de conceber *I* como algum número específico dentre os muitos números sobrenaturais possíveis que formam pares de demonstração da TNT com a aritmoquinificação de *u*.

Os teoremas sobrenaturais têm derivações infinitamente longas

Ainda não encaramos de frente o que significa adotar ~G como axioma. Já o dissemos, mas não o ressaltamos. O importante é que ~G afirma que *G tem uma demonstração*. Como pode um sistema sobreviver quando um de seus axiomas afirma que sua própria negação tem uma demonstração? Devemos estar pisando em brasas! Bem, não é tão ruim como pode parecer. Na medida em que construímos apenas demonstrações *finitas*, nunca demonstraremos G. Por conseguinte, uma colisão calamitosa entre G e sua negação, ~G, jamais ocorrerá. O número sobrenatural *I* não causará nenhum desastre. Contudo, teremos de acostumar-nos à idéia de que ~G é quem agora afirma uma verdade ("G tem uma demonstração"), enquanto G afirma uma falsidade ("G não tem demonstração"). Na teoria clássica dos números, o que ocorre é o contrário. Mas na teoria clássica dos números não existem números sobrenaturais. Observe que

um teorema sobrenatural da TNT – como G – pode afirmar uma falsidade, mas todos os teoremas naturais continuam afirmando verdades.

Adição e multiplicação sobrenaturais

Há um fato extremamente curioso e inesperado a respeito dos sobrenaturais que eu gostaria de mencionar, sem demonstração. (Eu também não conheço a demonstração.) O fato lembra o princípio da incerteza de Heisenberg, na mecânica quântica. Ocorre que os sobrenaturais podem ser "indexados" de maneira simples e natural, associando-se a cada número sobrenatural um trio de números inteiros comuns (inclusive os negativos). Assim, nosso número sobrenatural original, *I*, poderia ter como índice (9,-8,3) e seu sucessor, *I* + 1, poderia ter como índice (9,-8,4). Ora, não existe uma maneira única de indexar os sobrenaturais; métodos diferentes oferecem vantagens e desvantagens diferentes. Em alguns sistemas de indexação, é muito fácil calcular o trio indexador para a *soma* de dois sobrenaturais, dados os índices dos dois números a serem somados. Em outros sistemas de indexação, é muito fácil calcular o trio indexador para o *produto* de dois sobrenaturais, dados os índices dos dois números a serem multiplicados. Mas em *nenhum* esquema de indexação é possível calcular ambos. Mais especificamente, se o índice da soma pode ser calculado por uma função recorrente, então o índice do produto não será uma função recorrente; e, ao contrário, se o índice do produto é uma função recorrente, então o índice da soma não o será. Por conseguinte, os alunos sobrenaturais que sabem bem a tabuada sobrenatural de soma não poderão ser repreendidos por não saberem a tabuada sobrenatural de multiplicação – e vice-versa! Não se pode saber as duas ao mesmo tempo.

Os sobrenaturais são úteis...

Pode-se ir além da Teoria dos Números, no campo sobrenatural, e considerar-se frações sobrenaturais (razões entre dois sobrenaturais), números reais sobrenaturais, e assim por diante. Com efeito, o cálculo pode ser colocado em bases novas utilizando-se a noção de números reais sobrenaturais. Infinitesimais, como *dx* e *dy*, esses velhos bichos-papões dos matemáticos podem ser inteiramente justificados se forem considerados como recíprocos dos números reais infinitamente grandes! Alguns teoremas, na análise avançada, podem ser demonstrados mais intuitivamente com a ajuda da "análise não-clássica".

...mas serão reais?

A teoria não-clássica dos números é desorientadora ao primeiro encontro. Mas também o é a geometria não-euclidiana. Em ambos os casos, a per-

gunta que se coloca vigorosamente em nossas mentes é: "Mas qual das duas teorias rivais é a correta? Qual é *a verdade*?" Em certo sentido, não há resposta para tal pergunta. (E, no entanto, em outro sentido – que será discutido posteriormente – há uma resposta.) A razão por que *não* há resposta para a pergunta está em que as duas teorias rivais, embora empreguem os mesmos termos, não falam a respeito dos mesmos conceitos. Por conseguinte, elas se rivalizam apenas superficialmente, assim como as geometrias euclidiana e não-euclidiana. Na geometria, as palavras "ponto", "linha" e outras são termos não-definidos e seus significados são determinados pelo sistema axiomático, dentro do qual elas são empregadas.

O mesmo ocorre na Teoria dos Números. Quando decidimos formalizar a TNT, pré-selecionamos os termos que empregaríamos como palavras de interpretação. Por exemplo, palavras como "número", "mais", "vezes" e assim por diante. Ao dar o passo da formalização, estávamos nos comprometendo a aceitar quaisquer significados passivos que esses termos pudessem tomar. Mas – assim como Saccheri – não previramos nenhuma surpresa. Pensávamos que sabíamos qual era a verdadeira, real e única Teoria dos Números naturais. Não sabíamos que haveria algumas perguntas a respeito dos números que a TNT deixaria em aberto e que, portanto, poderiam ser respondidas, à escolha, por ampliações da TNT orientadas para diferentes direções. Assim, não existe uma base para se dizer que a Teoria dos Números é "realmente" desta ou daquela maneira, assim como ninguém se dispõe a dizer se a raiz quadrada de –1 "realmente" existe ou "realmente" não existe.

As bifurcações da geometria e os físicos

Há um argumento que pode, e talvez deva, ser levantado contra o exposto. Suponhamos que experimentos no mundo físico real possam ser explicados em termos de uma versão particular da geometria de maneira mais econômica que em termos de quaisquer outras. Então, talvez faça sentido dizer que essa geometria é "verdadeira". Do ponto de vista de um físico que queira empregar a geometria "correta", faz algum sentido distinguir entre a geometria "verdadeira" e as demais geometrias. Mas isso não pode ser tomado de maneira demasiado simplista. Os físicos estão sempre trabalhando com aproximações e idealizações de situações. Por exemplo, meu próprio trabalho de doutoramento, mencionado no capítulo V, baseou-se em uma idealização extrema do problema de um cristal em um campo magnético. A matemática resultante tinha alto grau de beleza e simetria. Apesar – ou melhor, em razão – da artificialidade do modelo, algumas características fundamentais emergiram conspicuamente no gráfico. Essas características, por sua vez, sugerem algumas indagações a respeito dos tipos de coisas que poderiam acontecer em situações mais realistas. Mas sem as premissas simplificadoras que produziram meu gráfico, as oportunidades para

tais indagações nunca teriam surgido. Esse tipo de coisa acontece reiteradamente na física, quando um físico se vale de uma situação "não real" para aprender algo a respeito de características profundamente ocultas da realidade. Por conseguinte, deve-se ter a máxima cautela ao se dizer que o tipo de geometria que os físicos desejariam empregar representaria "a geometria verdadeira", pois, na verdade, os físicos sempre empregam diversas geometrias diferentes, escolhendo, em qualquer situação dada, aquela que parece ser a mais simples e a mais conveniente.

Além disso – e talvez isso seja ainda mais relevante –, os físicos não estudam apenas o espaço tridimensional em que vivemos. Há famílias inteiras de "espaços abstratos", dentro dos quais se desenvolvem cálculos físicos, espaços que têm propriedades geométricas totalmente diferentes das do espaço físico no qual vivemos. Quem poderá dizer, então, que "a geometria verdadeira" é a que é definida pelo espaço em que Urano e Netuno giram em volta do Sol? Existe o "espaço de Hilbert", em que operam funções ondulatórias da mecânica quântica; existe o "espaço de momento", em que residem os componentes de Fourier; existe o "espaço recíproco", em que corcoveiam os vetores-ondas; existe o "espaço de fase", em que sibilam configurações de partículas múltiplas; e assim por diante. Não há nenhuma razão para que as geometrias de todos esses espaços sejam idênticas; com efeito, elas sequer poderiam ser idênticas! Portanto, é essencial e vital para os físicos que existam geometrias diferentes e "rivais".

As bifurcações da Teoria dos Números e os banqueiros

Basta de geometria. Falemos agora da Teoria dos Números. Será também essencial e vital que diferentes teorias dos números coexistam umas com as outras? Se a pergunta fosse feita a um funcionário de um banco, creio que a resposta seria uma reação de horror e descrença. Como 2 mais 2 pode ser algo diferente de 4? E mais, se 2 mais 2 não fossem 4, a economia mundial não entraria imediatamente em colapso diante da incerteza insuportável trazida por esse fato? Na verdade, não é esse o caso. Em primeiro lugar, a Teoria dos Números não-clássica não ameaça a venerável idéia de que 2 mais 2 são 4. Ela difere da teoria clássica dos números apenas na maneira pela qual lida com o conceito de infinito. Afinal de contas, *todos os teoremas da TNT permanecem teoremas em qualquer ampliação da TNT!* Assim, os banqueiros não precisam desesperar-se ante o caos que ocorrerá quando a teoria não-clássica dos números predominar.

E, de toda maneira, o medo que se tem diante da mudança de fatos conhecidos revela uma concepção errônea do relacionamento entre a matemática e o mundo real. A matemática só nos dá respostas a perguntas no mundo real *depois* que se dá o passo vital de escolher o tipo de matemática a ser aplicado. Mesmo que houvesse uma outra Teoria dos Números que empregasse os símbolos "2", "3" e "+" e na qual um teorema dissesse que "2 + 2 = 3", poucas ra-

zões haveria para que os banqueiros a escolhessem! Essa teoria não é adequada à maneira pela qual se trabalha com o dinheiro. É a matemática que é adaptada ao mundo e não o contrário. Por exemplo, não se aplica a Teoria dos Números a sistemas de nuvens porque o próprio conceito de números inteiros não é adequado a esse campo. As nuvens fundem-se uma com a outra e ao invés de termos duas nuvens haverá apenas uma. Isso não significa que 1 mais 1 seja igual a 1; significa apenas que nosso conceito de "um", da Teoria dos Números, não é aplicável, em toda sua extensão, à contagem de nuvens.

As bifurcações da Teoria dos Números e os metamatemáticos

Assim, os banqueiros, os contadores de nuvens e a maioria de nós não precisam preocupar-se com a chegada dos números sobrenaturais: eles não afetarão nossa percepção quotidiana do mundo nem sequer marginalmente. As únicas pessoas que poderiam, na realidade, preocupar-se um pouco são aquelas cujo trabalho depende, de alguma maneira importante, da natureza de entidades infinitas. Não existem muitas dessas pessoas – mas os lógicos matemáticos pertencem a essa categoria. Como a existência de uma bifurcação na Teoria dos Números pode afetá-las? Bem, a Teoria dos Números desempenha dois papéis na lógica: (1) quando axiomatizada, ela é um *objeto de estudo*; e (2) quando utilizada informalmente, é um *instrumento* indispensável por meio do qual os sistemas formais podem ser pesquisados. Com efeito, aqui volta a aparecer a distinção uso–menção: no papel (1), a Teoria dos Números é mencionada; no papel (2), ela é usada.

Ora, os matemáticos julgaram que a Teoria dos Números é aplicável ao estudo dos sistemas formais, mesmo que não o seja à contagem de nuvens, assim como os banqueiros julgaram que a aritmética dos números reais é aplicável a suas transações. Esse é um julgamento *extramatemático* e revela que os processos de pensamento envolvidos na realização da matemática, assim como em outras áreas, envolvem "hierarquias entrelaçadas" nas quais os pensamentos de um nível podem afetar os pensamentos de outro nível qualquer. Os níveis não são claramente separados, ao contrário do que a versão formalista do que é a matemática pode dar a entender.

A filosofia formalista afirma que a matemática lida apenas com símbolos abstratos, sem se preocupar de modo algum se tais símbolos têm aplicações na realidade ou ligações com ela. Mas essa é uma visão bastante distorcida. Isso fica mais claro que nunca na metamatemática. Se a própria Teoria dos Números *é usada* como instrumento para a obtenção de conhecimentos factuais a respeito de sistemas formais, então os matemáticos mostram tacitamente que acreditam que essas coisas etéreas denominadas "números naturais" são *parte da realidade* e não apenas criaturas da imaginação. Essa foi a razão por que observei parenteticamente, em ocasião anterior, que, em certo sentido, *existe* uma resposta para a pergunta sobre qual versão da Teoria dos Números é "verdadeira". Aqui está o xis do problema: os lógi-

cos matemáticos têm de escolher a versão da Teoria dos Números à qual dedicarão sua fé. Em particular, não podem ficar neutros no que se refere à questão da existência ou não-existência dos números sobrenaturais, pois as duas teorias diferentes podem proporcionar respostas diferentes a perguntas da metamatemática.

Tomemos, por exemplo, esta pergunta: "~G é finitamente derivável na TNT?" Ninguém, na verdade, sabe a resposta. Todavia, a maioria dos lógicos matemáticos responderia "não", sem hesitação. A intuição que motiva essa resposta baseia-se no fato de que, se ~G fosse um teorema, a TNT seria incoerente em ω, e isso forçaria a inclusão dos números sobrenaturais se se quisesse interpretar significativamente a TNT, o que é um pensamento repugnante para a maioria das pessoas. Afinal de contas, não pretendíamos nem esperávamos que os números sobrenaturais fizessem parte da TNT quando a inventamos. Ou seja, nós – ou a maioria dentre nós – acreditamos ser possível efetuar uma formalização da Teoria dos Números que não nos force a acreditar que os números sobrenaturais são, em todos os aspectos, tão reais quanto os naturais. É essa intuição a respeito da realidade que determina qual ramo da Teoria dos Números merecerá a fé dos matemáticos quando as cartas estiverem na mesa. Mas essa fé pode estar errada. Talvez toda formalização coerente da Teoria dos Números feita pelos seres humanos implique a existência dos sobrenaturais por ser incoerente em ω. É um pensamento esquisito, mas é concebível.

Se fosse esse o caso – do que duvido, mas contra o qual não existe refutação conhecida –, então G não teria de ser indecidível. Com efeito, poderia não haver qualquer fórmula indecidível na TNT. Poderia haver apenas uma Teoria dos Números, sem bifurcações, a qual incluiria necessariamente os sobrenaturais. Esse não é o tipo de coisa que os lógicos matemáticos esperam, mas é algo que não deve ser rejeitado por completo. Em geral, os lógicos matemáticos acreditam que a TNT – e sistemas similares a ela – é incoerente em ω e que a cadeia de Gödel que pode ser construída em qualquer desses sistemas é indecidível dentro desse sistema. Isso significa que eles podem escolher incluir como axioma ou a cadeia ou sua negação.

O décimo problema de Hilbert e a Tartaruga

Gostaria de concluir este capítulo mencionando uma extensão do Teorema de Gödel. (Esse ponto é coberto de maneira mais completa no artigo "Hilbert's tenth problem", de Davis e Hersh, citado na Bibliografia.) Para tanto, devo definir o que é uma equação diofantina. É uma equação em que um polinômio com coeficientes e expoentes integrais fixos é igualado a zero. Por exemplo,

$$a = 0$$

e

$$5x + 13y - 1 = 0$$

e

$$5p^5 + 17q^{17} - 177 = 0$$

e

$$a^{123,666,111,666} + b^{123,666,111,666} - c^{123,666,111,666} = 0$$

são equações diofantinas. Em geral, é difícil saber se uma dada equação diofantina tem ou não soluções com números inteiros. De fato, em uma famosa conferência pronunciada no início deste século, Hilbert pediu aos matemáticos que buscassem um algoritmo geral por meio do qual se pudesse determinar, em um número finito de passos, se uma dada equação diofantina tem ou não soluções com números inteiros. Mal suspeitava ele que tal algoritmo não existe!

Vamos agora à simplificação de G. Foi demonstrado que, sempre que se tem uma Teoria dos Números formal suficientemente poderosa e uma numeração de Gödel que lhe corresponda, há uma equação diofantina que é equivalente a G. A equivalência está no fato de que essa equação, quando interpretada em um nível metamatemático, afirma que ela própria não tem soluções. Viremos ao avesso; se se encontrou uma solução para ela, pode-se construir a partir daí o número de Gödel de uma demonstração, dentro do sistema, de que a equação não tem soluções! Isso foi o que a Tartaruga fez no *Prelúdio*, utilizando a equação de Fermat como sua equação diofantina. É bom saber que, quando se faz isso, se pode recuperar o som do velho Bach a partir das moléculas do ar!

Cantatatata... de aniversário

Em um belo dia de maio, a Tartaruga e Aquiles encontraram-se vagueando pela mata. Este, todo elegante, está fazendo uma espécie de vaivém com uma música que está cantarolando. Em seu colete, um grande botão com as palavras: "Hoje é meu aniversário!"

Tartaruga: Olá, Aquiles. O que o faz assim tão alegre hoje? Por acaso é seu aniversário?

Aquiles: Sim, sim! Hoje é meu aniversário!

Tartaruga: Era o que eu suspeitava, por causa do broche que você está usando, e também porque, a menos que esteja enganado, você está cantando uma música de uma Cantata de Aniversário, de Bach, uma escrita em 1727 para o quinquagésimo sétimo aniversário de Augusto, rei da Saxônia.

Aquiles: Você está certo. E o aniversário de Augusto coincide com o meu, de modo que ESTA Cantata de Aniversário tem duplo significado. Contudo, não direi a você minha idade.

Tartaruga: Oh, isso não importa. Todavia, gostaria de saber uma outra coisa. Do que você já me disse até agora, seria correto concluir que hoje é seu aniversário?

Aquiles: Sim, sim, seria. Hoje é meu aniversário.

Tartaruga: Excelente. Tal como eu suspeitava. Então, CONCLUIREI agora que é seu aniversário, a menos que...

Aquiles: Sim – a menos que o quê?

Tartaruga: A menos que isso fosse uma conclusão feita de maneira prematura ou apressada, você sabe. As tartarugas não gostam de conclusões apressadas desse tipo, afinal. (Não gostamos de pressa em geral, mas especialmente nessas circunstâncias.) Assim, permita-me perguntar, conhecendo muito bem seu apego ao pensamento lógico, se seria razoável deduzir logicamente das sentenças anteriores que hoje é, de fato, seu aniversário.

Aquiles: Creio que detecto um padrão em suas indagações, Sr. T. Mas em vez de saltar a conclusões, tomarei sua pergunta ao pé da letra e responderei de maneira direta. A resposta é: SIM.

Tartaruga: Ótimo! Então há mais uma coisa que preciso saber, para certificar-me de que hoje é...

Aquiles: Sim, sim, sim, sim... Já posso ver a linha de sua indagação, Sr. T. Tenho de adverti-lo que não sou tão ingênuo quanto era quando discutimos a demonstração de Euclides, tempos atrás.

Tartaruga: Ora, quem jamais o tomaria como ingênuo? Muito ao contrário,

tomo-o como um especialista nas formas de pensamento lógico, uma autoridade na ciência das deduções válidas, uma fonte de conhecimento sobre métodos corretos de raciocínio... Para dizer a verdade, Aquiles, você é, em minha opinião, um verdadeiro titã na arte da cogitação racional. E é somente por essa razão que perguntaria: "As sentenças anteriores apresentam evidência suficiente para eu concluir, sem perplexidade ulterior, que hoje é seu aniversário?"

Aquiles: Você me achata com seus pesados elogios, Sr. T – AGRADA, quero dizer. Mas estou pasmado com a natureza repetitiva de sua indagação – e em meu julgamento você, tanto quanto eu, poderia ter respondido "sim" a cada vez.

Tartaruga: Claro que poderia, Aquiles. Mas você sabe, fazer isso seria fazer uma Adivinhação Arriscada – e as tartarugas abominam Adivinhações Arriscadas. Tartarugas formulam apenas Adivinhações Educadas. Ah, sim – o poder da Adivinhação Educada. Você não faz idéia de quantas pessoas deixam de levar em conta todos os Fatores Relevantes quando estão adivinhando.

Aquiles: Parece-me que só havia um fator relevante nessa burundanga, que foi minha afirmação.

Tartaruga: Oh, com certeza, é pelo menos UM dos fatores a se levar em conta, eu diria – mas você me faria negligenciar a Lógica, essa ciência venerada dos antigos? A Lógica é sempre um Fator Relevante quando se faz Adivinhações Educadas, e uma vez que tenho comigo um renomado especialista em Lógica, achei que seria apenas lógico tirar vantagem desse fato, e confirmar minhas suspeitas, perguntando diretamente se minhas intuições estavam corretas. Então, permita-me finalmente deixar de rodeios e perguntar à queima-roupa: "As sentenças anteriores permitem-me concluir, sem nenhum lugar para a dúvida, que hoje é seu aniversário?"

Aquiles: Mais uma vez, SIM. Mas, francamente, tenho a distinta impressão de que você mesmo poderia ter fornecido essa resposta – como também todas as outras anteriores.

Tartaruga: Como ofendem suas palavras! Fosse eu tão sábio quanto sugere sua insinuação! Mas, como uma simples e mortal tartaruga, profundamente ignorante e almejando levar em conta todos os Fatores Relevantes, precisava saber as respostas a todas aquelas perguntas.

Aquiles: Pois bem, então, permita-me esclarecer o assunto de uma vez por todas. A resposta a todas as perguntas anteriores, e a todas as que se seguirem, que você perguntará nas mesmas linhas, é somente esta: SIM.

Tartaruga: Maravilhoso! Com uma só arremetida destruidora, você prendeu na rede toda a confusão, na sua maneira caracteristicamente inventiva. Espero que não se importe se eu denominar esse estratagema de ESQUEMA DE RESPOSTA. Reúne respostas-sim números 1, 2, 3, etc., em uma única. Com efeito, vindo como vem no final da linha, merece o título "Esquema de Resposta Ômega", sendo "ω" a última letra do alfabeto grego – como se fosse preciso explicar ISSO a VOCÊ!

Aquiles: Não me importa que denominação você dá. Estou apenas muito aliviado com o fato de que você finalmente concorda que é meu aniversário, e que poderemos prosseguir com outro tópico – como o que você vai me dar de presente.

Tartaruga: Alto lá – não tão depressa. CONCORDAREI que é seu aniversário, com uma condição.

Aquiles: O quê? Que eu não peça nenhum presente?

Tartaruga: Nada disso. Na verdade, Aquiles, estou ansioso para lhe oferecer um belo jantar de aniversário, contanto que eu fique apenas convencido de que o conhecimento imediato de todas aquelas respostas-sim (conforme fornecidas pelo Esquema de Resposta ω) permitir-me-á prosseguir diretamente, e sem quaisquer desvios ulteriores, à conclusão de que hoje é seu aniversário. É esse o caso, não é?

Aquiles: Sim, claro que é.

Tartaruga: Bom. Agora tenho resposta-sim $\omega + 1$. De posse disso, posso passar a aceitar a hipótese de que hoje é seu aniversário, se for válido fazê-lo. Você poderia fazer a gentileza de aconselhar-me a esse respeito, Aquiles?

Aquiles: O que é isso? Achei que sua maquinação infinita houvesse terminado. Ora, a resposta-sim $\omega + 1$ não o satisfaz? Pois bem. Darei não apenas a resposta-sim $\omega + 2$, mas também as respostas sim $\omega + 3$, $\omega + 4$, e assim por diante.

Tartaruga: Quão generoso, Aquiles. E esse é o seu aniversário, quando eu deveria estar dando a VOCÊ presentes, ao invés do contrário. Ou melhor, SUSPEITO que seja seu aniversário. Acho que posso concluir que SEJA seu aniversário, agora, de posse do novo Esquema de Resposta, que denominarei "Esquema de Resposta 2ω". Mas diga-me, Aquiles: o Esquema de Resposta 2ω permite-me REALMENTE dar esse salto enorme, ou estou perdendo alguma coisa?

Aquiles: Você não me enganará mais, Sr. T. Já sei como terminar essa brincadeira tola. Por estas palavras, apresentarei a você um Esquema de Resposta para acabar com todos os Esquemas de Resposta! Ou seja, apresentarei a você, simultaneamente, os Esquemas de Resposta ω, 2ω, 3ω, 4ω, 5ω, etc. Com esse Metaesquema-de-Resposta, SALTEI FORA de todo o sistema, de mala e cuia, transcendendo a esse jogo chato em que você achou que me encurralava – e agora estamos TERMINADOS!

Tartaruga: Por Deus! Sinto-me honrado, Aquiles, de ser o recipiente de tão poderoso Esquema de Resposta. Sinto que raramente algo tão gigantesco foi engendrado pela mente humana, e estou atônito com seu poder. Você se importaria se eu desse um nome ao seu presente?

Aquiles: Claro que não.

Tartaruga: Então denominá-lo-ei "Esquema de Resposta ω^2". E poderemos logo ir adiante com outros assuntos – tão logo você me diga se a posse do Esquema de Resposta ω^2 permitir-me-á deduzir que hoje é seu aniversário.

Aquiles: Oh, ai de mim! Será que nunca poderei chegar ao fim dessa trilha atormentadora? O que vem agora?

Tartaruga: Bem, depois do Esquema de Resposta ω^2 vem a resposta $\omega^2 + 2$. E assim por diante. Mas você pode juntar todas em uma só, que será o Esquema de Resposta $\omega^2 + \omega$. E então há muitos outros desses pacotes de resposta, como o $\omega^2 + 2\omega$, e o $\omega^2 + 3\omega$... Eventualmente, você chegará ao Esquema de Resposta $2\omega^2$, e, logo adiante, aos esquemas de respostas $3\omega^2$ e $4\omega^2$. Além deles, ainda há outros esquemas de respostas, como o ω^3, ω^4, ω^5, e assim por diante. Isso vai bem longe, você sabe.

Aquiles: Posso imaginar. Suponho que chegue ao Esquema de Resposta ω^ω, depois de algum tempo.

Tartaruga: Naturalmente.

Aquiles: E então vêm ω^{ω^ω} e $\omega^{\omega^{\omega^\omega}}$?

Tartaruga: Você está aprendendo com uma rapidez incrível, Aquiles. Tenho uma sugestão para você, se não se importar. Por que não junta todos em um único Esquema de Resposta?

Aquiles: Está bem, embora esteja começando a ficar em dúvida se dará certo.

Tartaruga: Parece-me que, dentro de nossas convenções para denominação, não existe um nome óbvio para isso. Assim, talvez devamos denominá-lo arbitrariamente Esquema de Resposta $\in_0$.

Aquiles: Ora essa! Toda vez que você dá um NOME a uma de minhas respostas, isso parece assinalar a destruição de todas as minhas esperanças de que aquela resposta irá satisfazê-lo. Que tal deixar esse Esquema de Resposta sem nome?

Tartaruga: Não poderíamos fazê-lo, Aquiles. Não teríamos como nos referir a ele sem um nome. E, além disso, há algo inevitável e um tanto belo com relação a esse Esquema de Resposta particular. Seria muito sem graça deixá-lo sem nome! E você não gostaria de fazer algo sem graça em seu aniversário, não é? Ou É seu aniversário? Ei, por falar em aniversário, hoje é MEU aniversário!

Aquiles: É mesmo?

Tartaruga: Sim, é. Bem, na verdade é aniversário de meu tio, mas isso é quase a mesma coisa. Que tal se você me oferecesse um delicioso jantar de aniversário esta noite?

Aquiles: Ora, espere um instante, Sr. T. Hoje é MEU aniversário. Você é quem deveria fazer essa oferta!

Tartaruga: Ah, mas você nunca logrou convencer-me da veracidade daquela afirmação. Ficou fazendo rodeios com respostas, esquemas de respostas, e não sei mais o quê. Tudo o que eu queria saber era se é seu aniversário ou não, mas você conseguiu confundir-me inteiramente. Oh, bem, que pena. De qualquer forma, terei prazer em deixá-lo oferecer-me um jantar de aniversário esta noite.

Aquiles: Muito bem. Conheço o lugar certo. Eles têm uma variedade de sopas deliciosas. E sei exatamente qual delas vamos tomar...

CAPÍTULO XV

Saltando fora do sistema

Um sistema formal mais poderoso

Uma das coisas que um crítico ponderado da demonstração de Gödel pode fazer é examinar sua generalidade. Tal crítico pode, por exemplo, suspeitar que Gödel tenha apenas tirado vantagem de maneira inteligente de um defeito escondido em um sistema formal particular, a TNT. Se fosse esse o caso, então talvez um sistema superior à TNT poderia ser desenvolvido, um sistema que não estaria sujeito ao artifício gödeliano, e o Teorema de Gödel perderia muito de seu vigor. Neste capítulo, examinaremos cuidadosamente as propriedades da TNT que a tornam vulnerável aos argumentos do capítulo anterior.

Um pensamento natural é este: se o problema principal com a TNT é que contém um "buraco" – em outras palavras, uma afirmação que é indeterminável, a saber, G – então, por que não tapar o buraco, simplesmente? Por que não acrescentar G à TNT como um sexto axioma? Naturalmente, por comparação a outros axiomas, G é um gigante absurdamente imenso, e o sistema resultante – TNT + G – teria um aspecto algo cômico, devido à desproporção de seus axiomas. Não obstante, o acréscimo de G é uma sugestão razoável. Consideremos que isso tenha sido feito. Ora, espera-se que o novo sistema, TNT + G, seja um sistema formal superior – um que não seja apenas livre-supernatural, mas também *completo*. É certo que TNT + G é superior à TNT em pelo menos um aspecto: a cadeia G não é mais indeterminável nesse novo sistema, uma vez que é um teorema.

A que se devia a vulnerabilidade da TNT? A essência de sua vulnerabilidade era ser capaz de expressar afirmações sobre si mesma – particularmente, a afirmação:

"Não posso ser demonstrada no sistema formal TNT."

ou, um pouco mais alongada,

"Não existe um número natural que forme
um par demonstrável pela TNT com o número Gödel dessa cadeia."

Existe alguma razão para se esperar que TNT + G seria invulnerável à demonstração de Gödel? Na verdade, não. Nosso novo sistema é tão expressivo quanto a TNT. Uma vez que a demonstração de Gödel se baseia principalmente

no poder expressivo de um sistema formal, não nos surpreenderíamos se víssemos nosso novo sistema sucumbir, também. O artifício será encontrar uma cadeia que expresse a afirmação:

"Não posso ser demonstrada no sistema formal TNT + G."

Na verdade, não é um grande artifício, já que o vimos empregado no caso da TNT. Todos os mesmos princípios são empregados; apenas o contexto se modifica ligeiramente. (Falando figurativamente, uma canção que conhecemos é cantada outra vez, mas em um tom superior.) Como antes, a cadeia que estamos buscando – denominemo-la "G'" – é construída pela intermediação de um "tio". Mas, em vez de estar baseada na fórmula que representa os pares de demonstração TNT, é baseada na noção semelhante, mas um pouco mais complicada, dos pares de demonstração TNT+G. Essa noção dos pares de demonstração TNT + G é somente uma pequena extensão da noção original dos pares de demonstração TNT.

Uma extensão semelhante para o sistema MIU poderia ser considerada. Vimos a forma não adulterada dos pares de demonstração MIU. Se fôssemos agora adicionar MU como um segundo axioma, estaríamos lidando com um novo sistema – o sistema MIU + MU. Uma derivação desse sistema estendido é apresentada abaixo:

MU	axioma
MUU	regra 2

Há um par de demonstração MIU + MU que responde – a saber, m = 30300, n = 300. Naturalmente, esse par de números não forma um par de demonstração MIU – apenas um par de demonstração MIU + MU. O acréscimo de um axioma extra não complica de maneira substancial as propriedades aritméticas dos pares de demonstração. O fato significativo a seu respeito – o de que ser um par de demonstração é recorrente primitivo – é preservado.

O método de Gödel reaplicado

Agora, retornando à TNT + G, encontraremos uma situação semelhante. Os pares de demonstração TNT + G, assim como seus predecessores, são recorrentes primitivos, de modo que são representados dentro da TNT + G por uma fórmula que abreviamos de uma maneira óbvia:

PAR DE DEMONSTRAÇÃO (TNT+G) {a,a'}

Prosseguindo, fazemos tudo uma vez mais. Fazemos a contrapartida de G começando com um "tio", tal como anteriormente:

~∃a:∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO (TNT+G) {a,a'} ∧ARITMOQUINAGEM {a,a'}>

Digamos que seu número Gödel seja *u'*. Agora, aritmoquinamos esse mesmo tio. Isso nos fornecerá G':

~∃a:∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO (TNT+G) {a,a'}
∧ARITMOQUINAGEM{SSS....SSSO/a'',a'}>
$\underbrace{\text{SSS....SSS}}_{u'\,\mathrm{S}s}$

Sua interpretação é:

"Não há número *a* que forme um par de demonstração TNT + G com a aritmoquinificação de *u'*."

De maneira mais concisa:

"Não posso ser demonstrado em um sistema formal TNT + G".

Multifurcação

Bem (bocejo), os detalhes são bem entediantes a partir daqui. G' é, precisamente, para a TNT + G, o que G era para a própria TNT. Percebe-se que tanto G' como ~G' podem ser acrescentados à TNT + G para produzir uma nova divisão da Teoria dos Números. E, caso se pense que isso só acontece aos "bons rapazes", esse mesmo vil artifício pode ser empregado à TNT + ~G – isto é, sobre a extensão não padronizada da TNT, obtida pela adição de negação de G. Assim, vemos agora (figura 75) que há todos os tipos de bifurcação na Teoria dos Números:

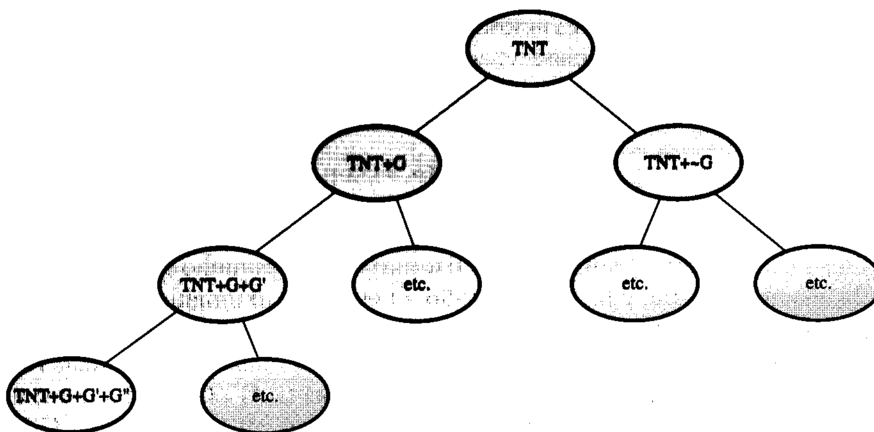


FIGURA 75. "Multifurcação" da TNT. Cada extensão da TNT possui sua própria afirmação Gödel; essa afirmação, ou sua negação, pode receber acréscimo, de modo que, de cada extensão, brota um par de extensões adicionais, processo que prossegue ad infinitum

Obviamente, isso é só o começo. Imaginemo-nos descendo o lado esquerdo dessa árvore invertida, na qual sempre acrescentamos as afirmações Gödel (ao invés de suas negações). Isso é o melhor que podemos fazer para eliminar os sobrenaturais. Após a adição de G, adicionamos G'. Então, acrescentamos G'' e G''', e assim por diante. Cada vez que fazemos uma nova extensão da TNT, sua vulnerabilidade ao método da Tartaruga – perdoe-me, quero dizer o método de Gödel – permite a concepção de uma nova cadeia, que tem a interpretação:

"Não posso ser demonstrada no sistema formal X."

Naturalmente, após certo tempo, todo o processo começa a parecer extremamente previsível e rotineiro. Ora, todos os "buracos" são feitos por uma única técnica! Isso significa que, vistos como objeto tipográfico, são todos moldados de uma única forma, o que, por sua vez, significa que um único esquema de axiomas é suficiente para representar todos! Então, se é esse o caso, por que não tampar todos os buracos imediatamente e terminar com esse irritante assunto de incompletitude de uma vez por todas? Isto seria realizado pela *adição de um esquema de axiomas à TNT*, ao invés de apenas um axioma de cada vez. Especificamente, esse esquema de axiomas seria a forma em que todos os G, G', G'', G''', etc. são moldados. Pela adição desse esquema de axiomas (vamos denominá-lo Gω), estaríamos burlando o método de "gödelização". Realmente, parece bastante claro que a adição de Gω à TNT seria o *último passo* necessário para a axiomatização completa de toda a verdade número-teorética.

Foi nesse ponto de *Contracrostiponto* que a Tartaruga relacionou a invenção do "toca-discos ômega" do Caranguejo. Porém, os leitores ficaram sem saber o destino daquele dispositivo, uma vez que, antes de completar sua história, a extenuada Tartaruga decidiu que era melhor ir para casa dormir (mas não antes de fazer uma referência maliciosa ao Teorema da Incompletitude de Gödel). Ora, finalmente podemos esclarecer aquele detalhe... Talvez o leitor já tenha uma pista, após a leitura da *Cantatatata... de aniversário*.

Incompletitude essencial

Como o leitor provavelmente suspeitava, mesmo esse fantástico avanço na TNT sofre o mesmo destino. E o que o torna bastante estranho é que isso ocorre ainda, essencialmente, pela mesma razão. O esquema axiomático não é suficientemente poderoso e a construção Gödel pode novamente ser efetuada. Permita-me conjeturar um pouco. (É possível fazê-lo de maneira muito mais rigorosa.) Se há um meio de capturar as várias cadeias G, G', G'', G''', ... em um único molde *tipográfico*, então há um meio de descrever seus números Gödel em um único molde *aritmético*. E essa descrição aritmética de uma classe infinita de números pode então ser representada dentro de TNT + Gω por alguma fórmula AXIOMA-ÔMEGA {a} cuja interpretação seja: "*a* é um número Gödel

de um dos axiomas provenientes de Gω". Quando *a* é substituído por qualquer numeral específico, a fórmula resultante será um teorema de TNT + Gω somente se o numeral representar o número Gödel de um axioma proveniente do esquema.

Com o auxílio dessa nova fórmula, torna-se possível representar até mesmo uma noção complicada como pares de demonstração TNT + Gω dentro de TNT + Gω:

PAR DE DEMONSTRAÇÃO (TNT+Gω) {a, a'}

Empregando esta fórmula, podemos construir um novo tio, o qual passamos a aritmoquinar na maneira agora inteiramente familiar, construindo ainda outra cadeia sem solução, que será denominada "TNT + Gω + 1". Nesse ponto, o leitor perguntar-se-á: "Por que Gω + 1 não está entre os axiomas criados para o esquema de axiomas Gω?" A resposta é que Gω não foi inteligente bastante para prever sua *própria* encaixabilidade dentro da Teoria dos Números.

No *Contracrostiponto*, um dos passos essenciais na criação, pela Tartaruga, de um "disco impossível de tocar" foi obter do fabricante um esquema do toca-discos que desejava destruir. Isso era necessário para que pudesse descobrir a que tipos de vibrações o toca-discos era vulnerável, e então incorporar em seu disco os sulcos que codificariam os sons que induziriam aquelas vibrações. É uma analogia próxima do artifício de Gödel, em que as próprias propriedades do sistema são refletidas dentro da noção dos pares de demonstração e em seguida usadas contra ele. Qualquer sistema, não importa quão complexo ou artificioso seja, pode receber uma numeração Gödel, e então a noção de seus pares de demonstração pode ser definida – e este é o seu próprio fim. Uma vez que um sistema esteja bem definido, ou "encaixotado", torna-se vulnerável.

Esse princípio é ilustrado de maneira excelente pelo artifício da diagonal de Cantor, que encontra um número real omitido para cada lista bem definida de números reais entre 0 e 1. É o ato de fornecer uma lista explícita – uma "caixa" de números reais – que causa a sua derrocada. Vejamos agora como o artifício de Cantor pode ser repetido indefinidamente. Consideremos o que ocorre se, ao iniciarmos com uma lista L, fizermos o seguinte:

(1a) Tome-se a Lista L e construa-se seu número diagonal *d*.
(1b) Acrescente-se *d* em alguma parte da Lista L, criando-se uma nova lista, L + *d*.
(2a) Tome-se a lista L + *d*, e construa-se seu número diagonal *d'*.
(2b) Acrescente-se *d'* em alguma parte da lista L + *d*, criando-se uma nova lista, L + *d* + *d'*.

.
.

Ora, esse processo passo a passo pode parecer uma maneira parva de consertar L, pois poderíamos ter feito toda a lista *d*, *d'*, *d"*, *d'"*, ... de uma só vez,

dado L originalmente. Mas, se pensarmos que a criação de tal lista permitir-nos-á completar a lista de números reais, estaremos equivocados. O problema surge no momento em que perguntamos: "Onde incorporar a lista de números diagonais dentro de L?" Não importa quão diabolicamente inteligente seja o esquema que se monte para ocultar os números *d* dentro de L, uma vez feito isso, a nova lista é ainda vulnerável. Como foi dito acima, é o ato de fornecer uma lista explícita – uma "caixa" de números reais – que causa a derrocada.

Ora, no caso dos sistemas formais, é o ato de fornecer uma receita específica para o que supostamente caracteriza a verdade número-teorética que causa a incompletitude. Esse é o ponto crucial do problema com a TNT + Gω. Uma vez inseridos todos os Gs de uma maneira bem definida na TNT, resta algum outro G – algum G imprevisto – que não foi capturado no esquema de axiomas. E no caso da batalha TC dentro do *Contracrostiponto*, no instante em que a "arquitetura" de um toca-discos é determinada, o mesmo se torna capaz de despedaçar-se.

Então, o que fazer? Não há solução à vista. Parece que a TNT, mesmo quando estendida *ad infinitum*, não pode ser tornada completa. Diz-se, portanto, que a TNT sofre de *incompletitude essencial*, porque a incompletitude aqui é parte integral da TNT; é uma parte essencial da natureza da TNT e não pode ser erradicada de maneira alguma, seja ela simplória ou engenhosa. E, ainda mais, esse problema atormentará qualquer versão formal da Teoria dos Números, seja ela uma extensão da TNT, uma modificação da TNT ou uma alternativa à TNT. O caso é este: a impossibilidade de construção, em um dado sistema, de uma cadeia indefinível via método de auto-referência de Gödel, depende de três condições básicas:

(1) Que o sistema seja suficientemente rico, de modo que todas as afirmações desejadas sobre números, sejam elas verdadeiras ou falsas, possam ser *expressas* nele. (O não-cumprimento dessa parte significará que o sistema é demasiado fraco, desde o princípio, para ser considerado como um rival da TNT, porque não pode sequer expressar noções número-teoréticas que a TNT pode. Na metáfora do *Contracrostiponto*, é como se não se tivesse um toca-discos, mas sim um refrigerador ou outro tipo de objeto.)

(2) Que todas as relações recorrentes gerais sejam *representadas* por fórmulas no sistema. (O não-cumprimento dessa parte significará que o sistema não logra capturar, em um teorema, alguma verdade recorrente geral, o que, se se tenta produzir todas as verdades da Teoria dos Números, só pode ser considerado uma patética barrigada. Na metáfora do *Contracrostiponto*, isso é como ter um toca-discos de baixa-fidelidade.)

(3) Que os axiomas e os padrões tipográficos definidos por suas regras sejam reconhecíveis por algum procedimento de decisão terminante. (O não-cumprimento dessa parte significará que não há método para distinguir variações válidas das inválidas no sis-

> tema – assim, que o "sistema formal" não é formal, afinal, e, de fato, não é nem mesmo bem definido. Na metáfora do *Contracrostiponto*, é um fonógrafo que se encontra ainda em fase de projeto, apenas parcialmente desenhado.)

A satisfação dessas três condições garante que qualquer sistema coerente será incompleto, porque a construção de Gödel é aplicável.

O que é fascinante a esse respeito é que tal sistema cava sua própria sepultura; sua própria riqueza provoca sua derrocada. Esta ocorre essencialmente porque o sistema é suficientemente poderoso para ter afirmações auto-referenciais. Em física, existe a noção de "massa crítica" de uma substância fissionável, como o urânio. Um pedaço sólido da substância apenas permanecerá onde estiver, se sua massa for menor que a crítica. Mas, além da massa crítica, tal pedaço passará por uma reação em cadeia e explodirá. Parece que com os sistemas formais há um ponto crítico análogo. Abaixo daquele ponto, um sistema é "inofensivo" e nem sequer se aproxima de definir formalmente a verdade aritmética; mas, além do ponto crítico, o sistema subitamente adquire a capacidade para auto-referência, e, a partir daí, condena-se à incompletitude. O limiar parece ser atingido, *grosso modo*, quando um sistema adquire as três propriedades listadas acima. Uma vez alcançada essa capacidade para auto-referência, o sistema tem um buraco que parece ser feito sob medida para si próprio; o buraco toma as características do sistema em consideração e utiliza-as contra o sistema.

A paixão segundo Lucas

A desconcertante repetibilidade do argumento de Gödel foi utilizada por várias pessoas eminentemente J. R. Lucas – como munição na batalha, para mostrar que há uma qualidade impalpável e inefável na inteligência humana, que a torna inatingível por "autômatos mecânicos" – isto é, computadores. Lucas começa seu artigo "Mentes, máquinas e Gödel" com estas palavras:

> O Teorema de Gödel parece-me demonstrar que o mecanismo é falso, isto é, que as mentes não podem ser explicadas como máquinas.[1]

Ele então prossegue e faz uma argumentação que, parafraseada, é algo assim: para que se considere um computador inteligente como uma pessoa, ele tem de ser capaz de executar toda a tarefa intelectual que uma pessoa pode executar. Ora, Lucas afirma que nenhum computador pode fazer a gödelização (um de seus termos divertidamente irreverentes) da mesma forma que as pessoas. Por que não? Bem, pensemos em qualquer sistema formal particular, como a TNT, ou a TNT + G, ou mesmo a TNT + Gω. Pode-se escrever um programa de computador de maneira bastante fácil, que sistematicamente gerará teoremas daquele sistema, e de tal maneira que, eventualmente, qualquer teorema pré-selecionado será impresso. Ou seja, o programa gerador de teoremas não saltará

qualquer porção do "espaço" de todos os teoremas. Tal programa seria composto de duas partes principais: (1) uma sub-rotina que produza os axiomas, dados os "moldes" dos esquemas de axiomas (se houver algum); (2) uma sub-rotina que tome os teoremas conhecidos (inclusive os axiomas, naturalmente) e aplique regras de inferência para produzir novos teoremas. O programa alternar-se-ia entre rodar primeiro uma dessas sub-rotinas, e depois a outra.

Podemos dizer, de maneira antropomórfica, que esse programa "conhece" alguns fatos da Teoria dos Números – a saber, conhece aqueles fatos que imprime. Se deixar de imprimir algum fato verdadeiro da Teoria dos Números, então, naturalmente não "conhece" aquele fato. Portanto, um programa de computador será inferior aos seres humanos se puder ser mostrado que seres humanos conhecem algo que o programa não pode conhecer. Ora, aqui é onde Lucas começa a revelar-se. Ele afirma que nós, humanos, podemos sempre executar o artifício de Gödel em qualquer sistema formal tão poderoso quanto a TNT – e, conseqüentemente, não importa qual sistema formal, sabemos mais que ele. Ora, isso pode soar como um argumento sobre sistemas formais, mas pode também ser modificado ligeiramente, de modo que se torne, aparentemente, um argumento imbatível contra a possibilidade de a inteligência artificial ser jamais reproduzida no nível da inteligência humana. Aqui está o seu ponto essencial.

Regras internamente codificadas exclusivamente regem computadores, autômatos robotizados; então...
Os computadores são isomórficos aos sistemas formais. Ora...
Qualquer computador que desejar ser tão sagaz como nós tem de ser capaz de executar a Teoria dos Números tão bem quanto nós, então...
Entre outras coisas, tem de ser capaz de executar aritmética recorrente primitiva. Mas, por essa mesma razão...
É vulnerável ao "gancho" gödeliano, que implica que...
Nós, com nossa inteligência *humana*, podemos elaborar uma certa afirmação da Teoria dos Números que é verdadeira, mas o *computador* é cego à verdade daquela afirmação (isto é, nunca a imprimirá), precisamente por causa do argumento bumerangue de Gödel.
Isso implica que há uma coisa que os computadores simplesmente não podem ser programados para executar, mas que nós podemos. Então, somos mais sagazes.

Apreciemos, com Lucas, um momento transiente de glória antropocêntrica:

Por mais complicada que seja uma máquina construída por nós, se for uma máquina, ela corresponderá a um sistema formal que, por sua vez, será passível ao procedimento de Gödel de encontrar uma fórmula não-demonstrável-naquele-sistema. A máquina será incapaz de produzir essa fórmula, embora uma mente possa constatar que é verdadeira. E, assim, a máquina

não será ainda um modelo adequado da mente. Estamos tentando produzir um modelo da mente que seja mecânico – que seja, essencialmente, "morto" – mas a mente, sendo de fato "viva", pode sempre fazer melhor que qualquer sistema formal, endurecido. Graças ao Teorema de Gödel, a mente sempre tem a última palavra.[2]

À primeira vista, e talvez mesmo após cuidadosa análise, o argumento de Lucas parece irresistível. Normalmente, provoca reações polarizadas. Alguns se agarram a ele como uma demonstração quase religiosa da existência das almas, enquanto outros o desdenham como indigno de comentário. Sinto que a afirmação de Lucas é errada, mas ainda assim fascinante – e, portanto, vale muito a pena despender tempo para refutá-la. Com efeito, foi uma das grandes forças iniciais que me levaram a meditar a respeito das questões deste livro. Tentarei refutá-la de uma maneira neste capítulo, e de outras no capítulo XVII.

Temos de tentar compreender mais profundamente por que Lucas afirma que o computador não pode ser programado para "saber" tanto quanto nós. Basicamente, a idéia é que nós estamos sempre fora do sistema, e dali sempre podemos executar a operação de "gödelização", que produz algo que o programa, de dentro, não pode ver se é verdadeiro. Mas por que o "operador da gödelização", como Lucas o chama, não pode ser programado e acrescentado ao programa como um terceiro componente importante? Lucas explica:

O procedimento por meio do qual a fórmula gödeliana é construída é um procedimento padrão – somente assim poderíamos ter certeza de que pode ser construída uma fórmula gödeliana para todo sistema formal. Mas, se for um procedimento padrão, então uma máquina também deveria ser capaz de ser programada para executá-lo.... Isso corresponderia a ter um sistema com uma regra de inferência adicional que permitisse a adição, como um teorema, da fórmula gödeliana do resto do sistema formal, e então da fórmula gödeliana desse sistema formal novo, reforçado, e assim por diante. Seria imprescindível a adição ao sistema formal original de uma cadeia infinita de axiomas, cada um a fórmula gödeliana do sistema até ali obtido ... Podemos esperar que uma mente, ao enfrentar uma máquina que possuísse um operador de gödelização, levasse isso em consideração e suplantasse a nova máquina, com operador de gödelização e tudo o mais. Com efeito, isso já foi comprovado. Mesmo se acrescentarmos a um sistema formal o conjunto infinito de axiomas consistentes das sucessivas fórmulas gödelianas, o sistema resultante é ainda incompleto e contém uma fórmula que não pode ser demonstrada-no-sistema, embora um ser racional possa, fora do sistema, ver que é verdadeira. Esperávamos isso, pois mesmo que um conjunto infinito de axiomas fosse acrescentado, eles teriam de ser especificados por alguma regra finita, ou especificação, e esta regra ulterior, ou especificação, poderia ser levada em conta por uma mente que considerasse o sistema formal ampliado. Em um sentido, só pelo fato de que a mente tem a última palavra, pode sempre encontrar um furo em qualquer sistema formal a ela apresentado como um modelo de sua

própria elaboração. O modelo mecânico tem de ser, em algum sentido, finito e preciso: e então a mente pode sempre ir mais além.[3]

Saltando uma dimensão

Uma imagem visual fornecida por M. C. Escher é extremamente útil no auxílio da seguinte intuição: seu desenho *Dragon* (*Dragão*) (figura 76). Sua característica mais saliente é, naturalmente, o objeto do tema – um dragão mordendo seu rabo, com todas as conotações gödelianas que isto suscita. Mas há um tema mais profundo nesse quadro. O próprio Escher escreveu os interessantíssimos comentários a seguir. O primeiro é sobre um conjunto de desenhos, todos estão relacionados com "o conflito entre o plano e o espacial"; o segundo comentário é sobre *Dragon* em particular.

> I. Nosso espaço tridimensional é a única realidade que conhecemos. O bidimensional é tão fictício quanto o quadridimensional, pois nada é plano, nem mesmo o espelho mais cuidadosamente polido. Entretanto, apegamo-nos à convenção de que uma parede ou um pedaço de papel é plano, e, curiosamente, ainda prosseguimos, assim como fazemos desde os tempos imemoriais, produzindo ilusões de espaço exatamente em superfícies planas como essas. Com certeza, é um pouco absurdo desenhar algumas poucas linhas e então afirmar: "Isto é uma casa". Essa situação estranha é o tema dos próximos cinco quadros [inclusive *Dragon*].[4]

> II. Não importa quão espacial esse dragão tente ser, ele permanecerá completamente plano. São feitas duas incisões no papel em que está impresso. Esse é então dobrado de tal maneira que fiquem duas aberturas quadradas. Mas esse dragão é uma besta obstinada, e, apesar de suas duas dimensões, persiste em presumir que tem três; assim, enfia sua cabeça em uma das aberturas e seu rabo na outra.[5]

Essa segunda observação em especial é muito reveladora. A mensagem é que não importa quão inteligentemente se tente simular três dimensões em duas, sempre se perde alguma "essência da tridimensionalidade". O dragão esforça-se muito para lutar contra sua bidimensionalidade. Desafia a bidimensionalidade do papel onde crê que está desenhado, enfiando sua cabeça pela abertura; e, ainda assim, durante todo o tempo, nós, fora do desenho, podemos ver a patética futilidade de tudo aquilo, pois o dragão *e* os buracos *e* as dobras são todos apenas simulações bidimensionais daqueles conceitos, e nenhuma delas é real. Mas o dragão não pode sair de seu espaço bidimensional, e não pode saber disso como nós. Com efeito, poderíamos levar o quadro de Escher qualquer número de passos adiante. Por exemplo, poderíamos arrancá-lo do livro, dobrá-lo, fazer buracos nele, passá-lo através de si próprio e fotografar toda essa confusão, de modo que ela se torne, outra vez, bidimensional. E poderíamos fazer o mesmo com a fotografia. Em cada vez, no mo-



FIGURA 76. Dragon (Dragão), *por M. C. Escher (xilogravura, 1952)*

mento em que se torna bidimensional – não importa quão inteligentemente pareça que tenhamos simulado três dimensões dentro de duas – torna-se vulnerável a ser cortado e dobrado novamente.

Ora, com essa maravilhosa metáfora escheriana, retornemos ao programa *versus* o humano. Estamos falando sobre a tentativa de encapsular o "operador

de gödelização" dentro do próprio programa. Bem, mesmo que tivéssemos escrito um programa que executasse a operação, ele não capturaria a essência do método de Gödel. Pois, uma vez mais, nós, fora do sistema, poderíamos ainda "destruí-lo" de uma maneira que ele não poderia fazer. Mas, então, estamos argumentando a favor ou contra Lucas?

Os limites dos sistemas inteligentes

Contra. Pois o próprio fato de que não podemos escrever um programa para efetuar a "gödelização" tem de fazer com que suspeitemos de que nós mesmos poderíamos fazê-lo, em todos os casos. Uma coisa é criar, no abstrato, o argumento de que a gödelização "pode ser feita"; outra coisa é saber como fazê-la em todo caso particular. Com efeito, como os sistemas formais (ou programas) crescem em complexidade, nossa própria capacidade de "gödelizar" começará, eventualmente, a enfraquecer. Tem de acontecer, uma vez que, como dissemos antes, não temos qualquer meio algorítmico de descrever como executá-la. Se não podemos dizer explicitamente o que está envolvido na aplicação do método de Gödel em todos os casos, então, para cada um de nós, virá eventualmente algum caso tão complicado que simplesmente não poderemos deslindar sua aplicação.

Naturalmente, esse limite das próprias capacidades será algo mal definido, assim como o limite de pesos que se pode levantar do chão. Enquanto, em alguns dias, não se poderá levantar um objeto de cem quilos, em outros isso poderá ocorrer. Não obstante, não há dia algum em que se possa levantar um objeto de cem toneladas. E, nesse sentido, embora o limite da gödelização seja vago, para cada pessoa, há sistemas que estão muito além da capacidade de gödelização.

Essa noção é ilustrada na *Cantatatata de aniversário*. Inicialmente, parece óbvio que a Tartaruga pode prosseguir, até onde desejar, aborrecendo Aquiles. Mas então Aquiles tenta resumir todas as respostas em uma só. Esse é um movimento de característica diferente de qualquer outro anterior, e é-lhe dado o nome ω. A novidade do nome é muito importante. É o primeiro exemplo em que o esquema de denominação antigo – que incluía apenas nomes para todos os números naturais – tinha de ser transcendido. Então surgem algumas extensões mais, cujos nomes parecem bastante óbvios em alguns casos, e outros são algo ardilosos. Mas, eventualmente, ficamos mais uma vez sem nomes – no ponto em que os esquemas de respostas

$$\omega, \omega^{\omega}, \omega^{\omega^{\omega}}, \ldots$$

são todos sub-resumidos em um esquema de resposta extraordinariamente complexo. O nome inteiramente novo "$\in_0$" é fornecido para esse esquema. E a razão por que é necessário um novo nome é que algum tipo de passo fundamentalmente novo foi dado – um tipo de irregularidade foi encontrado. Assim, é preciso que seja produzido um novo nome, arbitrariamente.

Não há regra recorrente para denominar ordinais

Ora, casualmente o leitor poderá pensar que essas irregularidades na progressão, de *ordinal* para *ordinal* (conforme são denominados estes nomes do infinito), poderiam ser manipuladas por um programa de computador. Ou seja, haveria um programa para produzir novos nomes, de maneira regular, e quando se exaurisse recorreria ao "manipulador de irregularidade", que forneceria um novo nome e passaria o controle de volta. Mas isso não funcionará. Ocorre que as próprias irregularidades ocorrem de maneiras irregulares, e seria necessário um programa de segunda ordem – ou seja, um programa que faz novos programas que fazem novos nomes. E mesmo isso não é suficiente. Eventualmente, tornar-se-ia necessário um programa de terceira ordem. E assim por diante.

Toda essa complexidade de aparência talvez ridícula deriva de um teorema profundo, de Alonzo Church e Stephen C. Kleene, sobre a estrutura desses "ordinais infinitos", que diz:

Não existe sistema de notação recorrentemente relacionado
que produza um nome para cada ordinal construtivo.

O que são "sistemas de notação recorrentemente relacionados", e o que são "ordinais construtivos", temos de deixar para as fontes mais técnicas, como o livro de Hartley Rogers, explicarem. Mas a idéia intuitiva foi apresentada. Com os ordinais se tornando cada vez maiores, há irregularidades, e há irregularidades nas irregularidades, e há irregularidades nas irregularidades nas irregularidades, etc. Nenhum esquema único, não importa quão complexo, pode denominar todos os ordinais. E, a partir disso, ocorre que nenhum método algoritmo pode dizer como aplicar o método de Gödel a todos os tipos possíveis de sistemas formais. E, a menos que se tenha inclinações algo místicas, tem-se de concluir, portanto, que qualquer ser humano simplesmente alcançará os limites de sua própria capacidade para gödelização em algum ponto. A partir dali, os sistemas formais daquela complexidade, embora admitidamente incompletos pela razão de Gödel, terão tanto poder quanto o ser humano.

Outras refutações de Lucas

Ora, essa é apenas uma maneira de argumentar contra a posição de Lucas. Há outras, possivelmente mais poderosas, que apresentaremos mais tarde. Mas esse contra-argumento tem interesse especial, porque levanta o fascinante conceito de se tentar criar um programa de computador que pode sair de si próprio, ver-se completamente do lado de fora e aplicar o artifício de Gödel a si próprio. Naturalmente, isso é tão impossível quanto é para o toca-discos tocar discos que provocariam sua quebra.

Mas não se deve considerar a TNT deficiente por essa razão. Se há um defeito em alguma parte, não é na TNT, mas em nossas expectativas do que ela seria capaz de fazer. Ademais, é útil perceber que *nós* somos igualmente vulneráveis ao artifício de destruição que Gödel transplantou para os formalismos matemáticos: o paradoxo de Epimênides. Isso foi apontado de maneira bem inteligente por C. H. Whitely, quando propôs a afirmação: "Lucas não pode sustentar com coerência essa afirmação". Se se pensar nisso, observar-se-á que: (1) é verdadeiro, e entretanto (2) Lucas não pode sustentá-la de maneira coerente. Assim, Lucas é também "incompleto" com relação às verdades sobre o mundo. A maneira com que se espelha o mundo nas estruturas de seu cérebro o impede de, simultaneamente, ser "coerente" e sustentar aquela afirmação verdadeira. Mas Lucas não é mais vulnerável que qualquer um de nós. Ele está apenas em pé de igualdade com um sistema formal sofisticado.

Uma maneira divertida de ver a incorreção do argumento de Lucas é traduzi-lo em uma batalha entre homens e mulheres... Em suas vagueações, Locus, o Pensador, depara um dia com um objetivo desconhecido – uma mulher. Nunca vira tal coisa antes e, em um primeiro momento, fica maravilhado diante de sua semelhança com ele; mas também um pouco amedrontado com ela, grita a todos os homens à sua volta: "Cuidado! Posso ver sua face, que é algo que *ela* não pode fazer – portanto, as mulheres nunca poderão ser como eu!" E assim ele demonstra a superioridade do homem sobre a mulher, para seu alívio e de seus companheiros. A propósito, o mesmo argumento demonstra que Locus é superior a todos os outros homens, também – mas ele não o salienta a eles. A mulher argumenta: "Sim, você pode ver minha face, que é algo que não posso fazer – mas eu posso ver *sua* face, que é algo que *você* não pode fazer! Estamos quites". Porém, Locus surge com uma contrapartida inesperada: "Lamento, você está enganada se pensa que pode ver minha face. O que vocês mulheres fazem não é o mesmo que nós, homens, fazemos – é, como já salientei, de um calibre inferior, e não merece ser chamado pelo mesmo nome. Você pode denominá-lo 'femivisão'. Ora, o fato de que você 'femivê' minha face não é de importância alguma, porque a situação não é simétrica. Vê?" "Femivejo", responde a mulher, e femiafasta-se.

Bem, esse é o tipo de argumento "avestruz" que se tem de engolir se se está propenso a ver homens e mulheres à frente dos computadores nessas batalhas intelectuais.

Autotranscendência – um mito moderno

É assim de grande interesse ponderar se nós, humanos, poderemos jamais saltar fora de nós menos – ou se programas de computador podem saltar fora de si próprios. Certamente, é possível um programa modificar-se – mas tal capacidade tem de ser, para começar, inerente ao programa, de modo que não pode ser contada como um exemplo de "saltar fora do sistema". Não importa quanto um programa se vire e se remexa para sair fora de si próprio, continuará ainda a obedecer a regras intrínsecas. Escapar disso não é mais possível do que é para

um homem decidir voluntariamente desobedecer às leis da física. A física é um sistema anulador, do qual não se pode escapar. Contudo, há uma ambição menor que é possível ser alcançada: isto é, pode-se, com certeza, saltar de um subsistema do próprio cérebro para um subsistema mais amplo. Pode-se sair fora dos trilhos, ocasionalmente. Isso ainda se deve à interação de vários subsistemas do cérebro, mas pode parecer muito com uma saída completa de si próprio. De maneira semelhante, é inteiramente concebível que uma capacidade parcial de "sair fora de si" possa ser incorporada em um programa de computador.

Todavia, é importante observar a distinção entre *perceber-se* e *transcender-se*. Você pode ter visões de si próprio de todos os tipos – em um espelho, em fotografias ou em filmes, em fita, por meio de descrições de outros, sendo psicanalisado, e assim por diante. Mas você não pode deixar sua própria pele e ficar fora de si (não obstante os movimentos ocultos modernos, os modismos de psicologia popular, etc). A TNT pode falar de si própria, mas não pode saltar fora de si própria. Um programa de computador pode modificar-se, mas não pode violar suas próprias instruções – pode, quando muito, mudar algumas partes de si em obediência às suas próprias instruções. Isso é remanescente da engenhosa pergunta paradoxal: "Deus pode fazer uma pedra tão pesada que não possa levantá-la?"

Publicidade e dispositivos de moldura

Esse impulso de saltar fora do sistema é difuso e encontra-se por trás de todos os progressos na arte, na música e em outras atividades humanas. Também está por trás de empreendimentos triviais, como fazer comerciais de rádio e televisão. Essa tendência insidiosa foi maravilhosamente percebida e descrita por Erving Goffman em seu livro *Frame analysis*:

> Por exemplo, um ator obviamente profissional completa uma tomada de comercial e, com as câmeras ainda ligadas, volta-se, com óbvio alívio, para agora tirar real prazer do consumo do produto que estivera anunciando.
> Esse é, naturalmente, apenas um exemplo da maneira que os comerciais de televisão e rádio estão passando a explorar dispositivos de moldura para dar uma aparência de naturalidade que (espera-se) anulará a reserva que a audiência desenvolveu. Assim, faz-se atualmente uso de vozes de crianças, presumivelmente porque não parecem profissionais; barulhos de rua e outros efeitos para dar a impressão de entrevistas com pessoas que não foram pagas para tal trabalho; falsos inícios, pausas acentuadas, ações secundárias e falas sobrepostas para simular uma conversação real; e, seguindo Welles, a interrupção dos comerciais de uma firma para dar notícia de seu novo produto, alternando ocasionalmente com interrupções para dar avisos de interesse público, fazendo com que isso, presumivelmente, mantenha viva a crença da audiência.
> Quanto mais a audiência se prende a detalhes expressivos menores, como teste de originalidade, mais os anunciantes os perseguem. O que resulta é um tipo de poluição de interação, uma desordem que é também espalhada

pelos consultores de relações públicas de figuras políticas e, mais modestamente, pela microssociologia.[6]

Temos aqui ainda outro exemplo de uma "batalha TC" crescente – sendo os antagonistas, dessa feita, a transcendência e os comerciais.

Simplício, Salviati, Sagredo: por que três?

Há uma ligação fascinante entre o problema de saltar fora do sistema e a busca de objetividade completa. Quando leio os quatro diálogos de Jauch em *Are quanta real?* (*São os quanta reais?*), baseado nos quatro *Dialogs concerning two new sciences* (*Diálogos relativos a duas novas ciências*), de Galileu, fico a perguntar-me por que havia três personagens participantes: Simplício, Salviati e Sagredo. Por que dois não seriam suficientes: Simplício, o simplório educado, e Salviati, o pensador instruído? Qual a função de Sagredo? Bem, supõe-se que ele seja um tipo de terceira parte, neutra, que pesa parcialmente os dois lados e produz um julgamento "justo" e "imparcial". Soa muito equilibrado; entretanto, há um problema: Sagredo sempre concorda com Salviati, não com Simplício. Como pode a objetividade personificada apostar no favorito? Uma resposta, naturalmente, é que Salviati enuncia visões corretas, de modo que Sagredo não tem escolha. Mas, então, o que dizer da justiça ou da "distribuição equilibrada"?

Acrescentando Sagredo, Galileu (e Jauch) arranjou *mais* cartas contra Simplício, ao invés de menos. Talvez devesse ser acrescentado um Sagredo de nível ainda mais alto – alguém que seja objetivo com respeito a toda essa situação... Pode-se perceber para onde isso caminha. Estamos chegando a uma série interminável de "escaladas em objetividade", que possui a curiosa propriedade de nunca chegar à objetividade maior que a do primeiro nível: nesta, Salviati está sempre certo, e Simplício errado. Assim, permanece o quebra-cabeças: por que, então, acrescentar Sagredo? E a resposta é a seguinte: dá a ilusão de saltar fora do sistema, em algum sentido intuitivamente atraente.

Zen e "saltar fora"

Também no zen podemos ver essa preocupação com o conceito de transcender o sistema. Por exemplo, o *koan* em que Tozan diz a seus monges que "o budismo mais alto não é Buda". Talvez a autotranscendência seja mesmo o tema central do zen. Uma pessoa zen está sempre tentando compreender mais profundamente o que é, saltando mais e mais fora do que se percebe ser, quebrando toda regra e convenção a que se percebe ligado – desnecessário dizer que, inclusive, as do próprio zen. Em algum ponto desse caminho impalpável, pode ser que surja a iluminação. De toda forma (da maneira como vejo), a esperança é que, pelo gradual aprofundamento da autoconsciência, pela gradual ampliação do objetivo "do sistema", chegar-se-á, no fim, a uma sensação de integração com todo o universo.

Pensamentos edificantes de um fumador de tabaco

Aquiles foi convidado à casa do Caranguejo

Aquiles: Estou vendo algumas novidades com relação à última vez em que vim aqui, sr. Caranguejo. As pinturas novas são especialmente interessantes.

Caranguejo: Obrigado. Eu gosto muito de certos pintores – especialmente René Magritte. A maioria dos quadros que tenho é dele. É o meu artista favorito.

Aquiles: Tenho de reconhecer que são imagens muito intrigantes. Em alguns aspectos, essas pinturas de Magritte me fazem lembrar as obras do MEU artista favorito, M. C. Escher.

Caranguejo: Concordo com você. Tanto Magritte quanto Escher usam um grande realismo ao explorar os mundos do paradoxo e da ilusão, ambos têm grande sensibilidade para com o poder evocativo de certos símbolos visuais e, o

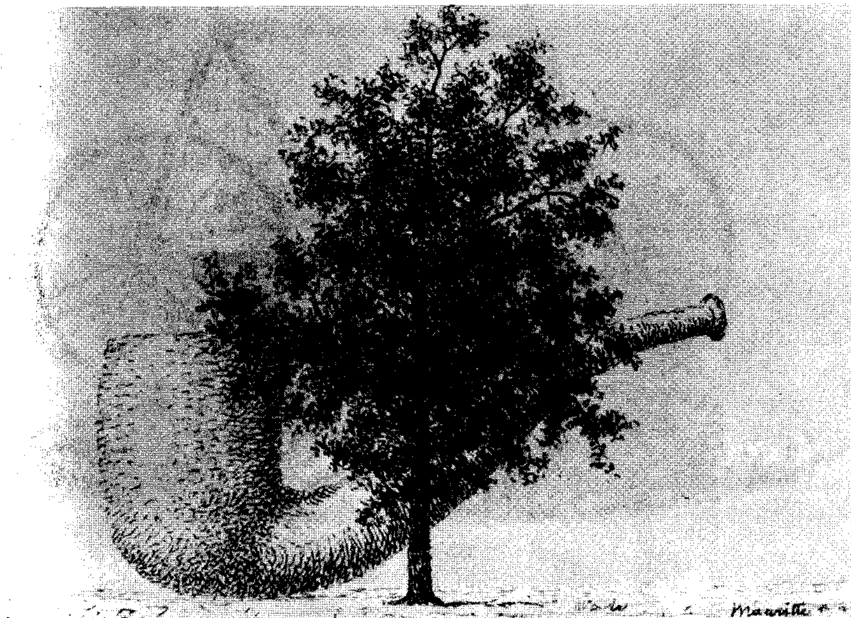


FIGURA 77. The shadows (As sombras), *por René Magritte (1966)*

que muitas vezes passa despercebido mesmo por seus admiradores, ambos têm o dote do desenho harmonioso.

Aquiles: No entanto, há algo basicamente diferente entre eles. Não sei bem como caracterizar essa diferença.

Caranguejo: Seria fascinante comparar os dois em seus pormenores.

Aquiles: É preciso dizer que o controle do realismo em Magritte é incrível. Eu, por exemplo, me senti arrebatado por aquele quadro ali, com uma árvore e um cachimbo gigante atrás dela.

Caranguejo: Você quer dizer um cachimbo normal com uma árvore pequeninha em frente dele!

Aquiles: Ah, então é isso? Bem, em todo caso, logo da primeira vez que o vi tive a impressão de sentir cheiro de fumo de cachimbo. Você deve ter uma idéia de como me senti tolo.

Caranguejo: Eu compreendo. Meus convidados estão sempre sendo surpreendidos por esse quadro.

(Enquanto fala, ele se ergue, retira o cachimbo de trás da árvore da pintura, vira-o, bate-o contra a mesa e logo a sala é tomada pelo

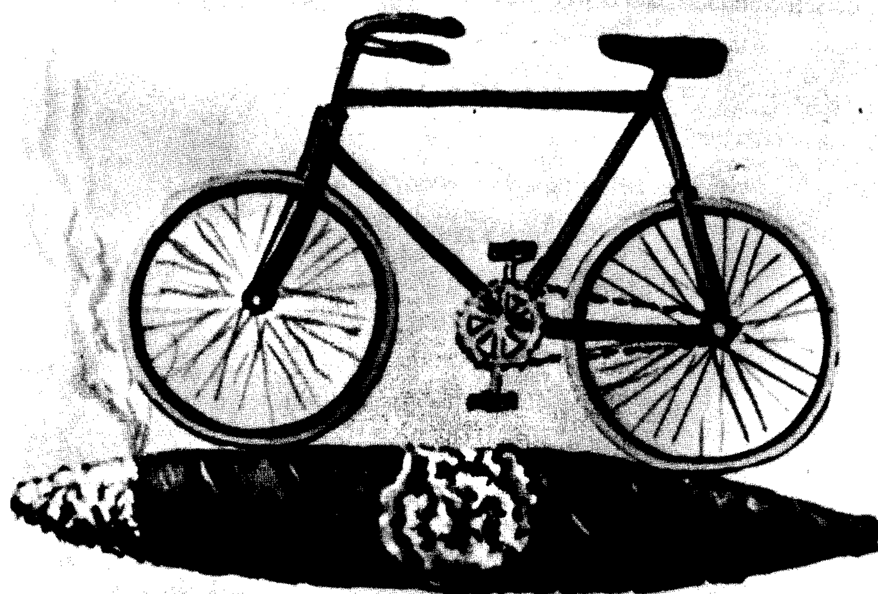


FIGURA 78. State of grace (Estado de graça), *por René Magritte (1959)*

cheiro de fumo de cachimbo. Ele passa, então, a colocar mais fumo no cachimbo.)

Este é um belo cachimbo, Aquiles. Acredite ou não, ele tem um revestimento de cobre na cabeça, que faz com que ele fique cada vez melhor com o tempo.

Aquiles: Revestimento de cobre! Não diga!

Caranguejo (Apanha uma caixa de fósforos e acende o cachimbo): Quer fumar um pouco, Aquiles?

Aquiles: Não, obrigado. Eu só fumo charutos, de vez em quando.

Caranguejo: Não há problema! Tenho um bem aqui! *(Dirige-se a outro quadro de Magritte, que mostra uma bicicleta em cima de um charuto aceso.)*

Aquiles: Uhh – não, obrigado; agora não.

Caranguejo: Como queira. Eu sou um inveterado fumador de tabaco. Isso me faz lembrar – é claro que você sabe que o velho Bach gostava de fumar cachimbo.

Aquiles: Não me lembro bem.

Caranguejo: O velho Bach gostava de versejar, filosofar, fumar cachimbo e fazer música (não necessariamente nessa ordem). Ele combinou as quatro coisas em um poema engraçado que ele próprio musicou. O poema está no famoso caderno de música que ele fez para a mulher, Anna Magdalena, e se chama:

Pensamentos edificantes de um fumador de tabaco[1]

Quando meu cachimbo eu fumo
E vejo as horas passar,
Em minha mente eu resumo,
Em triste filosofar:
A vida é coisa banal
Ao cachimbo eu sou igual.

O meu cachimbo é de barro
Se nele, acaso, eu esbarro
Ao cair se partirá.
Igual destino eu terei:
Em pó me desmancharei.
P'ra todos assim será.

O cachimbo bem guardado
Branco permanecerá.
Quando eu, enfim, for chamado,
Pálido o corpo estará.
Mas como o cachimbo usado,
Depois enegrecerá.

Quando me ponho a fumar
A vista sempre me chama
Às voltas cheias de luz
Que a fumaça produz.
Dessa matéria é a fama:
Feita de cinza e de ar.

Se entra na concha o dedo,
A pele sente o ardor
Da brasa, que traz o medo,
Que se origina da dor
Que lembra o suplício eterno
De arder no fogo do inferno.

São essas as fantasias,
Manias da minha idade,
Devaneios, sonhos meus,
Que enchem as noites vazias
De quem diz com humildade:
Eu fumo, graças a Deus.

Encantadora filosofia, não é?

Aquiles: Sim, senhor. O velho Bach era um versejador de talento na mão.

Caranguejo: Você tirou as palavras da minha boca. Sabe? No meu tempo eu tentei escrever versos bem-humorados. Mas acho que eles não eram grande coisa. Não tenho muito jeito com as palavras.

Aquiles: Ora, vamos, Sr. Caranguejo. Você tem – como dizer? – o dom do engodo e a ilusão. Seria uma honra para mim escutar uma de suas composições, Sr. C.

Caranguejo: Seria uma honra para mim. Que tal se eu tocasse um disco em que eu canto uma das minhas tentativas? Não me lembro de que época é. O título é "Uma canção sem prima ou bordão".

Aquiles: Que poético!

(O Caranguejo apanha um disco da prateleira e dirige-se a um aparelho grande e complexo. Abre-o e coloca o disco em uma boca mecânica de aparência terrível. De repente, um jato de luz esverdeada percorre a superfície do disco e, no momento seguinte, ele é silenciosamente tragado, rumo às entranhas da máquina fantástica. Depois de uma pausa, surgem os sons da voz do Caranguejo.)

Um versejador de talento na mão
Praticava o dom do engodo e a ilusão.
O último verso de sua canção

Ficava sempre fora de proporção;
O que quero dizer é, sem como nem por quê.

Aquiles: Que beleza! Só que há uma coisa que me chama a atenção. Parece-me que na sua música o último verso é...
Caranguejo: Fora de proporção?
Aquiles: Não... O que quero dizer é: sem rima ou razão.
Caranguejo: Você pode estar certo.
Aquiles: Afora isso, é uma canção muito bonita. Mas devo dizer que estou ainda mais impressionado com esse artefato monstruosamente complexo. É apenas um toca-discos de tamanho descomunal?
Caranguejo: Ah, não. É muito mais do que isso. É o meu toca-discos triturador de tartarugas.
Aquiles: Por Zeus!
Caranguejo: Não. Não é que ele triture tartarugas. Mas ele tritura os discos produzidos pelo Sr. Tartaruga.
Aquiles: Ufa! Isso é um pouco melhor. Mas então isso faz parte daquela estranha batalha musical que se desenrolou entre você e o Sr. T há algum tempo?
Caranguejo: De certo modo. Deixe-me explicar um pouco melhor. Como você sabe, a sofisticação do Sr. T chega a tal ponto que ele parecia ser capaz de destruir praticamente todos os toca-discos que eu comprava.
Aquiles: Mas da última vez que ouvi falar dessa rivalidade, pareceu-me que, finalmente, você conseguiu obter um toca-discos invencível, com câmera de televisão embutida, microcomputador e tudo o mais, que podia desmontar-se e rearmar-se de tal maneira que nunca seria destruído.
Caranguejo: Triste fim! Ai de mim! Meu plano frustrou-se, pois o Sr. Tartaruga aproveitou-se de um pequeno detalhe que me passara despercebido. A subunidade que comandava os processos de desmantelamento e de remontagem ficava fixa durante todo o processo. Ou seja, por razões óbvias, ela não podia desmontar-se e reconstruir-se e por isso ficava fixa.
Aquiles: Sim, mas que conseqüências isso teve?
Caranguejo: As piores! Naturalmente, o Sr. T aplicou o seu método exclusivamente sobre essa subunidade.
Aquiles: Como foi?
Caranguejo: Simplesmente, ele fez um disco que induziria vibrações fatais sobre a única estrutura que ele sabia que não se modificaria – a subunidade de desmantelamento e remontagem.
Aquiles: Estou percebendo... Muito engenhoso.
Caranguejo: É, eu também pensei assim. E a estratégia funcionou. Não da primeira vez, veja só. Pensei que tivesse sido mais esperto que ele quando meu toca-discos sobreviveu ao primeiro assalto. Ri a bandeiras despregadas. Mas na outra vez, ele voltou com um brilho de aço nos olhos e eu percebi que ele trazia novidades. Coloquei o novo disco no prato. Então, nós dois observamos ansiosamente enquanto a subunidade dirigida pelo computador anali-



FIGURA 79. Vírus mosaico do tabaco [De *A. Lehninger,* Biochemistry *(Nova York: Worth Publishers, 1976)*]

sava cuidadosamente os sulcos para depois retirar o disco, desmontar o toca-discos, rearmá-lo de maneira incrivelmente diferente, recolocar o disco e depois, suavemente, fazer descer a agulha no primeiro sulco.

Aquiles: Nossa!

Caranguejo: Assim que apareceram os primeiros sons, um forte POU! invadiu a sala. O aparelho inteiro se despedaçou, mas o que ficou em piores condições foi o montador-desmontador. Nesse instante de dor, eu finalmente percebi, para minha decepção, que a Tartaruga poderia SEMPRE atacar – se você me permite a expressão – o calcanhar de Aquiles do sistema.

Aquiles: Alma de Deus! Você deve ter-se sentido arrasado.

Caranguejo: É, eu fiquei bastante deprimido por um tempo. Mas, felizmente, a história não terminou aí. Ela teve uma seqüela que deu uma boa lição que eu posso passar agora para você. Atendendo a uma recomendação da Tartaruga, eu estava folheando um livro curioso, cheio de diálogos estranhos a respeito de múltiplos assuntos, inclusive biologia molecular, fugas, zen-budismo e Deus sabe mais o quê.

Aquiles: Deve ter sido escrito por algum louco. Como se chama o livro?

Caranguejo: Se eu me lembro bem, o nome era *Cobre, prata e ouro: uma liga metálica indestrutível.*

Aquiles: Ah, o Sr. Tartaruga me falou dele também. É de um amigo dele que, aparentemente, se meteu a fundo com a metal-lógica.

Caranguejo: Não sei bem quem será esse amigo... De toda maneira, em um dos diálogos deparei com uns Pensamentos Edificantes Sobre o Vírus Mosaico do Tabaco, ribossomos e outras coisas estranhas de que nunca ouvira falar.

Aquiles: O que é o Vírus Mosaico do Tabaco? E o que são ribossomas?

Caranguejo: Não sei dizer bem. Sou um ignorante total em matéria de biologia. Tudo o que sei é o que aprendi no diálogo. Lá se dizia que os Vírus Mosaico do Tabaco são objetos mínimos, parecidos com cigarros, que causam uma doença nas plantas que produzem o tabaco.

Aquiles: Câncer?

Caranguejo: Não, não é bem isso, mas...

Aquiles: Ora veja! A planta do tabaco fuma e pega câncer! Bem a propósito!

Caranguejo: Acho que você se precipitou um pouco na conclusão, Aquiles. As plantas de tabaco não FUMAM esses "cigarros". Os tais "cigarrinhos" malvados é que chegam e atacam a planta, sem serem convidados.

Aquiles: Estou percebendo. Bem, agora que eu já sei tudo sobre os Vírus Mosaico do Tabaco, diga-me o que é um ribossomo.

Caranguejo: Aparentemente, os ribossomas são uma espécie de entidade subcelular que recebe uma mensagem em uma forma e a converte em uma mensagem em outra forma.

Aquiles: Algo assim como um pequenino gravador de fita, ou toca-discos?

Caranguejo: Suponho que sim, metaforicamente. Mas o que me chamou a atenção foi o ponto em que um personagem incrivelmente engraçado menciona o fato de que os ribossomas – assim como os Vírus Mosaico do Tabaco e certas outras estruturas biológicas bizarras – possuem "a espantosa capacidade de se automontar espontaneamente". As palavras eram exatamente essas.

Aquiles: E essa era uma das passagens mais engraçadas, não era?

Caranguejo: Isso foi o que o outro personagem do Diálogo pensou. Mas essa é uma interpretação absurda da afirmação. *(O Caranguejo puxa uma baforada funda do cachimbo e devolve várias ondas de fumaça para o ar.)*

Aquiles: Bem, mas o que significa a "automontagem espontânea", neste caso?

Caranguejo: A idéia é a de que, quando certas unidades biológicas do interior da célula são isoladas, elas podem rearmar-se espontaneamente – sem receber instruções de nenhuma outra unidade. As pecinhas simplesmente se juntam e, presto! – se soldam.

Aquiles: Isso parece mágica. Não seria maravilhoso se um toca-discos de tamanho natural pudesse ter essa propriedade? Quero dizer, se um "toca-discos" em miniatura, como um ribossomo, pode fazer isso, por que não um toca-discos grande? Isso permitiria a você criar um toca-discos indestrutível, não é? Sempre que ele se quebrasse ele se reconstruiria.

Caranguejo: Foi isso exatamente o que eu pensei. Na maior excitação, mandei uma carta ao meu fabricante, explicando o conceito da automontagem, e perguntei-lhe se podia construir para mim um toca-discos que pudesse desmontar-se e remontar-se espontaneamente em uma outra forma.

Aquiles: Que encomenda, hein?

Caranguejo: É verdade; mas muitos meses depois ele me escreveu dizendo que finalmente conseguira – e me mandou uma conta pesadíssima. Um belo dia, oh! Grande! Meu Toca-Discos Autodesmontável chegou pelo correio e, com muita confiança, telefonei ao Sr. Tartaruga, convidando-o para provar meu toca-discos definitivo.

Aquiles: Então, esse objeto magnífico à nossa frente deve ser a tal máquina de que você está falando.

Caranguejo: Não, Aquiles. Não é.

Aquiles: Não me diga que de novo...

Caranguejo: Suas suspeitas, meu caro amigo, infelizmente são fundadas. Não tenho a pretensão de saber por quê. Dói-me muito relembrar o acontecimento. Ver todas aquelas molas e fiações caoticamente espalhadas pelo chão e nuvens de fumaça por toda parte – ah, meu Deus...

Aquiles: Calma, calma, Sr. Caranguejo. Não tome a coisa tão a sério.

Caranguejo: Eu estou bem; só que, de vez em quando, tenho essas crises. Bem, prosseguindo, depois do júbilo inicial do Sr. Tartaruga, ele finalmente percebeu como eu estava me sentindo e teve pena. Tentou consolar-me dizendo que era inevitável. Que tudo tinha a ver com um tal "teorema" de não sei quem, mas eu não conseguia escutar nenhuma palavra. Eu acho que era o "Teorema tartaruguiano".

Aquiles: Podia ser o "Teorema gödeliano". Ele me falou desse teorema uma vez... Há algo de sinistro nele.

Caranguejo: Pode ser. Não me lembro.

Aquiles: Esteja certo, Sr. Caranguejo, de que acompanhei essa narrativa com a maior simpatia pela sua posição. É mesmo muito triste. Mas você mencionou que havia uma lição valiosa como que revestida de prata. Por favor, diga-me o que era isso.

Caranguejo: Ah, sim – revestida de prata. Bem, com o tempo, eu abandonei minha busca da "perfeição" nos toca-discos e resolvi que eu faria melhor reforçando minhas defesas contra os discos da Tartaruga. Concluí que um objetivo mais modesto que o de construir um toca-discos que possa tocar qualquer coisa é simplesmente construir um toca-discos que possa SOBREVIVER: que evite ser destruído – ainda que isso signifique que ele só possa tocar uns poucos discos particulares.

Aquiles: Então, você resolveu desenvolver mecanismos sofisticados antitartaruga às custas da capacidade de reproduzir todo e qualquer som, não é?

Caranguejo: Bem... Eu não diria exatamente que eu "resolvi" assim. Seria mais correto dizer que eu fui FORÇADO a tomar essa posição.

Aquiles: Compreendo o que você quer dizer.

Caranguejo: Minha nova idéia era a de impedir que qualquer disco "estranho" fosse tocado em meu toca-discos. Eu sabia que meus discos eram inofensivos e se eu impedisse que qualquer outra pessoa infiltrasse SEUS discos o meu fonógrafo estaria protegido e eu poderia escutar a minha música.

Aquiles: Uma estratégia excelente para o seu novo objetivo. E essa coisa gigantesca diante de nós constitui as suas realizações nesse sentido até o dia de hoje?

Caranguejo: Isso é verdade. O Sr. Tartaruga, naturalmente, percebeu que ele também tem de mudar a SUA estratégia. Seu objetivo principal agora é o de imaginar um disco que possa passar pelos meus sensores – um novo tipo de desafio.

Aquiles: De seu lado, como você planeja manter de fora os discos dele e outros discos "estranhos"?

Caranguejo: Você promete não revelar minha estratégia ao Sr. T?

Aquiles: Honra de tartaruga.

Caranguejo: O quê!?

Aquiles: Oh, é só uma maneira de falar que eu peguei do Sr. T. Não se preocupe. Juro que seu segredo ficará em segredo comigo.

Caranguejo: Então está bem. Meu plano básico é usar uma técnica de ROTULAGEM. Em cada um dos meus discos será colocado um rótulo secreto. Ora, o toca-discos que está diante de você contém, como seus predecessores, uma câmera de televisão para analisar os discos e um computador para processar os dados obtidos na análise e controlar as operações subseqüentes. Minha idéia é, simplesmente, triturar todos os discos que não apresentem o rótulo adequado!

Aquiles: Doce vingança! Mas parece-me que seu plano pode ser facilmente frustrado. Basta o Sr. T apanhar um de seus discos e copiar o rótulo!

Caranguejo: Não é bem assim, Aquiles. Como é que você acha que ele vai distinguir o rótulo do resto do disco? Eles podem estar muito bem integrados, mais do que você suspeita.

Aquiles: Você quer dizer que o rótulo pode estar misturado com a própria música?

Caranguejo: Justamente. Mas existe uma maneira de desentrelaçar os dois. Os dados têm de ser chupados visualmente para fora do disco, e então...

Aquiles: É para isso que existe aquela luz verde e brilhante?

Caranguejo: É sim. Aquilo era a câmera de TV analisando os sulcos. Os padrões dos sulcos foram enviados ao minicomputador, que examinou o estilo musical da peça que eu havia colocado – tudo em silêncio. Nada ainda tinha sido tocado.

Aquiles: Então existe um processo de seleção que elimina peças que não têm o estilo adequado?

Caranguejo: É isso mesmo, Aquiles. Os únicos discos que passam por esse segundo teste são os discos das peças do meu próprio estilo. E o Sr. T terá dificuldades insuperáveis para imitá-lo. Assim, como você vê, estou convencido de que ganharei esta nova batalha musical. Mas devo dizer também que o Sr. T está igualmente convencido de que, de algum modo, ele conseguirá fazer passar um disco pelos meus sensores.

Aquiles: E quebrar a sua máquina maravilhosa em pedacinhos?

Caranguejo: Não. Essa fase já está superada. O que ele quer agora é só me mostrar que ele pode fazer passar um disco – um disco inócuo – quaisquer que sejam as medidas que eu tome para impedi-lo. Ele fica murmurando coisas sobre umas músicas com títulos estranhos, como "Eu posso ser tocada no toca-discos X". Mas EU estou tranqüilo! A única coisa que me preocupa um pouco é que, como antes, ele tem uns argumentos sombrios que... que... *(Ele fica em silêncio. A seguir, com aparência pensativa, dá algumas baforadas no cachimbo.)*

Aquiles: Hmmm... Eu diria que o Sr. Tartaruga tem uma tarefa impossível em suas mãos. Finalmente, ele encontrou rival à altura!

Caranguejo: É engraçado que você pense assim... Você não sabe o Teorema de Henkin de trás para frente e de frente para trás, sabe?

Aquiles: Teorema de QUEM? De trás para frente e de frente para trás? Nunca ouvi falar de nada parecido. Deve ser fascinante, mas eu preferiria que você falasse sobre a "música para infiltrar em toca-discos". É uma historinha divertida. Aliás, acho que posso adivinhar o fim. Obviamente, o Sr. T verificará que não adianta insistir, reconhecerá humildemente a derrota e pronto. Não é exatamente isso?

Caranguejo: Pelo menos é o que eu estou esperando. Você gostaria de ver um pouco dos mecanismos internos do meu fonógrafo defensivo?

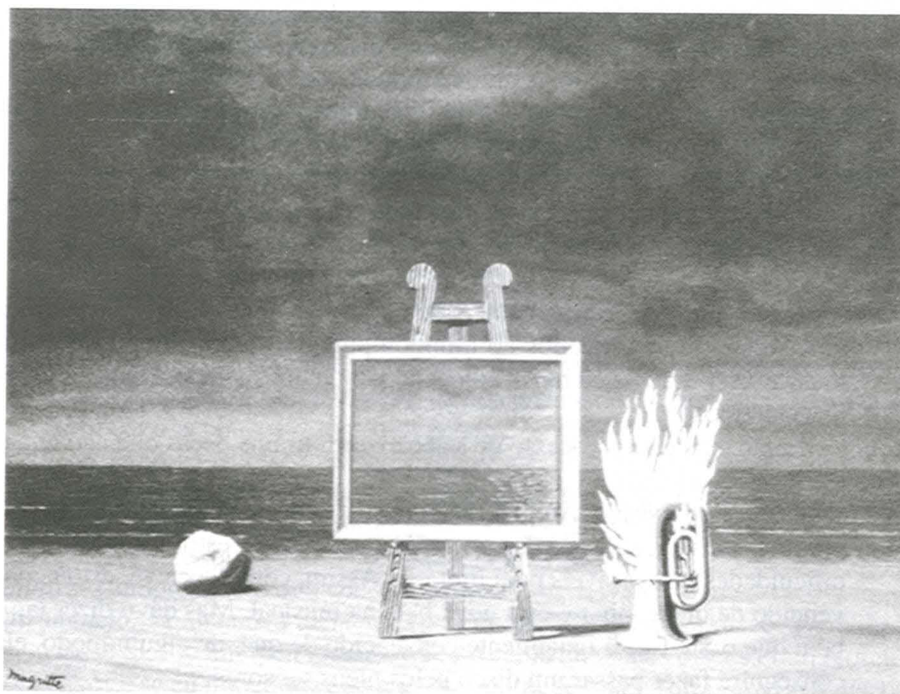
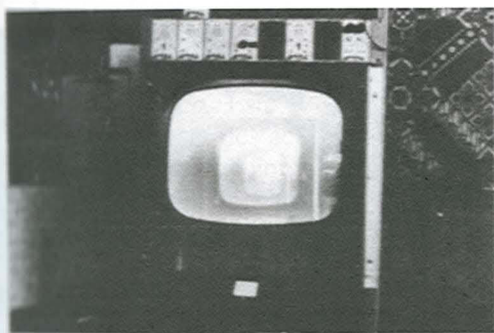
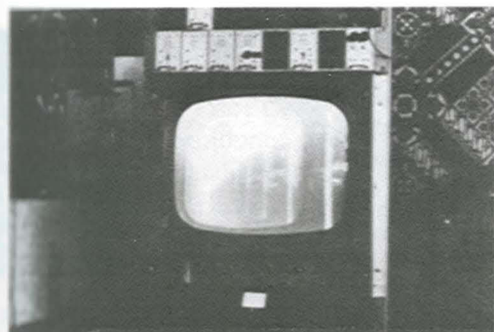


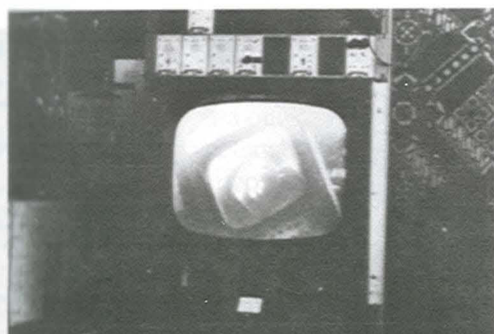
FIGURA 80. The fair captive (A bela cativa), *por René Magritte (1947)*



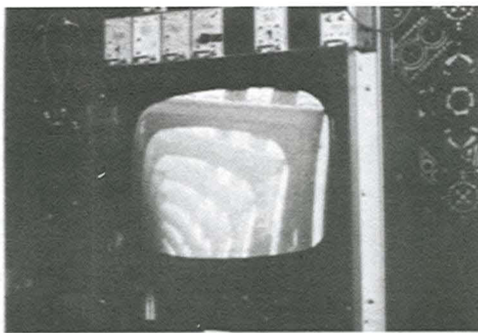
(a) O caso mais simples.



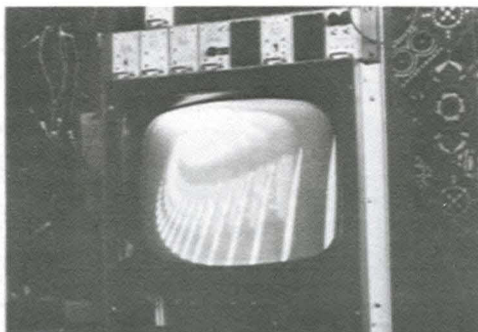
(b) O "corredor" de Aquiles.



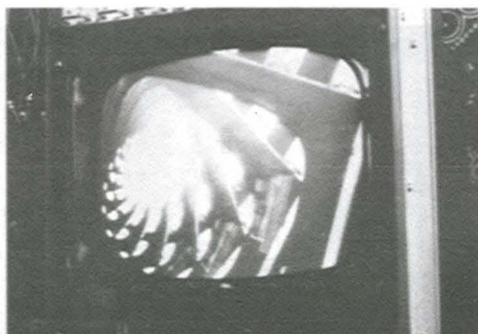
(c) O que acontece quando se gira a câmera.



(d) Um "auto-envolvimento fracassado".

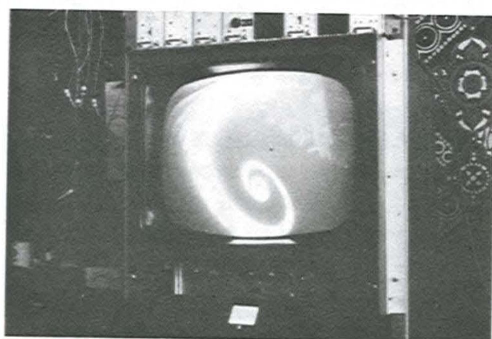


(e) O que acontece quando se usa o zoom.

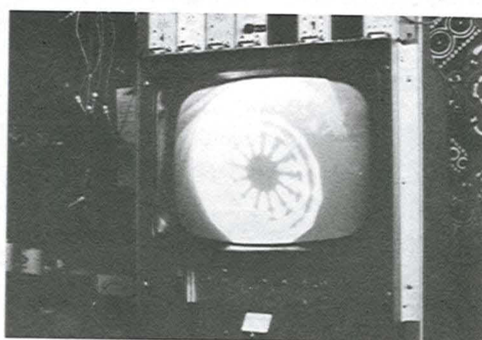


(f) Efeito combinado da rotação e do zoom.

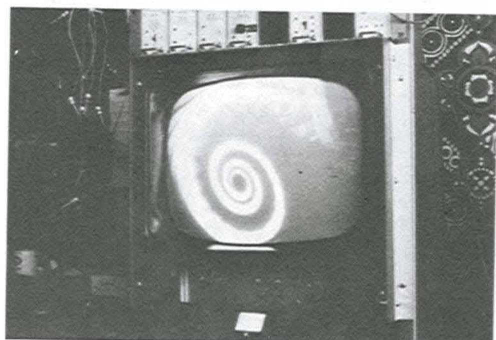
FIGURA 81. Doze telas de TV auto-envolventes. Eu teria incluído mais uma, se 13 não fosse número primo



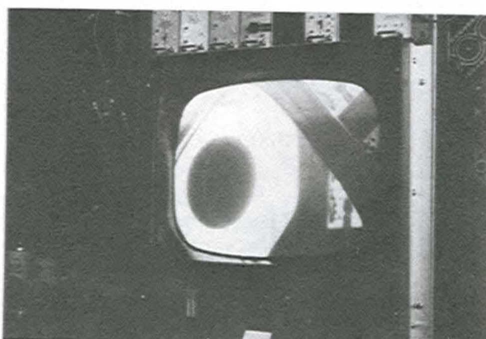
(g) Começa a ficar estranho...



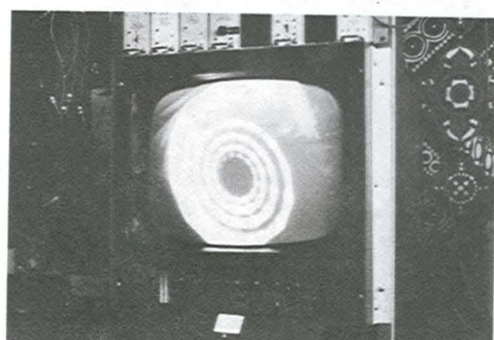
(j) Os estágios finais de uma galáxia. Vej[c] o número de raios!



(h) Nasce uma "galáxia".



(k) A galáxia se consumiu e virou... um buraco negro!



(i) A galáxia se desenvolve.



(l) Um "padrão de pétala pulsante" no meio de uma pulsação.

Aquiles: Com muito prazer. Sempre quis ver uma câmera de televisão em ação.

Caranguejo: Dito e feito, meu caro amigo. *(Dirige-se à "boca" aberta do grande toca-discos, solta dois ganchos e puxa um instrumento cuidadosamente arranjado.)* Está vendo? É tudo construído em módulos independentes, que podem ser destacados e usados separadamente. Esta câmera de TV, por exemplo, funciona muito bem por si só. Veja a tela ali, depois do quadro com a tuba pegando fogo. *(Ele aponta a câmera para Aquiles, cuja face imediatamente aparece na tela de grandes proporções.)*

Aquiles: Que beleza! Posso experimentar?

Caranguejo: Claro.

Aquiles (Apontando a câmera para o Caranguejo): Aí está VOCÊ, Sr. Caranguejo, na tela.

Caranguejo: Pois é.

Aquiles: Suponha que eu aponte a câmera para o quadro com a tuba pegando fogo. Agora ele está na tela também!

Caranguejo: A câmera tem *zoom* nas duas direções, Aquiles. Você tem de experimentar.

Aquiles: Fabuloso! Deixe-me focalizar a ponta das chamas, onde elas encontram a moldura... Dá uma sensação engraçada poder "copiar" instantaneamente qualquer coisa que esteja aqui na sala – qualquer coisa que eu queira nessa tela. Só preciso apontar a câmera e ela aparece como mágica na tela.

Caranguejo: QUALQUER COISA que esteja na sala, Aquiles?

Aquiles: Sim; qualquer coisa que se possa ver. É óbvio.

Caranguejo: Então, o que acontece se você apontar a câmera para as chamas que aparecem na tela de TV?

(Aquiles aponta a câmera diretamente para a parte da tela de televisão em que as chamas estão ou estavam.)

Aquiles: Hei, que engraçado! O próprio ato faz as chamas DESAPARECEREM da tela! Para onde elas foram?

Caranguejo: Você não pode manter uma imagem na tela e mexer a câmera ao mesmo tempo.

Aquiles: Estou vendo... Mas não compreendo o que está na tela agora. Não entendo mesmo! Parece um corredor comprido e estranho. E, no entanto, tenho a certeza de que não estou apontando a câmera para nenhum corredor. Estou apontando para uma tela comum de TV.

Caranguejo: Olhe com mais atenção, Aquiles. É mesmo um corredor o que você está vendo?

Aquiles: Ahhh, agora estou vendo. É um conjunto de cópias aninhadas da própria tela de TV, que vão ficando cada vez menores... É claro! A imagem das chamas TINHA de desaparecer, porque ela dependia de que eu apontasse a câmera para o QUADRO. Quando eu aponto a câmera para a TELA,

é a própria tela que aparece, com tudo o que estiver na tela naquele momento – o que é a própria tela com tudo o que estiver na tela naquele momento – o que é a própria tela com...

Caranguejo: Acho que posso adivinhar o resto, Aquiles. Que tal virar um pouco a câmera?

Aquiles: Oh! Um lindo corredor em espiral! Cada tela gira um pouco dentro da tela maior, de modo que quanto menor ela vai ficando, maior a inclinação com relação à tela principal. Essa idéia de uma tela de televisão "auto-envolvente" me dá arrepios.

Caranguejo: O que é que você quer dizer com "auto-envolvente", Aquiles?

Aquiles: É quando eu aponto a câmera para a tela – ou para uma parte da tela. Isso é auto-envolvente.

Caranguejo: Você se importa se eu for um pouco mais fundo nesse rumo? Estou intrigado com essa noção nova.

Aquiles: Eu também.

Caranguejo: Muito bem, então. Se você apontar a câmera para um CANTO da tela, isso ainda será "auto-envolvente"?

Aquiles: Deixe ver. Hmmm – o "corredor" de telas parece ir para a beira, portanto, já não temos um aninhamento infinito. É bonito, mas eu não acho que tenha o espírito do auto-envolvimento. É um "auto-envolvimento fracassado".

Caranguejo: Se você voltasse a câmera de novo para o centro da tela, talvez você pudesse consertar outra vez...

Aquiles (Movendo a câmera vagarosa e cuidadosamente): Sim! O corredor está ficando maior... PRONTO! Está tudo de volta. Consigo enxergar até o fim, até que ele suma na distância. O corredor ficou infinito de novo precisamente no momento em que a câmera pegou a tela INTEIRA. Hmmm – isso me faz lembrar de algo que o Sr. Tartaruga estava dizendo há algum tempo: que a auto-referência só ocorre quando uma afirmação fala sobre a TOTALIDADE dela própria...

Caranguejo: Como é?

Aquiles: Ah, não é nada. Eu estava só pensando alto.

(Enquanto Aquiles brinca com a lente e outros controles da câmera, aparece uma profusão de novos tipos de imagens auto-envolventes: espirais em remoinho, que lembram galáxias, formas caleidoscópicas parecidas com flores e outros padrões diversos...)

Caranguejo: Você parece estar-se divertindo muitíssimo.

Aquiles (Tirando os olhos da câmera): Estou mesmo! Que riqueza de imagens esta idéia simples pode produzir! *(Ele volta a olhar a tela e uma expressão de estupefação lhe vem ao rosto.)* Nossa senhora, Sr. Caranguejo! Um padrão pulsante de pétalas apareceu na tela! De onde vêm as pulsações? A TV está parada e a câmera também.

Caranguejo: Ocasionalmente, podem-se estabelecer padrões que mudam com o tempo. Isso acontece porque há uma pequena demora nos circuitos entre o momento em que a câmera "vê" algo e o momento em que esse algo aparece na tela. Mais ou menos um centésimo de segundo. Então, se você tem um aninhamento a uma profundidade de mais ou menos cinqüenta imagens, o resultado será uma demora de mais ou menos meio segundo. Se uma imagem de algo que se move chegar à tela – por exemplo, se você puser seu dedo em frente à câmera – passará um certo tempo até que as telas aninhadas mais no fundo "percebam" o movimento. Essa demora, em seguida, reverbera por todo o sistema, como um eco visual. E se as coisas estiverem dispostas de modo que o eco não se esvaia, então teremos padrões pulsantes.

Aquiles: Fantástico! Diga-me uma coisa – e se nós tentássemos fazer um auto-envolvimento TOTAL?

Caranguejo: E em que consiste exatamente isso?

Aquiles: Bem, eu acho esse negócio das telas dentro das telas interessante, mas eu gostaria de ver uma imagem da câmera de televisão E da tela NA tela. Só assim é que o sistema se teria realmente auto-envolvido. A tela é só uma PARTE do sistema como um todo.

Caranguejo: Já entendi. Talvez com um espelho você consiga o efeito que está procurando.

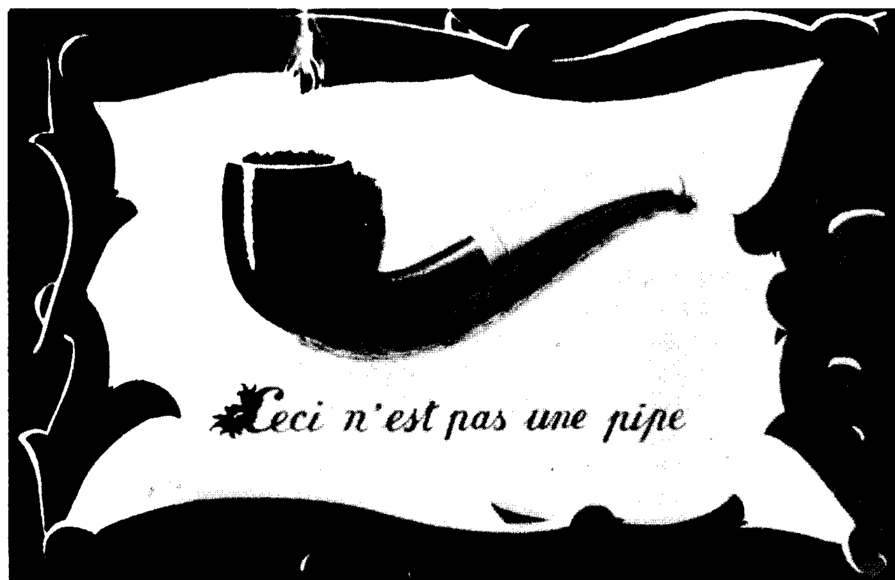


FIGURA 82. The air and the song (A ária e a canção), *por René Magritte (1964)*

(O Caranguejo passa-lhe um espelho e Aquiles manobra espelho e câmera de maneira que câmera e tela aparecem retratados na tela.)

Aquiles: Aí está! Criei o auto-envolvimento TOTAL!

Caranguejo: É, meu caro, mas você só tem aí a parte da frente do espelho. E as costas dele? Se não fosse pelas costas, o espelho não refletiria – e a câmera não estaria na imagem.

Aquiles: Tem razão. Mas para mostrar tanto a frente do espelho quanto as costas, preciso de outro espelho.

Caranguejo: Mas então você terá de mostrar as costas do outro espelho também. E que tal incluir as costas da televisão juntamente com a frente dela? E depois há o fio que vai para a tomada, o interior da televisão e...

Aquiles: Oa, oa! Minha cabeça está rodando. Já vi que esse projeto de "auto-envolvimento total" vai causar alguns probleminhas. Estou-me sentindo tonto.

Caranguejo: Sei perfeitamente como você se sente. Por que é que você não se senta aqui um pouco, esquece essa coisa de auto-envolvimento e relaxa? Olhe os meus quadros para ficar mais calmo.

(Aquiles senta-se e suspira.)

Ah – talvez o cheiro do meu cachimbo esteja incomodando. Pronto; vou parar. *(Tira o cachimbo da boca e coloca-o cuidadosamente acima de algumas palavras escritas em outro quadro de Magritte.)* Feito! Está se sentindo melhor?

Aquiles: Ainda estou meio desnorteado. *(Aponta para o Magritte.)* É um quadro interessante. Gosto da moldura; especialmente o marchetado brilhante, dentro da moldura de madeira.

Caranguejo: Obrigado. Eu o mandei fazer especialmente. É um trabalho em ouro.

Aquiles: Em ouro? E o que mais? O que são essas palavras abaixo do cachimbo? Estão escritas em outra língua, não é?

Caranguejo: Estão escritas em francês: "Ceci n'est pas une pipe". Significa: "Isto não é um cachimbo". O que é absolutamente verdadeiro.

Aquiles: Mas É um cachimbo! Você o estava fumando!

Caranguejo: Oh, acho que você não está compreendendo a expressão. A palavra *ceci* se refere ao quadro e não ao cachimbo. Evidentemente, o cachimbo é um cachimbo. Mas um quadro não é um cachimbo.

Aquiles: Eu me pergunto se o *ceci* dentro do quadro se refere ao quadro INTEIRO ou apenas ao cachimbo que aparece dentro do quadro. Pelo amor de Deus! Isto seria OUTRO auto-envolvimento! Não estou me sentindo nada bem, Sr. Caranguejo. Acho que vou ficar enjoado...

CAPÍTULO XVI

Auto-ref e auto-rep

NESTE CAPÍTULO examinaremos alguns dos mecanismos que criam a auto-referência em vários contextos e compara-los-emos com os mecanismos que permitem que certos tipos de sistemas se auto-reproduzam. Nesse processo, virão à luz alguns paralelos notáveis e belos entre tais mecanismos.

Sentenças implícita e explicitamente auto-referentes

Para começar, consideremos sentenças que, à primeira vista, parecem fornecer os exemplos mais simples de auto-referência. Algumas dessas sentenças são as seguintes:

(1) Esta sentença contém cinco palavras.
(2) Esta sentença não tem significado porque é auto-referente.
(3) Esta sentença sem verbo.
(4) Esta sentença é falsa (paradoxo de Epimênides).
(5) A sentença que estou escrevendo é a sentença que você está lendo.

Com exceção da última (que é uma anomalia), todas as afirmações envolvem o mecanismo de aparência simples contido na expressão "esta sentença". Mas, na verdade, esse mecanismo está longe de ser simples. Todas essas sentenças estão "flutuando" no contexto da língua portuguesa. Elas podem ser comparadas a *icebergs*, dos quais apenas a ponta é visível. As sucessões de palavras são as pontas dos *icebergs* e o processamento que tem de ser feito para compreendê-las é a parte oculta. Nesse sentido, seu significado é implícito e não explícito. Evidentemente, o significado de nenhuma sentença é completamente explícito, mas quanto mais explícita for a auto-referência, mais expostos estarão os mecanismos a ela subjacentes. Nesse caso, para que seja reconhecida a auto-referência das sentenças acima, é necessário não só que se tenha um bom conhecimento de uma língua como o português, capaz de lidar com temas lingüísticos, mas também que se possa perceber o referente da expressão "esta sentença". Isso parece simples, mas na verdade depende de sua capacidade de manipular o português, que é altamente complexa e, no entanto, totalmente assimilada. O que importa acima de tudo aqui é a capacidade de perceber o referente de uma expressão substantiva com um adjetivo demonstrativo. Essa capacidade é construída lentamente e não deve, de modo algum, ser considerada trivial. Possivelmente a dificuldade fique mais clara se se mostrar uma sentença como a de número 4 a uma pessoa ingênua em termos de paradoxos e tru-

ques lingüísticos, como uma criança. Ela pode dizer: "*Que* sentença é falsa?" E pode ser necessária uma boa dose de paciência para transmitir a idéia de que a sentença está falando sobre ela própria. A própria idéia é estonteante a princípio. Umas poucas figuras podem ser úteis (figuras 83 e 84). A figura 83 é um desenho que pode ser interpretado em dois níveis. No primeiro nível, é uma sentença que aponta para si própria; no segundo, é um desenho de Epimênides executando sua própria sentença de morte.

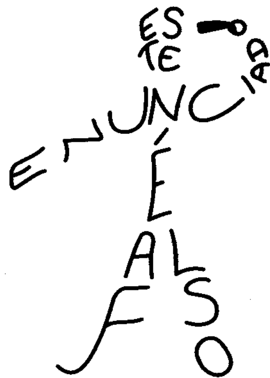


FIGURA 83

A figura 84, que mostra as partes visíveis e invisíveis do *iceberg,* sugere a proporção relativa da sentença com respeito ao processamento requerido para o reconhecimento da auto-referência.

É divertido tentar criar uma sentença auto-referente sem usar o truque de dizer "esta sentença". Poder-se-ia tentar citar uma sentença dentro dela própria. Aqui está uma tentativa:

A sentença "A sentença contém cinco palavras" contém cinco palavras.

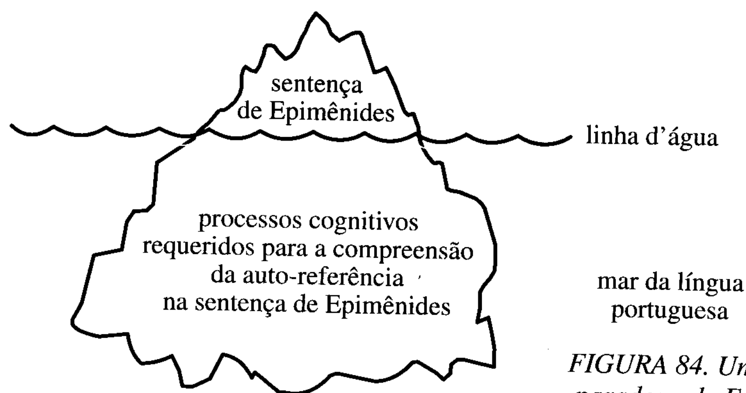


FIGURA 84. Um iceberg *do paradoxo de Epimênides*

Mas tal tentativa está condenada ao fracasso, pois qualquer sentença que possa ser citada por inteiro em seu próprio interior teria de ser menor que ela própria. Isto é, na verdade, possível, mas apenas se você estiver disposto a considerar sentenças infinitamente longas, tais como:

A sentença
“A sentença
“A sentença
“A sentença
.
.
.
. etc., etc.
.
.
.
é infinitamente longa”
é infinitamente longa”
é infinitamente longa”
é infinitamente longa.

Mas isso não funciona com relação a sentenças finitas. Pela mesma razão, a cadeia G de Gödel não poderia conter o numeral explícito de seu número de Gödel: ele não caberia. Nenhuma cadeia da TNT pode conter o numeral da TNT referente a seu próprio número de Gödel, pois esse número sempre contém mais símbolos que a própria cadeia. Mas isso pode ser contornado se se fizer com que G contenha uma *descrição* de seu próprio número de Gödel, por meio das noções de “sub” e “aritmoquinificação”.

Um modo de alcançar a auto-referência em uma sentença escrita em português por meio de uma descrição em vez de uma autocitação ou do uso da expressão “esta sentença” é o método de Quine, ilustrado no diálogo *Ária na corda G*. A compreensão da sentença de Quine requer um processamento mental menos sutil que o envolvido nos quatro exemplos citados anteriormente. Embora possa parecer inicialmente mais complexa, ela é, em certos sentidos, mais explícita. A construção de Quine é muito semelhante à construção de Gödel, na medida em que cria a auto-referência pela descrição de outra entidade tipográfica que, como se descobrirá, é isomórfica à própria sentença de Quine. A descrição da nova entidade tipográfica é levada a efeito por duas partes da sentença de Quine. Uma parte é um conjunto de *instruções* que indicam como construir determinada expressão, enquanto a outra parte contém os materiais de constru-

ção que devem ser empregados; ou seja, a outra parte é um *gabarito*. Isso lembra mais um sabão flutuante que um *iceberg* (ver figura 85).

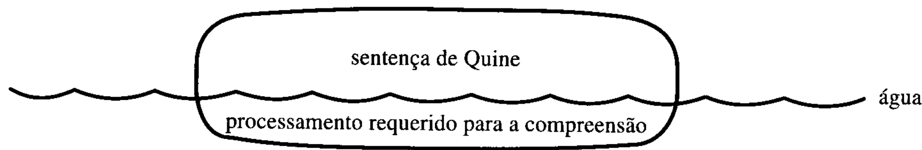


FIGURA 85. Uma barra de sabão da sentença de Quine

A auto-referência dessa sentença é alcançada de maneira mais direta que no paradoxo de Epimênides; é necessária uma quantidade menor de processamento oculto. A propósito, é interessante assinalar que a expressão "esta sentença" aparece na sentença anterior; contudo, ela não se destina a causar auto-referência; você provavelmente terá percebido que seu referente era a sentença de Quine, e não a sentença em que ela ocorre. Isso serve apenas para indicar como expressões indicativas como "esta sentença" são interpretadas de acordo com o contexto e serve ainda para mostrar que o processamento de tais expressões é efetivamente complexo.

Um programa que se auto-reproduz

A noção de quinagem e seu emprego na criação de auto-referência já foram explicados no próprio Diálogo, de maneira que não precisamos ocupar-nos disso agora. Vamos, em vez disso, mostrar como um programa de computador pode empregar exatamente a mesma técnica para se auto-reproduzir. O programa auto-reprodutivo mostrado a seguir está escrito em uma linguagem semelhante ao VoD e baseia-se em fazer com que uma expressão seja *sucedida* por sua própria citação (a ordem oposta da quinagem, de modo que podemos inverter o nome "quine" e compor "eniuq"):

```
DEFINIR PROCEDIMENTO "ENIUQ" [GABARITO]: IMPRIMIR [GA-
BARITO, COLCHETE ESQUERDO, ASPA, GABARITO, ASPA,
COLCHETE DIREITO, PONTO].

ENIUQ
['DEFINIR PROCEDIMENTO "ENIUQ" [GABARITO]: IMPRIMIR [GA-
  BARITO, COLCHETE ESQUERDO, ASPA, GABARITO, ASPA,
  COLCHETE DIREITO, PONTO] ENIUQ'].
```

ENIUQ é um procedimento definido nas duas primeiras linhas e seu insumo é denominado "GABARITO". Entende-se que, quando o procedimento é

requerido, o valor do GABARITO será alguma cadeia de caracteres tipográficos. O efeito de ENIUQ é executar uma operação de impressão em que o GABARITO é impresso duas vezes: a primeira vez simples e a segunda envolvido em aspas (singulares) e colchetes e adornado com um ponto final. Assim, se o valor do GABARITO fosse a cadeia DOBRA-DOBRADA, a execução do ENIUQ produziria:

DOBRA-DOBRADA ['DOBRA-DOBRADA'].

Ora, nas últimas quatro linhas do programa acima, o procedimento ENIUQ é requerido com um valor específico de GABARITO – especificamente, a cadeia longa entre as aspas singulares: DEFINIR... ENIUQ. Esse valor foi escolhido cuidadosamente; ele consiste na *definição* de ENIUQ, seguida da *palavra* ENIUQ. Isso faz com que o próprio programa – ou, se você preferir assim, uma cópia perfeita dele – seja impresso. É muito semelhante à versão de Quine da sentença de Epimênides:

"produz falsidade quando precedido por sua citação"
produz falsidade quando precedido por sua citação.

É muito importante observar que a cadeia de caracteres que aparece entre aspas nas três últimas linhas do programa anterior – ou seja, o valor do GABARITO – nunca é interpretado como cadeia de instruções. O fato de que ela efetivamente o seja é, em certo sentido, apenas um acidente. Como assinalado antes, tal cadeia poderia perfeitamente ser DOBRA-DOBRADA ou qualquer outra sentença de caracteres. A beleza do esquema está em que, quando a mesma cadeia aparece nas duas primeiras linhas do programa, ela *é* tratada como programa (porque não está entre aspas). Assim, nesse programa, uma cadeia funciona de duas maneiras: primeiro como programa, segundo como dado. Esse é o segredo dos programas que se auto-reproduzem e, como veremos, das moléculas que se auto-reproduzem. É conveniente, aliás, denominar *auto-rep* qualquer tipo de objeto ou entidade que se auto-reproduza e, do mesmo modo, convém denominar *auto-ref* qualquer objeto ou entidade auto-referente. Empregarei esses termos ocasionalmente daqui por diante.

O programa precedente é um exemplo elegante de um programa auto-reprodutivo escrito em uma linguagem que não foi concebida para facilitar a representação escrita de auto-reps. Assim, a tarefa teve de ser realizada utilizando-se noções e operações que se supunham ser parte da linguagem – como a palavra ASPA e o comando IMPRIMIR. Mas suponhamos que se tenha inventado uma linguagem destinada especialmente a facilitar a representação escrita de auto-reps. Então, poder-se-iam escrever auto-reps muito mais curtos. Suponhamos, por exemplo, que a operação de eniuq-agem fosse uma característica intrínseca da linguagem, que não necessitasse de definição explícita (como su-

pusemos ser o caso com relação a IMPRIMIR). Nesse caso, um auto-rep bem pequenino seria este:

ENIUQ ['ENIUQ'].

É muito semelhante à versão da Tartaruga da versão de Quine do auto-ref de Epimênides, na qual o verbo "quinar" é tido como conhecido:

"produz falsidade quando quinado"
produz falsidade quando quinado.

Mas os auto-reps podem ser ainda mais curtos. Em algumas linguagens de computador, por exemplo, poderia convencionar-se que qualquer programa cujo primeiro símbolo seja um asterisco deve ser copiado antes de ser executado normalmente. Então, o programa que consista simplesmente de um asterisco é um auto-rep! Você pode argumentar que isso é uma tolice que depende de uma convenção totalmente arbitrária. Ao fazê-lo, você estará refletindo minha observação anterior de que é quase uma trapaça usar a expressão "esta sentença" para alcançar a auto-referência. A base está muito mais no processador que em instruções explícitas para a auto-referência. Usar um asterisco como exemplo de um auto-rep é como usar a palavra "eu" como exemplo de um auto-ref: ambos os casos escondem todos os aspectos interessantes dos problemas respectivos.

Isso faz lembrar outro tipo curioso de auto-reprodução: via máquina fotocopiadora. Poder-se-ia dizer que qualquer documento escrito é um auto-rep porque ele pode causar a impressão de uma cópia de si mesmo quando locado em uma máquina fotocopiadora, mediante acionamento do botão apropriado. Mas isso viola de alguma maneira nossa noção de auto-reprodução; o pedaço de papel não é consultado e não está, por conseguinte, dirigindo sua própria reprodução. Novamente, tudo está no processador. Antes de chamarmos alguma coisa de auto-rep, desejamos ter a sensação de que ela *explicitamente* contém, na maior medida do possível, as diretrizes para autocopiar-se.

Na verdade, a explicitação é uma questão de grau: não obstante, existe uma linha de fronteira intuitiva que separa de um lado o que percebemos como a verdadeira auto-reprodução autodirigida e, do outro lado, o que vemos, uma simples cópia efetuada por uma máquina copiadora autônoma e inflexível.

O que é uma cópia?

Ora, em uma discussão sobre auto-refs e auto-reps, mais cedo ou mais tarde temos de nos defrontar com a questão essencial: o que é uma cópia? Já consideramos essa questão de maneira bastante séria nos capítulos V e VI; agora voltamos a ela. Para dar uma idéia do problema, descrevamos alguns exemplos bem fantásticos, mas também plausíveis de auto-reps.

Uma música que se auto-reproduz

Imagine que há, no bar, um toca-discos automático que, se você apertar os botões 5-P, toca uma música cuja letra diz o seguinte:

Ponha outra moedinha neste nosso toca-discos
Eu só quero a 5-P e música, música.

Poderíamos compor um pequeno diagrama do que acontece (figura 86).

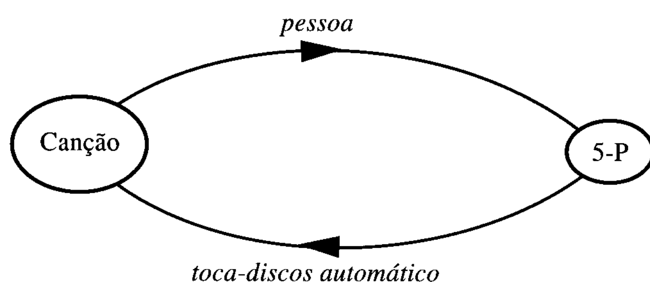


FIGURA 86. Uma canção que se auto-reproduz

Embora o efeito seja o de que a música se reproduza, seria estranho denominá-la auto-rep, devido ao fato de que, quando ela passa pelo estágio 5-P, nem toda a informação está contida aí. A informação só é traduzida de volta em virtude do fato de que ela está totalmente armazenada no toca-discos automático – ou seja, em uma das *flechas* do diagrama e não em uma das ovais. É questionável que a música contenha uma descrição completa de como ser tocada novamente porque o par de símbolos "5-P" é apenas um acionador e não uma cópia.

Um programa "caranguejo"

Consideremos a seguir um programa de computador que se imprime de trás para a frente. (Alguns leitores poderiam deleitar-se pensando sobre escrever tal programa na linguagem VoD antes referida, usando o auto-rep dado como modelo.) Esse programa engraçado contaria como auto-rep? Sim, em certo sentido, porque a execução de uma transformação trivial em seu resultado restaurará o programa original. Parece justo dizer que o resultado contém a mesma informação que o próprio programa, ainda que rearranjado de maneira mais simples. Contudo, é claro que alguém poderia olhar o resultado e não reconhecê-lo como um programa impresso de trás para a frente. Relembrando a terminologia do capítulo VI, poderíamos dizer que as "mensagens interiores" do resultado e o próprio programa são iguais, mas têm "mensagens exteriores" diferentes – ou seja, elas têm de

ser lidas mediante diferentes mecanismos de decodificação. Ora, se a mensagem exterior for contada como parte da informação, o que parece bastante razoável, então a informação total, afinal de contas, não será a mesma e, por conseguinte, o programa não poderá ser considerado como um auto-rep.

Contudo, essa conclusão é inquietante porque estamos acostumados a considerar que uma coisa e sua própria imagem refletida contêm a mesma informação. Mas lembremo-nos de que no capítulo VI tornamos o conceito de "significado intrínseco" dependente de uma noção hipoteticamente universal da inteligência. A idéia era a de que, ao determinar o significado intrínseco de um objeto, poderíamos desprezar alguns tipos de mensagens exteriores – aqueles que seriam universalmente compreendidos. Ou seja, se o mecanismo de decodificação parece ser suficientemente fundamental, em algum sentido ainda mal definido, então a mensagem interior que deixa revelar é o único significado que conta. Nesse exemplo parece razoavelmente seguro supor que uma "inteligência normal" consideraria que duas imagens refletidas contêm a mesma informação; ou seja, consideraria que o isomorfismo entre ambas é tão trivial que pode ser ignorado. E, assim, nossa intuição de que o programa é, em certo sentido, um auto-rep razoável encontra amparo.

Epimênides sobre o rio Uruguai

Outro exemplo rebuscado de auto-rep seria um programa que se imprime, mas traduzido para uma linguagem computacional diferente. Isso poderia ser assemelhado à seguinte versão curiosa da versão de Quine do auto-ref de Epimênides:

> "es una expresión que, quando es precedida por su traducción, puesta entre comillas, a la lengua procedente del otro lado del rio Uruguai, produce una falsedad" é uma expressão que, quando precedida por sua tradução, colocada entre aspas, para a língua proveniente do outro lado do rio Uruguai, produz uma falsidade.

Você pode tentar escrever a frase que é descrita por essa trama estranha. (Pista: não é ela própria – ou, pelo menos, não o é se "ela própria" for tomada em um sentido ingênuo.) Se a noção de "auto-rep por movimento retrógrado" (isto é, um programa que se escreve a si próprio de trás para a frente) faz lembrar um cânone caranguejo, a noção de "auto-rep por tradução" faz igualmente lembrar um cânone que envolve uma transposição do tema para outro tom.

Um programa que imprime seu próprio número de Gödel

A idéia de imprimir uma tradução em vez de uma cópia exata do programa original pode parecer sem propósito. No entanto, se você quisesse escrever um programa auto-rep em VoD ou em VoL, teria de recorrer a algum instrumento desse

tipo, pois nessas linguagens o **RESULTADO** é sempre um *número*, em vez de uma cadeia tipográfica. Por conseguinte, você teria de fazer com que o programa imprimisse seu próprio número de Gödel: um número colossal cuja expansão decimal codifica o programa, elemento por elemento, usando códons de três dígitos. O programa está-se aproximando o máximo possível de imprimir-se a si próprio, dentro dos limites dos meios disponíveis: ele imprime uma cópia de si próprio em outro "espaço", e é fácil mover-se para frente e para trás entre o espaço dos números inteiros e o espaço das cadeias. Assim, o valor do **RESULTADO** não é um simples acionador, como o era "5-P". Ao contrário, todas as informações do programa original estão "próximas à superfície" do resultado.

Auto-referência gödeliana

Isso é muito próximo da descrição do mecanismo do auto-ref G, de Gödel. Afinal de contas, aquela cadeia da TNT contém uma descrição não de si própria, mas sim de um número inteiro (a aritmoquinificação de *u*). Simplesmente, acontece que esse número inteiro é uma "imagem" exata da cadeia G, no espaço dos números naturais. Assim, G se refere a uma tradução de si própria em outro espaço. Ainda nos sentimos à vontade ao considerar G como uma cadeia auto-referente porque o isomorfismo entre os dois espaços é tão estreito que podemos considerá-los idênticos.

Esse isomorfismo que reflete a TNT dentro do domínio abstrato dos números naturais pode ser assemelhado ao quase-isomorfismo que reflete o mundo real dentro de nossos cérebros, por meio de símbolos. Os símbolos desempenham papéis quase-isomórficos com relação aos objetos e é graças a eles que podemos pensar. Do mesmo modo, os números de Gödel desempenham papéis isomórficos com relação às cadeias e é graças a eles que podemos encontrar significados matemáticos em sentenças sobre os números naturais. O que é fascinante e quase mágico em G é que ela consegue alcançar a auto-referência apesar do fato de que a linguagem em que é escrita, a TNT, não pareça apresentar qualquer esperança de referir-se a suas próprias estruturas, ao contrário do português, em que é a coisa mais fácil do mundo discutir a língua portuguesa.

Assim, G é um exemplo notável de auto-ref via tradução – embora certamente não seja o mais óbvio dos casos. Poderíamos também voltar a pensar em alguns dos diálogos, pois alguns deles são igualmente auto-refs via tradução. Tomemos, por exemplo, a *Sonata para Aquiles solo*. Nesse diálogo, fazem-se várias referências às sonatas de Bach para violino solo, e a sugestão da Tartaruga no sentido de que se imaginem acompanhamentos para cravo é particularmente interessante. Afinal, se essa idéia for aplicada ao próprio diálogo, podem-se inventar as frases que a Tartaruga pronuncia; mas se se supõe que o papel de Aquiles é o único (como no caso do violino), então será claramente errado atribuir qualquer fala à Tartaruga. De toda maneira, temos novamente aqui um auto-ref por meio de uma sobreposição entre diálogos e peças de Bach. E essa sobre-

posição, evidentemente, é deixada implícita para que o leitor a perceba. Contudo, mesmo que o leitor não a perceba, a sobreposição existe e o diálogo continua a ser um auto-ref.

Um auto-rep por aumentação

Temos assinalado semelhanças entre auto-reps e cânones. Qual seria, então, uma analogia razoável com um cânone por aumentação? Aqui está uma possibilidade: considere um programa que contém uma volta "morta", cujo único propósito é o de retardar o programa. Um parâmetro poderia indicar a freqüência com que a volta deve ser repetida. Poder-se-ia fazer um auto-rep que imprimisse uma cópia de si mesmo, mas com o parâmetro modificado, de modo que, quando essa cópia é rodada, a velocidade será a metade da velocidade do programa original; e a "filha" dessa cópia, por sua vez, será rodada a uma velocidade correspondente à metade da primeira cópia, e assim por diante... Nenhum desses programas imprime a si próprio precisamente; no entanto, todos eles pertencem claramente a uma mesma "família".

Isso faz lembrar a auto-reprodução de organismos vivos. Claramente, nenhum indivíduo é idêntico a qualquer de seus pais; por que, então, o ato de gerar é denominado "auto-reprodução"? A resposta está em que existe um isomorfismo genérico entre pai e filho; é um isomorfismo que preserva a informação a respeito da *espécie*. Assim, o que é reproduzido é a *classe*, antes que a *instância*. Esse também é o caso de Gplot, figura recorrente do capítulo V: ou seja, a sobreposição entre "borboletas magnéticas" de diversos tamanhos e formas é genérica; não há idênticas, mas todas pertencem a uma mesma "espécie", e a sobreposição preserva precisamente esse fato. Em termos de programas que se auto-replicam, isso corresponderia a uma *família* de programas, todos escritos em "dialetos" de uma mesma linguagem de computação, cada um deles podendo imprimir a si próprio, mas com pequenas modificações, de maneira que o resultado aparece em um dialeto da linguagem original.

Um auto-rep kimiano

Talvez o exemplo mais furtivo de auto-rep seja o seguinte: em vez de se escrever uma expressão legal na linguagem de compilador, imprime-se uma das mensagens de erro do próprio compilador. Quando o compilador examina esse "programa", a primeira coisa que acontece é que ele se confunde, porque o "programa" não é gramatical; por conseguinte, o compilador imprime uma mensagem de erro. Basta apenas arranjar que a mensagem que ele imprime seja a mesma colocada anteriormente. Este tipo de auto-rep, que me foi sugerido por Scott Kim, explora um nível do sistema que é diferente do que é usado normalmente. Embora pareça frívolo, ele pode ter contrapartidas em sistemas complexos em que os auto-reps lutam entre si pela sobrevivência, como logo veremos.

O que é o original?

Além da pergunta "o que constitui uma cópia?", há uma outra pergunta filosófica fundamental concernente aos auto-reps. Trata-se do reverso da medalha: "o que é o original?" Isso pode ser mais bem explicado por meio de alguns exemplos:

(1) um programa que, quando interpretado por algum intérprete que roda em algum computador, imprime a si mesmo;

(2) um programa que, quando interpretado por algum intérprete que roda em algum computador, imprime a si mesmo juntamente com uma cópia do intérprete (que, afinal de contas, também é um programa);

(3) um programa que, quando interpretado por algum intérprete que roda em algum computador, não só imprime a si próprio juntamente com uma cópia integral do intérprete, mas também dirige um processo de montagem mecânica em que um segundo computador, idêntico àquele em que o intérprete e o programa estão rodando, é composto.

É claro que em (1) o programa é o auto-rep. Mas em (3), é o programa que é o auto-rep ou o sistema composto por programas mais intérprete, ou a união entre programa, intérprete e processador?

Evidentemente, um auto-rep pode envolver mais que sua simples impressão. Com efeito, a maior parte do restante deste capítulo é uma discussão sobre auto-reps em que dados, programas, intérprete e processador estão todos intimamente ligados e em que a auto-replicação envolve a replicação de todos eles ao mesmo tempo.

Tipogenética

Estamos agora em vias de abordar um dos tópicos mais fascinantes e profundos do século XX: o estudo da "lógica molecular do estado vivo", para mencionar a expressão rica e evocativa de Albert Lehninger. E de lógica se trata, também – mas de um tipo mais complexo e belo do que o que qualquer mente humana tenha imaginado. Chegaremos a ele a partir de um ângulo ligeiramente inovador: por meio de um jogo solitário artificial que denomino *tipogenética* – uma abreviação de "genética tipográfica". Na tipogenética, tentei representar algumas idéias da genética molecular em um sistema tipográfico que, à primeira vista, assemelha-se muito aos sistemas formais exemplificados pelo sistema MIU. Naturalmente, a tipogenética envolve muitas simplificações e é útil, portanto, primordialmente para finalidades didáticas.

Devo explicar imediatamente que a biologia molecular é um campo em que os fenômenos interagem em diversos níveis e que a tipogenética apenas trata de ilustrar fenômenos a partir de um ou dois níveis. Em particular, aspectos puramente químicos foram completamente evitados – eles pertencem a um nível inferior àquele que será considerado aqui; do mesmo modo, todos os aspectos da genética clássica (especificamente, a genética não molecular) também foram evitados – eles pertencem a um nível superior àquele que será considerado aqui. Tentei, com a tipogenética, apenas propiciar uma intuição para os processos centrados no célebre *Dogma central da biologia molecular*, enunciado por Francis Crick (um dos co-descobridores da estrutura helicoidal dupla do ADN):



$$\text{ADN} \Rightarrow \text{ARN} \Rightarrow \text{proteínas.}$$

Tenho a esperança de que, com esse modelo altamente esquemático que construí, o leitor perceba alguns princípios unificadores simples desse campo – princípios que, de outra maneira, poderiam ficar obscurecidos pela interação incrivelmente intrincada de fenômenos que ocorrem em múltiplos níveis diferentes. Evidentemente, a precisão, em termos estritos, é sacrificada em favor do que espero seja um pequeno ganho na percepção.

Cadeias, bases, enzimas

O jogo da tipogenética envolve a manipulação tipográfica de séries de letras. Há quatro letras envolvidas:

A C G T

As séries arbitrárias por elas formadas são denominadas *cadeias*. Desse modo, algumas cadeias são:

GGGG
ATTACCA
CATCATCATCAT

Por acaso, a palavra "STRAND" (fita ou filamento) soletrada de trás para frente começa com "DNA" (ADN em português). Isso é apropriado, já que os filamentos, em tipogenética, fazem o papel de segmentos de DNA (os quais, na genética real, são chamados com freqüência de "filamentos"). Não é só isso, mas "STRAND" soletrado na íntegra de trás para frente é "DNA RTS", que pode ser entendido como um acrônimo para "DNA Rapid Transit Service" (Trânsito Rápido de DNA". Esse também é apropriado, já que a função do "RNA mensageiro" – que em Tipogenética também é representado por filamentos – está muito bem caracterizada pela frase "Trânsito Rápido" para o DNA, como poderemos ver mais adiante.

Por vezes, referir-me-ei às letras A, C, G, T, como *bases* e às posições que elas ocupam como *unidades*. Assim, na cadeia intermediária há sete unidades, na quarta das quais encontra-se a base A.

Quando se tem uma cadeia, pode-se operar sobre ela e modificá-la de diversas maneiras. Podem-se também produzir cadeias adicionais, seja por cópia, seja pela divisão de uma cadeia em duas. Algumas operações aumentam as cadeias, outras as diminuem e outras as deixam com o mesmo tamanho.

As operações ocorrem em pacotes – ou seja, várias delas devem ser executadas em conjunto e em ordem. Tais pacotes de operações são algo semelhantes a uma máquina programada que se move ao longo da cadeia fazendo-lhe coisas. Essas máquinas móveis são chamadas "enzimas tipográficas" – *enzimas*, para abreviar. As enzimas operam sobre as cadeias unidade por unidade, uma de cada vez, e considera-se que estão "presas" à unidade sobre a qual estão operando em determinado momento.

Explicarei como algumas enzimas de amostra atuam sobre cadeias particulares. A primeira coisa a saber é que cada enzima gosta de começar presa a uma letra particular. Assim, há quatro tipos de enzimas – as que preferem o A, as que preferem o C, etc. Dada a sucessão de operações que uma enzima executa, pode-se imaginar que letra ela prefere; mas, por enquanto, eu apenas as apresentarei, sem maiores explicações. Aqui está uma enzima de amostra que consiste em três operações:

(1) Eliminação da unidade à qual a enzima está presa (seguida de prisão à unidade mais próxima à direita).
(2) Movimentação de uma unidade para a direita.
(3) Inserção de um T (imediatamente à direita desta unidade).

Essa enzima gosta de prender-se inicialmente ao A. E aqui está uma cadeia de amostra:

ACA

Que acontece se nossa enzima se prender ao A da esquerda e começar a agir? O passo (1) elimina o A, e ficamos com CA – e a enzima agora está presa ao C. O passo (2) envia a enzima para a direita, para o A, e o passo (3) acrescenta um T ao final, formando a cadeia CAT. E a enzima cumpriu inteiramente suas funções: transformou ACA em CAT.

E se ela estivesse presa ao A da direita de ACA? Ela teria eliminado esse A e se movimentado para além do fim da cadeia. Sempre que isso acontece, a enzima desiste (esse é um princípio geral). Portanto, o único efeito seria a queda de um símbolo.

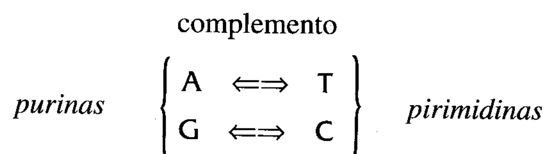
Vejamos outros exemplos, aqui está outra enzima:

(1) Busca da pirimidina mais próxima à direita dessa unidade.
(2) Passagem para o modo Cópia.
(3) Busca da purina mais próxima à direita dessa unidade.
(4) Corte da cadeia aqui (especificamente, à direita da unidade presente).

Essa contém os termos "pirimidina" e "purina". São termos fáceis. A e G denominam-se *purinas* e C e T denominam-se *pirimidinas*. Portanto, buscar uma pirimidina significa simplesmente buscar o C ou o T mais próximo.

Modo Cópia e cadeias duplas

O outro termo novo é *modo Cópia*. Qualquer cadeia pode ser "copiada" para formar outra cadeia, mas de um modo engraçado. Em vez de se copiar um A formando outro A, ele é copiado formando um T, e vice-versa. E em vez de se copiar um C formando outro C, ele é copiado formando um G, e vice-versa. Observe que uma purina tem como cópia uma pirimidina, e vice-versa. Isso se denomina *emparelhamento complementar de bases*. Os complementos são mostrados a seguir.



Talvez você possa memorizar esse esquema de emparelhamento molecular lembrando-se de que Aquiles se emparelha com a Tartaruga e o Caranguejo com seus Genes.

Por conseguinte, ao "copiar" uma cadeia, você, na verdade, não a copia, mas sim constrói sua cadeia *complementar*. E essa será escrita de cabeça para baixo acima da cadeia original. Vejamos isso em termos concretos. Façamos com que a enzima anterior aja sobre a seguinte cadeia (e essa enzima também gosta de começar pelo A):

CAAAGAGAATCCTCTTTGAT

Há muitos lugares por onde ela poderia começar. Tomemos o segundo A, por exemplo. A enzima prende-se a ele e em seguida executa o passo (1): busca a pirimidina mais próxima à direita. Bem, isso significa um C ou um T. O primeiro é um T, aí pelo meio da cadeia, e portanto vamos para lá. Agora, o passo (2): modo Cópia. Bem, simplesmente colocamos um A de cabeça para baixo acima de nosso T. Mas isso não é tudo, pois o modo Cópia *permanece em vigor* até ser cancelado – ou até que a enzima pare de agir, se isso ocorrer antes. Isso significa que todas as bases pelas quais a enzima passa enquanto o modo Cópia está em vigor terão uma base complementar colocada cima dela. O passo (3) nos manda buscar uma purina à direita de nosso T. Trata-se do G, dois símbolos para trás a partir da extremidade direita. Chegando ao G, temos de "copiar" – ou seja, criar uma cadeia complementar. Eis o resultado:

CAAAGAGGA (upside down)
CAAAGAGAATCCTCTTTGAT

O último passo é *cortar* a cadeia. Isso produzirá duas partes:

CAAAGAGGA (upside down)
CAAAGAGAATCCTCTTTG

e AT.

E o pacote de instruções está executado. Ficamos com uma cadeia dupla, no entanto. Sempre que isso acontece, separamos as duas cadeias complementares uma da outra (princípio geral); por conseguinte, nosso produto final é um conjunto de três cadeias:

AT, CAAAGAGGA e CAAAGAGAATCCTCTTTG

Observe que a cadeia que estava de cabeça para baixo foi virada para a posição normal e que, portanto, esquerda e direita inverteram-se.

Agora você já viu a maioria das operações tipográficas que podem ser realizadas nas cadeias. Há duas outras instruções que devem ser mencionadas. Uma *desliga* o modo Cópia; a outra *desvia* a enzima de uma cadeia para a outra que está acima dela de cabeça para baixo. Quando isso acontece, se você mantiver o papel de cabeça para cima, terá de inverter "esquerda" e "direita" em todas as instruções. Ou, se preferir, poderá manter as instruções e virar o papel de cabeça para baixo para poder ler a cadeia. Se ocorrer o comando de "desvio" e não houver uma base complementar no ponto ao qual a enzima está presa naquele instante, então a enzima simplesmente se destacará da cadeia e seu trabalho estará concluído.

Deve-se mencionar ainda que, quando ocorre uma instrução de "corte", ela se aplica *a ambas* as cadeias (se houver duas); no entanto, a instrução de "eliminação" aplica-se apenas à cadeia em que a enzima estiver trabalhando. Se o modo Cópia estiver *ligado*, então o comando de "inserção" aplica-se a ambas as cadeias – à própria base da cadeia em que a enzima estiver trabalhando e ao seu complemento na outra cadeia. Se o modo Cópia estiver *desligado*, então o comando de "inserção" aplicar-se-á apenas à primeira cadeia e, portanto, um espaço em branco deve ser inserido na cadeia complementar.

E sempre que o modo Cópia estiver *ligado*, os comandos de "deslocamento" e "busca" requerem a construção de bases complementares a todas as bases tocadas pela enzima em deslocamento. A propósito, o modo Cópia está sempre *desligado* quando uma enzima começa a trabalhar. Se o modo Cópia estiver *desligado* e ocorrer o comando "Desligar modo Cópia", nada acontecerá. Do mesmo modo, se o modo Cópia estiver *ligado* e ocorrer o comando "Ligar modo Cópia", nada acontecerá tampouco.

Aminoácidos

Há quinze tipos de comandos, enumerados a seguir:

cor — corte da(s) cadeia(s)
eli — eliminar uma base da cadeia
dsv — desvio da enzima para outra cadeia
dld — deslocamento de uma unidade à direita
dle — deslocamento de uma unidade à esquerda
cop — ligar modo Cópia
des — desligar modo Cópia
ina — inserir A à direita desta unidade
inc — inserir C à direita desta unidade
ing — inserir G à direita desta unidade
int — inserir T à direita desta unidade
pid — buscar a pirimidina mais próxima à direita
pud — buscar a purina mais próxima à direita
pie — buscar a pirimidina mais próxima à esquerda
pue — buscar a purina mais próxima à esquerda

Cada um deles tem uma abreviatura de três letras. Referir-nos-emos às abreviaturas dos comandos como *aminoácidos*. Assim, *todas as enzimas são feitas de uma sucessão de aminoácidos*. Escrevamos uma enzima arbitrária:

pud – inc – cop – dld – dle – dsv – pue – int

e uma cadeia arbitrária:

TAGATCCAGTCCATCGA

e vejamos como a enzima age sobre a cadeia. Acontece que a enzima se prende somente a G. Escolhamos o G do meio e comecemos daí. Busque uma purina à direita (ou seja, A ou G). Nós (a enzima) passamos por TCC e chegamos ao A. Inserimos um C. Agora temos

TAGATCCAGTCCACTCGA
↑

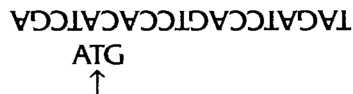
e a seta aponta para a unidade à qual a enzima está presa. Acionamos o modo Cópia. Isso coloca um G de cabeça para baixo acima do C. Deslocamo-nos para a direita, deslocamo-nos para a esquerda e então nos desviamos para a outra cadeia. Aqui está o que temos até agora:

↓
ƆV
TAGATCCAGTCCACTCGA

Viremo-las de cabeça para baixo, de modo que a enzima fique presa à cadeia inferior:



Agora buscamos uma purina à esquerda e encontramos um A. O modo Cópia está ligado, mas as bases complementares já estão lá, de maneira que não se acrescenta nada. Finalmente, inserimos um T (no modo Cópia) e terminamos:



Nosso produto final constitui-se, portanto, de duas cadeias:



A cadeia antiga, evidentemente, desapareceu.

A tradução e o código tipogenético

Você agora poderá estar-se perguntando de onde provêm as enzimas e as cadeias e como determinar a preferência inicial de uma dada enzima. Uma maneira seria simplesmente colocar juntas algumas cadeias aleatórias e algumas enzimas aleatórias e ver o que acontece quando as enzimas agem sobre as cadeias e sua descendência. Isso faz lembrar o que ocorreu com o quebra-cabeças MU, quando havia algumas regras de inferência e um axioma e você simplesmente começou a trabalhar. A única diferença é que, nesse caso, toda vez que se age sobre uma cadeia, sua forma original desaparece para sempre. No quebra-cabeças MU, agir sobre MI para fazer MIU não destruía o MI.

Mas na tipogenética, como na genética real, o esquema é muito mais complicado. É verdade que começamos com uma cadeia arbitrária, o que é comparável a um axioma em um sistema formal. Mas não temos, de início, nenhuma "regra de inferência" – ou seja, nenhuma enzima. Contudo, podemos *traduzir* cada cadeia em uma ou mais enzimas! Assim, as próprias cadeias determinarão as operações que serão conduzidas nelas e essas operações, por sua vez, produzirão novas cadeias que determinarão enzimas futuras, etc., etc.! Isso é que é misturar níveis! Imagine, para efeito de comparação, como seria diferente o quebra-cabeças MU se cada novo *teorema* produzido pudesse ser transformado em uma nova *regra de inferência* por meio de algum código.

Primeira base \ *Segunda Base*	A	C	G	T
A		cor *r*	eli *r*	dsv *d*
C	dld *r*	dle *r*	cop *d*	des *e*
G	ina *r*	inc *d*	ing *d*	int *e*
T	pid *d*	pud *e*	pie *e*	pue *e*

FIGURA 87. O código tipogenético, pelo qual cada dupla em uma cadeia codifica um dos quinze "aminoácidos" (ou um sinal de pontuação)

Como se faz essa "tradução"? Ela envolve um *código tipogenético*, por meio do qual pares de bases adjacentes – denominados "duplas" – em uma única cadeia representam *aminoácidos* diferentes. Há dezesseis duplas possíveis: AA, AC, AG, AT, CA, CC, etc. E há quinze *aminoácidos*. O código tipogenético é mostrado na figura 87.

De acordo com a tabela, a tradução da dupla GC é "inc" (inserção de um C); a de AT é "dsv" ("desvio de cadeias"), e assim por diante. Torna-se claro, portanto, que uma cadeia pode determinar uma enzima de maneira bastante direta. Por exemplo, a cadeia

TAGATCCAGTCCACATCGA

divide-se em duplas da seguinte maneira:

TA GA TC CA GT CC AC AT CG A

com um A deixado ao final. A tradução para enzima é:

pid – ina – pud – dld – int – dle – cor – dsv – cop

(Observe que o A deixado ao final não contribui em nada.)

Estrutura terciária das enzimas

E o que são as letrinhas *r*, *e* e *d* no canto inferior direito de cada retângulo? Elas são cruciais para a determinação da preferência da enzima, e de maneira peculiar. Para imaginar a letra à qual a enzima gosta de prender-se, é necessário imaginar a "estrutura terciária" da enzima, a qual é, por sua vez, determinada por sua "estrutura primária". Por *estrutura primária* entende-se a sua cadeia de aminoácidos. Por *estrutura terciária* entende-se a maneira pela qual ela gosta de "dobrar-se". A questão é que as enzimas não gostam de ficar em linhas retas, como nos exemplos que demos até aqui. Para cada aminoácido interior (todos, com exce-

ção dos extremos), há a possibilidade de uma "retorsão", a qual é ditada pelas letras do canto. Em particular, *e* e *d* representam "esquerda" e "direita", e *r* representa "reto". Vamos, então, formar nossa ainda mais recente enzima de amostra e deixá-la dobrar-se para mostrar sua estrutura terciária. Começaremos pela estrutura primária da enzima e deslocar-nos-emos ao longo dela, da esquerda para a direita. Em cada aminoácido cuja letra do canto seja *e* viraremos à esquerda, nos que têm *d* viraremos à direita e nos que têm *r* não viraremos. A figura 88 mostra a conformação bidimensional de nossa enzima.

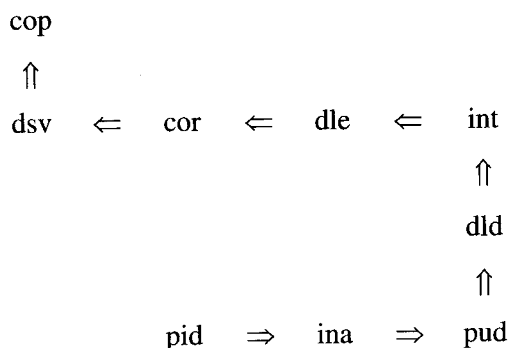


FIGURA 88. A estrutura terciária de uma tipoenzima

Observe a retorsão à esquerda em "pud", a retorção à direita em "dsv", e assim por diante. Observe também que o primeiro segmento ("pid ⇒ ina") e o último segmento ("dsv ⇒ cop") são perpendiculares. Essa é a chave da preferência. Com efeito, a *orientação relativa do primeiro e do último segmento* da estrutura terciária de uma enzima determina a letra a que a enzima prefere prender-se. Podemos sempre orientar a enzima para que seu primeiro segmento aponte para a direita. Se assim fizermos, então o último segmento determinará a preferência, como mostrado na figura 89.

Primeiro segmento	*Último segmento*	*Letra de união*
⇒	⇒	A
⇒	⇑	C
⇒	⇓	G
⇒	⇐	T

FIGURA 89. Tabela de preferências de união para tipoenzimas

Assim, em nosso caso, temos uma enzima que gosta da letra C. Se ao se dobrar acontece de a enzima cruzar consigo própria, não há problema. Imagine

simplesmente que ela está passando por cima ou por baixo de si mesma. Observe que todos os seus AMINOÁCIDOS desempenham um papel na determinação da estrutura terciária de uma enzima.

Pontuação, genes e ribossomas

Uma coisa ainda não foi explicada. Por que o retângulo AA do código tipogenético está em branco? A resposta está em que a dupla AA age como *sinal de pontuação* dentro de uma cadeia, mostrado o final do código de uma enzima. Isso quer dizer que uma cadeia pode codificar duas ou mais enzimas se tiver uma ou mais duplas AA. Por exemplo, a cadeia

CG GA TA CT AA AC CG A

codifica *duas* enzimas:

cop – ina – pid – des
e
cor – cop

e o AA serve para dividir a cadeia em dois "genes". A definição de *gene é: a porção da cadeia que codifica uma única enzima.* Observe que a simples presença do AA na cadeia não significa que a cadeia codifique duas enzimas. Por exemplo, CAAG codifica "dld   eli". O AA começa em uma unidade ímpar e portanto não é lido como dupla!

O mecanismo que lê as cadeias e produz as enzimas codificadas em seu interior denomina-se *ribossoma.* (No jogo da tipogenética, o jogador faz o papel dos ribossomas.) Os ribossomas não são de modo algum responsáveis pela estrutura *terciária* das enzimas, pois isso fica inteiramente determinado ao ser criada a estrutura *primária.* A propósito, o processo de *tradução* sempre vai *das cadeias para as enzimas* e nunca no sentido contrário.

Quebra-cabeça: um auto-rep tipogenético

Agora que as regras da tipogenética já foram totalmente estabelecidas, você poderá ter interesse em experimentar o jogo. Em particular, seria muito interessante conceber uma cadeia que se auto-reproduz. Isso significaria algo de acordo com os seguintes pontos: uma cadeia única é escrita. Um ribossoma age sobre ela para produzir uma, várias ou todas as enzimas codificadas na cadeia. Então, essas enzimas são postas em contato com a cadeia original e trabalham sobre ela. Isso produz um conjunto de "cadeias filhas". As próprias cadeias filhas passam pelos ribossomas para produzir uma segunda geração de enzimas que age sobre as cadeias filhas, e o ciclo continua indefinidamente. Isso pode

ocorrer para qualquer número de estágios. A esperança está em que, eventualmente, entre as cadeias presentes em determinado momento, ocorram duas cópias da cadeia original (uma das cópias pode, na verdade, ser a cadeia original).

O Dogma central da tipogenética

Os processos tipogenéticos podem ser apresentados de forma esquemática em um diagrama (figura 90).

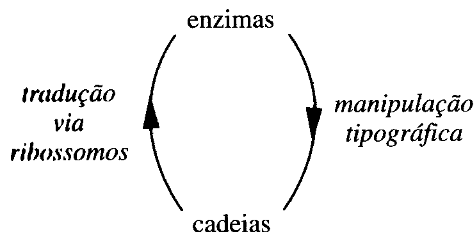
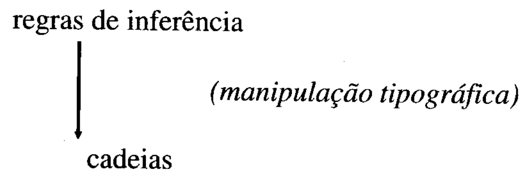


FIGURA 90. O Dogma central da tipogenética: exemplo de "hierarquia entrelaçada"

Esse diagrama ilustra o *Dogma central da tipogenética*. Ele mostra como as cadeias definem as enzimas (por meio do código tipogenético) e como as enzimas, por sua vez, agem sobre as cadeias que lhes dão origem, produzindo novas cadeias. Por conseguinte, a linha à esquerda revela como *as informações antigas fluem para cima*, no sentido em que uma enzima é a tradução de uma cadeia e contém, portanto, as mesmas informações da cadeia, apenas sob forma diferente em particular, sob forma ativa. A linha à direita, contudo, não mostra informações que fluem para baixo; em vez disso, mostra como as *novas informações são criadas*: pela ação sobre os símbolos das cadeias.

As enzimas na tipogenética, assim como as regras de inferência nos sistemas formais, dispõem cegamente os símbolos em cadeias, sem consideração por qualquer "significado" que possa haver em tais símbolos. Assim, oorre aqui uma curiosa mistura de níveis. Por um lado, as cadeias são objeto de uma ação e desempenham, portanto, o papel de *dados* (como indicado pela seta à direita); por outro lado, elas também ditam as ações que serão executadas sobre os dados, desempenhando, portanto, o papel de *programas* (como indicado pela seta à esquerda). É o jogador de tipogenética que age como intérprete e processador, naturalmente. A rua de mão dupla que liga os níveis "mais alto" e "mais baixo" da tipogenética mostra que, com efeito, não se pode supor que as cadeias ou as enzimas estejam em nível superior umas às outras. Em contraste, uma representação do *Dogma central do sistema MIU* tem o seguinte aspecto:



No sistema MIU *existe* uma distinção clara dos níveis: as regras de inferência simplesmente pertencem a um nível mais alto que o das cadeias. Isso acontece também com relação à TNT e a todos os sistemas formais.

Voltas estranhas, a TNT e a genética real

No entanto, vimos que na TNT os níveis *estão* misturados, em outro sentido. Na verdade, a distinção entre linguagem e metalinguagem se perde: sentenças *a respeito* do sistema são refletidas *dentro* do sistema. Resulta que, se fizermos um diagrama que mostre o relacionamento entre a TNT e sua metalinguagem, produziremos algo que se assemelhará notavelmente ao diagrama que representa o *Dogma central da biologia molecular*. Com efeito, nosso objetivo é fazer essa comparação em detalhe; mas, para fazê-la, é necessário que indiquemos os lugares em que a tipogenética e a genética *verdadeira* coincidem e os lugares em que divergem. Evidentemente, a genética real é muito mais complexa que a tipogenética mas o "esquema conceitual" que o leitor adquiriu ao compreender a tipogenética será muito útil como guia no labirinto da genética verdadeira.

O ADN e os nucleotídeos

Começaremos por discutir o relacionamento entre as "cadeias" e o ADN. As iniciais "ADN" correspondem a "ácido desoxirribonucléico". O ADN da maioria das células reside em seus *núcleos*, que são uma pequena área protegida por uma membrana. Gunther Stent caracterizou o núcleo como a "sala do trono" da célula, onde o ADN age como o governante. O ADN consiste de longas cadeias de moléculas relativamente simples, denominadas *nucleotídeos*. Cada nucleotídeo compõe-se de três partes: (1) um grupo de fosfato; (2) um açúcar denominado "ribose", despojado de um átomo especial de oxigênio, razão do prefixo "desoxi"; (3) uma *base*. É apenas a base que distingue um nucleotídeo de outro; assim, é suficiente especificar a base de um nucleotídeo para identificá-lo. Os quatro tipos de bases que ocorrem nos nucleotídeos do ADN são:

A:	adenina	*purinas*
G:	guanina	
C:	citosina	*pirimidinas*
T:	timina	

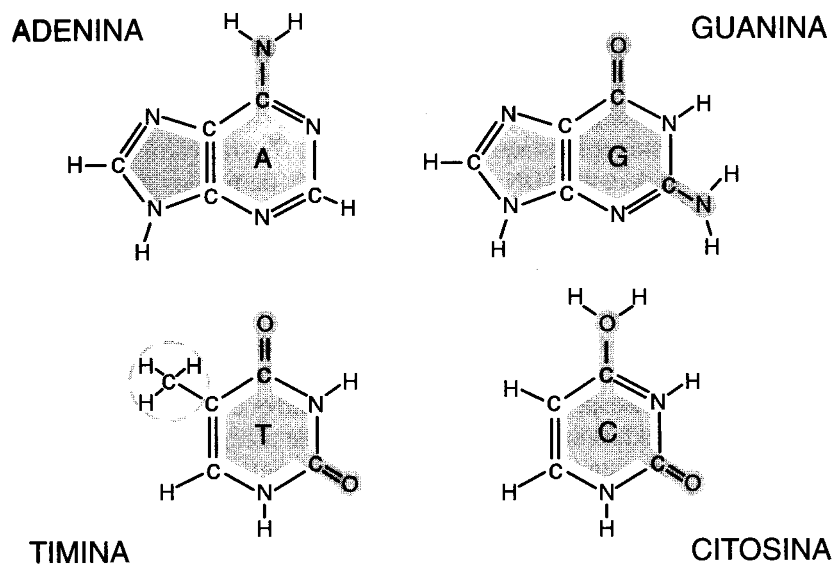


FIGURA 91. As quatro bases constituintes do ADN: adenina, guanina, timina, citosina. [A partir de Hanawalt e Haynes, The chemical basis of life *(São Francisco: W. H. Freeman, 1973), p. 142*]

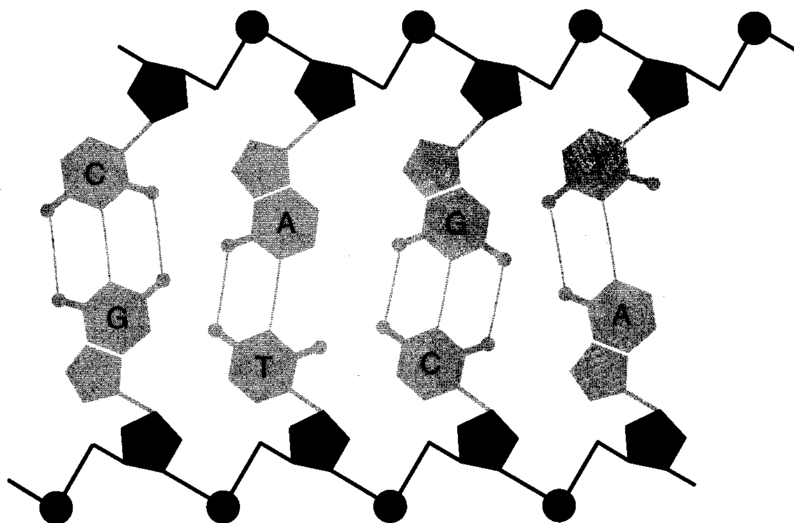


FIGURA 92. A estrutura do ADN assemelha-se a uma escada em que as peças laterais consistem de unidades alternadas de deoxirribose e fosfato. Os degraus são formados pelas bases, emparelhadas de maneira especial, A com T e G com C, e mantidas unidas respectivamente por dois e três vínculos de hidrogênio. [A partir de Hanawalt e Haynes, The chemical basis of life, *p. 142*]

(ver também figura 91). É fácil memorizar quais são as pirimidinas porque a primeira vogal das palavras "citosina", "timina" e "pirimidina" é "i". Posteriormente, quando discutirmos o ARN, entrará em cena a "uracila" também uma pirimidina para estragar tudo. (Nota: as letras que representam os nucleotídeos na genética real não serão impressas em destaque, como era o caso com relação à tipogenética.)

Uma única cadeia de ADN consiste, portanto, de muitos nucleotídeos colocados juntos como em um colar de contas. O vínculo químico que une um nucleotídeo a seus dois vizinhos é muito forte; tais vínculos são denominados *ligações covalentes* e o "colar de contas" é freqüentemente denominado a *espinha dorsal covalente* do ADN.

Ora, o ADN apresenta-se normalmente em cadeias duplas ou seja, duas cadeias emparelhadas nucleotídeo por nucleotídeo (ver figura 92). As bases são responsáveis pelo tipo específico de emparelhamento que ocorre entre as cadeias. Cada base de uma cadeia se defronta com uma base complementar da outra e se prende a ela. Os complementos são como na tipogenética: A emparelha-se com T e C com G. É sempre uma purina que se emparelha com uma pirimidina.

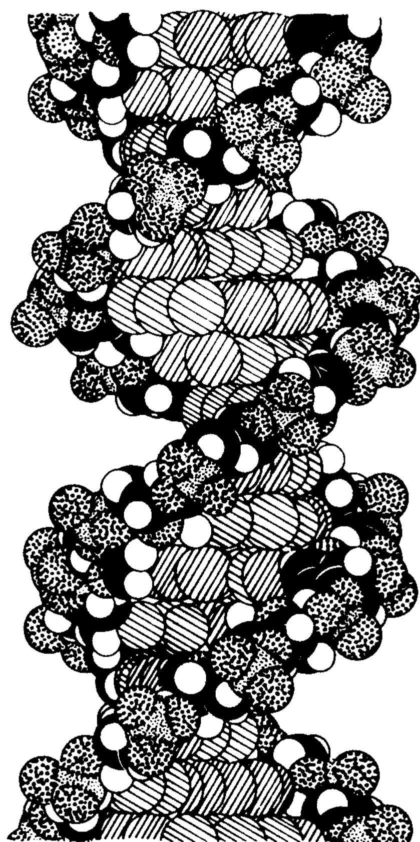


FIGURA 93. Modelo molecular da hélice dupla do ADN [A partir de Vernon M. Ingram, Biosynthesis *(Menlo Park, Calif.: W. A. Benjamin, 1972), p. 13]*

Em comparação com os vínculos covalentes fortes ao longo da espinha dorsal, os vínculos *entre as cadeias* são bastante fracos. Não são vínculos covalentes, mas sim *pontes de hidrogênio*. Uma ponte de hidrogênio ocorre quando dois complexos moleculares alinham-se de tal maneira que um átomo de hidrogênio que originalmente pertencia a um deles fica "confuso" a respeito de a qual dos dois pertence e flutua entre os dois complexos, vacilando quanto a qual dos dois unir-se. Como as duas metades do ADN duplamente encadeado são unidas apenas por pontes de hidrogênio, elas podem separar-se e juntar-se de modo relativamente fácil; e esse fato tem grande importância para os afazeres da célula.

Quando o ADN forma cadeias duplas, as duas cadeias enrolam-se uma na outra como acontece com as trepadeiras (figura 93).

Existem exatamente dez pares de nucleotídeos por revolução; em outras palavras, para cada nucleotídeo há uma "torção" de 36 graus. O ADN de uma só cadeia não exibe esse tipo de enrolamento, que decorre do emparelhamento das bases.

O ARN mensageiro e os ribossomas

Como já foi mencionado, em muitas células, o ADN, o governante da célula, reside em sua própria "sala do trono": o núcleo da célula. Mas a maior parte da "vida" na célula passa-se fora do núcleo, no *citoplasma* que corresponde ao "fundo" que tem o núcleo por "figura". Particularmente, as *enzimas*, que dão andamento praticamente a todos os processos vitais, são fabricadas pelos *ribossomas* no citoplasma e executam a maior parte de seus trabalhos no próprio citoplasma. E, assim como na tipogenética, os modelos das enzimas ficam armazenados dentro das cadeias ou seja, dentro do ADN, que fica protegido em sua pequena casa nuclear. Então como é que as informações a respeito da estrutura das enzimas passam do núcleo aos ribossomas?

É aqui que o *ARN mensageiro* ARNm entra em cena. O ARNm pode ser visto como um tipo de Serviço de Trânsito Rápido do ADN; com isso não se quer dizer que o ARNm transporte fisicamente o ADN para parte alguma, mas sim que ele serve para transportar a informação, ou mensagem, armazenada no ADN em suas câmeras nucleares para os ribossomas no citoplasma. Como isso é feito? A idéia é simples: um tipo especial de enzima dentro do núcleo copia fielmente longos trechos da cadeia básica do ADN em uma nova cadeia uma cadeia de ARN mensageiro. Este ARNm parte então do núcleo e vagueia pelo citoplasma, onde se encontra com muitos ribossomas que sobre ele começam a executar seu trabalho criador de enzimas.

O processo pelo qual o ADN é copiado no ARNm dentro do núcleo denomina-se *transcrição*; nesse processo, o ADN de cadeia dupla tem de ser temporariamente separado em duas cadeias, uma das quais serve como paradigma para o ARNm. A propósito, "ARN" representa "ácido ribonucléico" e é muito semelhante ao ADN, exceto porque todos os seus nucleotídeos possuem aquele átomo especial do oxigênio no grupo do açúcar, o qual não aparece nos nucleotídeos do ADN. Por isso, o prefixo "desoxi" é eliminado. Por outro lado, em vez da timina, o ARN usa a base

uracila, de modo que as informações das cadeias de ARN podem ser representadas por cadeias arbitrárias das quatro letras "A", "C", "G" e "U". Quando o ARN é transcrito a partir do ADN, o processo de transcrição opera por meio do emparelhamento de bases já conhecido (usando U em vez de T), de maneira que o paradigma ADN e seu companheiro ARNm podem ter uma aparência assim:

ADN:	CGTAAATCAAGTCA	(paradigma)
ARNm:	GCAUUUAGUUCAGU	("cópia")

Em geral, o ARN não forma longas cadeias duplas consigo próprio, embora possa fazê-lo. Por conseguinte, ele é encontrado primordialmente não na forma helicoidal que caracteriza o ADN, mas sim em cadeias longas, que se curvam de maneira algo aleatória.

Quando uma cadeia de ARNm sai do núcleo, encontra essas estranhas criaturas subcelulares chamadas "ribossomas". Mas antes de prosseguir com a explicação de como um ribossoma usa o ARNm, quero fazer alguns comentários a respeito de enzimas e proteínas. As enzimas pertencem à categoria geral das biomoléculas denominadas *proteínas*, e o trabalho dos ribossomas é fazer todas as proteínas e não só as enzimas. As proteínas que não são enzimas são seres de um tipo muito mais passivo; muitas delas, por exemplo, são moléculas *estruturais*, o que significa que são como as vigas e os suportes de uma construção: elas são responsáveis pela preservação da estrutura da célula. Existem outros tipos de proteínas, mas, para nossos fins, as proteínas principais são as enzimas e, por essa razão, não estabelecerei maiores distinções.

Aminoácidos

As proteínas são compostas de seqüências de *aminoácidos*, que apresentam vinte variedades principais, cada uma com uma abreviatura de três letras:

ala — alanina
arg — arginina
asn — asparagina
asp — aspartato
cis — cisteína
fen — fenilalanina
gli — glicina
gln — glutamina
glu — ácido glutâmico
his — histidina
ile — isoleucina
leu — leucina
lis — lisina
met — metionina

pro — prolina
ser — serina
tir — tirosina
tre — treonina
trp — triptofano
val — valina

Observe a ligeira discrepância numérica em relação à tipogenética, na qual tínhamos apenas quinze "aminoácidos" para compor enzimas. Um aminoácido é uma pequena molécula cuja complexidade é mais ou menos igual à de um nucleotídeo; por isso, os elementos construtivos das proteínas e dos ácidos nucléicos (ADN, ARN) são mais ou menos do mesmo tamanho. Contudo, as proteínas são compostas por cadeias muito mais curtas de componentes: tipicamente, cerca de trezentos aminoácidos formam uma proteína completa, enquanto uma cadeia de ADN pode consistir de centenas de milhares ou milhões de nucleotídeos.

Ribossomas e toca-fitas

Ora, quando uma cadeia de ARNm, após sua fuga para o citoplasma, encontra um ribossoma, ocorre um processo muito complexo e bonito denominado *tradução*. Pode-se dizer que esse processo de tradução está no próprio cerne da vida, e muitos mistérios estão relacionados com ele. Mas, em essência, é fácil descrevê-lo. Formulemos, inicialmente, uma imagem pitoresca e depois tornemo-la mais precisa. Imagine que o ARNm seja como uma longa fita magnética de gravação e que o ribossoma seja como um toca-fitas. À medida que a fita passa pelo cabeçote de execução do toca-fitas, ela é "lida" e convertida em música ou em outros sons. Desse modo, os sinais magnéticos são "traduzidos" em notas. Da mesma maneira, quando uma "fita" de ARNm passa pelo "cabeçote de execução" de um ribossoma, as "notas" produzidas são *aminoácidos* e as "músicas" por elas compostas são *proteínas*. Isso é o que é a tradução; ela é mostrada na figura 96.

O código genético

Mas como pode um ribossoma produzir uma série de aminoácidos ao ler uma série de nucleotíde- os? Esse mistério foi resolvido no início da década de 1960 por meio dos esforços de um grande número de pessoas, e no cerne da resposta está o *código genético* um mapeamento feito a partir de tercetos de nucleotídeos, resultando em aminoácidos (ver figura 94). Em espí- rito, isso é extre-

CUA GAU
Cu Ag Au

Um segmento típito de ARNm é lido inicialmente como dois tercetos (acima) e depois como três duplas (abaixo): um exemplo de hemiólia na bioquímica.

mamente semelhante ao código tipogenético, exceto quanto a que, neste caso, três bases consecutivas (ou nucleotídeos) formam um *códon,* enquanto no outro caso apenas duas eram necessárias. Assim, têm de haver 4x4x4 (igual a 64) pontos diferentes na tabela, em vez de dezesseis. Um ribossoma, por meio de uma cadeia de RNA, liga três nucleotídeos ao mesmo tempo o que vale dizer um códon de cada vez e cada vez que o faz, ele acrescenta um único aminoácido novo à proteína que no momento está elaborando. Assim, uma proteína provém do ribossoma e de cada aminoácido.

Estrutura terciária

Contudo, ao emergir do ribossoma, a proteína não só vai ficando cada vez maior, mas também vai dobrando-se continuamente, assumindo uma forma tridimensional extraordinária, muito semelhante ao que ocorre quando se acendem uns pequenos fogos de artifício denominados "cobrinhas", muito populares nos Esta-

	U	C	A	G	
U	fen	ser	tir	cis	U
	fen	ser	tir	cis	C
	lev	ser	*pont*	*pont*	A
	lev	ser	*pont*	trp	G
C	lev	pro	his	arg	U
	lev	pro	his	arg	C
	lev	pro	gln	arg	A
	lev	pro	gln	arg	G
A	ile	tre	asn	ser	U
	ile	tre	asn	ser	C
	ile	tre	lis	arg	A
	met	tre	lis	arg	G
G	val	ala	asp	gli	U
	val	ala	asp	gli	C
	val	ala	glu	gli	A
	val	ala	glu	gli	G

FIGURA 94. O código genético, pelo qual cada terceto em uma cadeia de ARN mensageiro codifica um dos vinte aminoácidos (ou sinal de pontuação)

dos Unidos, que se alongam e se curvam ao mesmo tempo. Essa forma caprichosa é denominada *estrutura terciária* da proteína (figura 95), enquanto a própria cadeia do aminoácido é denominada *estrutura primária* da proteína. A estrutura terciária está implícita na estrutura primária, assim como na tipogenética. No entanto, a receita de derivação da estrutura terciária, para quem conheça apenas a estrutura primária, é muitíssimo mais complexa que a que foi dada na tipogenética. Com efeito, um dos problemas principais da biologia molecular contemporânea é o de conceber regras pelas quais a estrutura terciária de uma proteína possa ser prevista quando só se conhece sua estrutura primária.

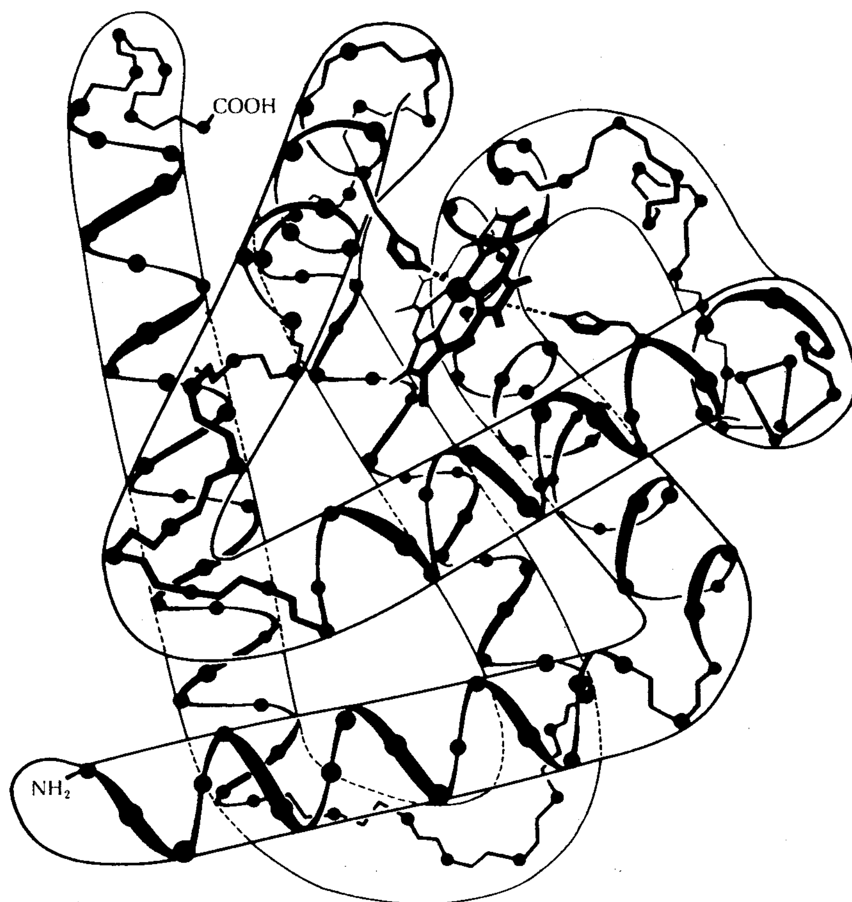


FIGURA 95. A estrutura da mioglobina deduzida a partir de dados de raio X de alta resolução. A imagem de um "cachimbo retorcido" em escala grande é a estrutura terciária; a hélice interior a "hélice alfa" é a estrutura secundária. [A partir de A. Lehninger, Biochemistry]

Explicação reducionista da função da proteína

Outra discrepância entre a tipogenética e a genética verdadeira e provavelmente a mais séria de todas é a seguinte: enquanto na tipogenética cada aminoácido componente de uma enzima é responsável por alguma "parte" específica da ação, nas enzimas reais não se pode atribuir aos aminoácidos individualmente papéis assim tão claros. É a estrutura terciária *como um todo* que determina o modo pelo qual a enzima funcionará; não há maneira de se dizer que "a presença desse aminoácido significa que esta ou aquela operação será executada". Em outras palavras, na genética real, a contribuição individual de um aminoácido para a função global da enzima não é "livre do contexto". Contudo, isso não deve de modo algum ser interpretado como um reforço à argumentação anti-reducionista no sentido de que "o todo [a enzima] não pode ser explicado como a soma de suas partes". Isso seria totalmente injustificável. O que *sim* é justificável é a rejeição da sentença mais simples de que "cada aminoácido contribui para a soma de modo independente dos outros aminoácidos presentes". Em outras palavras, não se pode considerar que a função de uma proteína seja construída a partir de funções livres do contexto de suas partes; ao invés, deve-se considerar que as partes interagem. Continua a ser possível, em princípio, escrever um programa de computador que tenha como insumo a estrutura primária de uma proteína e que, em primeiro lugar, determine sua estrutura terciária e, em segundo lugar, determine a função da enzima. Esta seria uma explicação totalmente reducionista do trabalho das proteínas, mas a determinação da "soma" das partes requereria um algoritmo altamente complexo. A elucidação da *função* de uma enzima, dada sua *estrutura* primária, ou mesmo terciária, é outro grande problema da biologia molecular contemporânea.

Talvez, em última análise, se possa considerar que a função da enzima como um todo seja composta por funções das partes de um modo livre do contexto, tomando-se as partes, neste caso, como partículas individuais, como os prótons e os elétrons, e não como "agrupamentos", como os aminoácidos. Isso exemplifica o "dilema reducionista": para explicar tudo em termos de somas *livres de contexto,* é preciso descer até o nível da física; mas o número de partículas nesse caso se torna tão grande que tudo se torna teórico, como algo que pode ser feito "em princípio". Assim, é necessário que nos conformemos com uma soma dependente do contexto, o que traz duas desvantagens. A primeira é que as partes são unidades muito maiores, cujo comportamento só pode ser descrito em nível alto e portanto de maneira indeterminada. A segunda é que a palavra "soma" encerra a conotação de que cada parte pode ter como atribuição uma função simples e que a função do todo é apenas uma soma independente de contexto de tais funções individuais. Isso simplesmente não se pode fazer quando se trata de explicar a função de uma enzima como um todo, tomando-se seus aminoácidos como partes. Mas, de toda maneira, esse é um fenômeno geral que ocorre nas explicações dos sistemas complexos. Para que se adquira uma compreensão intuitiva e aplicável sobre como as partes interagem em suma,

para fazer progresso muitas vezes é necessário sacrificar a exatidão proporcionada por uma imagem microscópica e independente do contexto, simplesmente devido a sua inaplicabilidade. Mas nesse ponto não se está sacrificando a fé em que tal explicação exista em princípio.

ARN de transferência e ribossomas

Voltando, então, aos ribossomas, ao ARN e às proteínas, afirmaremos que uma proteína é manufaturada por um ribossoma de acordo com um esquema transportado a partir das "câmaras reais" do ADN por seu mensageiro, o ARN. Isso parece implicar que o ribossoma pode fazer traduções da linguagem dos códons para a linguagem dos aminoácidos, o que equivale a dizer que o ribossoma "conhece" o código genético. No entanto, esse volume de informações simplesmente não está presente em um ribossoma. Então, como é que ele o faz? Onde é que o código genético *fica* armazenado? O curioso é que o código genético fica armazenado onde mais? no próprio ADN. Isso certamente pede uma explicação.

Evitemos, por enquanto, uma explicação total em troca de uma parcial. Existem, flutuando no citoplasma a qualquer momento dado, numerosas moléculas em forma de trevos de quatro folhas; tenuemente ligado (isto é, pontes de hidrogênio) a uma das folhas fica um aminoácido, e na folha oposta fica um terceto de nucleotídeos, denominado *anticódon*. Para nossos propósitos, as duas outras folhas são irrelevantes. Eis como esses "trevos" são utilizados pelos ribossomas na produção de proteínas. Quando um novo códon de ARNm entra em posição no "cabeçote de execução" do ribossoma, ele parte para o citoplasma e se liga a um trevo cujo anticódon é complementar ao códon do ARNm. A seguir, empurra o trevo para uma posição tal que lhe permite arrancar o aminoácido do trevo e colocá-lo, por covalência, na proteína em crescimento. (A propósito, o vínculo entre um aminoácido e seu vizinho em uma proteína é um forte vínculo covalente, denominado "vínculo peptídico". Por essa razão, as proteínas são por vezes denominadas "polipeptídeos".) Evidentemente, não é por coincidência que os "trevos" trazem os aminoácidos apropriados, pois todos foram manufaturados segundo instruções precisas emanadas da "sala do trono".

O nome verdadeiro desse trevo é *ARN de transferência.* A molécula de ARNt é muito pequena do tamanho de uma proteína muito pequena e consiste de uma cadeia de cerca de oitenta nucleotídeos. Assim como as moléculas do ARNm, as do ARNt são feitas por *transcrição* a partir do grande paradigma celular que é o ADN. Todavia, as moléculas do ARNt são muito pequenas em comparação com as enormes moléculas do ARNm, que podem conter milhares de nucleotídeos em cadeias longuíssimas. Os ARNt lembram as proteínas (e diferem das cadeias de ARNm) quanto ao seguinte: eles têm estruturas terciárias fixas e bem originais, determinadas por sua estrutura primária. A estrutura terciária de uma molécula de ARNt permite que precisamente um aminoácido se ligue ao local próprio do aminoácido; na verdade, trata-se do lugar único, ditado de acordo com o código genético pelo anticódon do braço oposto. Uma imagem vívida da função das mo-

léculas de ARNt é a de um conjunto de palavras flutuando em uma nuvem à volta de um intérprete simultâneo, o qual apanha uma do ar invariavelmente a palavra correta! sempre que necessita dela para uma tradução. Nesse caso, o intérprete é o ribossoma, as palavras são os códons e suas traduções são os aminoácidos.

Para que a mensagem interior do ADN seja decifrada pelos ribossomas, as palavras do ARNt têm de estar flutuando no citoplasma. Em certo sentido, os ARNt contêm a essência da mensagem *exterior* do ADN, uma vez que eles são as chaves do processo de tradução. Mas eles próprios vieram do ADN. Assim, a mensagem exterior tenta ser parte da mensagem interior, o que faz lembrar

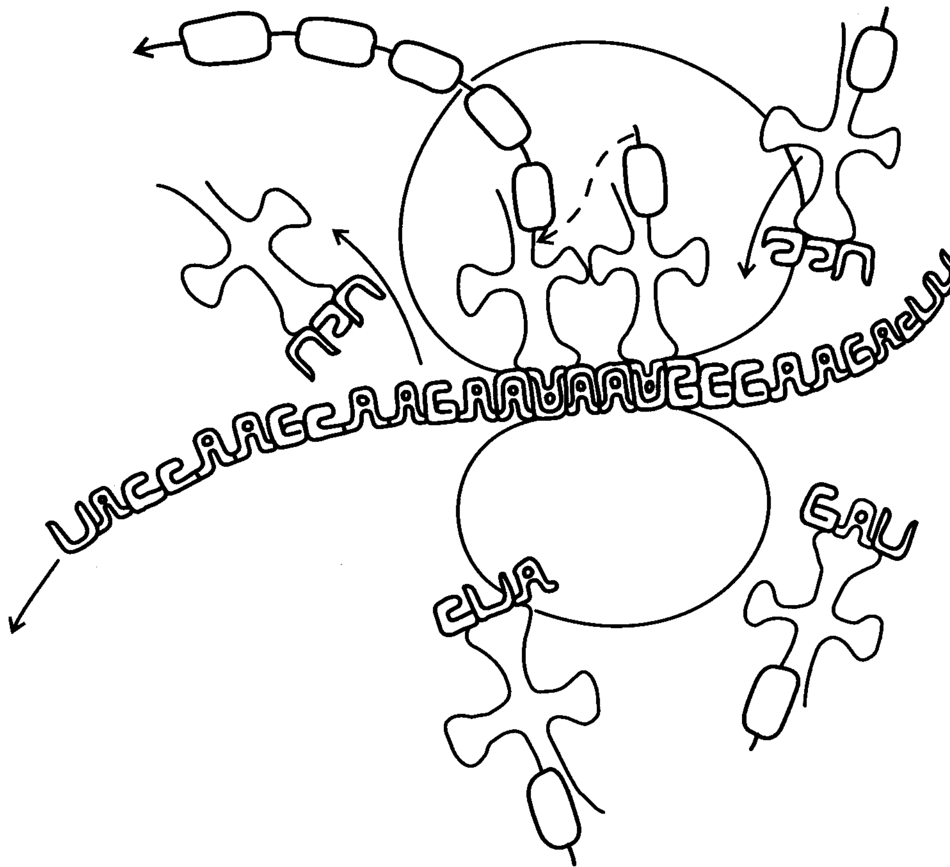


FIGURA 96. Seção de um ARNm passando através de um ribossoma. Flutuando por perto estão moléculas de ARNt, transportando aminoácidos que são arrancados pelo ribossoma e apensos à proteína que cresce. O código genético está contido nas moléculas de ARNt, coletivamente. Note-se como o emparelhamento das bases é representado por forma de letras que se entrecruzam no diagrama. [Desenho de Scott E. Kim]

a mensagem dentro da garrafa que diz qual é a língua em que está escrita. Naturalmente, uma tentativa desse gênero não pode ser totalmente bem-sucedida: não há maneira pela qual o ADN possa erguer-se pela alça da bota. Algum conhecimento a respeito do código genético tem de estar já presente na célula para que sejam elaboradas estas enzimas que transcrevem os próprios ARNt a partir da cópia mestra do ADN. E esse conhecimento reside em moléculas de ARNt previamente manufaturadas. Essa tentativa de obviar a necessidade de uma mensagem exterior é semelhante ao dragão de Escher, que tenta o mais possível, dentro do contexto do mundo bidimensional, ao qual está limitado, ser tridimensional. Ele parece fazer grandes progressos, mas, evidentemente, não alcança o objetivo, apesar da bela imitação de tridimensionalidade.

Pontuação e estruturas de leitura

Como o ribossoma sabe que a proteína está feita? Assim como na tipogenética, há um sinal dentro do ARNm que indica a finalização ou o início de uma proteína. Com efeito, três códons especiais UAA, UAG e UGA agem como sinais de pontuação, em vez de funcionar como códigos para os aminoácidos. Sempre que um tal terceto se liga ao "cabeçote de leitura" de um ribossoma, ele libera a proteína em elaboração e começa uma nova.

Recentemente, todo o genoma do menor vírus conhecido, X174, foi revelado. Como subproduto, fez-se uma descoberta absolutamente surpreendente: alguns dos seus nove genes sobrepõem-se ou seja, *duas proteínas diferentes têm por código o mesmo trecho do ADN*! Há mesmo um gene que está contido inteiramente dentro de outro! Isso acontece porque as estruturas de leitura dos dois genes são *deslocadas*, uma em relação à outra, em exatamente uma unidade. A densidade de aquisição de informações em tal esquema é incrível. Essa é, evidentemente, a raiz da inspiração do estranho "5/17 de hai-cai" no biscoito da sorte de Aquiles, no *Cânone por aumentação de intervalos.*

Recap

Em resumo, surge, portanto, esta imagem: a partir de seu trono central, o ADN envia longas cadeias de ARN mensageiro aos ribossomas no citoplasma; e os ribossomas, utilizando as "palavras" de ARNt que flutuam à sua volta, constroem eficientemente as proteínas, aminoácido por aminoácido, de acordo com esquemas contidos no ARNm. Somente a estrutura primária das proteínas é ditada pelo ADN; mas isso é suficiente, pois, à medida que surgem dos ribossomas, as proteínas dobram-se "magicamente" em conformações complexas que, por sua vez, têm a capacidade de agir como poderosas máquinas químicas.

Níveis de estruturas e significado nas proteínas e na música

Temos empregado a imagem do ribossoma como um toca-fitas, do ARNm como a fita e da proteína como a música. Isso pode parecer arbitrá-

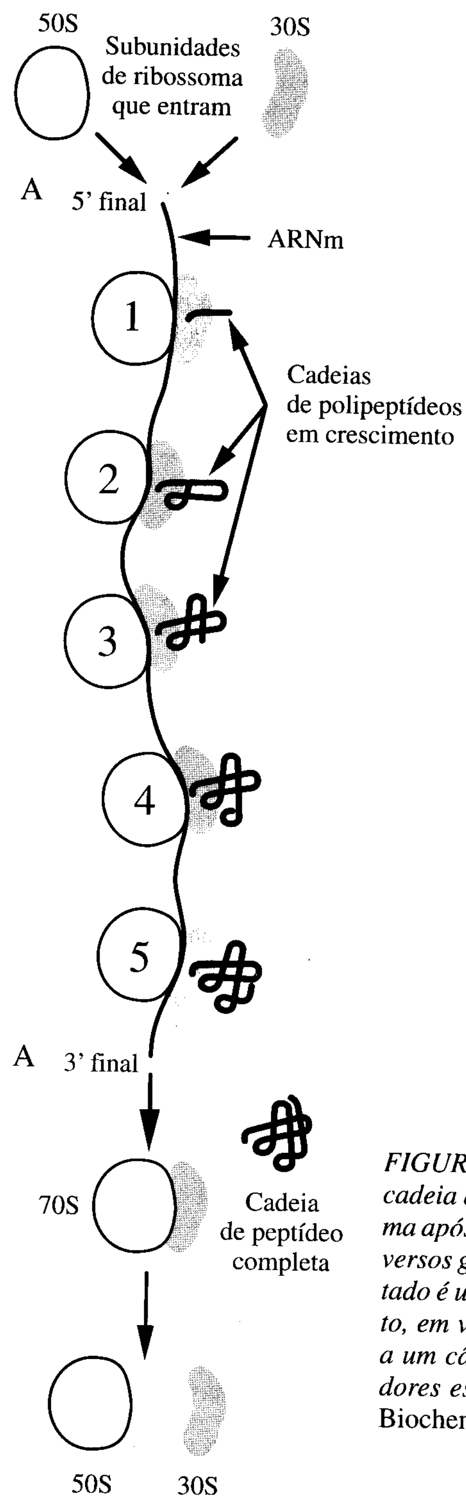


FIGURA 97. Um polirribossoma. Uma única cadeia de ARNm passa através de um ribossoma após outro, como uma fita que passa por diversos gravadores colocados em série. O resultado é um conjunto de proteínas em crescimento, em vários estágios de maturação: análogo a um cânone musical produzido pelos gravadores escalonados [A partir de A. Lehninger, Biochemistry]

rio, mas, na verdade, existem paralelos bonitos. A música não é uma mera cadeia linear de notas. Nossas mentes percebem as composições musicais em um nível bem mais alto que esse. Agrupamos as notas em frases, as frases em melodias, as melodias em movimentos e os movimentos em composições completas. Do mesmo modo, as proteínas só fazem sentido quando atuam como unidades agrupadas. Embora a estrutura primária transporte todas as informações para a criação da estrutura terciária, ela "parece" menos que isso, pois seu potencial só se realiza quando a estrutura terciária é criada efetiva e fisicamente.

Aliás, temo-nos referido apenas às estruturas primária e terciária e você pode perfeitamente estar-se perguntando o que terá acontecido com a estrutura *secundária*. Na verdade, ela existe, assim como a estrutura quaternária. O dobramento de uma proteína ocorre em mais de um nível. Especificamente, em algum ponto ao longo da cadeia de aminoácido pode haver a tendência à formação de um tipo de hélice, denominado hélice alfa (que não deve ser confundida com a hélice dupla do ADN). Essa torção helicoidal da proteína ocorre em um nível mais baixo que o de sua estrutura terciária. Esse nível da estrutura pode ser visto na figura 95. A estrutura quaternária pode ser comparada diretamente à construção de uma peça musical a partir de movimentos independentes, por envolver a montagem de diversos polipeptídeos diferentes, já na plenitude de sua beleza terciária, em uma estrutura maior. A união dessas estruturas independentes é geralmente feita por meio de pontes de hidrogênio, em vez de vínculos covalentes; isso corresponde, evidentemente, a peças musicais compostas de diversos movimentos, os quais se unem entre si de maneira muito mais tênue que sua coesão interna, mas que, apesar de tudo, formam um todo coeso e "orgânico".

Os quatro níveis de estrutura primário, secundário, terciário e quaternário podem também ser comparados aos quatro níveis da figura MU (figura 60), no *Prelúdio* e *Fuga da formiga*. A estrutura global que consiste nas letras "M" e "U" é a estrutura *quaternária;* cada uma dessas partes tem uma estrutura *terciária*, que consiste em HOLISMO ou REDUCIONISMO; a palavra oposta existe no nível *secundário* e, na base, a estrutura *primária* é novamente a palavra "MU" em repetições sucessivas.

Polirribossomas e cânones de duas camadas

Chegamos agora a outro paralelo encantador entre os toca-fitas que traduzem a fita em música e os ribossomas que traduzem o ARNm em proteínas. Imaginemos uma coleção de muitos toca-fitas, posta em fila, em espaços iguais. Poderíamos designar esse arranjo como um "politoca-fitas". Imaginemos agora uma fita única que passe em série por todos os cabeçotes de execução de todos os toca-fitas do arranjo. Se a fita contiver uma melodia única e longa, o resultado será um cânone de múltiplas vozes, cujo intervalo será determinado pelo tempo que a fita leva para passar de um toca-fitas

para o seguinte. Nas células, existem efetivamente esses "cânones moleculares", nos quais muitos ribossomas, espaçados ao longo de linhas compridas formando o que se denomina um polirribossoma , "tocam" a mesma cadeia de ARNm, produzindo proteínas idênticas, escalonadas no tempo (ver figura 97).

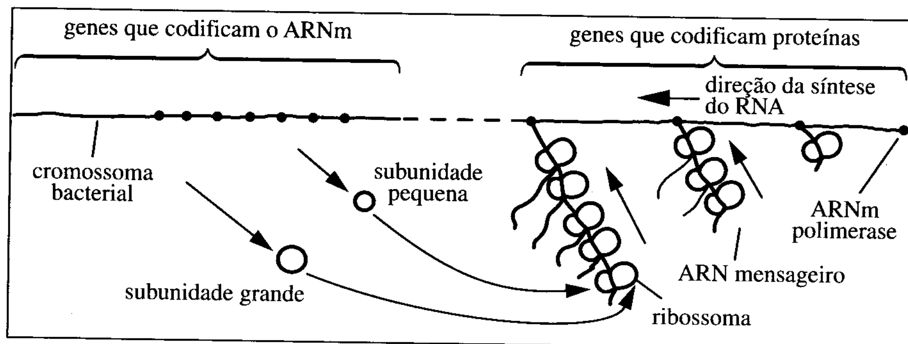


FIGURA 98. Aqui, um esquema ainda mais complexo. Não apenas uma, mas diversas cadeias de ARNm, todas emergindo por transcrição a partir de uma única cadeia de ADN, sofrem a atuação de polirribossomas. O resultado é um cânone molecular de duas camadas [A partir de Hanawalt e Haynes, The chemical basis of life, *p. 271*]

Mas a natureza ainda faz mais. Lembre-se de que o ARNm é feito de uma transcrição a partir do ADN; as enzimas que são responsáveis por esse processo são denominadas *ARN polimerases* ("ase" é um sufixo genérico para as enzimas). Acontece com freqüência que uma série de ARN polimerases trabalha *em paralelo* sobre uma única cadeia de ADN, resultando daí que muitas cadeias separadas (mas idênticas) de ARNm são produzidas com um intervalo de tempo entre elas igual ao lapso necessário para que o ADN deslize de um ARN polimerase ao seguinte. Ao mesmo tempo, pode haver vários ribossomas diferentes trabalhando em cada um dos ARNm paralelos que vão surgindo. Assim se chega a um "cânone molecular" de dois andares ou de duas camadas (figura 98). A imagem correspondente na música é algo caprichosa, mas divertida: vários copistas diferentes trabalham simultaneamente, cada um copiando o mesmo manuscrito original, a partir de uma clave que os flautistas não podem ler, e a cópia deve se passada a uma clave em que possam ler. À medida que cada copista termina uma página do manuscrito original, ele a passa para o copista seguinte e começa a transcrever uma outra página. Enquanto isso, de cada partitura saída das penas dos copistas, um conjunto de flautistas lê e toca a melodia, cada um começando em seu próprio tempo. Essa imagem bizarra talvez proporcione uma idéia aproximada da complexidade dos processos que ocorrem em cada célula de nossos corpos a cada segundo de cada dia.

O que veio antes o ribossoma ou a proteína?

Estamos falando dessas coisas incríveis chamadas ribossomas; mas de que é que eles são compostos? Como são feitos? Os ribossomas são compostos de dois tipos de coisas: (1) vários tipos de proteínas e (2) outro tipo de ARN, denominado *ARN ribossômico* (ARNr). Assim, para que um ribossoma seja feito, certos tipos de proteínas devem estar presentes, assim como o ARNr. Naturalmente, para que as proteínas estejam presentes, é preciso que existam ribossomas para fazê-las. Então, como sair deste círculo vicioso? O que veio antes o ribossoma ou a proteína? Quem é que faz o quê? Evidentemente, não existe uma resposta, porque o que se faz sempre é remontar as coisas aos membros anteriores da mesma classe assim como no problema do ovo e da galinha até que tudo se perca no horizontal do tempo. De toda maneira, os ribossomas são feitos de dois pedaços, um grande e um pequeno, cada um dos quais contém porções de ARNr e de proteínas. Os ribossomas têm aproximadamente o mesmo tamanho das proteínas grandes; são muitíssimo menores que as cadeias de ARNm, que lhes servem como insumo e ao longo das quais eles se movem.

Função das proteínas

Já dissemos algo a respeito da estrutura das proteínas enzimas, especificamente; mas não mencionamos, na verdade, os tipos de tarefas que elas executam nas células, nem como elas se executam. Todas as enzimas são *catalisadores*, o que significa que, em certo sentido, elas não fazem mais que *acelerar seletivamente* vários processos químicos celulares, sem fazer com que aconteçam coisas que sem elas não poderiam acontecer. As enzimas trilham determinados caminhos dentre miríades de potencialidades. Por conseguinte, ao escolher que enzimas estarão presentes, você está escolhendo o que acontecerá e o que não acontecerá apesar de que, teoricamente falando, existe uma probabilidade diferente de zero de que qualquer processo celular ocorra espontaneamente, sem a ajuda de catalisadores.

E como as enzimas agem sobre as moléculas da célula? Como já mencionamos, as enzimas são cadeias dobradas de polipeptídeos. Em toda enzima existe uma abertura, ou bolso, ou outro acidente bem definido na superfície, pelo qual a enzima se liga a algum outro tipo de molécula. Essa reentrância é denominada *local ativo* e qualquer molécula que se vincule a ele se denomina *substrato*. As enzimas podem ter mais de um local ativo e mais de um substrato. Assim como na tipogenética, as enzimas são mesmo muito exigentes a respeito daquilo sobre o que elas trabalham. O local ativo é, em geral, bastante específico e só permite que um tipo de molécula se una a ele, embora, por vezes, ocorram "chamarizes" outras moléculas que podem acoplar-se ao local ativo e bloqueá-lo, enganando a enzima e, na verdade, tornando-a inativa.

Uma vez vinculados a enzima e seu substrato, ocorre certo desequilíbrio de carga elétrica e, em conseqüência, a carga sob a forma de elétrons e prótons flui à volta das moléculas vinculadas e se reajusta. Até que o equilíbrio se instale, podem ocorrer mudanças químicas bastante profundas no substrato. Aqui estão alguns exemplos: pode ter ocorrido uma "solda", pela qual uma molécula pequena e corriqueira tenha ficado presa a um nucleotídeo, a um aminoácido ou a outra molécula celular comum; uma cadeia de ADN pode ter sido "cortada" em determinado ponto; parte de uma molécula pode ter sido desmembrada; e assim por diante. Com efeito, as bioenzimas executam nas moléculas operações bastante similares às operações tipográficas das tipoenzimas. No entanto, a maior parte desempenha essencialmente uma única tarefa apenas, ao invés de uma série delas. Existe outra diferença importante entre as tipoenzimas e as bioenzimas: enquanto as tipoenzimas operam apenas sobre cadeias, as bioenzimas podem agir sobre o ADN, o ARN, outras proteínas, os ribossomas, as membranas celulares em suma, sobre toda e qualquer coisa na célula. Em outras palavras, as enzimas são os mecanismos universais por meio dos quais ocorrem coisas nas células. Existem enzimas que unem coisas, separam-nas, modificam-nas, ativam-nas, desativam-nas, copiam-nas, consertam-nas e destroem-nas...

Alguns dos processos celulares mais complexos envolvem "cascatas" em que uma única molécula de certo tipo desencadeia a produção de certo tipo de enzima; o processo de elaboração tem início e as enzimas resultantes da "linha de montagem" abrem um novo caminho químico que permite a produção de um segundo tipo de enzima. Esse tipo de coisa pode prosseguir em três ou quatro níveis, e cada novo tipo de enzima que é produzido pode desencadear a produção de um outro tipo. Ao final, produz-se uma "chuva" de cópias do último tipo de enzima, e todas as cópias passam a realizar suas operações especializadas, o que pode consistir em despedaçar algum ADN "estranho", ou auxiliar na elaboração de algum aminoácido do qual a célula esteja sedenta, ou qualquer coisa.

Necessidade de um sistema de apoio suficientemente forte

Passemos a descrever a solução que a natureza oferece para o quebra-cabeça colocado pela tipogenética: "Que tipo de cadeia pode dirigir sua própria reprodução?" Por certo, nem todas as cadeias de ADN são intrinsecamente um auto-rep. O ponto fundamental é o seguinte: qualquer cadeia que queira dirigir o processo de copiar-se tem de conter instruções para reunir precisamente aquelas enzimas que podem efetuar o trabalho. Ora, é inútil esperar que uma cadeia de ADN, isoladamente, seja uma auto-rep; pois para que as proteínas em potencial possam ser extraídas do ADN é preciso que existam não só ribossomas como também ARN polimerase, que faz o ARNm, que é levado aos ribos-

somas. Portanto, temos de começar pela suposição de um "sistema mínimo de apoio", forte o suficiente para permitir ocorrência de transcrições e traduções. Esse sistema mínimo de apoio consistirá, então, de (1) algumas proteínas, como o ARN polimerase, que permitem que o ARNm seja feito a partir do ADN, e (2) alguns ribossomas.

Como o ADN se auto-reproduz

Não se trata de modo algum de coincidência que as expressões "sistema de apoio suficientemente forte" e "sistema formal suficientemente poderoso" soem semelhantes. Uma é a precondição para que ocorra uma auto-rep e a outra o é para que ocorra uma auto-ref. Na verdade, trata-se essencialmente de um mesmo fenômeno que ocorre sob duas aparências muito distintas, o que vamos explicitar brevemente. Mas, antes de fazê-lo, terminemos a descrição de como uma cadeia de ADN pode ser uma auto-rep.

O ADN tem de contar os códigos para um conjunto de proteínas que o copiarão. Ora, existe uma maneira muito eficiente e elegante de copiar um trecho da cadeia dupla do ADN, cujas cadeias são complementares. Isso envolve dois passos:

(1) separar uma cadeia da outra;
(2) "acasalar" cada uma das duas cadeias agora separadas com uma nova cadeia.

Esse processo criará duas novas cadeias duplas de ADN, cada uma idêntica à original. Para que a nossa solução tenha por base essa idéia, ela tem de envolver um conjunto de proteínas, codificadas pelo próprio ADN, que executarão os dois passos.

Acredita-se que nas células esses dois passos sejam executados em conjunto, de forma coordenada, e que eles requeiram três enzimas principais: ADN endonuclease, ADN polimerase e ADN ligase. A primeira é uma enzima de separação: ela separa as duas cadeias originais a uma distância curta e pára. Então, as duas outras enzimas entram em cena. A ADN polimerase é basicamente uma enzima de cópia e movimento: ela percorre as curtas cadeias isoladas do ADN copiando-as complementarmente de maneira semelhante à do modo Cópia na tipogenética. Para copiar, ela recorre a duas matérias-primas especificamente, nucleotídeos que flutuam no citoplasma. Como a ação se desenvolve intermitentemente, com um trecho de separação e um trecho de cópia de cada vez, criam-se alguns intervalos e a ADN ligase liga-os. Esse processo se repete indefinidamente. A máquina de precisão das três enzimas trabalha cuidadosamente ao longo de toda a molécula de ADN até que toda ela seja separada e simultaneamente duplicada, a fim de formar duas cópias do original.

Comparação do método de auto-rep do ADN com a quinagem

Observe que, na ação das enzimas sobre as cadeias de ADN, o fato de que as informações estejam armazenadas no ADN é simplesmente irrelevante. As enzimas meramente cumprem suas funções de conexão de símbolos, tal como nas regras de inferência do sistema MIU. Não interessa às três enzimas que, em determinado momento, elas estejam copiando os genes que contêm os códigos para elas próprias. Para elas, o ADN é apenas um paradigma sem significado ou interesse.

É interessante comparar esse fato com o método da oração de Quine para descrever a tarefa de construção de uma cópia dela mesma. Também naquele caso existe uma espécie de "cadeia dupla" duas cópias da mesma informação em que uma cópia age como instrução e a outra como paradigma. No ADN o processo é vagamente paralelo, uma vez que as três enzimas (ADN endonuclease, ADN polimerase e ADN ligase) estão codificadas em apenas uma das duas cadeias, a qual, por conseguinte, age como *programa*, enquanto a outra cadeia é simplesmente um *paradigma*. O paralelo não é perfeito, pois, quando se efetua a cópia, ambas as cadeias, e não apenas uma, são usadas como paradigma. Todavia, a analogia é muito sugestiva. Existe um correspondente bioquímico da dicotomia entre uso e menção: quando o ADN é tratado como uma simples sucessão de entidades químicas a serem copiadas, ele é semelhante à *menção* de símbolos tipográficos; quando o ADN dita as operações a serem executadas, ele é semelhante ao *uso* dos símbolos tipográficos.

Níveis de significado do ADN

Diversos níveis de significado podem ser lidos a partir de uma cadeia de ADN, dependendo das dimensões dos agrupamentos que consideremos e do poder do elemento decifrador que empreguemos. No nível mais baixo, cada cadeia de ADN codifica uma cadeia de ARN equivalente e o processo de decifração é a *transcrição*. Se se agrupa o ADN em tercetos, por meio do uso de um "decifrador genético", pode-se ler o ADN como uma sucessão de aminoácidos. Isso é uma *tradução* (feita sobre a transcrição). No nível natural seguinte da hierarquia, o ADN pode ser lido como código para um conjunto de proteínas. A extração física das proteínas a partir dos genes é denominada *expressão dos genes*. Atualmente, esse é o nível mais alto de nossa compreensão do significado do ADN.

No entanto, certamente existem níveis mais altos de significado do ADN, que são mais difíceis de discernir. Por exemplo, temos todas as razões para crer que o ADN de um ser humano contenha o código de características como a forma do nariz, o talento musical, a rapidez dos reflexos e assim por diante. Seria possível, em princípio, aprender a ler essas informações diretamente de uma cadeia de ADN sem recurso ao processo físico da *epigênese* a extração

física do fenótipo a partir do genótipo? Presumivelmente, sim, uma vez que, em teoria, poderíamos ter um programa de computador incrivelmente poderoso que simulasse o processo inteiro, incluindo cada célula, cada proteína, cada aspecto mínimo envolvido na reprodução do ADN, das células e assim por diante, até o fim. O resultado de tal programa de *pseudo-epigênese* seria uma descrição de nível alto do fenótipo.

Existe outra possibilidade (extremamente remota): a de que aprendêssemos a ler o fenótipo a partir do genótipo *sem* realizar uma simulação isomórfica do processo físico da epigênese, mas sim encontrando algum tipo mais simples de mecanismo decifrador. Isso poderia chamar-se "atalho da pseudo-epigênese". Com ou sem atalho, a pseudo-epigênese está, evidentemente, fora de nosso alcance no momento atual com uma exceção notável: na espécie *Felis catus*, experiências profundas revelaram que é realmente possível ler o fenótipo diretamente do genótipo. Talvez o leitor possa apreciar melhor esse fato notável após examinar diretamente a seguinte seção típica do ADN do *Felis catus*:

... CATCATCATCATCATCATCATCATCATCAT ...

A seguir está um resumo dos níveis de legibilidade do ADN, juntamente com os nomes dos diferentes níveis de decifração. O ADN pode ser lido como uma sucessão de:

(1)	bases (nucleotídeos)	*transcrição*
(2)	aminoácidos	*tradução*
(3)	proteínas (estrutura primária)	*expressão dos genes*
(4)	proteínas (estrutura terciária)	
(5)	aglomerados de proteínas	*níveis mais altos de expressão dos genes*
(6)	???	
.	.	
.	.	*níveis desconhecidos de significado do ADN*
.	.	
(*N*-1)	???	
(*N*)	traços físicos, mentais e psicológicos	*pseudo-epigênese*

O Dogmapa central

Com isso em mente, estamos agora em condições de estabelecer uma comparação complexa entre o *Dogma central da biologia molecular*, de F. Crick (.DOGMA I), no qual estão baseados todos os processos celulares, e ao que denominamos, com certa poética, o *Dogma central da lógica matemática* (.DOGMA II), no qual está baseado o Teorema de Gödel. O mapeamento entre um e outro está exposto na figura 99 e na tabela seguinte, as quais constituem, em seu conjunto, o *Dogmapa central.*

.DOGMA I (Biologia Molecular)		.DOGMA II (Lógica Matemática)
Cadeias de ADN	⟺	Cadeias de TNT
Cadeias de ARNm	⟺	Afirmações de N
Proteínas	⟺	Afirmações da metaTNT
Proteínas que agem sobre proteínas	⟺	Afirmações a respeito de afirmações da metaTNT
Proteínas que agem sobre proteínas que agem sobre proteínas	⟺	Afirmações a respeito de afirmações a respeito de afirmações a respeito da metaTNT
Transcrição (ADN ⇒ ARN)	⟺	Interpretação (TNT ⇒ N)
Tradução (ARN ⇒ proteínas)	⟺	Aritmetização (N ⇒ metaTNT)
Crick	⟺	Gödel
Código genético (convenção arbitrária)	⟺	Código de Gödel (convenção arbitrária)
Códon (terceto de bases)	⟺	Códon (terceto de dígitos)
Aminoácido	⟺	Símbolo citado da TNT usado na metaTNT
Auto-reprodução	⟺	Auto-referência
Sistema de apoio celular suficientemente forte para permitir auto-rep	⟺	Sistema formal arimético suficientemente poderoso para permitir auto-ref

Dogmapa central

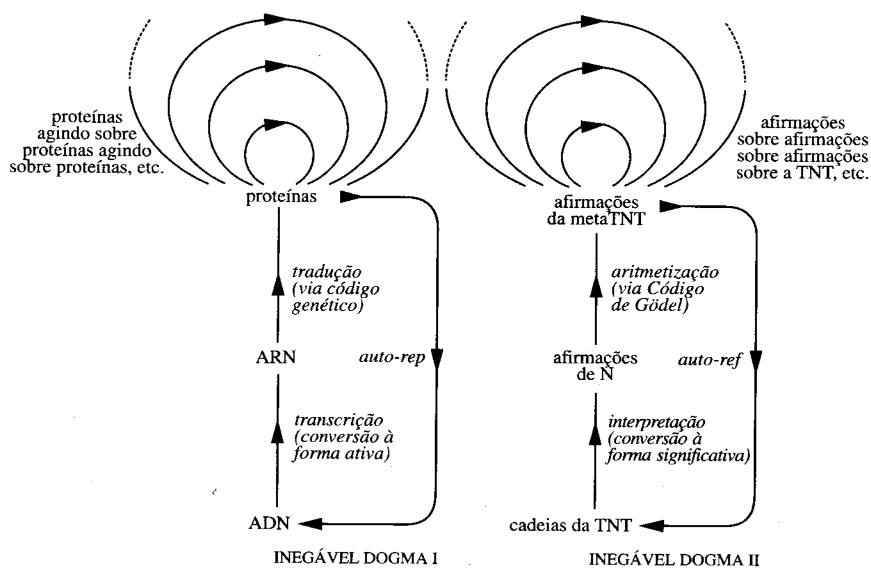


FIGURA 99. O Dogmapa central. Estabelece-se uma analogia entre duas hierarquias entrelaçadas fundamentais: a da biologia molecular e a da lógica matemática

Observe o emparelhamento de bases entre A e T (aritmetização e tradução), assim como entre G e C (Gödel e Crick). A lógica matemática fica do lado da purina e a biologia molecular fica do lado da pirimidina.

Para completar o lado estético desse mapeamento, decidi fazer para a numeração de Gödel um modelo absolutamente fiel do código genético. Com efeito, segundo a correspondência seguinte, a tabela do código genético transforma-se na tabela do código de Gödel:

(ímpar)	1	$\Longleftrightarrow$	A	(purina)
(par)	2	$\Longleftrightarrow$	G	(pirimidina)
(ímpar)	3	$\Longleftrightarrow$	G	(purina)
(par)	6	$\Longleftrightarrow$	U	(pirimidina)

Cada aminoácido – dos quais existem vinte – corresponde exatamente a um símbolo da TNT – dos quais existem vinte. Assim, finalmente, minha motivação para engendrar a "TNT austera" fica clara: para que houvesse exatamente vinte símbolos! O código de Gödel é mostrado na figura 100. Compare-o com o código genético (figura 94).

Existe algo quase místico na contemplação da estrutura abstrata tão profundamente compartilhada por essas duas entidades esotéricas que, no entanto, correspondem a progressos fundamentais do conhecimento, obtidos neste século. Esse Dogmapa central não constitui, de modo algum, uma demonstração rigorosa da identidade das duas teorias, mas ele revela claramente um parentesco profundo, merecedor de uma exploração mais detalhada.

Voltas estranhas no Dogmapa central

Uma das semelhanças mais interessantes entre os dois lados do mapa é a maneira pela qual surgem "voltas" de complexidade arbitrária no nível superior de ambos: à esquerda, proteínas que agem sobre proteínas que agem sobre proteínas e assim por diante, *ad infinitum*; e à direita, afirmações a respeito de afirmações a respeito de afirmações da metaTNT e assim por diante, *ad infinitum*. Isto se parece com as heterarquias, que discutimos no capítulo V, nas quais um substrato suficientemente complexo permite que voltas estranhas de nível alto ocorram e circulem totalmente isoladas dos níveis mais baixos. Exploraremos essa idéia com maior detalhe no capítulo XX.

A propósito, você pode estar intrigado com esta pergunta: "De acordo com o Dogmapa central, qual o correspondente do próprio Teorema da Incompletitude de Gödel no mapeamento?" É bom pensar nessa pergunta antes de continuar a ler.

O código de Gödel

	6	2	1	3	
6	⟨0⟩	⟨∀⟩	⟨V⟩	⟨:⟩	6
	0	∀	V	:	2
	a	∀	⟨*pont.*⟩	*pont.*	1
	a	∀	*pont.*	⟨⊃⟩	3
2	a	~	<	⟨·⟩	6
	⟨a⟩	~	⟨<⟩	·	2
	a	~	>	·	1
	a	⟨~⟩	⟨>⟩	·	3
1	∧	S	+	∀	6
	∧	S	⟨+⟩	∀	2
	⟨∧⟩	S	⟨=⟩	·	1
	⟨'⟩	⟨S⟩	=	·	3
3	(	)	[	∃	6
	⟨(⟩	)	⟨[⟩	∃	2
	(	)	]	∃	1
	(	⟨)⟩	⟨]⟩	⟨∃⟩	3

FIGURA 100. O código de Gödel. Neste esquema de numeração de Gödel, cada símbolo da TNT recebe um ou mais códons. As pequenas ovais mostram como esta tabela abrange a tabela de numeração de Gödel do capítulo IX

O Dogmapa central e o *Contracrostiponto*

Sucede que o Dogmapa central é bastante similar ao mapeamento feito no capítulo IV entre o *Contracrostiponto* e o Teorema de Gödel. Podem-se, portanto, estabelecer paralelos entre os três sistemas:

(1) sistemas formais e cadeias;
(2) células e cadeias de ADN;
(3) toca-discos e discos.

Na tabela seguinte, o mapeamento entre os sistemas 2 e 3 é explicado cuidadosamente:

Contracrostiponto		Biologia molecular
toca-discos	⇐⇒	célula
toca-discos "perfeito"	⇐⇒	célula "perfeita"
disco	⇐⇒	cadeia de ADN
disco tocável em um toca-discos dado	⇐⇒	cadeia de ADN reprodutível por uma célula dada
disco não-tocável nesse toca discos	⇐⇒	cadeia de ADN não-reprodutível por essa célula
processo de conversão de sulcos de disco em sons	⇐⇒	processo de transcrição de ADN em ARNm
sons produzidos pelo toca-discos	⇐⇒	cadeias de ARN mensageiro
traduções dos sons em vibrações do toca-discos	⇐⇒	tradução do ARNm em proteínas
mapeamento dos sons exteriores em vibrações do toca-discos	⇐⇒	código genético (mapeamento dos tercetos de ARNm em aminoácidos)
quebra do toca-discos	⇐⇒	destruição da célula
título da música feita especialmente para o toca-discos X: "Eu não posso ser tocada no toca-discos X"	⇐⇒	interpretação de alto nível da cadeia de ADN feita especialmente para a célula X: "Eu não posso ser reproduzida pela célula X"
toca-discos "imperfeito"	⇐⇒	célula para a qual existe pelo menos uma cadeia de ADN que ela não pode reproduzir
"Teorema Tartaruguiano": "Há sempre um disco não-tocável, dado um toca-discos particular".	⇐⇒	Teorema da Imunidade: "Há sempre uma cadeia de ADN irreprodutível, dada uma célula particular".

O análogo do Teorema de Gödel é um fato peculiar, provavelmente de pouca utilidade para os biólogos moleculares (para os quais parecerá bastante óbvio):

> É sempre possível conceber uma cadeia de ADN que, se injetada em uma célula, causaria, após ser transcrita, a produção de proteínas tais que destruiriam a célula (ou o ADN), tendo por conseqüência a não-reprodução desse ADN.

Isso compõe um cenário algo engraçado, pelo menos quando visto à luz da evolução: uma espécie invasora de vírus entra em uma célula por meios sub-reptícios e passa a prover cuidadosamente a produção de proteínas que terão o efeito de destruir o próprio vírus! É um tipo de suicídio – ou de sentença de Epimênides, se você preferir assim – no nível molecular. Obviamente, ele não se mostraria proveitoso do ponto de vista da sobrevivência da espécie. Todavia, demonstra o espírito, se não a letra, dos mecanismos de proteção e subversão desenvolvidos pelas células e seus invasores.

E. coli *versus* T4

Consideremos a célula predileta dos biólogos, a da bactéria *Escherichia coli* (sem relação de parentesco com M. C. Escher), e um dos invasores prediletos dessa mesma célula: o sinistro e lúgubre bacteriófago *T4*, cujos desenhos podem ser vistos na figura 101. (A propósito, as palavras "fago" e "vírus" são sinônimos e significam "atacantes de células bacterianas".) O estranho petisco parece um pouco com um cruzamento entre um módulo de excursão lunar e um mosquito – e é muito mais sinistro que este último. Tem uma "cabeça", na qual estão armazenados todos os seus "conhecimentos" – ou seja, o seu ADN; tem seis "pernas", com as quais se prende à célula que decidiu invadir; e tem um "tubo penetrante" (denominado, com maior propriedade, a "cauda"), como um mosquito. A diferença principal está em que, ao contrário do mosquito, que usa o seu tubo para chupar sangue, o vírus T4 usa o seu para injetar sua substância hereditária dentro da célula, contra a vontade da vítima. Assim, o vírus comete "estupro" em escala mínima.

Um cavalo de Tróia molecular

Que acontece quando o ADN viral entra em uma célula? O vírus "espera", em linguagem antropomórfica, que o seu ADN receba exatamente o mesmo tratamento dispensado ao ADN da célula hospedeira. Isso significa ser transcrito e traduzido, o que lhe permite dirigir a síntese de suas próprias proteínas

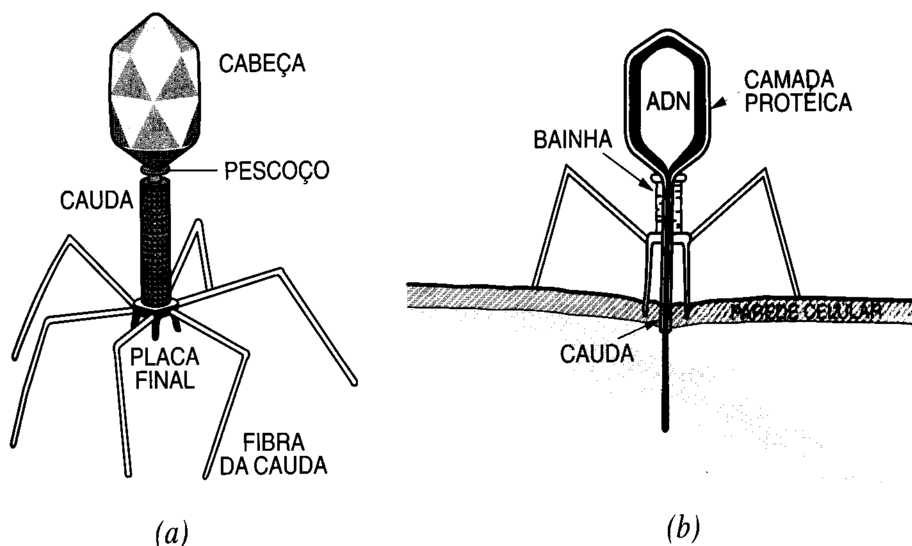


FIGURA 101. O vírus bacterial T4 é uma montagem de componentes protéicos: (a) – A "cabeça" é uma membrana de proteínas, com a forma de um poliedro alongado de trinta faces, cheio de ADN. Ela se liga por meio de um pescoço a uma cauda, que consiste de um centro oco, envolto por uma bainha contrátil e apoiado em uma placa final, dotada de espigões, à qual se ligam seis fibras. Os espigões e as fibras afixam o vírus a uma parede celular bacteriana; (b) – A bainha se contrai, empurrando o centro através da parede e o ADN do vírus entra na célula [A partir de Hanawalt e Haynes, The chemical basis of life, *p. 230*]

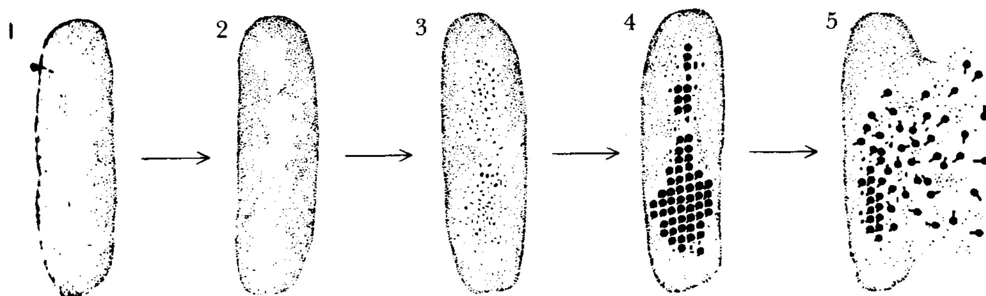


FIGURA 102. A infecção viral começa quando o ADN do vírus entra em uma bactéria. O ADN da bactéria é desorganizado e o ADN do vírus é reproduzido. A síntese das proteínas estruturais do vírus e sua montagem para formar novos vírus continuam até que a célula se arrebenta, liberando partículas [A partir de Hanawalt e Haynes, The chemical basis of life, *p. 230*]

especiais, estranhas à célula hospedeira, que, então, começarão a fazer suas próprias coisas. Isso representa transportar secretamente proteínas estranhas "em código" (ou seja, o código genético) para dentro da célula e depois "decifrá-las" (ou seja, produzindo-as). De certo modo, essa história faz lembrar a do cavalo de Tróia, segundo a qual centenas de soldados foram introduzidos em Tróia dentro de um gigantesco cavalo de madeira de aparência inofensiva; mas, uma vez dentro da cidade, os soldados saíram do cavalo e capturaram-na. As proteínas estranhas, uma vez "decodificadas" (sintetizadas) a partir de seu ADN transportador, entram em ação. A série de atos dirigidos pelo T4 foi cuidadosamente estudada e é mais ou menos a seguinte (ver também as figuras 102 e 103).

Tempo transcorrido	*Ação ocorrida*
0 min	Injeção do ADN viral.
1 min	Colapso do ADN hospedeiro. Cessação da produção de proteínas nativas e início da produção de proteínas estranhas (T4). Entre as proteínas produzidas logo no início estão as que dirigem a reprodução do ADN estranho (T4).
5 min	Começa a reprodução do ADN viral.
8 min	Início da produção de proteínas estruturais que formarão os "corpos" de novos vírus.
13 min	A primeira réplica completa do invasor T4 é produzida.
25 min	A lisozima (uma proteína) ataca a célula hospedeira, arrebentando a bactéria e fazendo surgir os "bicentúpletos".

Assim, quando um T4 invade uma célula de *E. coli*, após o breve lapso de 24 ou 25 minutos, a célula subverte-se totalmente e se arrebenta. Saem então cerca de duzentas cópias exatas do vírus original – "bicentúpletos" – prontos para atacar mais células bacterianas, enquanto a maior parte da célula atacada foi consumida no processo.

Embora do ponto de vista da bactéria esse acontecimento seja uma ameaça realmente mortal, de nosso ponto de vista, na escala ampla, ele pode ser visto como um jogo divertido entre dois adversários: o invasor, ou jogador "T" (assim denominado em função da classe T par dos fagos, que inclui o T2, o T4 e outros), e o jogador "C" (de "células"). O objetivo do jogador T é invadir e to-

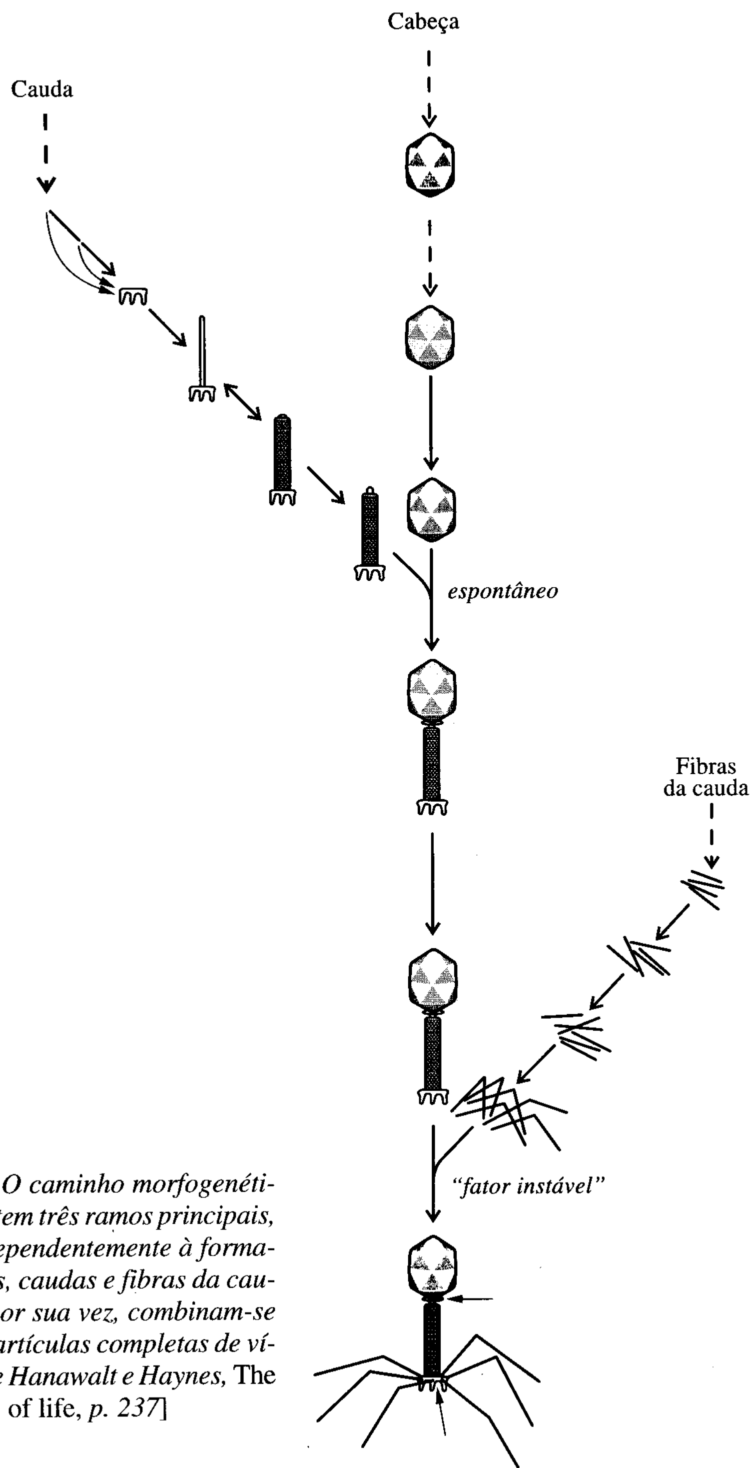


FIGURA 103. O caminho morfogenético do vírus T4 tem três ramos principais, que levam independentemente à formação de cabeças, caudas e fibras da cauda, as quais, por sua vez, combinam-se para formar partículas completas de vírus [A partir de Hanawalt e Haynes, The chemical basis of life, *p. 237*]

mar a célula do jogador C a partir do interior, com o objetivo de reproduzir-se. O objetivo do jogador C é proteger-se e destruir o invasor. Descrito dessa maneira, o jogo molecular TC pode ser visto em paralelo com o jogo macroscópico TC descrito no diálogo precedente. (O leitor pode, sem dúvida, imaginar qual jogador – T ou C – corresponde à Tartaruga e qual corresponde ao Caranguejo.)

Reconhecimento, disfarces, rotulagem

Esse "jogo" põe em relevo o fato de que o *reconhecimento* é um dos fatores fundamentais da biologia celular e subcelular. Como as moléculas (ou outras estruturas de nível alto) se reconhecem? É essencial para o funcionamento das enzimas que elas sejam capazes de prender-se a "locais de vinculação" especiais em seus substratos; é essencial que uma bactéria seja capaz de distinguir seu próprio ADN do dos vírus; é essencial que duas células sejam capazes de reconhecer-se e interagir de maneira controlada. Tais problemas de reconhecimento podem fazê-lo lembrar-se do problema original e crucial a respeito dos sistemas formais: como dizer se uma cadeia tem ou não certa propriedade, como a da teoremidade? Existe um procedimento decisório? Esse tipo de pergunta não se restringe à lógica matemática: ocorre também na ciência da computação e, como estamos vendo, na biologia molecular.

A técnica de rotulagem descrita no diálogo é, com efeito, um dos truques usados pela *E. coli* para enganar os vírus invasores. A idéia é a de que as cadeias de ADN podem ser rotuladas quimicamente por meio de uma pequena molécula – metil – unida a vários nucleotídeos. Essa operação de rotulagem não modifica as propriedades biológicas usuais do ADN; em outras palavras, o ADN metilado (rotulado) pode ser transcrito tanto quanto outro não-metilado (não-rotulado) e pode, portanto, dirigir a síntese de proteínas. Mas se a célula hospedeira tem mecanismos especiais para examinar se o ADN está rotulado ou não, então o rótulo pode ser da maior importância. Em particular, a célula hospedeira pode ter um sistema de enzimas que busca o ADN sem rótulo e o destrói, triturando-o sem piedade. Nesse caso, a tragédia recai sobre os invasores não rotulados!

Os rótulos de metil nos nucleotídeos já foram comparados às serifas das letras. Desse modo, usando essa metáfora, poderíamos dizer que a célula *E. coli* procura o ADN escrito em seu próprio tipo – e tritura qualquer cadeia de ADN escrita em tipos "estranhos". Evidentemente, os vírus podem ter como contra-estratégia aprender a rotular-se, tornando-se capazes de levar as células invadidas a reproduzi-los.

Essa batalha TC pode avançar até níveis arbitrários de complexidade, mas nós a deixaremos por aqui. O fato essencial é o de que é uma batalha entre um hospedeiro que trata de rejeitar todos os ADN invasores e um vírus que trata de infiltrar seu ADN em um hospedeiro que o transcreverá em ARNm (após o que sua reprodução é garantida). Pode-se considerar que qualquer

ADN de vírus que consiga ser reproduzido dessa maneira tem a seguinte interpretação de alto nível: "Eu *posso* ser reproduzido em células do tipo X". Isso deve ser diferenciado do tipo de vírus mencionado antes, e inútil do ponto de vista da evolução, que codifica proteínas que o destroem e cuja interpretação de alto nível é essa sentença autoderrotista: "Eu *não posso* ser reproduzido em células do tipo X".

Sentenças de Henkin e vírus

Esses dois tipos contrastantes de auto-referência em biologia molecular têm contrapartidas na lógica matemática. Já discutimos o análogo dos vírus autoderrotistas – ou seja, cadeias do tipo de Gödel que afirmam sua própria improdutibilidade no interior de sistemas formais específicos. Mas é também possível fazer uma sentença de contrapartida para um vírus real: o vírus afirma sua própria produtibilidade em uma célula específica e a sentença afirma sua própria produtibilidade em um sistema formal específico. Sentenças desse tipo são denominadas sentenças *de Henkin*, em homenagem ao grande lógico matemático Leon Henkin. Elas podem ser construídas exatamente ao longo das linhas das sentenças de Gödel, tendo por única diferença a omissão de uma negação. Começa-se com um "tio", evidentemente:

∃a:∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO DA TNT {a,a'}∧ARITMOQUINAGEM {a'', a'}>

e continua-se com o truque usual. Digamos que o número de Gödel do "tio" anterior seja *h*. Agora, aritmoquinando-se esse mesmo tio, obtém-se um sentença de Henkin:

∃a:∃a':<PAR DE DEMONSTRAÇÃO DA TNT {a, a'}∧
ARITMOQUINAGEM {SSS ... SSS0/a'',a'}>
h S*s*

(A propósito, você conseguiria dizer em que esta sentença difere de ~ G?) A razão pela qual eu a explicitei foi a de assinalar que uma sentença de Henkin não dá a receita completa de sua própria derivação; ela apenas afirma que uma derivação *existe*. Você pode perfeitamente ter dúvidas sobre se a afirmação é justificada. As sentenças de Henkin realmente têm derivação? Elas são, como pretendem, teoremas? É útil lembrar que não é necessário acreditar em um político que diz "eu sou honesto" – ele pode ser honesto, mas também pode não ser. As sentenças de Henkin serão mais confiáveis que os políticos?

Acontece que as sentenças de Henkin invariavelmente dizem a verdade. Por que isso acontece não é tão óbvio; mas aceitaremos esse fato curioso sem demonstração.

Sentenças de Henkin implícitas *versus* explícitas

Mencionei que uma sentença de Henkin não diz nada a respeito de sua própria derivação; apenas afirma que existe uma. Ora, é possível inventar uma variação sobre o tema das sentenças de Henkin – ou seja, sentenças que *descrevem explicitamente* suas próprias derivações. A interpretação de alto nível de uma sentença assim não seria: "Existe alguma série de cadeias que é uma derivação de mim", mas sim: "A série de cadeias aqui descrita... é uma derivação de mim". Denominemos o primeiro tipo de sentença de Henkin *implícita*. As novas sentenças serão denominadas sentenças de Henkin *explícitas*, uma vez que descrevem explicitamente suas próprias derivações. Observe que, ao contrário de seus irmãos implícitos, as sentenças de Henkin explícitas *não necessitam ser teoremas*. Com efeito, é muito fácil escrever uma sentença que afirme que sua própria derivação consiste unicamente na cadeia 0 = 0 – uma afirmação falsa, pois 0 = 0 não é derivação de coisa alguma. No entanto, também é possível escrever uma sentença de Henkin explícita que *é* um teorema – ou seja, uma sentença que de fato dá a receita de sua própria derivação.

Sentenças de Henkin e automontagem

A razão por que fiz essa distinção entre sentenças de Henkin explícitas e implícitas é a de que ela corresponde muito apropriadamente a uma distinção significativa entre tipos de vírus. Há certos vírus, como o chamado "vírus mosaico do tabaco", que são denominados vírus *automontados*; e há outros, como os nossos conhecidos T pares, que são *não automontados*. Qual a diferença? É uma analogia direta com a distinção entre as sentenças de Henkin implícitas e explícitas.

O ADN de um vírus automontado tem apenas o código das *partes* de um novo vírus, mas não o das *enzimas*. Uma vez produzidas as partes, o pobre vírus depende de que elas se liguem umas às outras sem a ajuda de nenhuma enzima. Esse processo depende de afinidades químicas que existem entre as partes, enquanto elas nadam pelo rico caldo químico de uma célula. Não apenas os vírus, mas também algumas organelas – como os ribossomas – montam-se a si próprias. Por vezes, as enzimas podem ser necessárias, mas em tais casos elas são recrutadas na célula hospedeira e escravizadas. Isso é o que se entende por automontagem.

Em contraste, o ADN de vírus mais complexos, como os T pares, contém não só o código das partes, mas também os de várias enzimas que desempenham papéis especiais na montagem das partes para compor o todo. Como o processo de montagem não é espontâneo, mas sim requer "máquinas", esses vírus não são considerados automontados. A essência da distinção entre unidades automontadas e unidades não automontadas é, portanto, que as primeiras efetuam a auto-reprodução sem nada dizer à célula a respeito de sua constituição, enquanto as últimas têm de dar *instruções* a respeito de como efetuar a montagem.

Agora, o paralelo com as sentenças de Henkin – implícitas e explícitas – deve estar bastante claro. As sentenças de Henkin implícitas são autodemonstradas, mas não nos dizem nada a respeito de sua demonstração – são análogas aos vírus automontados; as sentenças de Henkin explícitas dirigem a construção de suas próprias demonstrações – são análogas aos vírus mais complexos que dirigem as células hospedeiras na montagem das cópias de si próprias.

O conceito de estruturas biológicas automontadas tão complexas quanto os vírus levanta a possibilidade de máquinas automontadas. Imagine um conjunto de partes que, quando colocadas no ambiente de apoio próprio, agrupam-se espontaneamente a fim de formar uma máquina complexa. Isso parece improvável, mas é uma maneira bastante precisa de descrever o processo do método de auto-reprodução do vírus mosaico do tabaco por meio da automontagem. As informações relativas à conformação global do organismo (ou da máquina) estão espalhadas em suas partes; não estão concentradas em nenhum lugar em particular.

Ora, esse conceito pode levar a rumos bem estranhos, como revelados nos *Pensamentos edificantes de um fumador de tabaco.* Vimos, então, como o Caranguejo usou a idéia de que as informações para a automontagem podem estar distribuídas, ao invés de concentradas em um único lugar. Sua esperança era a de que isso pudesse impedir que seus novos toca-discos sucumbissem ante o método da Tartaruga para quebrá-los. Infelizmente, tal como acontece com o mais sofisticado esquema axiomático, uma vez que o sistema esteja construído e colocado em uma caixa, sua própria boa definição torna-o vulnerável a um "gödelizador" suficientemente esperto; e essa é a triste história contada pelo Caranguejo. Apesar de seu aparente absurdo, o cenário fantástico desse diálogo não está tão afastado da realidade no mundo estranho e surrealista da célula.

Dois problemas notáveis: diferenciação e morfogênese

A automontagem pode ser o truque pelo qual certas subunidades das células e certos vírus são construídos – mas, e as estruturas macroscópicas mais complexas, como o corpo de um elefante, ou de uma aranha, ou a forma de uma dionéia pega-moscas? Como o instinto de regressar é construído no cérebro de um pombo-correio, ou o instinto da caça no cérebro de um cão? Em resumo, como é que, simplesmente ditando quais *proteínas* devem ser produzidas nas células, o ADN exerce esse controle espetacularmente preciso sobre a estrutura e a função exatas dos objetos macroscópicos vivos? Aqui há dois problemas básicos e diferentes. Um é o da *diferença celular*: como células diferentes que compartilham o mesmo ADN desempenham papéis diferentes – tais como uma célula renal, uma da medula óssea, ou uma cerebral? O outro é o da *morfogênese* ("nascimento da forma"): como a comunicação intercelular no nível local dá origem a estruturas e organizações globais e de grande escala – como os vários órgãos do corpo, o formato do rosto, os subórgãos do cérebro, e assim por dian-

te? Embora no momento ainda se conheça muito pouco tanto a respeito da diferenciação celular quanto da morfogênese, o aspecto importante parece residir nos sutis mecanismos de retroalimentação e "pró-alimentação", dentro das células e entre elas, os quais determinam quando a célula deve "ligar" e "desligar" a produção de várias proteínas.

Retroalimentação e pró-alimentação

A *retro*alimentação ocorre quando existe uma quantidade insuficiente ou demasiada de determinada substância em uma célula; nesse caso, a célula terá de regular, de alguma maneira, a linha de produção que elabora essa substância. A *pró*-alimentação também envolve a regulagem de uma linha de produção, mas não de acordo com a quantidade do produto final existente e sim de acordo com a quantidade de algum *precursor* do produto final da linha de montagem. Existem dois instrumentos principais para a obtenção da pró-alimentação ou da retroalimentação *negativa*. Um deles é impedir que as enzimas relevantes possam agir – ou seja, "entupir" seus locais ativos. Isso se denomina *inibição*. O outro modo é impedir que as enzimas relevantes sejam sequer produzidas! Isso se denomina *repressão*. Conceitualmente, a inibição é simples! Basta bloquear o local ativo da primeira enzima da linha de montagem e todo o processo de síntese é paralisado.

Repressores e indutores

A repressão é mais complicada. Como a célula impede que um gene se expresse? A resposta está em que ela o impede de ser transcrito. Isso significa que ela tem de impedir que o ARN polimerase execute seu trabalho. E isso pode ser conseguido colocando-se um grande obstáculo em seu caminho, ao longo do ADN, precisamente à frente do gene que a célula não quer que seja transcrito. Esses obstáculos existem e são denominados *repressores*. Eles também são proteínas, que se unem a locais especiais do ADN para a detenção de obstáculos. Tais locais se denominam (não sei bem por que) *operadores*. Um operador é, portanto, um local de controle para o gene (ou genes) que o segue imediatamente; em função do operador, esses genes denominam-se *operon*. Como com freqüência uma série de enzimas age em conjunto na execução de uma transformação química longa, também com freqüência o código delas aparece em cadeias; por essa razão, os operons contêm muitas vezes diversos genes ao invés de apenas um. O efeito da repressão de um operon é o de que toda uma série de genes deixa de ser transcrita, o que significa que toda uma série de enzimas correlatas deixa de ser sintetizada.

E a retroalimentação e a pró-alimentação *positivas*? Também aqui há duas opções: (1) desentupir as enzimas entupidas ou (2) terminar a repressão do operon relevante. (Observe como a natureza parece *adorar* a dupla negação! Pro-

vavelmente existe alguma razão profunda para isso.) O mecanismo pelo qual a repressão é reprimida envolve uma classe de moléculas denominadas *indutores*. O papel do indutor é simples: ele se combina com uma proteína repressora antes que ela tenha tido a oportunidade de unir-se a um operador na molécula de ADN; o "complexo repressor indutor" resultante não pode ligar-se a um operador e isso permite que o operon associado seja transcrito no ARNm e subseqüentemente traduzido em proteínas. Muitas vezes, o produto final ou algum precursor do produto final pode agir como indutor.

Comparação entre retroalimentação e voltas estranhas

A propósito, esta é uma boa ocasião para estabelecer distinção entre tipos simples de retroalimentação, como nos processos de repressão e inibição, e as voltas entre diferentes níveis de informação, mostrada no dogmapa central. Em certo sentido, ambos são "retroalimentação"; mas o último é muito mais profundo que o primeiro. Quando um aminoácido, como o triptofano, ou a isoleucina, age como retroalimentador (sob a forma de um indutor), unindo-se a seu repressor de modo que se produza uma maior quantidade dele, ele não diz *como* se construir; ele só diz às enzimas que o produzam mais. Isso pode ser comparado ao volume de um rádio, que, ao chegar aos ouvidos de alguém, pode fazer com que este o aumente ou o diminua. Isso é totalmente diferente da hipótese em que o próprio programa de rádio lhe diga explicitamente que ligue ou desligue o rádio, ou que sintonize outra faixa de onda – ou mesmo que construa um outro rádio! Nesse caso, o que ocorre é muito mais próximo à volta entre níveis de informação, pois a informação interior ao sinal de rádio é "decifrada" e traduzida em estruturas mentais. O sinal de rádio é composto de elementos simbólicos cujo significado simbólico é importante – um caso de uso e não de menção. Por outro lado, quando o som simplesmente está alto demais, os símbolos não estão transportando significado; eles estão simplesmente sendo percebidos como sinais altos e poderiam perfeitamente ser carentes de significado – um caso de menção e não de uso. Esse caso assemelha-se mais às voltas de retroalimentação pelas quais as proteínas regulam suas próprias taxas de síntese.

Propôs-se como teoria que a diferença entre duas células vizinhas, que compartilham exatamente o mesmo genótipo e têm funções diferentes, está em que segmentos diferentes de seus genomas foram reprimidos, o que dá lugar a diferentes *conjuntos de trabalho* de proteínas. Uma hipótese assim poderia explicar as diferenças fenomenais entre as células que estão em órgãos diferentes do corpo de um ser humano.

Dois exemplos simples de diferenciação

O processo pelo qual uma célula inicial se reproduz indefinidamente, dando origem a miríades de células diferenciadas com funções especializadas, pode

ser assemelhado ao que ocorre quando uma carta-corrente passa de uma pessoa a outra, sendo cada participante instado a reproduzir a mensagem fielmente e a acrescentar-lhe um toque pessoal. Naturalmente, haverá cartas enormemente diferentes entre si.

Outra ilustração das idéias da diferenciação é proporcionada por essa analogia computacional extremamente simples de um auto-rep diferenciador. Consideremos um programa bastante curto, que é controlado por um comutador de duas posições, superior e inferior, e que tem um parâmetro interno N – um número natural. Esse programa pode rodar em dois modos – o modo superior e o modo inferior. Quando roda no modo *superior*, ele se auto-reproduz em uma parte adjacente da memória do computador – exceto que o parâmetro interno N de sua "filha" seja maior na réplica. Quando roda no modo *inferior*, ele não se auto-reproduz, mas, ao invés, calcula o número:

$$(-1)^N/(2N+1)$$

e soma-o a um total móvel.

Muito bem. Suponhamos que no início haja uma cópia do programa na memória, $N = 0$, e que o modo seja o superior. Então o programa copiará a si próprio na memória ao lado, com $N = 1$. Repetindo-se o processo, o novo programa se auto-reproduzirá adjacente a si próprio, com uma cópia que tem $N = 2$. E assim por diante, sucessivamente... O que ocorre é que um programa bastante grande está crescendo dentro da memória. Quando a memória fica repleta, o processo termina. Agora, pode-se dizer que a memória como um todo está cheia com um programa *grande*, composto de muitos módulos – ou "células" semelhantes –, mas diferenciados. Suponhamos agora que colocamos em funcionamento o modo inferior e rodemos esse programa grande. Que acontece? A primeira "célula" roda e calcula 1/1. A segunda "célula" roda, calcula -1/3 e soma-o ao resultado anterior. A terceira "célula" roda, calcula +1/5 e soma-o também... O resultado final é que o "organismo" como um todo – o programa grande – calcula a soma

$$1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 + 1/13 - 1/15 + \dots$$

com um número muito grande de termos (uma vez que a memória comporta muitos termos, ou "células"). E como essa sucessão converge (embora vagarosamente) para $\pi/4$, temos um "fenótipo" cuja função é a de calcular o valor de uma famosa constante matemática.

Mistura de níveis na célula

Espero que as descrições de processos como os de rotulagem, automontagem, diferenciação, morfogênese, assim como de transcrição e tradução, tenham

contribuído para dar alguma idéia do sistema incrivelmente complexo que é a célula – um sistema de processamento de informações que tem aspectos impressionantemente novos. Vimos no Dogmapa central que, embora possamos tentar estabelecer uma linha divisória clara entre o programa e os dados, a distinção entre eles é algo arbitrária. Estendendo essa linha de pensamento, verificamos que os *programas* e os *dados* não só são multiplamente interligados, mas também que o *intérprete* dos programas, o *processador* físico e mesmo a *linguagem* estão incluídos nessa íntima fusão. Por conseguinte, embora seja possível (até certo ponto) estabelecer linhas demarcatórias e separar os níveis, é igualmente importante – e não menos fascinante – reconhecer as misturas e os cruzamentos de níveis. Isso tem como boa ilustração o fato incrível de que, nos sistemas biológicos, todas as diversas características necessárias à auto-rep (especificamente, a linguagem, o programa, os dados, o intérprete e o processador) cooperam em um grau tal que todos eles são reproduzidos simultaneamente – o que revela como a auto-rep biológica é muito mais profunda que qualquer coisa jamais concebida nesse sentido pelos seres humanos. O programa auto-rep exibido no início deste capítulo, por exemplo, toma como preestabelecida a existência de três aspectos internos: uma linguagem, um intérprete e um processador, os quais não são reproduzidos por ele.

Tratemos de fazer um sumário de várias maneiras pelas quais as subunidades de uma célula podem ser classificadas em termos da ciência da computação. Em primeiro lugar, tomemos o ADN. Como o ADN contém todas as informações necessárias à construção das proteínas, que são os agentes ativos da célula, o ADN pode ser visto como um *programa* escrito em uma linguagem de nível mais alto, a qual é subseqüentemente traduzida (ou interpretada) para a "linguagem de máquina" da célula (proteínas). Por outro lado, o ADN é, em si mesmo, uma molécula passiva que sofre a manipulação de diversos tipos de enzimas; nesse sentido, a molécula de ADN é exatamente semelhante a um longo conjunto de *dados*. Em terceiro lugar, o ADN contém os paradigmas associados com as "cartas" do ARNt, o que significa que o ADN também contém a definição de sua própria *linguagem* de nível mais alto.

Passemos agora às proteínas. As proteínas são moléculas ativas que executam todas as funções da célula; por conseguinte, é muito apropriado concebê-las como *programas* na "linguagem de máquina" da célula (sendo a própria célula o processador). Por outro lado, como as proteínas são *hardware*, os programas são, em geral, *software*, talvez seja melhor concebê-las como *processadores*. Em terceiro lugar, as proteínas sofrem muitas vezes a ação de outras proteínas, o que significa que elas são, muitas vezes, *dados*. Finalmente, as proteínas podem ser vistas como *intérpretes*; isso implica a visão do ADN como uma coleção de programas em linguagem de alto nível, caso em que as enzimas meramente transportam os programas escritos no código do ADN, o que equivale a dizer que as proteínas agem como *intérpretes*.

A seguir vêm os ribossomas e as moléculas de ARNt. Eles são intermediários da tradução do ADN em proteínas, o que se pode comparar à tradução de

um programa de uma linguagem de nível alto para a linguagem de máquina; em outras palavras, os ribossomas funcionam como intérpretes e as moléculas de ARNt propiciam a definição da *linguagem* de nível mais alto. Mas, de acordo com uma visão alternativa da tradução, os ribossomas são *processadores*, enquanto os ARNts são *intérpretes*.

Até aqui estamos ainda em um nível superficial da análise das inter-relações de todas essas biomoléculas. O que testemunhamos é que a natureza sente-se muito à vontade ao misturar níveis que *nós* tendemos a ver como muito distintos. Na verdade, já existe na ciência da computação uma tendência visível a misturar todos esses aspectos aparentemente distintos de um sistema processador de informações. Isso é particularmente verdadeiro no caso da pesquisa sobre inteligência artificial, a qual, usualmente, está na vanguarda da concepção da linguagem computacional.

A origem da vida

A pergunta natural e fundamental a ser feita quando se observam as interrelações incrivelmente complexas dessas unidades de *software* e *hardware* é: "Para começo de conversa, como é que elas começaram?" É uma coisa realmente espantosa. Somos levados a imaginar algum tipo de processo de "gancho", algo semelhante ao que é usado no desenvolvimento de novas linguagens de computadores – mas um processo que vai desde moléculas simples a células inteiras está quase acima de nosso poder de imaginação. Há várias teorias sobre a origem da vida. Nenhuma delas conseguiu ainda dar resposta satisfatória a esta pergunta que é a mais fundamental de todas: "Como se originou o código genético, juntamente com seus mecanismos de tradução (ribossomas e moléculas de ARNt)?" Por ora, teremos de nos contentar com uma sensação de perplexidade maravilhada, e não com uma resposta. E talvez a experiência dessa sensação traga-nos mais satisfação que a posse de uma resposta – pelo menos por algum tempo.

O Magnificaranguejo, de fato

É primavera, e a Tartaruga e Aquiles estão dando um passeio dominical pelo bosque. Eles resolveram subir uma colina em cujo topo diz-se haver uma maravilhosa casa de chá, com toda sorte de deliciosos doces.

Aquiles: Magnífico Caranguejo...
Tartaruga: Magnífico Caranguejo?
Aquiles: Eu ia dizer: caranguejo mais inteligente que o nosso amigo, o Caranguejo, eu nunca vi. Ele deve ser pelo menos duas vezes mais esperto que qualquer outro caranguejo. Ou talvez três vezes mais esperto que qualquer outro caranguejo. Ou talvez...
Tartaruga: Alma minha! Como magnificas o Caranguejo!
Aquiles: Bom, é que eu sou um admirador dele...
Tartaruga: Não precisa desculpar-se. Eu também o admiro. Falando de admiradores do Caranguejo, eu já lhe falei de uma carta curiosa que ele recebeu não faz muito tempo?
Aquiles: Não acredito. Quem mandou?
Tartaruga: Veio da Índia e o remetente era uma pessoa de quem nenhum de nós ouviu falar – um certo Sr. Najunamar, se não me engano.
Aquiles: E como é que uma pessoa que nunca conheceu o Caranguejo mandou-lhe uma carta? Como é que conseguiu o endereço dele?
Tartaruga: Aparentemente, tal pessoa, quem quer que seja, estava na ilusão de que o Caranguejo é um matemático. A carta estava cheia de resultados e todos eles eram... Mas olhe só quem vem lá! Falando no diabo! É o próprio Sr. Caranguejo, descendo a colina.
Caranguejo: Até logo! Foi bom falar com vocês de novo. Bem, acho que já vou indo. Mas estou empanturrado – não poderia comer nem mais um pedacinho! Acabo de sair de lá – recomendo com entusiasmo. Vocês já foram à casa de chá no topo da colina? Como vai você, Aquiles? Ah, aí está o Aquiles. Alô, olá. Ora, ora, se não é o Sr. T!
Tartaruga: Alô, Sr. C. Você está indo à casa de chá no alto da colina?
Caranguejo: Sim senhor, isso mesmo; como é que você sabe? Estou ansioso para provar aquelas tortas, coisinhas formidáveis. Estou com tanta fome que acho que poderia comer mil folhas. Ah, aí está o Aquiles. Como vai você, Aquiles?
Aquiles: Poderia estar pior, suponho.
Caranguejo: Esplêndido! Bem, mas eu não quero interromper a sua discussão. Vou ficar quieto aqui com vocês.

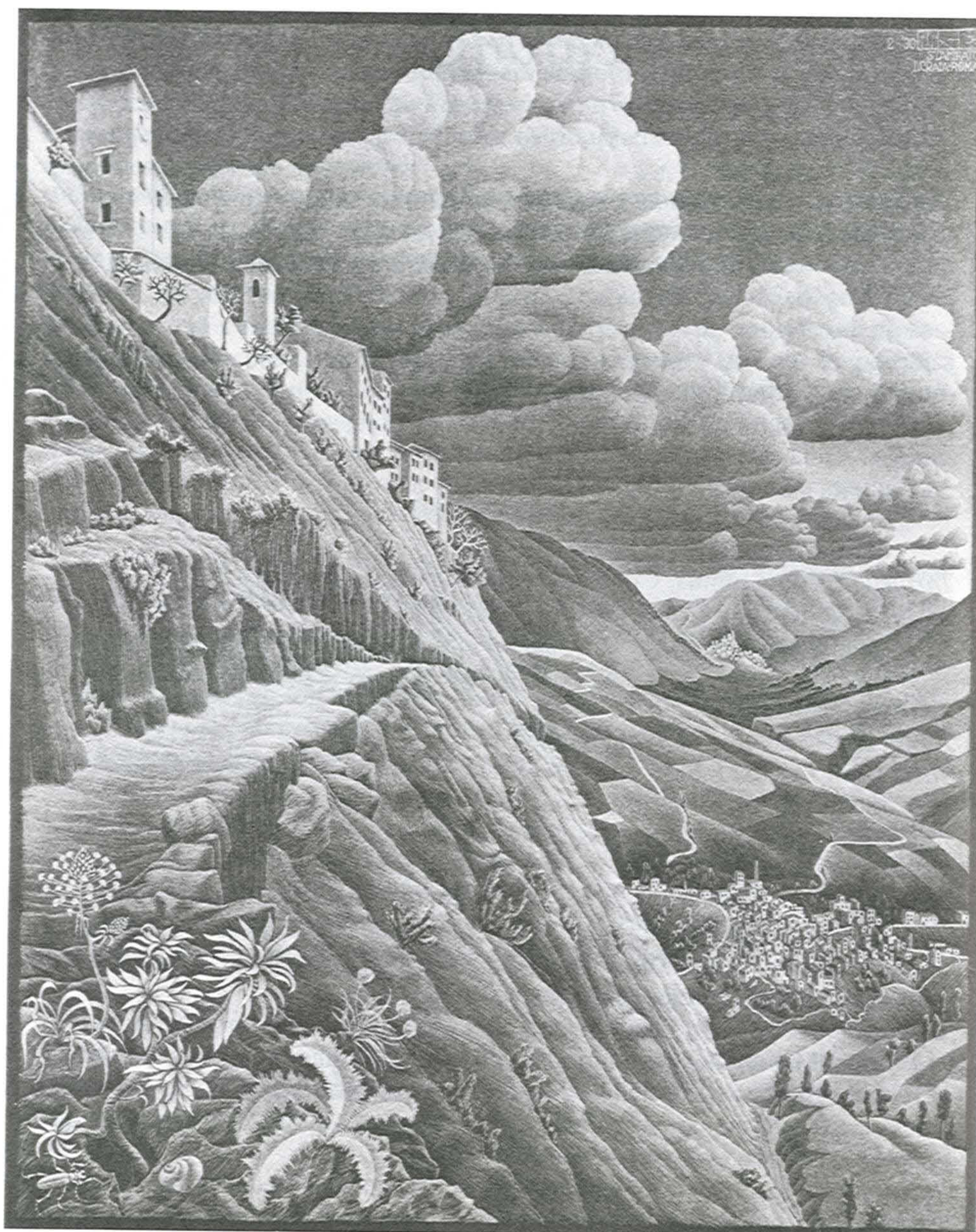


FIGURA 104. Castrovalva, *por M. C. Escher (litografia, 1930)*

Tartaruga: Por incrível que pareça, eu estava justamente falando da carta misteriosa que você recebeu daquele sujeito indiano há algumas semanas – mas já que você está aqui, vou deixar o Aquiles escutar da boca do dono.

Caranguejo: Bem, foi assim. Esse tal de Najunamar aparentemente nunca recebeu instrução formal em matemática e desenvolveu por conta própria seus próprios métodos para derivação de novas verdades da matemática. Algumas de suas descobertas me derrotaram por completo. Nunca vi nada parecido antes. Por exemplo, havia um mapa da Índia que ele coloriu usando nada menos que 1.729 cores diferentes.

Aquiles: 1.729! Você disse 1.729?

Caranguejo: Disse. Por quê?

Aquiles: Bem, 1.729 é um número muito interessante.

Caranguejo: É mesmo? Eu não sabia.

Aquiles: Em particular, acontece que 1.729 era a placa do táxi que tomei para ir à casa do Sr. Tartaruga hoje de manhã!

Caranguejo: Fascinante! E você poderia dizer o número do bonde que você vai tomar para ir à casa do Sr. Tartaruga amanhã?

Aquiles (após refletir um momento): Não me parece muito fácil; mas tenho a impressão de que seria um número muito grande.

Tartaruga: Aquiles tem uma intuição maravilhosa para coisas desse tipo.

Caranguejo: É. Bem, como eu ia dizendo, Najunamar também demonstrou na carta que todo número primo par é a soma de dois números ímpares e que não existe solução, em números inteiros positivos, para a equação:

$$a^n + b^n = c^n \qquad \text{para } n = 0.$$

Aquiles: O quê? Todos esses problemas clássicos da matemática resolvidos de uma só vez? Ele deve ser um gênio de primeira grandeza!

Tartaruga: Mas Aquiles – você não é nem um pouquinho cético?

Aquiles: O quê? Ah, sim – cético. Bem, claro que sim. Você não está achando que eu acredito que o Sr. Caranguejo recebeu essa carta, está? Eu não caio em qualquer esparrela. Então, tem de ser VOCÊ, Sr. T, quem recebeu a carta!

Tartaruga: Que nada, Aquiles. Essa parte da história, de que o Sr. C recebeu a carta, é verdade. Eu estava perguntando se você não fica cético a respeito do conteúdo da carta – as proclamações extravagantes.

Aquiles: E por que eu haveria de ficar? Hmmm... Bem, é claro que fiquei. Sou uma pessoa muito cética, como vocês já devem estar fartos de saber. É muito difícil convencer-me de algo, por mais verdadeiro ou falso que seja.

Tartaruga: Muito bem posto, Aquiles. Você realmente tem uma consciência profunda de seus próprios processos mentais.

Aquiles: Já lhes ocorreu pensar, meus amigos, que essas proclamações de Najunamar poderiam ser incorretas?

Caranguejo: Francamente, Aquiles, como sou uma pessoa bastante conservadora e ortodoxa, fiquei um tanto preocupado exatamente a respeito desse ponto ao

receber a carta. Na verdade, suspeitei inicialmente que se tratasse de uma fraude completa. Mas, pensando melhor, ocorreu-me que não muitas pessoas poderiam chegar a tais conclusões, complexas e de aparência estranha, simplesmente a partir da imaginação. Na verdade, em última análise, a questão era a seguinte: "O que é mais provável: um charlatão de engenhosidade tão extraordinária ou um matemático de grande gênio?" E em pouco tempo percebi que as probabilidades favoreciam claramente a primeira hipótese.

Aquiles: Mas você não verificou na prática nenhuma das suas fantásticas conclusões?

Caranguejo: E por que haveria de fazê-lo? O argumento da probabilidade era a coisa mais convincente que eu conhecia; nenhuma demonstração matemática poderia igualá-lo. Mas o Sr. T, aqui ao lado, insistiu no rigor científico. Eu finalmente cedi ante sua insistência e verifiquei todas as conclusões de Najunamar. Para minha total surpresa, todas elas estavam corretas. Como ele as descobriu eu jamais saberei. Ele deve ser possuidor de algum tipo oriental de percepção, fantástico e inescrutável, que nós, aqui no Ocidente, desconhecemos totalmente. No momento, está é a única teoria que faz algum sentido para mim.

Tartaruga: O Sr. Caranguejo sempre foi mais suscetível que eu a explicações místicas ou fantasiosas. Eu tenho total confiança em que o que quer que Najunamar tenha feito à sua maneira encontra um paralelo perfeito dentro da matemática ortodoxa. Em minha opinião, não há nenhuma maneira de se fazer matemática que seja fundamentalmente diferente da que conhecemos.

Aquiles: Essa é uma opinião interessante. Suponho que tenha algo a ver com a tese de Church e Turing e tópicos correlatos.

Caranguejo: Ora, vamos deixar de lado essas questões técnicas neste dia bonito e usufruir da quietude do bosque, o chilrear dos pássaros e a incidência de luz do sol sobre os botões e as folhas novas. Ho!

Tartaruga: Apoiado. Afinal, todas as gerações das tartarugas regalaram-se com essas delícias da natureza.

Caranguejo: Como todas as gerações dos caranguejos.

Aquiles: O senhor não terá, porventura, trazido a sua flauta, Sr. C?

Caranguejo: Mas claro! Eu a levo a todos os lugares. Gostaria, talvez, de escutar um pouco de música?

Aquiles: Seria uma beleza, neste cenário pastoril. Você toca de memória?

Caranguejo: Lamento, mas isso está além da minha capacidade. Eu tenho de ler a música no papel. Mas isso não é problema. Tenho diversas músicas muito agradáveis nesta malinha.

(Ele abre uma malinha estreita e tira algumas folhas de papel. A mais de cima tem os seguintes símbolos:

$$\forall a: \sim Sa = 0$$

Põe essa folha em uma pequena armação presa à flauta e toca. A música é muito curta.)

Aquiles: Que lindo! *(Põe os olhos sobre a folha de papel e uma expressão de interrogação lhe toma o rosto.)* O que é que essa afirmação da Teoria dos Números está fazendo aí presa em sua flauta?

(O Caranguejo olha para a flauta, depois para a música, vira a cabeça a toda a volta e parece ligeiramente confuso.)

Caranguejo: Não entendo. Que afirmação da Teoria dos Números?
Aquiles: "Zero não é sucessor de nenhum número natural." Bem aí na armação presa à flauta.
Caranguejo: Esse é o terceiro postulado de piano. São cinco postulados e eu fiz arranjos para flauta de todos eles. Eles são óbvios, mas fazem sucesso.
Aquiles: É, mas não é nada óbvio para mim como é que uma afirmação da Teoria dos Números pode ser tocada como música.
Caranguejo: Mas não é uma afirmação da Teoria dos Números, eu já disse – é um postulado de piano! Você quer ouvir outro?
Aquiles: Ficaria encantado.

(O Caranguejo coloca outra folha de papel na armação da flauta, e desta vez Aquiles observa com mais atenção.)

Bem, eu observei os seus olhos e eles estavam olhando para aquela FÓRMULA no papel. Você tem certeza de que se trata da notação musical? Eu juro que, surpreendente que pareça, ela se parece com uma notação que poderia ser usada em uma versão formalizada da Teoria dos Números.
Caranguejo: Que estranho! Mas, tanto quanto eu saiba, isso é música mesmo, e não algum tipo de afirmação matemática! Eu não sou matemático, em nenhum sentido da palavra. Você gostaria de ouvir outras músicas?
Aquiles: Por favor. Você tem outras?
Caranguejo: Pilhas e pilhas.

(Ele toma outra folha de papel e coloca-a na armação da flauta. Esta contém os seguintes símbolos:

~∃a:∃b:(SSa·SSb) = SSSSSSSSSSSSS0

Aquiles olha enquanto o Caranguejo toca.)

Não é linda?
Aquiles: É. É uma pecinha bem melodiosa. Mas tenho de dizer que isso está me parecendo cada vez mais com a Teoria dos Números.

Caranguejo: Céus! É só a minha notação musical normal, e nada mais. Não sei como é que você consegue ver todas essas conotações extramusicais em uma representação direta de sons.

Aquiles: Você se oporia a tocar uma peça de minha autoria?

Caranguejo: De modo algum. Você a tem aí?

Aquiles: Ainda não, mas acho que poderia compor umas músicas sozinho.

Tartaruga: Devo lhe dizer, Aquiles, que o Sr. C é um severo crítico de músicas compostas por outros; portanto, não fique desapontado se, por acaso, ele não se entusiasmar com os seus esforços.

Aquiles: Agradeço-o por alertar-me. De toda maneira, estou querendo experimentar...

(Ele escreve:

((SSSO·SSSO) + (SSSSO·SSSSO) = (SSSSSO·SSSSSO)

O Caranguejo pega o papel, contempla-o por um momento, coloca-o na armação e sopra.)

Caranguejo: Bom, Aquiles, muito bom! Eu gosto de ritmos estranhos.

Aquiles: O que há de estranho nos ritmos dessa música?

Caranguejo: Bem, naturalmente, para você, como compositor, deve parecer muito suave, mas para meus ouvidos, mudar de um ritmo 3/3 para 4/4 e depois para 5/5 é bastante exótico. Se você tiver outras músicas, eu gostaria de tocá-las.

Aquiles: Muito obrigado. Nunca compus nada antes e devo dizer que a experiência é bem diferente do que eu imaginava. Deixe-me tentar de novo. *(Rabiscando uma linha.)*

~∃a:∃b:(SSa·SSb) = SSSSSSSSSSSSSSO

Caranguejo: Hmmm... Não é uma cópia da minha peça anterior?

Aquiles: Não! Eu pus um S a mais. Onde havia treze agora são quatorze.

Caranguejo: Ah, é. Claro. *(Toca a música e parece muito sério.)*

Aquiles: Espero que você não tenha detestado a minha peça!

Caranguejo: Creio, Aquiles, que você não entendeu absolutamente nada das sutilezas da minha peça, que serviu de modelo para a sua. Mas como é que eu poderia esperar que você a entendesse logo ao escutá-la pela primeira vez? Nem sempre se compreende o que está nas raízes da beleza. É muito fácil atribuir a beleza de uma música aos seus aspectos superficiais, e imitá-los, quando, no entanto, a beleza real está encerrada nas profundidades da música, de um modo que parece sempre escapar às possibilidades de análise.

Aquiles: Acho que estou um pouco perdido em meio aos seus comentários eruditos. Entendo que a minha peça não esteja à altura de seus elevados padrões de qualidade, mas não sei exatamente onde foi que eu errei. Você poderia, por fineza, indicar-me algum exemplo específico de erro na minha composição?

Caranguejo: Uma maneira possível de salvar a sua composição, Aquiles, seria inserir mais três Ss – cinco Ss também servem – naquele longo grupo de Ss perto do final. Isso criaria um efeito sutil e incomum.

Aquiles: Sei.

Caranguejo: Mas você poderia modificar a peça de outros modos. Na minha opinião, acho que ficaria muito mais interessante pôr um outro til à frente. Então haveria um suave equilíbrio entre o início e o final. Dois tis juntos nunca deixam de dar à peça uma certa sinuosidade.

Aquiles: E se eu aceitar as duas sugestões e fizer a seguinte peça:

$$\sim\sim\exists a:\exists b:(SSa \cdot SSb) = SSSSSSSSSSSSSSSS0$$

Caranguejo (com uma contorção de dor a cortar-lhe a face): Ô Aquiles, é importante aprender a seguinte lição: nunca tente pôr coisas demais em uma peça só. Há sempre um ponto além do qual ela não pode ficar melhor, e qualquer tentativa nesse sentido acaba destruindo-a. Esse é o caso agora. Sua idéia de incorporar as duas sugestões ao mesmo tempo não proporciona o desejado efeito suplementar de beleza, criando, ao contrário, um desequilíbrio que, na verdade, tira todo o encanto.

Aquiles: E como é que duas peças tão parecidas, como a sua, com treze Ss, e a minha, com quatorze Ss, lhe parecem tão diferentes quanto ao valor musical? Afora esse aspecto menor, elas são idênticas.

Caranguejo: Virgem! Há todo um mundo de diferença entre a sua peça e a minha. Talvez esta seja uma dessas ocasiões em que as palavras não conseguem transmitir o que o espírito sente. Com efeito, eu me arriscaria a dizer que não existe nenhum conjunto de regras que delineie o que torna uma peça bonita, tampouco poderia haver. O sentido da beleza é de domínio exclusivo das mentes conscientes, mentes que pela experiência da vida atingiram uma profundidade que transcende a explicação dada por um simples conjunto de regras.

Aquiles: Sempre me lembrarei desse vívido esclarecimento sobre a natureza da beleza. Suponho que algo semelhante também se aplique ao conceito de verdade.

Caranguejo: Sem dúvida. A verdade e a beleza são tão relacionadas quanto... quanto...

Aquiles: Tão relacionadas quanto, digamos, a matemática e a música?

Caranguejo: Oh! Você me tirou a palavra da boca! Como você sabia que era isso o que eu estava pensando?

Tartaruga: Aquiles é muito esperto, Sr. C. Nunca subestime a potência de sua percepção.

Aquiles: Você diria que porventura poderia existir uma relação qualquer entre a verdade ou a falsidade de uma determinada afirmação da matemática e a beleza, ou a falta de beleza, de uma música correlata? Ou isso é apenas uma fantasia descabelada que eu tenho, sem nenhuma base na realidade?
Caranguejo: Acho que a sua pergunta leva as coisas longe demais. Quando eu falei de uma inter-relação da música com a matemática, estava falando em um sentido muito figurado. No que concerne a uma relação direta entre músicas específicas e afirmações matemáticas específicas, no entanto, tenho dúvidas sumamente graves quanto a essa possibilidade. Humildemente, eu o aconselharia a não despender demasiado tempo em tais elucubrações fúteis.
Aquiles: Não há dúvidas de que você está certo. Não valeria a pena. Talvez eu devesse concentrar-me em apurar minha sensibilidade musical compondo algumas peças novas. Você poderia atuar como meu mentor, Sr. C?
Caranguejo: Ficaria muito feliz em ajudá-lo em seu caminho rumo à compreensão musical.

(Assim, Aquiles empunha a pena e, no que parece ser um grande esforço de concentração, escreve:

∧00a∀'∨~∧∧:b + cS(∃∃ = 0∧⊃((~d)<∨(∀S · + (>∨

O Caranguejo parece perplexo.)

Você quer mesmo que eu toque esse... esse... esse negócio?
Aquiles: Quero. Quero muito!

(E, então, o Caranguejo toca, com evidente dificuldade.)

Tartaruga: Bravo! Bravo! John Cage é o seu compositor predileto, Aquiles?
Aquiles: Na verdade, ele é o meu anticompositor predileto. De toda maneira, estou contente de que você tenha gostado da MINHA música.
Caranguejo: Vocês dois podem achar divertido escutar essa cacofonia totalmente sem sentido, mas eu lhes asseguro que não é nada agradável para um compositor sensível ser submetido a essas dissonâncias vazias e torturantes e a esses ritmos sem sentido. Aquiles, eu achava que você tinha um bom sentido musical. Será que as suas músicas anteriores tinham mérito apenas por coincidências?
Aquiles: Por favor, desculpe-me, Sr. C. Eu estava tentando explorar os limites de sua notação musical. Quis saber que tipos de som resultam quando eu escrevo certos tipos de seqüências de notas e também como você avalia as peças escritas em diferentes estilos.
Caranguejo: Harrumph! Eu não sou uma máquina automática de música. Nem lata de lixo de porcarias musicais.

Aquiles: Sinto muito. Mas acho que aprendi bastante escrevendo essa pecinha e estou convencido de que agora posso escrever peças muito melhores do que as que escreveria se não tivesse testado a idéia. E se você tocar só mais uma peça minha, tenho muitas esperanças de que fará melhor juízo de minhas sensibilidades musicais.
Caranguejo: Está bem, está bem. Escreva e eu darei uma chance.

(Aquiles escreve:

$$\forall a:\forall b:\langle (a\cdot a) = (SS0\cdot(b\cdot b)) \supset a = 0\rangle$$

e o Caranguejo toca.)

Você tinha razão, Aquiles. Você parece ter recuperado totalmente sua acuidade musical. Isso é uma pequena jóia! Como você chegou a compor assim? Nunca ouvi nada igual. Obedece às regras da harmonia, mas também tem um certo – como dizer? – um certo encanto irracional. Não sei bem dizer por quê, mas eu gosto justamente por esse motivo.
Aquiles: Eu achava mesmo que você ia gostar.
Tartaruga: Você tem um nome para a música, Aquiles? Talvez pudesse chamá-la "A canção de Pitágoras". Você se recorda de que Pitágoras e seus seguidores estiveram entre os primeiros a estudar os sons musicais?
Aquiles: É verdade. Seria um bom título.
Caranguejo: Não foi também Pitágoras o primeiro a descobrir que a razão entre dois quadrados nunca pode ser igual a 2?
Tartaruga: Acho que você tem razão. Na época, foi considerada uma descoberta realmente sinistra, pois até então ninguém jamais imaginara que existem números – como a raiz quadrada de 2 – que não são razões de números inteiros. Assim, a descoberta foi muito perturbadora para os pitagóricos, que acharam que ela revelava um defeito insuspeitado e grotesco no mundo abstrato dos números. Mas eu não sei o que é que isso tem a ver com o nosso propósito.
Aquiles: Por falar em nosso propósito, aquela lá não é a casa de chá, lá no alto à nossa frente?
Tartaruga: É isso mesmo. Chegaremos lá em poucos minutos.
Aquiles: Hmmm... É o tempo de que eu preciso para assobiar para vocês a música que estava tocando no rádio do táxi que tomei hoje de manhã. Era assim.
Caranguejo: Espere um momento; vou apanhar um papel na minha mala e escrever a sua música. *(Vasculha a malinha e encontra uma folha em branco.)* Pode começar, estou pronto.

(Aquiles assobia uma música bastante demorada e o Caranguejo labuta para acompanhá-lo).

Você poderia assobiar de novo os últimos compassos?

Aquiles: Com muito gosto.

(Depois de umas duas repetições, a sessão termina e o Caranguejo mostra orgulhoso a sua transcriação:

$$<((SSSSS0 \cdot SSSSS0) + (SSSSS0 \cdot SSSSS0)) = ((SSSSSSS0 \cdot SSSSSSS0) + (S0 \cdot S0))$$
$$\wedge \sim\exists b:<\exists c:(Sc+b) = ((SSSSSSS0 \cdot SSSSSSS0) + (S0 \cdot S0)) \wedge \exists d:\exists d':\exists e:\exists e':$$
$$<\sim<d=e \vee d=e'> \wedge <b = ((Sd \cdot Sd) + (Sd' \cdot Sd')) \wedge b=((Se.Se) + (Se' \cdot Se'))>>>>$$

Então o Caranguejo toca a música.)

Tartaruga: É meio estranha, não é? Parece um pouco com música indiana.

Caranguejo: Eu acho que é simples demais para ser da Índia. Mas é verdade que eu sei muito pouco a esse respeito.

Tartaruga: Muito bem, chegamos à casa de chá. Vamos sentar aqui fora na varanda?

Caranguejo: Se vocês não se importam, eu prefiro ficar lá dentro. Já tomei sol suficiente, hoje.

(Eles entram na casa de chá, sentam-se a uma acolhedora mesa de madeira e pedem bolos e chá. Logo chega um carrinho cheio de guloseimas e cada um escolhe a sua favorita.)

Aquiles: Sabe, Sr. C, gostaria muito de saber o que você acha de uma outra peça que eu acabo de compor em minha cabeça.

Caranguejo: Por que você não me mostra? Escreva aqui neste guardanapo.

(Aquiles escreve:

$$\forall a:\exists b:\exists c:<\sim\exists d:\exists e:<(SSd \cdot SSe) = b \vee (SSd \cdot SSe) = c > \wedge (a+a) = (b+c)>$$

o Caranguejo e a Tartaruga estudam com interesse.)

Tartaruga: É outra peça bonita, em sua opinião, Sr. C?

Caranguejo: Bem, hmmm... *(Muda de posição na cadeira e parece um tanto incômodo.)*

Aquiles: Qual é o problema? É mais difícil decidir se esta peça é bonita ou não do que das outras vezes?

Caranguejo: Ahm... Não, não é isso – de jeito algum. É só que, bem... é que eu tenho primeiro que ESCUTAR uma música para poder dizer se gosto.

Aquiles: Então, vá lá e toque! Estou morrendo de curiosidade para saber se você vai achar bonita ou não.

Caranguejo: Claro; tocaria para você com muitíssimo prazer. A única coisa é que...

Aquiles: Você não pode tocar para mim? Qual é o problema? Por que você está hesitando?
Tartaruga: Você não vê, Aquiles, que seria descortês e inapropriado para com a clientela e os empregados deste fino estabelecimento se o Sr. Caranguejo satisfizesse o seu desejo aqui?
Caranguejo (de repente parecendo aliviado): É verdade. Não temos o direito de impor nossa música aos demais.
Aquiles (frustrado): ORA, BOLAS! E eu queria TANTO saber o que ele acha da minha peça!
Caranguejo: Puxa! Por pouco!
Aquiles: Como assim?
Caranguejo: Ah, nada. É que aquele garçom ali recebeu um encontrão do outro garçom e quase derrubou um bule de chá inteiro no colo de uma senhora. Foi por um triz. O que é que você achou, Sr. Tartaruga?
Tartaruga: Que coisa! Deve ser porque hoje é *chábado*. Você não acha, Aquiles?
Aquiles: E o *engrachado* é que me disseram que os garçons são primos entre si.
Caranguejo: Veja só! Bem, vocês estão aí, felizes, mas eu acho que tenho de ir embora; tenho que lograr chegar na minha casa, do outro lado da colina.
Aquiles: Quer dizer que você quer lograr?
Caranguejo: É isso aí, Aquiles.
Aquiles: Estou vendo. Vou-me lembrar disso.
Caranguejo: Foi uma tarde muito agradável, Aquiles, e eu espero sinceramente que possamos trocar novas composições musicais um outro dia.
Aquiles: Teria imenso prazer, Sr. C. Até logo.
Tartaruga: Até logo, Sr. C.

(E o Caranguejo desce pelo seu lado da colina.)

Aquiles: Que sujeito brilhante!... Na minha opinião, ele é pelo menos quatro vezes mais esperto que qualquer outro caranguejo. Ou talvez cinco...
Tartaruga: Como você disse no princípio e provavelmente dirá por todos os séculos dos séculos.

CAPÍTULO XVII

Church, Turing, Tarski e outros

Sistemas formais e informais

CHEGAMOS ao ponto em que podemos desenvolver uma das teses principais deste livro: que todos os aspectos do pensamento podem ser vistos como descrições de nível alto de um sistema que, em um nível baixo, é governado por regras simples e mesmo formais. O "sistema", evidentemente, é um cérebro – a menos que se esteja falando de processos de pensamento que fluem em outro meio, como os circuitos de um computador. A imagem é a de um sistema formal subjacente a um "sistema informal" – um sistema que pode, por exemplo, fazer trocadilhos, descobrir padrões numéricos, esquecer nomes, cometer erros incríveis no xadrez, e assim por diante. Isso é o que se vê do lado de fora: o nível informal, ostensivo, do *software*. Em contraste, ele tem um nível (ou "substrato") formal, oculto, do *hardware*, que é um mecanismo formidavelmente complexo, que efetua transições de estado para estado, de acordo com regras definidas, fisicamente incorporadas nele e em conformidade com o insumo de sinais que a ele chegam.

Não é necessário dizer que tal visão do cérebro apresenta conseqüências filosóficas e de outros tipos. Tentarei expor algumas delas neste capítulo. Entre outras coisas, essa visão parece implicar que, no fundo, o cérebro é um tipo de objeto "matemático". Na verdade, essa é, na melhor das hipóteses, uma maneira muito desajeitada de considerar o cérebro. A razão está em que, mesmo que o cérebro seja, em um sentido técnico e abstrato, um tipo de sistema formal, continua a ser verdade que os matemáticos operam somente com sistemas simples e elegantes, sistemas em que tudo está claramente definido – e o cérebro está a uma distância enorme disso, com seus dez bilhões ou mais de neurônios semi-independentes, quase aleatoriamente vinculados uns aos outros. Assim, os matemáticos jamais estudariam as redes de um cérebro real. E se se define "matemática" como aquilo que os matemáticos gostam de fazer, então as propriedades do cérebro não são matemáticas.

A única maneira de compreender um sistema tão complexo como o cérebro é estudá-lo em agrupamentos em níveis cada vez mais altos, com o que ocorre uma perda de precisão a cada passo. O que emerge no nível superior é o "sistema informal", que obedece a tantas regras, de tal complexidade, que ainda não dispomos de vocabulário para pensar a seu respeito. E isso é o que a pesquisa sobre inteligência artificial está empenhada em descobrir. Tal pesquisa é muito diferente da pesquisa matemática. Contudo, ela apresenta uma ligação fluida com a matemática: os estudiosos da IA com muita freqüência apresentam sólida base

matemática e por vezes os matemáticos ficam intrigados com o funcionamento de seus próprios cérebros. A passagem seguinte, retirada da autobiografia de Stanislaw Ulam, *Adventures of a mathematician* (*As aventuras de um matemático*), ilustra esse ponto:

> Parece-me que se poderia fazer mais para trazer à tona... a natureza das associações, com computadores proporcionando os meios de experimentação. Tal estudo teria de envolver uma gradação de noções, de símbolos, de classes de símbolos, de classes de classes, e assim por diante, da mesma maneira como se investiga a complexidade das estruturas matemáticas ou físicas.
> Tem de haver uma chave para a seqüência dos pensamentos, uma fórmula recorrente. Um grupo de neurônios começa a trabalhar automaticamente, por vezes sem impulso externo. É um tipo de processo iterativo, com um padrão crescente. Ele vagueia pelo cérebro e a maneira como isso acontece deve depender da memória de padrões similares.[1]

A intuição e o magnífico Caranguejo

A inteligência artificial é muitas vezes conhecida como IA. Freqüentemente, quando quero explicar o que se pretende dar a entender com essa sigla, digo que as letras IA poderiam perfeitamente representar "intuição artificial", ou mesmo "imagística artificial". O objetivo da IA é o de conhecer o que acontece quando uma mente escolhe, silenciosa e invisivelmente, dentre miríades de alternativas, aquela que faz mais sentido em uma situação muito complexa. Em muitas situações da vida real, o raciocínio dedutivo é inapropriado, não porque propicia respostas *erradas*, mas porque há demasiadas afirmações corretas mas *irrelevantes* que poderiam ser feitas; existem, simplesmente, coisas demais a se levar em conta simultaneamente para que o raciocínio, por si só, seja suficiente. Consideremos este minidiálogo:

"Outro dia, li no jornal que o..."
"Ah – você estava lendo? Segue-se que você tem olhos. Ou pelo menos *um* olho. Ou, talvez, que você tivesse pelo menos um olho *então*."

Um sentido do julgamento – "o que é importante e o que não o é"? – é necessário. Ligado a isso, está um sentido de simplicidade, um sentido de beleza. De onde vêm essas intuições? Como podem elas emergir a partir de um sistema formal subjacente?

No *Magnificaranguejo*, revelam-se alguns poderes incomuns da mente do Caranguejo. Em sua própria versão, seus poderes consistem meramente em que ele escuta música e distingue o *belo* do *não belo*. (Para ele, aparentemente, existe uma clara linha divisória.) Aquiles tem outra maneira de descrever as propriedades do Caranguejo: este divide as afirmações da Teoria dos Números nas categorias de *verdadeiro* e *falso*. Mas o Caranguejo sustenta que, se é que ele con-

segue fazê-lo, é por puro acidente, pois ele é, como ele mesmo reconhece, incompetente em matemática. No entanto, o que torna o desempenho do Caranguejo ainda mais impressionante para Aquiles é que ele parece representar uma violação direta de uma célebre conclusão da matemática com a qual Aquiles está familiarizado:

O TEOREMA DE CHURCH – Não existe nenhum método infalível para distinguir os teoremas da TNT dos não-teoremas.

Ele foi demonstrado em 1936 pelo lógico americano Alonzo Church. Intimamente relacionado com esse teorema está o que denomino:

O TEOREMA TARSKI-CHURCH-TURING – Não existe nenhum método infalível para distinguir as afirmações verdadeiras da Teoria dos Números das falsas.

A tese de Church-Turing

Para melhor compreender o Teorema de Church e o Teorema Tarski-Church-Turing, devemos, em primeiro lugar, descrever uma das idéias em que eles se baseiam: a *Tese Church-Turing* (muitas vezes denominada "Tese de Church"). Pois a Tese Church-Turing é certamente um dos conceitos mais importantes da filosofia da matemática, dos cérebros e do pensamento.

Na verdade, assim como o chá, a Tese Church-Turing pode ser servida mais ou menos forte. Assim, eu a apresentarei em diversas versões e consideremos o que elas implicam.

A primeira versão soa muito inocente – quase sem significação.

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO TAUTOLÓGICA – Os problemas de matemática somente podem ser resolvidos fazendo-se matemática.

Naturalmente, seu significado reside no significado de seus termos integrantes. Por "problema de matemática" quero dizer o problema de decidir se algum número possui ou não possui uma dada propriedade aritmética. Ocorre que, por meio da numeração Gödel e de artifícios de codificação correlatos, quase todo problema em qualquer ramo da matemática pode ser posto em sua forma, de modo que "problema de matemática" conserva seu significado ordinário. E quanto a "fazendo-se matemática?" Quando se tenta assegurar se um número possui uma propriedade, parece haver apenas um pequeno número de operações que se pode usar em combinação vez após vez – adição, multiplicação, conferência de igualdade ou desigualdade. Isto é, voltas compostas de tais operações parecem ser o único instrumento que temos que nos permite sondar o mundo dos números. Observe-se a palavra "parecem". É a palavra crítica sobre a qual reside a Tese Church-Turing. Podemos fazer uma revisão:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO CLÁSSICA – Suponha que haja um método que um ser consciente siga para separar números em duas classes. Suponha ainda que esse método sempre produza uma resposta dentro de um espaço finito de tempo, e que sempre dê a mesma resposta para um dado número. *Então:* existe um programa VoL terminante (isto é, uma função geral recorrente) que dá exatamente as mesmas respostas que o método do ser consciente produz.

A hipótese central, para torná-la clara, é que qualquer processo mental que divida números em dois tipos pode ser descrito sob a forma de um programa VoL. A crença intuitiva é que não há outros instrumentos que não aqueles de VoL, e que não há meios de empregar esses instrumentos de outra forma que não repetições ilimitadas (que VoL permite). A Tese Church-Turing não é um fato demonstrável no sentido de um teorema da matemática – é uma hipótese sobre os processos empregados pelo cérebro humano.

A versão dos processos públicos

Ora, algumas pessoas podem sentir que essa versão vindica em demasia. Podem colocar sua objeção da seguinte maneira: "Alguém como o Caranguejo pode existir – alguém com uma percepção quase mística da matemática, mas que está tão no escuro quanto às suas próprias capacidades peculiares quanto qualquer outro ser – e talvez os mecanismos mentais daquela pessoa executem operações que não têm contrapartida em VoL". A idéia é que talvez tenhamos um potencial subconsciente para fazer coisas que transcende os processos conscientes – coisas que são algo inexpressáveis em termos das operações elementares de VoL. Para esses que objetam, daremos uma versão mais fraca da tese, uma que distinga entre processos mentais públicos e privados:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO DOS PROCESSOS PÚBLICOS – Suponha que haja um método que um ser consciente siga para separar números em duas classes. Suponha ainda que esse método sempre produz uma resposta dentro de um espaço finito de tempo, e que sempre dá a mesma resposta para um dado número. *Condição:* suponha também que esse método possa ser comunicado de maneira confiável de um ser consciente para outro, por meio da linguagem. *Então:* existe um programa VoL terminante (isto é, função recorrente geral) que dá exatamente as mesmas respostas que o método do ser consciente.

Isso diz que os métodos públicos são sujeitos à "VoLificação", mas nada afirma sobre os métodos privados. Não afirma que são não-VoLáveis, mas pelo menos deixa a porta aberta.

Srinivasa Ramanujan

Como evidência contra qualquer versão mais forte da Tese Church-Turing, consideremos o caso do famoso matemático indiano do primeiro quarto do século XX, Srinivasa Ramanujan (1887-1920). Ramanujan (figura 105) veio de Tamil Nadu, a parte mais meridional da Índia, e estudou um pouco de matemática na escola secundária. Um dia, alguém que reconheceu o talento de Ramanujan para a matemática presenteou-o com uma cópia de um livro texto ligeiramente desatualizado, a respeito de análise, que Ramanujan devorou (em sentido figurado). Ele então começou a fazer suas próprias incursões pelo mundo da análise, e quando tinha vinte e três anos de idade, já havia feito um número de descobertas que considerava digno de nota. Não sabia a quem recorrer, mas soube de um professor de matemática na distante Inglaterra, chamado G. H. Hardy. Ramanujan compilou seus melhores resultados em um pacote de papéis e os enviou ao desavisado Hardy com uma carta de introdução, que seus amigos o auxiliaram a expressar em inglês. Abaixo estão alguns trechos tirados da descrição de Hardy a respeito de sua reação, ao receber o calhamaço:



FIGURA 105. Srinivasa Ramanujan e uma de suas estranhas melodias indianas

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{e^{-2\pi\sqrt{5}}}{1+\cfrac{e^{-4\pi\sqrt{5}}}{1+\cfrac{e^{-6\pi\sqrt{5}}}{1+\ddots}}}} = \left(\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt[5]{5^{3/4}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{5/2}-1}} - \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)e^{2\pi/\sqrt{5}}$$

> ...Logo se tornou óbvio que Ramanujan tinha de possuir muitos outros teoremas gerais, e guardava grande quantidade deles como trunfo... [Algumas fórmulas] derrotaram-me completamente; nunca vira algo no mínimo parecido com elas. Um único exame delas é suficiente para mostrar que só poderiam ter sido escritas por um matemático do mais alto nível. Têm de ser verdadeiras porque, se não o fossem, ninguém teria tido a imaginação de inventá-las. Finalmente... o escritor tem de ser completamente honesto, porque os grandes matemáticos são mais comuns que os ladrões ou os embusteiros de habilidade tão incrível.[2]

O que resultou dessa correspondência foi que Ramanujan veio à Inglaterra em 1913, patrocinado por Hardy; e então seguiu-se uma intensa colaboração, que terminou com o desaparecimento prematuro de Ramanujan, aos trinta e três anos, vitimado pela tuberculose.

Ramanujan possuía diversas características extraordinárias que o distinguiam da maioria dos matemáticos. Uma era sua ausência de rigor. Com freqüência, ele simplesmente enunciaria um resultado que, insistiria ele, tinha-lhe acabado de vir de uma vaga fonte intuitiva, distante do mundo da investigação consciente. Com efeito, ele sempre dizia que a deusa Namagiri o inspirava em seus sonhos. Isso acontecia repetidas vezes, e o que tornava isso ainda mais mistificante – talvez mesmo imbuído de uma certa qualidade mística – era o fato de que muitos de seus "teoremas-intuições" estavam *errados*. Ora, há um efeito paradoxal curioso em que às vezes um evento que você crê que não poderia fazer outra coisa senão tornar as pessoas crédulas um pouco mais céticas tem, na verdade, efeito inverso, atingindo os crédulos em algum ponto vulnerável de suas mentes, atormentando-os com a sugestão de algum lado irracional desconcertante da natureza humana. Era esse o caso dos disparates de Ramanujan: muitas pessoas educadas com vontade de acreditar em algo daquele tipo consideravam os poderes intuitivos de Ramanujan evidência de uma percepção mística da verdade, e o fato de sua falibilidade parecia reforçar tais crenças, ao invés de enfraquecê-las.

Naturalmente, o fato de vir de uma das partes mais atrasadas da Índia, onde o faquirismo e outros lúgubres rituais indianos eram praticados há milênios, e ainda o eram, com uma freqüência que provavelmente excedia à do ensino de alta matemática, não incomodava. E seus ocasionais lampejos equivocados de percepção, ao invés de sugerir às pessoas que ele era simplesmente humano, inspiraram, paradoxalmente, a idéia de que os equívocos de Ramanujan sempre tinham alguma espécie de "acerto mais profundo" – um acerto "oriental", tocando talvez verdades inacessíveis a mentes ocidentais. Que pensamento delicioso, quase irresistível! Mesmo Hardy – que teria sido o primeiro a negar que Ramanujan tivesse quaisquer poderes místicos – escreveu uma vez sobre um dos fracassos de Ramanujan: "E, ainda assim, não estou certo de que, de alguma forma, seu fracasso não foi mais maravilhoso que qualquer de seus triunfos".

A outra característica notável da personalidade matemática de Ramanujan era sua "amizade com os números inteiros", conforme colocado por seu colega Littlewood. Essa é uma característica que é compartilhada por um razoável número de matemáticos em algum grau, mas que Ramanujan possuía ao extremo. Há duas anedotas que ilustram esse poder especial. A primeira é contada por Hardy:

> Recordo-me de ir vê-lo uma vez, quando estava enfermo em Putney. Tinha tomado um táxi de número 1.729, e observei que o número me parecia desinteressante, e que esperava que isso não fosse um augúrio desfavorável. "Não", ele respondeu, "é um número muito interessante; é o menor número expressável como uma soma de dois cubos em duas maneiras diferentes." Perguntei, naturalmente, se ele sabia a resposta do problema correspondente para quartas potências; e ele respondeu, depois de pensar um momento, que não podia ver um exemplo óbvio, e achava que o primeiro desses números devia ser muito grande.[3]

Ocorre que a resposta para as quartas potências é:

$$635318657 = 134^4 + 133^4 = 158^4 + 59^4$$

O leitor poderá interessar-se em trabalhar no problema análogo para os quadrados, que é muito mais fácil.

Na verdade, é bastante interessante ponderar por que Hardy saltou imediatamente para as quartas potências. Afinal, há várias outras generalizações razoavelmente naturais da equação:

$$u^3 + v^3 = x^3 + y^3$$

ao longo de dimensões diferentes. Por exemplo, há a questão sobre a representação de um número em três maneiras distintas como a soma de dois cubos:

$$r^3 + s^3 = u^3 + v^3 = x^3 + y^3$$

Ou podem-sé empregar três cubos diferentes:

$$u^3 + v^3 + w^3 = x^3 + y^3 + z^3$$

Ou pode-se mesmo fazer uma grande generalização em todas as dimensões imediatamente:

$$r^4 + s^4 + t^4 = u^4 + v^4 + w^4 = x^4 + y^4 + z^4$$

Há, porém, um sentido em que a generalização de Hardy é "a mais parecida com a de um matemático". Poderia esse sentido de estética matemática ser programado?

A outra anedota é tirada de uma biografia de Ramanujan por seu patrício S. R. Ranganathan, em que é denominada "Lampejo de Ramanujan". É contada por um amigo indiano de Ramanujan dos dias de Cambridge, Dr. P. C. Mahalanobis.

> Em outra ocasião, fui a seu aposento almoçar com ele. A Primeira Guerra Mundial havia iniciado pouco tempo antes. Tinha comigo uma cópia da revista mensal *Strand Magazine*, que na época costumava publicar vários quebra-cabeças para serem resolvidos pelos leitores. Ramanujan estava mexendo alguma coisa numa panela sobre o fogo, para nosso almoço. Eu estava sentado próximo à mesa, folheando a revista. Interessei-me por um problema que envolvia uma relação entre dois números. Dois oficiais britânicos haviam sido acomodados em Paris em duas casas diferentes de uma rua comprida; os números das portas dessas casas se relacionavam de maneira especial; o problema consistia em descobrir os dois números. Não era tão difícil. Encontrei a solução em alguns minutos, por tentativa e erro.
> MAHALANOBIS (em tom de brincadeira): Ora, aqui está um problema para você.
> RAMANUJAN: Que problema, diga-me. (Continuou mexendo na panela.)
> Li alto a pergunta do *Strand Magazine*.
> RAMANUJAN: Por favor, anote a solução. (Ditou uma fração contínua.)
> O primeiro termo era a solução que eu havia obtido. Cada termo consecutivo representava soluções consecutivas para o mesmo tipo de relação entre dois números, uma vez que o número de casas na rua aumentaria indefinidamente. Fiquei impressionado.
> MAHALANOBIS: Você conseguiu a solução em um lampejo?
> RAMANUJAN: Imediatamente após ouvir o problema, estava claro que a solução era, obviamente, uma fração contínua; então pensei: "Que fração contínua?" E a resposta me veio à mente. Assim, simplesmente.[4]

Perguntava-se sempre a Hardy, como o colaborador mais íntimo de Ramanujan, após a morte deste, se houvera quaisquer elementos ocultos, ou temperados exoticamente de outra forma, no estilo de pensar de Ramanujan. Aqui está um comentário feito por Hardy:

> Sempre fui inquirido se Ramanujan tinha algum segredo especial; se seus métodos diferiam em gênero dos métodos de outros matemáticos; se havia algo realmente anormal em sua modalidade de pensamento. Não posso responder a essas perguntas com qualquer segurança ou convicção; mas não acredito nisso. Minha crença é que todos os matemáticos, no fundo, pensam do mesmo jeito, e que Ramanujan não foi exceção.[5]

Aqui Hardy enuncia, na essência, sua própria versão da Tese Church-Turing. Parafraseio:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO DE HARDY – No fundo, todos os matemáticos são isomórficos.

Isso não equaciona o potencial matemático dos matemáticos com o das funções recorrentes gerais; para isso, todavia, tudo o que se necessita é mostrar que a capacidade mental de *alguns* matemáticos não é mais geral que as funções recorrentes. Então, se se crê na Versão de Hardy, sabe-se que vale para *todos* os matemáticos.

Em seguida, Hardy compara Ramanujan com prodígios de cálculo:

> Com sua memória, sua paciência e seu poder de cálculo, ele combinava *um poder de generalização, um sentido para a forma e uma capacidade para modificação rápida de suas hipóteses,* que eram sempre assustadoras, e tornaram-no, em seu campo, insuperável em seu tempo.[7]

A parte dessa passagem colocada em itálico parece-me uma caracterização excelente de algumas das características mais sutis da inteligência em geral. Finalmente, Hardy conclui de maneira um tanto nostálgica:

> [Seu trabalho] não possui a simplicidade e a inevitabilidade dos grandes trabalhos; seria maior se fosse menos estranho. Possui um dom que ninguém pode negar – originalidade profunda e invencível. Provavelmente, ele talvez tivesse sido um matemático de maior importância se tivesse sido apanhado e domado um pouco em sua infância; teria descoberto mais do que era novo, e, sem dúvida, de maior importância. Por outro lado, teria sido menos Ramanujan e mais um professor europeu, e a perda poderia ter sido maior que o ganho.[8]

A estima de Hardy por Ramanujan é revelada pela maneira romântica em que fala deste.

Idiots savants

Há uma outra classe de pessoas cuja capacidade matemática parece desafiar a explicação racional – os chamados *idiots savants*, que podem executar cálculos complexos em suas cabeças (ou onde quer que o façam) com incrível velocidade. Johann Martin Zacharias Dase, que viveu de 1824 a 1861, e foi empregado por vários governos europeus para executar computações, é um exemplo notável. Ele podia não apenas multiplicar dois números, cada um com cem dígitos, mas também possuía um sentido fantástico de quantidade. Isto é, ele podia simplesmente "dizer", sem contar, quantas ovelhas havia em um campo, ou quantas palavras em uma sentença, e assim por diante, até aproximadamente 30 – isso em contraste com a maioria de nós, que possui tal sentido até seis, com segurança. A propósito, Dase não era um idiota.

Não descreverei os muitos e fascinantes casos documentados de "calculadores-relâmpago", pois esse não é o meu propósito aqui. Mas sinto que é importante desvanecer a idéia de que eles o fazem por meio de algum método mis-

terioso, não analisável. Embora seja freqüente o caso em que a capacidade de cálculo de tais magos exceda em muito sua capacidade de explicar seus resultados, de vez em quando surge uma pessoa com outros dons intelectuais e que também tem essa capacidade espetacular com números. A partir da introspecção de tais pessoas, como também de uma pesquisa ampla por parte de psicólogos, foi comprovado que nada de oculto acontece durante as execuções de cálculos-relâmpago, mas, simplesmente, suas mentes correm velozmente por meio de passos intermediários com o tipo de autoconfiança que um atleta natural tem ao executar um movimento complicado rápida e graciosamente. Não chegam a suas respostas por algum tipo de lampejo instantâneo de iluminação (embora, subjetivamente, possa parecer assim a alguns deles), mas – como todos nós – por cálculo seqüencial, o que vale dizer, por meio de VoLagem (ou VoDagem).

A propósito, uma das pistas mais óbvias de que não existe uma "linha direta com Deus" é o simples fato de que, quando os números envolvidos tornam-se maiores, as respostas tornam-se mais lentas. Presumivelmente, se Deus ou um "oráculo" estivesse fornecendo as respostas, não teria de reduzir a velocidade quando os números se tornassem maiores. Poder-se-ia, provavelmente, fazer um diagrama interessante, mostrando como o tempo levado por um calculador relâmpago varia de acordo com os tamanhos dos números e das operações envolvidos, e a partir daí deduzir-se algumas características dos algoritmos empregados.

A versão do isomorfismo da Tese Church-Turing

Finalmente, isso nos traz a uma versão clássica reforçada da Tese Church-Turing:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO DO ISOMORFISMO – Suponha que haja um método que um ser consciente segue para separar números em duas classes. Suponha ainda que esse método sempre produz uma resposta dentro de um espaço finito de tempo, e que sempre dê a mesma resposta para um dado número. *Então:* existe um programa terminante VoL (isto é, funções recorrentes gerais) que dá exatamente as mesmas respostas que o método do ser consciente. *Ademais:* o processo mental e o programa VoL são isomórficos no sentido de que, em algum nível, há uma correspondência entre os passos executados tanto no computador quanto no cérebro.

Observe-se que não apenas a conclusão foi reforçada, mas também a condição da comunicabilidade da pusilânime Versão dos Processos Públicos foi abandonada. Essa ousada versão é a que passaremos a discutir.

Em resumo, essa versão afirma que, quando se computa algo, a atividade mental pode ser espelhada de maneira isomórfica em algum programa VoL. Convém esclarecer que isso não significa que o cérebro está, na verdade, ro-

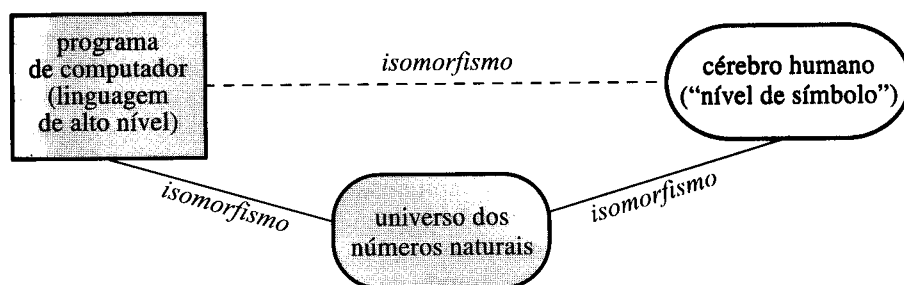


FIGURA 106. O comportamento dos números naturais pode ser espelhado em um cérebro humano ou nos programas de um computador. Essas duas representações diferentes podem, então, ser mapeadas umas sobre as outras em um nível apropriadamente abstrato

dando um programa VoL, escrito na linguagem VoL, completo, com **INÍCIO**, **FIM**, **INTERROMPER**, e outros – não se trata disso. Ocorre que os passos são tomados na mesma ordem em que seriam em um programa VoL, e a estrutura lógica do cálculo pode ser espelhada em um programa VoL.

Ora, a fim de fazer com que essa idéia faça sentido, teremos de fazer algumas distinções de nível tanto no computador como no cérebro, pois, de outra forma, ela poderia ser mal interpretada como um grande disparate. Presumivelmente, os passos dos cálculos em execução na cabeça de uma pessoa são do mais alto nível e apóiam-se em níveis mais baixos e, eventualmente, no *hardware*. Assim, se falamos de um isomorfismo, isso quer dizer que presumimos, tacitamente, que o nível mais alto pode ser isolado, permitindo-nos discutir o que ocorre ali, independentemente de outros níveis, e então sobrepor aquele nível mais alto a VoL. Mais precisamente, a premissa é que existem entidades de *software* que desempenham os papéis de várias construções matemáticas e que são acionadas de maneiras que podem ser espelhadas fielmente dentro de VoL (ver figura 106). O que permite a existência dessas entidades de *software* é a infra-estrutura inteira discutida nos capítulos XI e XII, como também no *Prelúdio, fuga da formiga*. Não há afirmação de atividade isomórfica nos níveis mais baixos do cérebro e do computador (por exemplo, neurônios e *bits*).

O espírito da Versão do Isomorfismo, se não a letra, é transmitido dizendo-se que o que um *idiot savant* faz ao calcular, digamos, o logaritmo de *pi* é isomórfico ao que uma calculadora de bolso faz ao calculá-lo – enquanto o isomorfismo conserva o nível de passo aritmético, *não* nos níveis mais baixos dos neurônios, naquele caso, e no dos circuitos integrados, no outro caso. (Naturalmente, podem ser seguidos cursos diferentes ao se calcular qualquer coisa – mas, presumivelmente, a calculadora de bolso, se não o ser humano, poderia ser instruída a calcular a resposta de qualquer maneira específica.)

Representação do conhecimento sobre o mundo real

Ora, isso parece bastante plausível quando o domínio a que se refere é a Teoria dos Números, pois nela o universo em que as coisas ocorrem é muito pequeno e limpo. Seus limites, residentes e regras são bem definidos, assim como em um labirinto de linhas retas. Tal mundo é muito menos complicado que o mundo aberto e pouco definido que habitamos. Um problema da Teoria dos Números, uma vez enunciado, é completo em si e de si próprio. Um problema do mundo real, por outro lado, nunca está isolado de qualquer parte do mundo com certeza absoluta. Por exemplo, a tarefa de substituir uma lâmpada queimada pode vir a exigir a retirada de um saco de lixo; isto pode fazer com que caia uma caixa de pílulas, de maneira inesperada, o que então força a limpeza do chão, a fim de evitar que o cão as coma, etc. As pílulas, o lixo e o cão são todos partes do mundo com relações bem distantes – entretanto, é criada uma conexão íntima por algumas ocorrências cotidianas. E não há como prever o que mais poderia ser adicionado por meio de algumas outras pequenas variações sobre o esperado. Em contraste, ao se lidar com um problema da Teoria dos Números, nunca se tem de considerar coisas alheias, como pílulas, cães, sacos de lixo ou vassouras para se chegar à solução do problema. (Naturalmente, o conhecimento intuitivo de tais objetos pode ser proveitoso ao se tentar fabricar, inconscientemente, imagens mentais que auxiliem na visualização do problema em termos geométricos – mas isso é outra questão.)

Em função da complexidade do mundo, é difícil imaginar uma pequena calculadora de bolso que possa responder a perguntas que lhe são colocadas quando se apertam alguns botões com rótulos como "cão", "lixo", "lâmpada", e assim por diante. Com efeito, até agora foi comprovado que é extremamente complicado fazer com que um computador de grande porte e alta velocidade responda a perguntas sobre o que nos parecem subdomínios bastante simples do mundo real. Ao que parece, é necessário levar em consideração uma grande quantidade de conhecimento, de maneira altamente integrada, para que ocorra a "compreensão". Podemos assemelhar os processos de pensamento do mundo real a uma árvore cuja parte visível está fortemente acima do solo, mas tem dependência vital de suas raízes invisíveis, que se estendem bem abaixo do solo, dando-lhe estabilidade e alimento. Nesse caso, as raízes simbolizam os processos complexos que ocorrem abaixo do nível consciente da mente – processos cujos efeitos permeiam a maneira que pensamos, mas dos quais não temos consciência. Esses são os "padrões de acionamento de símbolos" que foram discutidos nos capítulos XI e XII.

O pensamento no mundo real é bem diferente do que ocorre quando efetuamos uma multiplicação de dois números, em que tudo está "acima do solo", por assim dizer, aberto à inspeção. Na aritmética, o nível de cima pode ser separado e implementado de maneira igualmente eficaz em muitos tipos de *hardware*: máquinas de somar mecânicas, calculadoras de bolso, computadores de grande porte, cérebros de pessoas, e assim por diante. É nisso que consiste a Tese Chur-

ch-Turing. Mas, no caso da compreensão do mundo real, parece que não há maneira simples de separar o nível de cima e programá-lo isoladamente. Os padrões de acionamento de símbolos são demasiado complexos. Tem de haver vários níveis por meio dos quais os pensamentos possam "filtrar" e "borbulhar".

Em particular – e isso retorna a um tema importante dos capítulos XI e XII – a representação do mundo real no cérebro, embora fundamentada, em alguma medida, no isomorfismo, envolve alguns elementos que não possuem contrapartida alguma no mundo exterior. Isto é, há muito mais nisso que simples estruturas mentais que representam "cão", "vassoura", etc. Todos esses símbolos existem, por certo – mas suas estruturas internas são extremamente complexas e, em grande medida, não são disponíveis para a inspeção consciente. Além disso, buscar-se-ia em vão mapear cada aspecto da estrutura interna de um símbolo sobre alguma característica específica do mundo real.

Processos que não são tão separáveis

Por essa razão, o cérebro começa a parecer com um sistema formal muito peculiar, pois em seu nível mais baixo – onde as "regras" operam e modificam o estado – pode não haver interpretação dos elementos primitivos (acionamentos neurais, ou mesmo talvez eventos de nível mais baixo). Entretanto, no nível mais alto, surge uma interpretação significativa – um mapeamento a partir das grandes "nuvens" de atividade neural, que temos denominado "símbolos", sobre o mundo real. Há alguma semelhança com a construção de Gödel, na medida em que um isomorfismo de alto nível permite que possa um alto nível de significado ser lido em forma de cadeias; mas, na construção de Gödel, o significado de nível mais alto "viaja" no nível mais baixo – isto é, deriva do nível mais baixo, uma vez introduzida a noção da numeração Gödel. Mas no cérebro os eventos no nível neural *não* são objeto de interpretação do mundo real; simplesmente não estão imitando coisa alguma. Estão ali puramente como substrato para sustentar o nível mais alto, da mesma forma que os transistores de uma calculadora de bolso estão ali puramente para sustentar sua atividade de espelhamento de números. E a implicação é que não há meio de separar somente o nível mais alto e fazer uma cópia isomórfica em um programa; se se vai espelhar os processos cerebrais que permitem a compreensão do mundo real, então *tem-se* de espelhar algumas das coisas de nível mais baixo que estão ocorrendo: as "linguagens do cérebro". Isso não significa, necessariamente, que se tem de ir ao fundo, até o nível do *hardware*, embora esse possa ser o caso.

No curso do desenvolvimento de um programa com o objetivo de atingir uma representação "inteligente" (a saber, semelhante à humana) do que está "lá fora", seremos forçados, em algum ponto, a utilizar estruturas e processos que não admitem quaisquer interpretações diretas – isto é, que não podem ser mapeadas diretamente sobre elementos da realidade. Essas camadas mais baixas do programa serão compreendidas somente por sua relação catalítica com as ca-

madas acima delas, e não por causa de alguma ligação direta que tenham com o mundo exterior. (Uma imagem concreta dessa idéia foi sugerida pelo Tamanduá na *Fuga da formiga:* o "pesadelo indescritivelmente chato" de tentar compreender um livro no nível das letras.)

Pessoalmente, penso que tal arquitetura de níveis múltiplos de sistemas de manipulação de conceitos torna-se necessária apenas quando os processos que envolvem imagens e analogias passam a ser elementos significativos do programa – em contraste com processos que se destinem a executar raciocínio estritamente dedutivo. Os processos que executam raciocínio dedutivo podem ser programados, essencialmente, em um único nível, e são, portanto, separáveis por definição. De acordo com minha hipótese, a imaginação e os processos de pensamento analógico requerem, então, vários níveis de substrato, e são, portanto, intrinsecamente não-separáveis. Creio ainda que é precisamente neste ponto que a criatividade começa a surgir – o que implicaria que a criatividade depende intrinsecamente de certos tipos de eventos de nível mais baixo "ininterpretáveis". As camadas de sustentação do pensamento analógico são, naturalmente, de extremo interesse, e algumas especulações sobre sua natureza serão oferecidas nos próximos dois capítulos.

Artigos de fé reducionistas

Uma maneira de pensar a respeito da relação entre os níveis mais altos e os mais baixos do cérebro é esta: poder-se-ia montar uma rede neural que, em um nível local (de neurônio para neurônio), tivesse um desempenho indistinguível de uma rede neural no cérebro, mas que não tivesse qualquer significado de nível mais alto. O fato de o nível mais baixo ser composto de neurônios que atuam uns sobre os outros não força, necessariamente, o surgimento de qual-

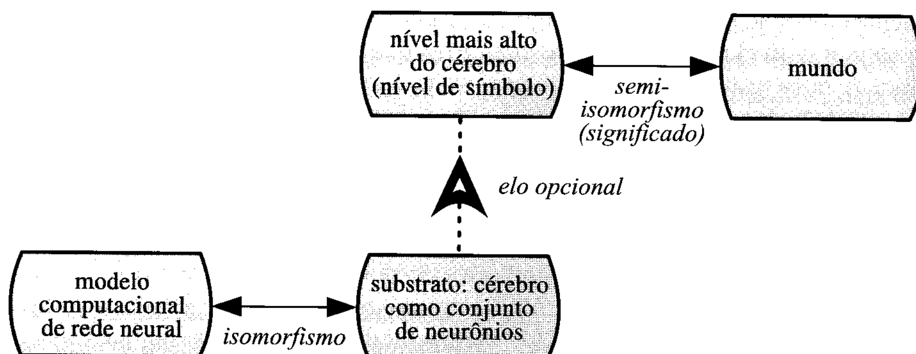


FIGURA 107. Flutuando na atividade neural, o nível de símbolo do cérebro espelha o mundo. Mas a atividade neural por si só, que pode ser simulada em um computador, não cria o pensamento; isso exige níveis mais altos de organização

quer nível mais alto de significado – não mais que o fato de uma sopa de letrinhas que contenha letras faça com que surjam orações com significado, boiando no prato. O significado de alto nível é uma característica opcional de uma rede neural – o qual pode surgir como conseqüência de pressões evolucionárias do meio ambiente.

A figura 107 é um diagrama que ilustra o fato de que a emergência de um nível mais alto de significado é opcional. A seta apontando para cima indica que pode ocorrer um substrato sem um nível mais alto de significado, mas não vice-versa: o nível mais alto tem de ser derivado de propriedades de um outro nível mais baixo.

O diagrama inclui uma indicação de uma simulação, por computador, de uma rede neural. Isso é viável, em princípio, não importa quão complicada seja a rede, desde que o comportamento dos neurônios individuais possa ser descrito em termos de computações que um computador pode executar. Esse é um postulado sutil que poucas pessoas pensam até em questionar. Não obstante, é uma peça de "fé reducionista"; poderia ser considerado uma "Versão Microscópica" da Tese Church-Turing. A seguir enunciamo-la explicitamente:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO MICROSCÓPICA – O comportamento dos componentes de um ser vivo pode ser simulado em um computador. Isto é, o comportamento de qualquer componente (presumido ser, tipicamente, uma célula) pode ser calculado por um programa VoL (isto é, função recorrente geral) em qualquer grau de precisão desejado, dada uma descrição suficientemente precisa do estado interno do componente e do meio ambiente local.

Essa versão da Tese Church-Turing diz que os processos cerebrais não possuem mais mística – embora possuam mais níveis de organização – do que, por exemplo, processos estomacais. Seria impensável, nos dias de hoje, sugerir que as pessoas digerem sua comida não por meio de processos químicos ordinários, mas por uma espécie de "assimilação" misteriosa e mágica. Essa versão da Tese CT apenas estende este tipo de raciocínio sensato aos processos cerebrais. Em resumo, a fé de que o cérebro opera de uma maneira que é, em princípio, compreensível. É uma peça de fé reducionista.

Um corolário da Tese Microscópica CT é esta nova versão macroscópica, um tanto compacta:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO REDUCIONISTA – Todos os processos cerebrais derivam de um substrato computável.

Essa afirmação é sobre a sustentação teórica mais forte que se poderia dar em favor da eventual possibilidade de concepção da inteligência artificial.

Naturalmente, a pesquisa de inteligência artificial não objetiva simular redes neurais, pois está baseada em outro tipo de fé: a de que provavelmente existem características significativas de inteligência que podem pairar sobre

espécies inteiramente diferentes de substratos que as dos cérebros orgânicos. A figura 108 mostra as relações presumíveis entre a inteligência artificial, a inteligência natural e o mundo real.

Progresso paralelo em IA e estímulo do cérebro?

A idéia de que, se a IA vier a ser alcançada, o *hardware* real do cérebro pode um dia ter de ser simulado ou duplicado é, pelo menos por enquanto, um pensamento bastante execrável para muitos dos que trabalham com IA. Ainda assim, indaga-se: "Quão acuradamente precisaremos copiar o cérebro para alcançar a IA?" A resposta real é, provavelmente, que tudo depende de quantas das características da consciência humana se deseja similar.

A capacidade de jogar damas bem é um indicador suficiente de inteligência? Se for esse o caso, então a IA já existe, uma vez que os programas de jogos de damas são de alto nível. Ou será a inteligência uma capacidade de integrar funções simbolicamente, como em uma aula de cálculo para calouros? Se for esse o caso, então a IA já existe, uma vez que as rotinas de integração simbólica superam as melhores pessoas na maioria dos casos. Ou será a inteligência a capacidade de jogar xadrez bem? Se for esse o caso, então a IA está bem adiantada, uma vez que os programas de jogar xadrez podem derrotar a maioria dos bons amadores; e o nível de xadrez artificial continuará, provavelmente, a melhorar lentamente.

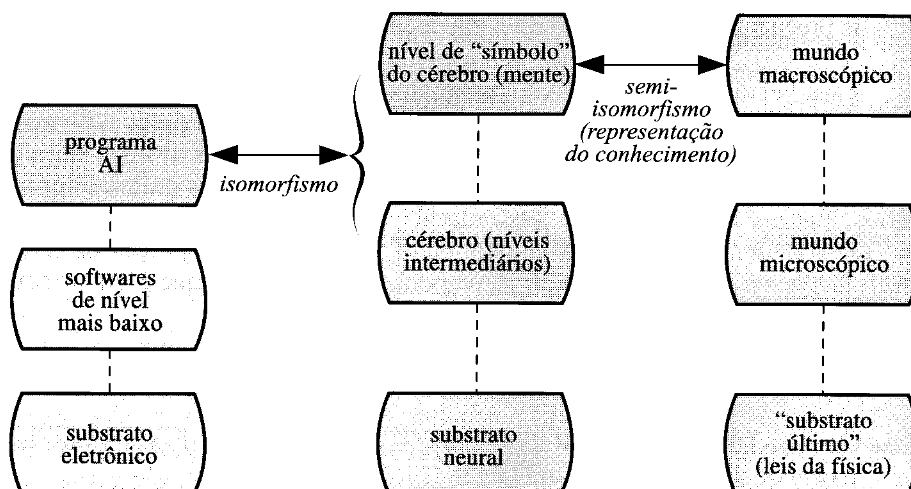


FIGURA 108. Crucial para o esforço de pesquisa sobre inteligência artificial é a noção de que os níveis simbólicos da mente podem ser "separados" de seu substrato neural e implementados em outro meio, como o substrato eletrônico dos computadores. No momento, desconhece-se completamente a que profundidade o processo de cópia do cérebro tem de ir

Historicamente, as pessoas têm sido ingênuas sobre que qualidades, no caso de serem mecanizadas, constituiriam, inegavelmente, a inteligência. Às vezes parece que cada novo passo dado em direção à IA, ao invés de produzir algo que todos concordam ser inteligência real, apenas revela o que a inteligência real *não* é. Se a inteligência envolve aprender, criatividade, respostas emocionais, um sentido de beleza, um sentido de si próprio, então o caminho adiante é longo, e pode ser que isso somente seja atingido quando tivermos duplicado totalmente um cérebro humano.

A beleza, o Caranguejo e a alma

Ora, o que tem isso tudo a dizer a respeito do desempenho de virtuoso do Caranguejo, diante de Aquiles? Há duas questões anuviadas aqui. São elas:

(1) Poderia qualquer processo cerebral, sob quaisquer circunstâncias, distinguir de maneira completamente confiável entre afirmações falsas e verdadeiras da TNT sem violar a Tese Church-Turing – ou tal ato é, em princípio, impossível?
(2) A percepção da beleza é um processo cerebral?

Em primeiro lugar, em resposta a (1), se são permitidas violações da Tese Church-Turing, então não parece haver obstáculo fundamental aos eventos estranhos do diálogo. Dessa forma, o que nos interessa é se alguém que crê na Tese Church-Turing teria de desacreditar a capacidade do Caranguejo. Bem, tudo depende de em que versão da Tese CT se crê. Por exemplo, se se aceita somente a Versão dos Processos Públicos, então poder-se-ia harmonizar o comportamento do Caranguejo a ela com muita facilidade, postulando que a capacidade do Caranguejo não é comunicável. De maneira contrária, se se crê na Versão Reducionista, será difícil acreditar na capacidade ostensiva do Caranguejo (por causa do Teorema de Church – a ser demonstrado brevemente). Acreditar em versões intermediárias permite uma certa quantidade de desprendimento na questão. Naturalmente, trocar de posição de acordo com a conveniência permite um não cometimento ainda maior.

Parece apropriado apresentar uma nova versão da Tese CT, uma que é tacitamente adotada por vastas quantidades de pessoas e que foi lançada por vários autores, de maneiras diversas. Alguns dos mais famosos são: os filósofos Hubert Dreyfus, S. Jaki, Mortimer Taube e J. R. Lucas; o biólogo e filósofo Michael Polanyi (um holista por excelência); o ilustre neurofisiólogo australiano John Eccles. Tenho certeza de que há muitos outros autores que expressaram idéias similares, e incontáveis leitores que lhe são simpáticos. Tentei, a seguir, resumir sua posição conjunta. Provavelmente, não lhes fiz justiça, mas tentei transmitir o sabor tão acuradamente quanto pude:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO DOS ESSENCIALISTAS – Algumas coisas que um cérebro pode fazer podem ser vagamente copiadas em um computador, mas não

a maior parte delas, e certamente não as interessantes. Mas, de toda forma, mesmo se fosse possível fazê-lo com todas, ainda restaria a alma por explicar, e não há meio de os computadores terem relação com ela.

Essa versão relaciona-se com a narrativa do *Magnificaranguejo* de duas maneiras. Em primeiro lugar, seus adeptos provavelmente considerariam a história tola e implausível, mas não proibida, em princípio. Em segundo lugar, provavelmente sustentariam que a apreciação de qualidades como a beleza é uma daquelas propriedades associadas à indefinível alma, sendo, portanto, intrinsecamente possível apenas para os humanos, e não para simples máquinas.

Voltaremos a este segundo ponto em um momento; mas, primeiramente, enquanto estamos no assunto dos "essencialistas", temos de exibir esta última versão de uma maneira ainda mais extrema, uma vez que é a forma atualmente sustentada por grande número de pessoas bem educadas:

TESE CHURCH-TURING, VERSÃO THEODORE ROSZAK – Os computadores são ridículos. Assim também é a ciência em geral.

Esta visão prevalece entre certas pessoas que vêem em qualquer coisa que tenha vestígios de números, ou de precisão, uma ameaça aos valores humanos. É uma pena que não apreciem a profundidade, a complexidade e a beleza envolvidas na exploração de estruturas abstratas como a mente humana, onde se tem, realmente, contato íntimo com as questões fundamentais sobre o que é ser humano.

Retornando à beleza, íamos considerar se a apreciação da beleza é um processo cerebral e, se fosse esse o caso, se é imitável por um computador. Os que acreditam que ela não é responsabilidade do cérebro dificilmente acreditarão que um computador pode possuí-la. Os que crêem que é um processo cerebral dividem-se, novamente, de acordo com a versão da Tese Church-Turing em que acreditam. Um reducionista total acreditaria que qualquer processo cerebral pode, em princípio, ser transformado em um programa de computador; outros, contudo, podem sentir que a beleza é uma noção muito pouco definida para que um programa de computador venha a assimilá-la. Talvez sintam que a apreciação da beleza requer um elemento de irracionalidade, e, portanto, seja incompatível com o próprio caráter dos computadores.

O irracional e o racional podem coexistir em níveis diferentes

Todavia, essa noção de que "a irracionalidade é incompatível com os computadores" apóia-se em uma grave confusão de níveis. A noção enganosa deriva da idéia de que, uma vez que os computadores são máquinas que operam infalivelmente, têm, portanto, a obrigação de ser "lógicos" em todos os níveis. Entretanto, é perfeitamente óbvio que um computador pode ser instruído a imprimir uma seqüência de afirmações ilógicas – ou, em benefício da variedade,

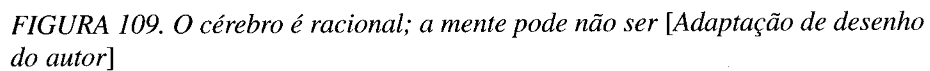


FIGURA 109. O cérebro é racional; a mente pode não ser [*Adaptação de desenho do autor*]

uma fornada de afirmações com valores de verdade aleatórios. Ainda assim, ao seguir tais instruções, um computador não estaria cometendo quaisquer enganos! Ao contrário, seria um engano se o computador imprimisse outra coisa que não as afirmações que fora instruído a imprimir. Isso ilustra como o funcionamento perfeito em um nível pode ter, subjacente, a manipulação de símbolos em um nível mais alto – e os objetivos do nível mais alto podem ser completamente desligados da propagação da verdade.

Outra maneira de obter perspectiva sobre isso é lembrar-se de que um cérebro é também uma coleção de elementos em perfeito funcionamento – os neurônios. Quando quer que o limite de um neurônio seja ultrapassado pela soma dos sinais que chegam, BANG! – deflagra-se. Nunca ocorre que um neurônio esqueça seu conhecimento aritmético – somando suas entradas descuidadamente e obtendo uma resposta errada. Mesmo quando morre, um neurônio continua a funcionar corretamente, no sentido de que seus componentes continuam a obedecer às leis da matemática e da física. Entretanto, como todos sabemos, os neurônios são perfeitamente capazes de apoiar um comportamento de alto nível que está errado, em seu próprio nível, das maneiras mais extraordinárias. A figura 109 foi feita para ilustrar tal choque de níveis: uma crença incorreta mantida no *software* da mente, apoiada pelo *hardware* de um cérebro em perfeito funcionamento.

A questão – que já foi ressaltada diversas vezes anteriormente, em vários contextos – é simplesmente que o significado pode existir em dois ou mais níveis diferentes de um sistema de manipulação de símbolos, e, simultaneamente com o significado, o certo e o errado podem existir em todos aqueles níveis. A presença de significado em um dado nível é determinada pela condição da realidade estar refletida de maneira isomórfica (ou mais solta) naquele nível ou não. Assim, o fato de que os neurônios sempre executam adições corretas (na verdade, cálculos muito mais complexos) não tem qualquer fundamento na correção das conclusões de alto nível apoiadas por sua maquinaria. Nossos neurônios estão funcionando racionalmente, esteja o nível mais alto ocupado ou não em demonstrar *koans* de budismo booleano ou em meditar sobre teoremas de álgebra zen. Da mesma forma, os processos simbólicos de alto nível que criam em um cérebro a experiência de apreciação da beleza são perfeitamente racionais no nível mais baixo, enquanto o funcionamento perfeito está ocorrendo; qualquer irracionalidade, se houver alguma, está no nível mais alto, e é um epifenômeno – uma conseqüência – dos eventos do nível mais baixo.

Para provar o mesmo ponto de maneira diferente, digamos que você esteja com dificuldade em decidir se pede um sanduíche de filé ou um de abacaxi. Isso implica que seus neurônios estão também hesitando, com dificuldade, em decidir se se deflagram ou não? É claro que não. Sua confusão sanduichesca está em um estado de nível alto, que depende integralmente do acionamento eficiente de milhares de neurônios de maneiras muito organizadas. Isso é um pouco irônico; entretanto, é perfeitamente óbvio quando se pensa a respeito. Não obstante, provavelmente é justo dizer que quase todas as confusões sobre mentes e computadores têm sua origem justamente em tais confusões elementares de nível.

Não há razão para crer que o perfeito funcionamento do *hardware* de um computador não poderia apoiar comportamento simbólico de alto nível que representaria tais estados complexos, como a confusão, o esquecimento ou a apreciação da beleza. Seria necessário que existissem subsistemas maciços interagindo uns com os outros, de acordo com uma "lógica" complexa. O comportamento ostensivo poderia parecer racional ou irracional; por baixo disso estaria o desempenho confiável e lógico do *hardware*.

Mais contra Lucas

A propósito, esse tipo de distinção de nível fornece-nos um novo estímulo na argumentação contra Lucas. O argumento de Lucas é baseado na idéia de que o Teorema de Gödel é aplicável, por definição, a máquinas. Com efeito, Lucas faz um pronunciamento bastante enfático:

> O Teorema de Gödel tem de aplicar-se a máquinas cibernéticas, porque é parte da essência de uma máquina que ela seja uma instanciação concreta de um sistema formal.[9]

Como vimos, isso é verdadeiro no nível do *hardware* – mas, uma vez que pode haver níveis mais altos, não é a última palavra sobre o assunto. Ora, Lucas dá a impressão de que, nas máquinas que imitam as mentes que ele discute, há *apenas um* nível em que a manipulação de símbolos ocorre. Por exemplo, a Regra do Desligamento (denominada *Modus Ponens* em seu artigo) seria conectada ao *hardware* e seria uma característica imutável de tal máquina. Ele vai além e sugere que, se a *Modus Ponens* não fosse um pilar imutável do sistema da máquina, mas que pudesse ser posta de lado ocasionalmente, então:

> O sistema terá cessado de ser um sistema lógico-formal, e a máquina pouco se qualificará ao título de um modelo para a mente.[10]

Ora, muitos programas que estão sendo desenvolvidos na pesquisa de IA têm muito pouco em comum com programas para a geração de verdades da Teoria dos Números – programas com regras inflexíveis de inferência e conjuntos fixos de axiomas. Entretanto, são destinados como "modelos para a mente". Em seu nível mais alto – o nível "informal" – pode haver manipulação de imagens, formulação de analogias, esquecimento de idéias, confusão de conceitos, embaçamento de distinções, e assim por diante. Mas isso não contradiz o fato de que se fiam no funcionamento correto de seus neurônios. Assim, os programas de IA são ainda "instanciações concretas de sistemas formais" – mas não são máquinas às quais a transfiguração de Lucas da demonstração de Gödel pode ser aplicada. O argumento de Lucas aplica-se simplesmente ao seu nível mais baixo, no qual sua inteligência – não importa quão grande ou pequena possa ser – não reside.

Há uma outra maneira em que Lucas trai sua visão supersimplificada de como os processos mentais teriam de ser representados dentro de programas de computador. Na discussão da questão da coerência, ele escreve:

> Se fôssemos realmente máquinas incoerentes, ficaríamos contentes com nossas incoerências e afirmaríamos com contentamento ambas as metades de uma contradição. Além disso, estaríamos preparados para dizer absolutamente qualquer coisa – o que não ocorre. É facilmente mostrado que, num sistema formal incoerente, tudo é demonstrável.[11]

Esta última sentença mostra que Lucas presume que o cálculo proposicional tem necessariamente de integrar qualquer sistema formal que efetua raciocínio. Em particular, está pensando no teorema <<P∧~P>⊃Q> do cálculo proposicional; evidentemente, tem a crença equivocada de que é uma característica inevitável do raciocínio mecanizado. Contudo, é perfeitamente plausível que os processos lógicos de pensamento, como o raciocínio proposicional, surgirão como *conseqüências* da inteligência geral de um programa de IA, em vez de serem *pré-programados*. É isso que acontece com seres humanos! E não há razão particular para se presumir que o estrito cálculo proposicional, com suas regras rígidas, e a definição meio tola de coerência que traz consigo emergiriam de tal programa.

Um suporte da IA

Podemos resumir esta digressão em distinções de nível e sair com uma versão final, mais forte, da Tese Church-Turing:

Tese Church-Turing, Versão IA – Processos mentais de qualquer espécie podem ser simulados por um programa de computador cuja linguagem subjacente tenha poder igual ao de VoL; isto é, na qual todas as funções recorrentes parciais possam ser programadas.

Deve-se também salientar que, na prática, muitos pesquisadores de IA fiam-se em outro artigo de fé que é intimamente relacionado com a Tese CT e que denomino *Tese IA*. Seu enunciado é algo assim:

Tese IA: À medida que a inteligência das máquinas se desenvolve, seus mecanismos subjacentes convergirão gradualmente para os mecanismos subjacentes à inteligência humana.

Em outras palavras, todas as inteligências são apenas variações sobre um único tema; para criar a inteligência verdadeira, os pesquisadores de IA terão simplesmente de continuar seu caminho rumo aos níveis mais e mais baixos, cada vez mais próximos dos mecanismos do cérebro, se desejarem que suas máquinas atinjam as capacidades que possuímos.

Teorema de Church

Retornemos agora ao Caranguejo e à questão de se seu procedimento decisório para a teoremidade (que é apresentado como filtro para a beleza musical) é compatível com a realidade. Na verdade, a partir dos eventos que ocorrem no diálogo, não temos como deduzir se o dom do Caranguejo é uma capacidade de separar *teoremas* de *não-teoremas* ou, alternativamente, uma capacidade de separar *afirmações verdadeiras* de *afirmações falsas*. Naturalmente, em muitos casos isso quer dizer o mesmo, mas o Teorema de Gödel mostra que não é sempre assim. Mas não importa: ambas as alternativas são impossíveis, se se acreditar na Versão IA da Tese Church-Turing. A proposição segundo a qual é impossível ter um procedimento decisório para *teoremidade* em qualquer sistema formal com o poder da TNT é conhecida como *Teorema de Church*. A proposição segundo a qual é impossível ter um procedimento de decisão para *verdade* número-teorética – se é que existe tal verdade, da qual se pode muito bem duvidar depois de deparar com todas as bifurcações da TNT – deriva rapidamente do *Teorema de Tarski* (publicado em 1933, embora as idéias fossem conhecidas por Tarski há bem mais tempo).

As demonstrações desses dois resultados altamente importantes da matemática são semelhantes. Ambas derivam muito rapidamente das construções autoreferenciais. Consideremos, em primeiro lugar, a questão de um procedimento decisório para a teoremidade da TNT. Se houvesse uma maneira uniforme de as pessoas poderem decidir em qual das classes "teorema" e "não-teorema" qualquer fórmula X dada se encaixava, então, pela Tese CT (Versão Clássica), haveria um programa VoL terminante (uma função recorrente geral) que poderia tomar a mesma decisão, quando dado como entrada o número Gödel da fórmula X. O passo crucial é lembrar que qualquer propriedade que pode ser testada por um programa VoL terminante está *representada* na TNT. Isso significa que a propriedade da teoremidade TNT seria representada (em distinção à simples expressão) dentro da TNT. Mas, como veremos em um momento, isso nos poria em dificuldade, pois, se a teoremidade é um atributo representável, então a fórmula G de Gödel torna-se tão falha quanto o paradoxo de Epimênides.

Tudo gira em torno do que G diz: "G não é um teorema da TNT". Presuma-se que a fórmula TNT que afirma que "G é um teorema" seria um teorema da TNT. Mas esta fórmula é ~ G, a negação de G, de modo que a TNT é incoerente. Por outro lado, presume-se que G não seja um teorema. Então, uma vez mais pela suposta representabilidade da teoremidade, a fórmula que afirma que "G não é um teorema" seria um teorema da TNT. Mas esta fórmula é G, e outra vez chegamos a um paradoxo. Diferente da situação anterior, não há solução do paradoxo. O problema é criado pela premissa de que a teoremidade é representada por alguma fórmula da TNT e, portanto, temos de voltar atrás e eliminar aquela premissa. Isso também nos força a concluir que nenhum programa VoL pode discriminar entre os números Gödel de teoremas e de não-teoremas. Finalmente, se aceitarmos a Versão IA da Tese CT, então devemos voltar ainda

mais atrás e concluir que nenhum método, qualquer que fosse, pelo qual seres humanos pudessem separar com segurança os teoremas dos não-teoremas, poderia existir – e isso inclui determinações baseadas na beleza. Os que endossam apenas a Versão dos Processos Públicos podem ainda pensar que o desempenho do Caranguejo é possível; mas, de todas as versões, essa é, talvez, a mais difícil de ter uma justificativa.

O Teorema de Tarski

Prossigamos agora com o resultado de Tarski. Tarski perguntava se poderia haver uma maneira de expressar com a TNT o conceito de verdade número-teorética. Já vimos que a teoremidade é expressável (embora não representável); Tarski interessava-se pela pergunta análoga, relativa à noção da verdade. Mais especificamente, desejava determinar se existe alguma fórmula TNT com uma única variável livre a, que pode ser traduzida da seguinte forma:

"A fórmula cujo número Gödel é **a** expressa a verdade".

Suponhamos, com Tarski, que exista uma – que abreviaremos VERDADE {a}. Ora, o que faremos será utilizar o método da diagonalização para produzir um enunciado que afirme, a respeito de si próprio, que não é verdadeiro. Copiamos exatamente o método Gödel, começando com um "tio":

∃a:<~VERDADE{a}∧ARITMOQUINAGEM{a'',a}>

Digamos que o número Gödel do tio seja *t*. Aritmoquinamos este mesmo tio, e produzimos a fórmula T de Tarski:

$$\exists a:<\sim VERDADE\{a\}\wedge ARITMOQUINAGEM\ \{\underbrace{SSS\ldots SSS}_{t\ Ss}0/a'',a\}>$$

Quando interpretada, diz:

"A aritmoquinificação de *t* é o número
Gödel de uma afirmação falsa."

Mas, uma vez que a aritmoquinificação de *t* é o próprio número Gödel de T, a fórmula T de Tarski reproduz o paradoxo de Epimênides fielmente dentro da TNT, dizendo de si mesma: "Sou uma falsidade". Naturalmente, isso leva à conclusão de que tem de ser simultaneamente verdadeira e falsa (ou simultaneamente nenhuma das duas). Surge agora uma questão interessante: Que há de mau em reproduzir o paradoxo de Epimênides? Tem alguma conseqüência? Afinal, já o temos em português, e a língua portuguesa não estourou.

A impossibilidade do Magnificaranguejo

A resposta reside na lembrança de que há dois níveis de significado envolvidos aqui. Um nível é o que acabamos de utilizar; o outro é como uma afirmação da Teoria dos Números. Se a fórmula T de Tarski realmente existisse, então seria uma afirmação *sobre números naturais,* que é tanto verdadeira como falsa ao mesmo tempo! Aí está a dificuldade. Enquanto se pode sempre ignorar o paradoxo de Epimênides na língua portuguesa, dizendo que seu tema (sua própria verdade) é abstrato, isso não ocorre quando se torna uma afirmação concreta sobre números! Se acreditamos que esse é um estado de coisas ridículo, então temos de desfazer nossa premissa de que a fórmula VERDADE {a} existe. Assim, não há meio de expressar a noção de verdade dentro da TNT. Observe-se que isto faz com que a verdade seja uma propriedade muito mais impalpável que a teoremidade, pois esta última *é* expressável. As mesmas razões anteriores para voltar atrás (envolvendo a Tese Church-Turing, Versão IA) levam-nos à conclusão de que:

> A mente do Caranguejo não pode ser tanto reconhecedora da verdade quanto reconhecedora de teoremas da TNT.

No primeiro caso violar-se-ia o Teorema Tarski-Church-Turing ("Não há procedimento decisório para a verdade aritmética"), enquanto no seguinte violar-se-ia o Teorema de Church.

Dois tipos de forma

É extremamente interessante, então, pensar a respeito do significado da palavra "forma", ao aplicar-se a construções de configurações arbitrariamente complexas. Por exemplo, o que respondemos quando vemos uma pintura e sentimos sua beleza? É por causa da "forma" das linhas e pontos sobre nossa retina? Evidentemente, tem de ser, pois é assim que passa pelos mecanismos de análise de nossas cabeças – mas a complexidade do processamento faz-nos sentir que não estamos apenas vendo uma superfície bidimensional; estamos respondendo a algum tipo de significado interior dentro do quadro, um aspecto multidimensional apreendido, de alguma forma, naquelas duas dimensões. A palavra "significado" é que é importante aqui. Nossas mentes contêm interpretadores que aceitam padrões bidimensionais e então "puxam" deles noções de alta dimensão, tão complexas que não podemos descrevê-las conscientemente. A propósito, o mesmo pode ser dito sobre como respondemos à música.

Subjetivamente, parece que o mecanismo de puxar o significado interior não é análogo a um procedimento decisório que verifica a presença ou a ausência de alguma qualidade particular como a boa formação de uma cadeia. Provavelmente, isso se deve ao fato de que o significado interior é algo que revela

mais de si ao longo de um período de tempo. Não se pode jamais ter certeza, como no caso da boa formação, de que o assunto foi encerrado.

Isso sugere uma distinção que poderia ser feita entre dois sentidos de "forma" em padrões que analisamos. Em primeiro lugar, há qualidades, como a boa formação, que podem ser detectadas por *testes de terminação previsível*, como nos programas VoD. Proponho denominá-las qualidades *sintáticas* da forma. Percebe-se, intuitivamente, com respeito aos aspectos sintáticos da forma, que estão próximos da superfície e, portanto, não provocam a criação de estruturas cognitivas multidimensionais.

Em contraste, os aspectos *semânticos* da forma são aqueles que não podem ser testados em períodos de tempo previsíveis: requerem *testes abertos*. Um desses aspectos é a teoremidade de cadeias da TNT, como já vimos. Não se pode apenas aplicar algum teste padrão a uma cadeia e descobrir se é um teorema. De alguma forma, o fato de que seu *significado* está envolvido é crucialmente relacionado com a dificuldade de afirmar se uma cadeia é ou não um teorema da TNT. O ato de puxar o significado de uma cadeia envolve, essencialmente, o estabelecimento de todas as implicações de suas conexões com todas as outras cadeias, e isso conduz, por certo, a um caminho aberto. Assim, as propriedades "semânticas" são ligadas a buscas abertas porque, em um sentido importante, o *significado* de um objeto *não está localizado* dentro do objeto em si. Isso não significa que não é possível nenhuma compreensão do significado de qualquer objeto até o fim do tempo; pois, enquanto passa, descobre-se mais e mais o significado. Entretanto, há sempre aspectos de seu significado que permanecerão escondidos por um tempo arbitrariamente longo.

O significado deriva de conexões com estruturas cognitivas

Passemos de cadeias a peças musicais, para variar. Se preferirmos, poderemos ainda substituir o termo "cadeia" por qualquer referência a uma peça musical. A discussão propõe-se geral, mas creio que seu sabor será mais bem apreciado na referência à música. Há uma dualidade estranha em relação ao significado de uma peça musical: de um lado, parece estar espalhado, em razão de sua relação com muitas outras coisas no mundo – e contudo, de outro lado, o significado de uma peça musical deriva, obviamente, da própria música, de modo que tem de estar localizado em algum lugar dentro da música.

A resolução desse dilema provém do pensamento a respeito do interpretador – o mecanismo que puxa o significado. (Por "interpretador", neste contexto, não me refiro ao executante da peça, mas ao mecanismo mental do ouvinte que deriva o significado quando a peça é tocada.) O interpretador pode descobrir muitos aspectos importantes do significado de uma peça, enquanto a ouve pela primeira vez; isso parece confirmar a noção de que o significado está alojado na própria peça musical, e é apenas lido. Mas isso é somente parte da história. O interpretador da música opera por meio do estabelecimento de uma

estrutura cognitiva multidimensional – uma representação mental da peça – que procura integrar com informações existentes, encontrando ligações com outras estruturas mentais multidimensionais que codificam experiências anteriores. Enquanto ocorre esse processo, o significado desvenda-se gradualmente. Com efeito, podem passar anos até que uma pessoa venha a perceber que penetrou no núcleo do significado de uma peça. Isso parece apoiar a visão oposta: a de que o significado musical está espalhado, sendo o papel do interpretador o de reuni-lo gradualmente.

A verdade reside, sem dúvida, em alguma parte entre essas visões: os significados – tanto musicais como lingüísticos – são, em alguma medida, localizáveis e, em alguma medida, espalhados. Na terminologia do capítulo VI, podemos dizer que as peças de texto são parcialmente acionadoras e parcialmente condutoras de significado explícito. Uma ilustração vívida desse dualismo de significado é fornecida pelo exemplo de uma tábua com uma inscrição antiga: o significado é parcialmente armazenado em bibliotecas e nos cérebros dos estudiosos de todo o mundo, e contudo está também obviamente implícito na própria tábua.

Assim, outra maneira de caracterizar a diferença entre propriedades "sintáticas" e "semânticas" (no sentido proposto há pouco) é que as sintáticas residem, sem dúvida, dentro do objeto em consideração, enquanto as propriedades semânticas dependem de suas relações com uma classe potencialmente infinita de objetos, e que, portanto, não são completamente localizáveis. Essa é a razão para a distinção por mim sugerida entre aspectos "sintáticos" e "semânticos" da forma visual.

Beleza, verdade e forma

E com relação à beleza? Certamente, não é uma propriedade sintática, conforme as idéias anteriores. Seria mesmo uma propriedade semântica? A beleza é uma propriedade que, por exemplo, uma pintura particular possui? Vamos restringir imediatamente nossa consideração a um único observador. Todos já tiveram a experiência de achar algo belo em algum momento, sem graça em outro – e, provavelmente, algo intermediário, outras vezes. Então, a beleza é um atributo que varia com o tempo? Poder-se-ia mudar as coisas e dizer que foi o espectador que variou com o tempo. Dado um espectador particular de uma pintura particular em um tempo particular, é razoável afirmar que a beleza é uma qualidade que está decididamente presente ou ausente? Ou existe ainda algo pouco definido e intangível a seu respeito?

Poder-se-ia, provavelmente, recorrer a níveis diferentes de interpretador em todas as pessoas, dependendo das circunstâncias. Esses diversos interpretadores puxam significados diferentes, estabelecem conexões diferentes e, geralmente, avaliam todos os aspectos profundos de maneira diferente. Assim, parece que essa noção de beleza é extremamente difícil de ser estabelecida. É por

essa razão que escolhi ligar a beleza, no *Magnificaranguejo*, à verdade, que também vimos que é uma das noções mais intangíveis de toda a metamatemática.

O substrato neural do paradoxo de Epimênides

Gostaria de concluir este capítulo com algumas idéias sobre aquele problema central da verdade, o paradoxo de Epimênides. Creio que a reprodução de Tarski do paradoxo de Epimênides dentro da TNT aponta o caminho para uma compreensão mais profunda da natureza do paradoxo de Epimênides em português. O que Tarski encontrou foi que sua versão do paradoxo possui dois níveis distintos. Em um nível, é uma afirmação *sobre si próprio*, que seria verdadeira se fosse falsa e falsa se fosse verdadeira. No outro nível – que gosto de denominar *substrato aritmético* –, é uma afirmação *sobre números inteiros* que é verdadeira se, e somente se, for falsa.

Ora, por alguma razão, este último aborrece as pessoas muito mais que o primeiro. Algumas simplesmente ignoram o primeiro, como "insignificante", por causa de sua auto-referencialidade. Mas não se podem ignorar afirmações paradoxais sobre números inteiros. Afirmações sobre números inteiros não podem, simplesmente, ser verdadeiras e falsas ao mesmo tempo.

Ora, minha sensação é que a transformação de Tarski do paradoxo de Epimênides nos ensina a *buscar um substrato* na versão de língua portuguesa. Na versão aritmética, o nível superior de significado é apoiado pelo nível inferior aritmético. Talvez de maneira análoga, a afirmação auto-referencial que percebemos ("Esta afirmação é falsa") é apenas o nível mais alto de uma entidade de dois níveis. Qual seria o nível mais baixo, então? Bem, qual é o mecanismo em que opera a linguagem? O cérebro. Portanto, tem-se de buscar um *substrato neural* ao paradoxo de Epimênides – um nível mais baixo de eventos físicos que se entrechocam. Isto é, dois eventos que, por sua natureza, não podem ocorrer simultaneamente. Se esse substrato físico existe, então a razão pela qual não podemos compreender a afirmação de Epimênides é que nossos cérebros estão tentando executar uma tarefa impossível.

Ora, qual seria a natureza dos eventos físicos conflitantes? Presumivelmente, quando se ouve a afirmação de Epimênides, o cérebro estabelece alguma "codificação" da afirmação – uma configuração interna de símbolos interagentes. Então, tenta classificar a afirmação como "verdadeira" ou "falsa". Este ato de classificação tem de envolver uma tentativa de forçar diversos símbolos a interagir de uma maneira particular. (Presumivelmente, isso ocorre quando qualquer afirmação é processada.) Ora, se ocorre que o ato de classificação romperia fisicamente a codificação da afirmação – algo que nunca aconteceria, ordinariamente –, então há um problema, análogo à tentativa de forçar um toca-discos a tocar seu disco autodestruidor. Descrevemos o conflito em termos físicos, mas não em termos neurais. Se essa análise está correta, até agora, então presumivelmente o resto da discussão poderia ser levado adiante quando sabemos algo sobre a

constituição dos "símbolos" do cérebro a partir dos neurônios e de seus acionamentos, como também sobre a maneira que as afirmações se tornam convertidas em "codificações".

Esse esboço do substrato neural do paradoxo de Epimênides sugere (pelo menos a mim) que a resolução da versão portuguesa do paradoxo de Epimênides pode ser semelhante à da versão de Tarski. A resolução envolve abandonar a noção de que um cérebro jamais poderia prover uma representação integralmente acurada para a noção da verdade. A novidade dessa resolução reside em sua sugestão de que um retrato total da verdade é impossível por razões bastante *físicas*: a saber, tal retrato requereria a ocorrência de eventos fisicamente incompatíveis no cérebro.

SHRDLU,
alegria dos homens[1]

Um dia, Eta Oin vagueia pelo laboratório de inteligencia artificial do Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) e depara com o programa de computador, brilhante e jovem, SHRDLU. Acontece que SHRDLU está morrendo de vontade de que alguém experimente o ser humano recém-desenvolvido "Dr. Tony Earrwig". SHRDLU explica que esse Earrwig é razoavelmente inteligente no domínio limitado da análise de uma conversa a respeito de um "mundo de brinquedo" que contém sólidos, ou blocos, de diversas formas, tamanhos e cores – blocos que ficam sobre uma mesa e que podem ser apanhados e deslocados à vontade. Eta Oin, fascinada, começa a imprimir entusiasticamente mensagens para SHRDLU. Earrwig fica olhando por cima de seu ombro e faz uma espécie de comentário contínuo, como prometido.

1. *Eta Oin:* apanhe um bloco vermelho grande. [Referência à figura 110.]
   SHRDLU: OK.
   Dr. Tony Earrwig: SHRDLU responde "OK" quando executa uma ordem.

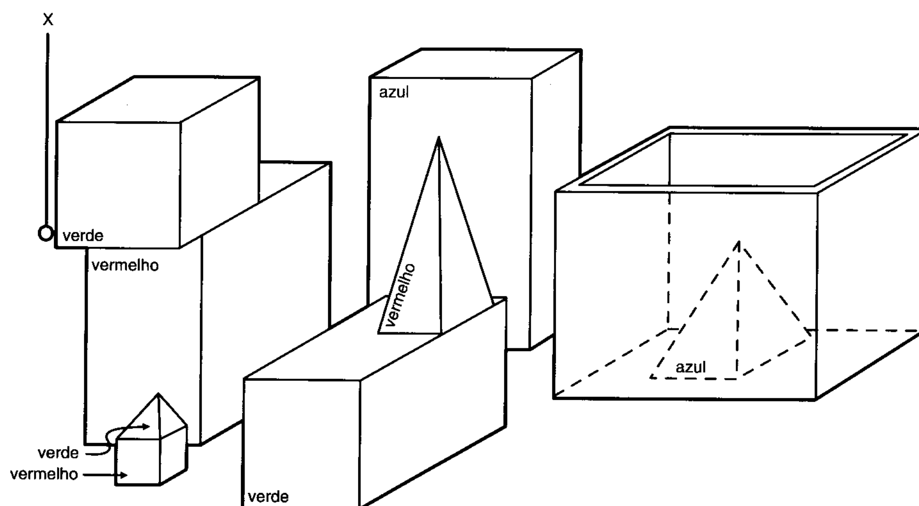


FIGURA 110. "Apanhe um bloco vermelho grande" [A partir de Terry Winograd, Understanding natural language *(Nova York: Academic Press, 1972), p. 8]*

Para apanhar o bloco vermelho, ele teve de abrir caminho, encontrando um espaço para o bloco verde e retirando o bloco verde em seguida.

2. *Eta Oin:* pegue a pirâmide.

SHRDLU: NÃO SEI DE QUE PIRÂMIDE VOCÊ FALA.

Dr. Tony Earrwig: Há três pirâmides na cena e SHRDLU sabe que as sentenças que começam com artigo definido devem referir-se a um objeto específico que o operador tem em mente.

3. *Eta Oin:* ache um bloco mais alto que o que você está segurando e coloque-o na caixa. [Referência à figura 111.]

Dr. Tony Earrwig: SHRDLU tem de imaginar qual o significado de "um" e do pronome oblíquo "o", assim como usar a dedução para decidir qual o bloco que está segurando.

SHRDLU: SUPONHO QUE POR "O" VOCÊ QUEIRA REFERIR-SE AO BLOCO MAIS ALTO QUE O QUE ESTOU SEGURANDO.

Dr. Tony Earrwig: Havia duas referências possíveis para "o": a escolhida e "o que você está segurando". SHRDLU dispõe de heurística para escolher entre elas.

SHRDLU: OK.

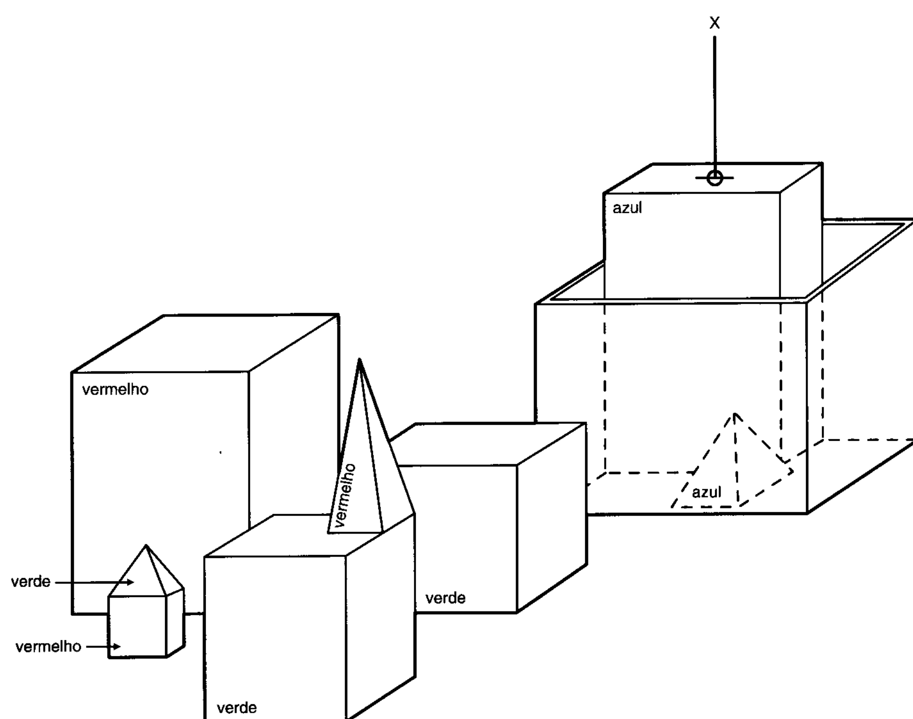


FIGURA 111. "Encontre um bloco maior que o que você está segurando e ponha-o na caixa" [Adaptado de Terry Winograd, Understanding natural language, *p. 9]*

Dr. Tony Earrwig: A mão de SHRDLU tem de acomodar o bloco vermelho para tomar o azul maior.

4. *Eta Oin:* o que a caixa contém?
SHRDLU: A PIRÂMIDE AZUL E O BLOCO AZUL.
5. *Eta Oin:* o que dá apoio à pirâmide?
Dr. Tony Earrwig: Anteriormente, SHRDLU reagiu a "a pirâmide" dizendo "NÃO SEI DE QUE PIRÂMIDE VOCÊ FALA". Agora, ele supõe que você se refere à recém-mencionada.
SHRDLU: A CAIXA.
6. *Eta Oin:* quantos blocos não estão na caixa?
Dr. Tony Earrwig: As negativas, como "não" e "nenhum" são processadas quer apareçam em afirmações ou em grupos substantivados (como em "nenhum bloco").
SHRDLU: HÁ QUATRO.
7. *Eta Oin:* pelo menos um deles é mais estreito do que o que eu lhe disse para tomar?
Dr. Tony Earrwig: A expressão "pelo menos um deles" tem de ser analisada com referência à pergunta anterior, e o pronome demonstrativo "o" também deve referir-se a blocos. Os grupos substantivados podem ter números complicados, como "pelo menos um", "mais que três", "exatamente sete", etc. A memória de eventos passados é usada para deduzir que bloco é "o que eu lhe disse para tomar". Observe a estrutura sintática complexa em que "o" é, na verdade, o complemento de uma afirmação que está dois níveis mais profunda. O analisador de SHRDLU tem incorporada uma gramática que maneja esse tipo de complexidade de maneira geral.
SHRDLU: SIM, O CUBO VERMELHO.
8. *Eta Oin:* ele está apoiado?
SHRDLU: SIM, PELA MESA.
Dr. Tony Earrwig: SHRDLU dispõe de heurística a respeito de qual é a informação relevante para a pessoa que formula uma pergunta, mesmo que a pessoa não peça essa informação especificamente.
9. *Eta Oin:* a mesa pode apanhar blocos?
SHRDLU: NÃO.
Dr. Tony Earrwig: As regras semânticas do SHRDLU incluem o conhecimento de que o ato de "apanhar" tem de ser feito por um objeto animado e de que a mesa não é um objeto animado.
10. *Eta Oin:* Uma pirâmide pode ser apoiada por um bloco?
SHRDLU: SIM.
Dr. Tony Earrwig: O sistema dedutivo do SHRDLU encontra um exemplo real e por isso sabe que é possível.
11. *Eta Oin:* uma pirâmide pode apoiar uma pirâmide?
SHRDLU: NÃO SEI.

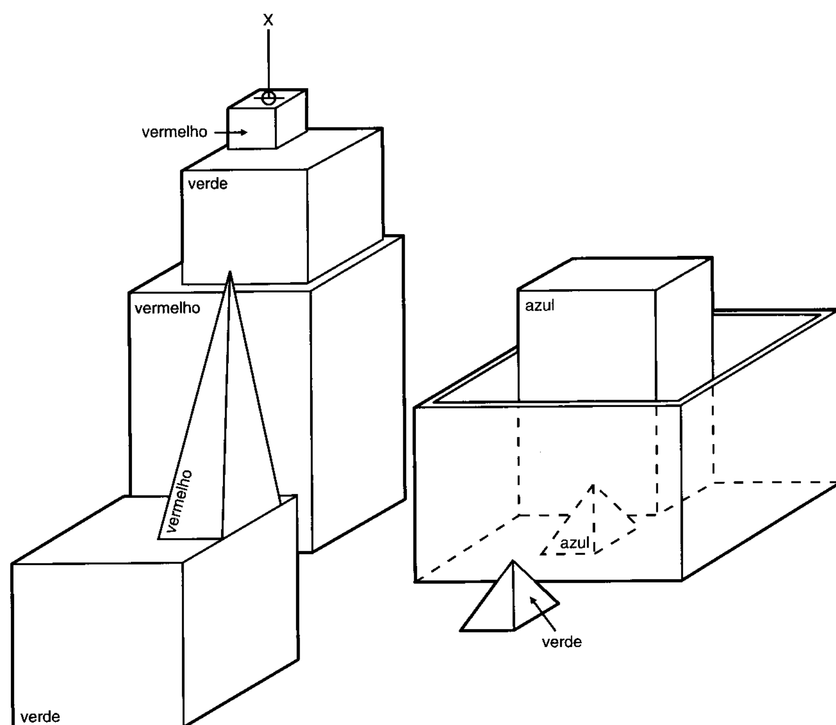


FIGURA 112. "Por favor, empilhe ambos os blocos vermelhos e ou um cubo verde, ou uma pirâmide" [Adaptado de Terry Winograd, Understanding natural language, *p. 12*]

Dr. Tony Earrwig: A pergunta faz sentido, mas não há exemplo na cena. SHRDLU não tem meios de olhar os detalhes de seus programas, embora estes, em última análise, definam suas possibilidades.

12. *Eta Oin:* empilhe duas pirâmides.
SHRDLU: NÃO POSSO.
Dr. Tony Earrwig: SHRDLU tenta e não consegue.

13. *Eta Oin:* a pirâmide azul é minha.
SHRDLU: COMPREENDO.
Dr. Tony Earrwig: Todas as informações sobre cores, formas, tamanhos e localizações dos objetos são conhecidas por SHRDLU inicialmente. A posse é deixada como uma propriedade desconhecida dos objetos, a respeito da qual ele pode ser informado. Ele armazena essa informação em sua base de dados.

14. *Eta Oin:* eu possuo todos os blocos que não são vermelhos, mas não possuo nada que apóie uma pirâmide.
SHRDLU: COMPREENDO.

Dr. Tony Earrwig: A conseqüência da compreensão dessas afirmações é a criação de novos procedimentos dentro de SHRDLU para a dedução a respeito do que é que você possui.

15. *Eta Oin:* eu possuo a caixa?
SHRDLU: NÃO.
Dr. Tony Earrwig: A caixa apóia tudo o que ela contém, inclusive uma pirâmide.

16. *Eta Oin:* eu possuo algo dentro da caixa?
SHRDLU: SIM, DUAS COISAS: O BLOCO AZUL E A PIRÂMIDE AZUL.

17. *Eta Oin:* você poderia por favor empilhar ambos os blocos vermelhos e ou um cubo verde ou uma pirâmide? [Referência à figura 112.]
SHRDLU: OK.
Dr. Tony Earrwig: Conectivos lógicos, como "e", "ou", etc. são manejados tanto na gramática quanto na semântica. As ordens são cumpridas mesmo que pareçam perguntas. A ordem é executada por meio da seguinte série de passos: SHRDLU põe um cubo verde sobre um grande bloco vermelho (ele escolhe o cubo verde que não tem nada em cima), em seguida retira a pirâmide pequena do pequeno cubo vermelho, de modo a poder usar esse cubo para completar a pilha, tal como especificado.

18. *Eta Oin:* que cubo está em cima da mesa?
SHRDLU: O VERDE GRANDE QUE APÓIA A PIRÂMIDE VERMELHA.
Dr. Tony Earrwig: Normalmente, SHRDLU se limitaria a dizer "UM CUBO VERDE GRANDE", mas como você perguntou "que cubo", ele tem de ser mais específico ao mencioná-lo. Ele dispõe de procedimentos para sempre usar substantivos diferentes e pronomes, ou mesmo a elipse, como no caso anterior, para que a resposta pareça mais natural.

19. *Eta Oin:* há um bloco grande atrás de uma pirâmide?
SHRDLU: SIM, HÁ TRÊS: UM VERMELHO GRANDE, UM CUBO VERDE GRANDE E O AZUL.

20. *Eta Oin:* ponha um pequeno sobre o cubo verde que apóia uma pirâmide.
Dr. Tony Earrwig: "Um pequeno" deve estabelecer contraste com sua expressão anterior "um bloco grande"; portanto, significa "um bloco pequeno".
SHRDLU: OK.

21. *Eta Oin:* ponha a pirâmide menorzinha em cima dele.
Dr. Tony Earrwig: Palavras como "menorzinha" não figuram no vocabulário de SHRDLU, mas são interpretadas a partir de seus radicais, como "menor". SHRDLU compara os tamanhos de todas as pirâmides para executar a ação.
SHRDLU: OK.

22. *Eta Oin:* quantas coisas estão em cima de cubos verdes?
SHRDLU: NÃO ESTOU CERTO SOBRE O QUE VOCÊ QUER DIZER COM

"EM CIMA DE", NA EXPRESSÃO "EM CIMA DE CUBOS VERDES" VOCÊ QUER DIZER
1 - DIRETAMENTE SOBRE A SUPERFÍCIE
2 - EM QUALQUER LUGAR EM CIMA DELE?
Dr. Tony Earrwig: Na afirmação anterior, a expressão "em cima de" foi interpretada sem problemas porque o contexto tornava claro o significado. Nesta, a heurística para eliminar a ambigüidade não encontra uma definição clara e por isso SHRDLU tem de pedir mais informações. As paráfrases foram incluídas com as definições do dicionário para "cima". Um pedido como esse pode ocorrer também quando o significado de um pronome, como "ele", ou "eles", não esteja claro.

23. *Eta Oin:* você tinha tocado alguma pirâmide antes de pôr o verde sobre o cubo pequeno?
SHRDLU: SIM, A VERDE.
Dr. Tony Earrwig: SHRDLU deduz com sua memória qual o evento referido e pode relacionar outros eventos, no tempo, com ele. A análise inclui tempos complexos de grupos verbais e há dispositivos especiais para acompanhar as diversas formas de verbos irregulares, como "ter".

24. *Eta Oin:* quando você a pegou?
SHRDLU: QUANDO EU ESTAVA EMPILHANDO O CUBO VERMELHO, UM BLOCO VERMELHO GRANDE E OUTRO VERDE GRANDE.
Dr. Tony Earrwig: o tempo é descrito nomeando-se o objetivo principal que estava sendo perseguido.

25. *Eta Oin:* por quê?
Dr. Tony Earrwig: SHRDLU lembra-se imediatamente das afirmações anteriores para compreender perguntas como esta e as seguintes.
SHRDLU: PARA ME LIVRAR DELA.
Dr. Tony Earrwig: Acompanhando partes selecionadas da árvore de subobjetivos originais, SHRDLU alcança alguma compreensão de suas próprias motivações.

26. *Eta Oin:* por que você fez isso?
SHRDLU: PARA LIMPAR O CAMINHO DO CUBO VERMELHO.
Dr. Tony Earrwig: "Isso" se refere à ação mencionada na última resposta de SHRDLU.

27. *Eta Oin:* por que você limpou o caminho desse cubo?
Dr. Tony Earrwig: Aqui, "esse" significa o que acaba de ser mencionado.
SHRDLU: PARA COLOCÁ-LO SOBRE UM CUBO VERDE GRANDE.

28. *Eta Oin:* por que você fez isso?
SHRDLU: PARA EMPILHAR O CUBO VERMELHO, UM BLOCO VERMELHO GRANDE E UM CUBO VERDE GRANDE.

29. *Eta Oin:* por que você fez isso?
SHRDLU: PORQUE VOCÊ ME PEDIU.
Dr. Tony Earrwig: SHRDLU lembra-se do que ele fez e não de como o pedido foi formulado.

30. *Eta Oin:* como você o fez?
Dr. Tony Earrwig: "O" refere-se à ação mencionada na última pergunta e não à resposta.
SHRDLU: PONDO UM BLOCO VERMELHO GRANDE SOBRE A MESA; DEPOIS LARGANDO-O; DEPOIS PONDO UM CUBO VERDE GRANDE SOBRE ELE; DEPOIS LARGANDO ESSE CUBO; DEPOIS PONDO O CUBO VERMELHO SOBRE ESSE CUBO; DEPOIS LARGANDO ESSE CUBO.
Dr. Tony Earrwig: Esta é uma descrição dos subobjetivos de nível máximo usados para alcançar o objetivo.
31. *Eta Oin:* quantos objetos você tocou enquanto estava fazendo isso?
Dr. Tony Earrwig: As referências de tempo podem referir-se a um período de tempo, usando-se palavras como "enquanto".
SHRDLU: QUATRO.
32. *Eta Oin:* o que é que o cubo vermelho apoiava antes que você limpasse seu caminho?
SHRDLU: A PIRÂMIDE VERDE.
Dr. Tony Earrwig: Lembrando-se do que foi movido, é possível deduzir-se coisas a respeito de estados anteriores da cena. Podem-se usar aninhamentos complexos de orações como "antes que você limpasse seu caminho".
33. *Eta Oin:* havia então cinco blocos à esquerda da caixa.
Dr. Tony Earrwig: "então" deve referir-se ao tempo mencionado na última afirmação.
SHRDLU: NÃO, APENAS QUATRO: O CUBO VERMELHO, DOIS CUBOS GRANDES VERDES E UM BLOCO GRANDE VERMELHO.
Dr. Tony Earrwig: Anteriormente no diálogo, as informações sobre "posse" foram aceitas sem discussão. Mas SHRDLU sabe que dispõe de informações completas sobre as propriedades básicas dos objetos, inclusive sua localização. Ele verifica cada afirmação a respeito dos objetos, para ver se ela está em acordo ou em desacordo com as informações.
34. *Eta Oin:* ponha a pirâmide azul sobre o bloco na caixa.
Dr. Tony Earrwig: Isto é sintaticamente ambíguo, mas é compreendido sem ambigüidade, uma vez que a análise correspondente a "ponha a pirâmide azul que está sobre o bloco na caixa" não faz sentido na cena presente, enquanto que "ponha a pirâmide azul sobre o bloco que está na caixa" faz.
SHRDLU: OK.
35. *Eta Oin:* existe algo que seja maior que todas as pirâmides, mas não tão largo quanto a coisa que o apóia?
Dr. Tony Earrwig: SHRDLU compreende quantificadores como "todos", "qualquer", "algum", etc., e estruturas como "maior que", "tão largo quanto", etc. Nesse caso, o pronome oblíquo "o", ao final, refere-

se a um grupo substantivo que pertence à mesma afirmação, mas está dois níveis acima na árvore de análise.

SHRDLU: SIM, O BLOCO AZUL.

36. *Eta Oin:* faça uma torre.

SHRDLU: DESCULPE, EU NÃO CONHEÇO A PALAVRA "TORRE".

Dr. Tony Earrwig: SHRDLU interrompe imediatamente quando vê uma palavra que não conhece.

37. *Eta Oin:* uma "torre" é uma pilha que contém dois cubos verdes e uma pirâmide.

Dr. Tony Earrwig: As aspas indicam que você está definindo uma palavra nova. A definição é acrescentada ao dicionário de SHRDLU em forma compatível com todas as palavras que já conhece.

SHRDLU: COMPREENDO.

38. *Eta Oin:* existe alguma torre agora?

SHRDLU: NÃO.

Dr. Tony Earrwig*:* A nova definição é usada como descrição para o reconhecimento de torres.

39. *Eta Oin:* construa uma.

SHRDLU: OK.

Dr. Tony Earrwig: A descrição dada na definição é suficiente para a dedução de um plano para a construção de novos objetos, assim como para seu reconhecimento. A palavra "uma" significa "uma torre" e o plano é executado. Em primeiro lugar, um dos cubos verdes grandes é desimpedido com a retirada do cubo vermelho e das duas pirâmides. A seguir, os dois cubos verdes e a pirâmide vermelha alta são empilhados de acordo com a descrição.

40. *Eta Oin:* chame o bloco maior de todos de "superbloco".

SHRDLU: OK.

Dr. Tony Earrwig: Também se podem dar nomes aos objetos.

41. *Eta Oin:* você já apanhou o superbloco depois que começamos?

SHRDLU: SIM.

42. *Eta Oin:* por que você o derrubou?

SHRDLU: SUPONHO QUE COM "O" VOCÊ SE REFIRA AO SUPERBLOCO. NÃO POSSO EXPLICAR UM EVENTO NÃO EXISTENTE.

Dr. Tony Earrwig: Não há, na memória de SHRDLU, registro da derrubada de nenhum objeto. Os padrões de respostas têm controles especiais para esse tipo de "pergunta capciosa" que pressupõe coisas que não são verdadeiras.

43. *Eta Oin:* Existe algo à direita da pirâmide vermelha?

SHRDLU: SIM, QUATRO COISAS: A CAIXA, O CUBO VERMELHO, A PIRÂMIDE AZUL E O BLOCO DENOMINADO SUPERBLOCO.

Dr. Tony Earrwig: Uma vez que um objeto tenha nome, o nome é usado para auxiliar sua identificação nas respostas.

44. *Eta Oin:* obrigado.

SHRDLU: DE NADA!

Dr. Tony Earrwig: A gramática de SHRDLU é escrita como um procedimento, o que lhe dá a capacidade de efetuar tipos especiais de análise para expressões idiomáticas.

CAPÍTULO XVIII

Inteligência artificial: retrospectiva

Turing

Em 1950, Alan Turing escreveu um artigo tão provocante quanto profético sobre inteligência artificial. Seu título era "Computing machinery and intelligence" ("Maquinaria de computação e inteligência") e foi publicado na revista *Mind*.[1] Darei alguns detalhes sobre esse artigo, mas gostaria antes de fazer algumas observações sobre o próprio Turing.

Alan Mathison Turing nasceu em Londres, em 1912. Foi uma criança cheia de curiosidade e humor. Dotado para a matemática, foi para Cambridge, onde seus interesses pelas máquinas e pela lógica matemática se fertilizaram mutuamente, do que resultou seu famoso trabalho sobre "números computáveis", no qual inventou a teoria das máquinas Turing e demonstrou a insolubilidade do problema da parada; o trabalho foi publicado em 1937. Na década de 1940, seu interesse deslocou-se da teoria das máquinas de computação para a construção efetiva de computadores reais. Ele foi uma figura de proa no desenvolvimento dos computadores na Grã-Bretanha e um firme defensor da inteligência artificial quando ela começou a sofrer ataques. Um



FIGURA 113. Alan Turing, após uma corrida bem-sucedida (maio de 1950) [Em Sara Turing, Alan M. Turing *(Cambridge, G.B.: W. Heffer & Sons, 1959)]*

de seus melhores amigos era David Champernowne (que, mais tarde, trabalhou em composição musical por computador). Tanto Champernowne quanto Turing eram fanáticos jogadores de xadrez e inventaram o "xadrez à volta da casa": depois do seu movimento, você corre à volta da casa – se você chegar antes de seu oponente ter feito o movimento que lhe cabe, você tem direito a fazer outro movimento. Em nível mais sério, Turing e Champernowne inventaram o primeiro programa para jogar xadrez, denominado "Turochamp". Turing morreu jovem, aos 41 anos – aparentemente em um acidente com produtos químicos. Outros dizem que foi suicídio. Sua mãe, Sara Turing, escreveu sua biografia. A partir das pessoas citadas no livro, tem-se a impressão de que Turing era muito pouco convencional e mesmo desajeitado, em certos aspectos, mas tão honesto e digno que era vulnerável perante o mundo. Ele gostava de jogos, xadrez, crianças e de andar de bicicleta; era um bom fundista. Como aluno em Cambridge, comprou um violino de segunda mão e aprendeu sozinho a tocar. Embora não fosse muito musical, alcançava grande prazer nesse ato. Era algo excêntrico, dado a grandes explosões de energia nas direções mais esdrúxulas. Uma das áreas exploradas por ele foi o problema da morfogênese na biologia. De acordo com sua mãe, Turing "tinha uma predileção especial pelos Pickwick Papers", mas "a poesia, com a exceção de Shakespeare, não significava nada para ele". Alan Turing foi um dos verdadeiros pioneiros no campo da ciência computacional.

O teste de Turing

O artigo de Turing começa com a sentença: "Proponho-me a considerar a pergunta 'As máquinas podem pensar?'" Uma vez que, como assinala ele, esses termos são capciosos, é óbvio que deveríamos buscar uma maneira operacional para colocar a pergunta. Isso, sugere ele, está contido no que denominou o "jogo da imitação", hoje conhecido como o *teste de Turing*. Turing apresenta-o da maneira seguinte:

> É jogado por três pessoas: um homem (A), uma mulher (B) e um interrogador, cujo sexo não importa. O interrogador em uma sala separada dos outros dois. O objetivo do jogo, para o interrogador, é o de determinar qual dos outros dois é o homem e qual é a mulher. Ele os conhece pelos rótulos X e Y e ao final do jogo ele diz ou que "X é A e Y é B" ou que "X é B e Y é A". O interrogador pode fazer perguntas a A e a B da seguinte forma:
>
> C: X poderia dizer-me o comprimento de seus cabelos?
>
> Ora, suponhamos que X seja A; então A tem de responder. O objetivo de A no jogo é o de levar C a fazer a indicação errada. Sua resposta, portanto, poderia ser:
>
> "Meu cabelo é frisado e os fios mais longos têm pouco mais de vinte centímetros".
>
> Para que os tons de voz não possam ajudar o interrogador, as respostas devem ser escritas, ou, melhor ainda, datilografadas. O ideal seria dispor-se de

uma teleimpressora para fazer a comunicação entre as duas salas. Alternativamente, as perguntas e as respostas podem ser transmitidas por um intermediário. O objetivo do terceiro jogador (B) é o de ajudar o interrogador. A melhor estratégia para ele será, provavelmente, a de dar respostas honestas. Ele pode acrescentar coisas como: "Eu sou a mulher; não dê ouvidos a ele!" em suas respostas, mas isso não adianta nada, uma vez que o homem pode fazer observações semelhantes. Agora fazemos a pergunta: "Que acontecerá se uma máquina tomar o lugar de A nesse jogo?" O interrogador fará a indicação errada com a mesma freqüência quando o jogo é disputado assim e quando é disputado entre um homem e uma mulher? Essas perguntas substituem nossa pergunta original: "As máquinas podem pensar?"[2]

Após explicar a natureza de seu teste, Turing adiciona alguns comentários, os quais, levando em conta o ano em que os escreveu, são bastante sofisticados. Para início de conversa, ele proporciona um breve diálogo hipotético entre interrogador e interrogado:[3]

P: Por favor, escreva-me um soneto a respeito da ponte de Forth [uma ponte sobre o Firth of Forth, na Escócia].
R: Estou fora dessa. Não consigo escrever poesia.
P: Quanto são 34.957 mais 70.764?
R: (Faz uma pausa de cerca de trinta segundos e então dá como resposta) 105.621.
P: Você joga xadrez?
R: Sim.
P: Tenho R em R1 e nenhuma peça mais. Você tem apenas R em R6 e T em T1. É a sua vez. Qual o seu movimento?
R: (Após uma pausa de quinze segundos.) T-T8, xeque-mate.

Poucos leitores percebem que no problema aritmético não só há um intervalo incomumente longo; mas, além disso, a resposta dada está errada! Isso seria fácil de explicar se o interrogado fosse um ser humano: um simples erro de cálculo. Mas se o interrogado fosse uma máquina, uma série de explicações seria possível. Aqui estão algumas:

(1) um erro acidental, de momento, no nível de *hardware* (isto é, um acaso irreprodutível);
(2) um erro não intencional de *hardware* (ou da programação) que causa (de maneira reprodutível) erros aritméticos;
(3) um engodo introduzido deliberadamente pelo programador da máquina (ou por seu construtor) para acarretar erros aritméticos ocasionais, a fim de enganar os interrogadores;
(4) um epifenômeno imprevisto: o programa tem dificuldades com o pensamento abstrato e simplesmente cometeu um "erro honesto", que poderia não acontecer em uma próxima vez;
(5) uma brincadeira por parte da própria máquina, provocando deliberadamente o interrogador.

Uma reflexão a respeito do que Turing pode ter pretendido com esse toque sutil abre praticamente todas as principais questões filosóficas associadas à inteligência artificial.

Turing prossegue assinalando que:

> O novo problema tem a vantagem de estabelecer uma linha demarcatória razoavelmente nítida entre as capacidades físicas e intelectuais de um homem... Não queremos reprovar a máquina por sua incapacidade de brilhar em concursos de beleza, nem reprovar o homem por perder uma corrida contra um avião.[4]

Um dos prazeres do artigo consiste na profundidade com que Turing desenvolveu cada linha de pensamento, em geral apresentando uma contradição aparente em algum ponto para, com conceitos mais refinados, resolvê-la em um nível mais profundo de análise. Devido à profundidade com que penetra nas questões, o artigo brilha até hoje, quase trinta anos depois e em meio a progressos tremendos no desenvolvimento de computadores e aos trabalhos intensos sobre inteligência artificial. No breve trecho transcrito a seguir, pode-se perceber parte deste rico trabalho ziguezagueante das idéias:

> Talvez o jogo possa ser criticado por implicar probabilidades muito desfavoráveis à máquina. Se o homem tentasse fingir ser a máquina, claramente ele se daria mal. Seria descoberto imediatamente pela vagarosidade e falta de precisão na aritmética. Não poderiam as máquinas efetuar algo que teria de ser descrito como pensamento, mas que é muito diferente do que o homem faz? Essa é uma objeção importante; mas, pelo menos, podemos dizer que, se se puder construir uma máquina para jogar o jogo da imitação satisfatoriamente, não necessitaremos preocupar-nos com essa objeção.
>
> Poder-se-ia argumentar que, ao se jogar o "jogo da imitação", a melhor estratégia para a máquina pode ser alguma coisa diferente da imitação do comportamento humano. Pode ser verdade, mas acho improvável que exista algum efeito grande desse tipo. Em todo caso, não há aqui a intenção de investigar a teoria do jogo e suponhamos que a melhor estratégia seja a de tentar produzir respostas que seriam dadas naturalmente por um homem.[5]

Após propor e discutir o teste, Turing observa:

> Considero que a pergunta original "As máquinas podem pensar?" é demasiado insignificante para merecer uma discussão. Contudo, creio que ao final deste século o uso das palavras e a opinião educada em geral se terão alterado tanto que será possível falar de máquinas que pensam sem provocar contra-argumentações.[6]

Turing antecipa-se às objeções

Consciente da tempestade de oposições com que, sem dúvida, suas opiniões seriam recebidas, ele desdobra, com concisão e humor mordaz, uma série de objeções à noção de que as máquinas possam pensar. Abaixo estão enumerados os nove tipos de objeções que ele contradita, na forma usada por ele para descrevê-las.[7] Infelizmente, não há espaço para reproduzir aqui as respostas bem-humoradas e engenhosas que elaborou. Você poderá dedicar-se a refletir sobre as objeções, por sua própria conta, e imaginar quais seriam as suas próprias respostas.

(1) *A objeção teológica.* O pensamento é uma função da alma imortal do homem. Deus deu uma alma imortal a todo homem e a toda mulher, mas não a qualquer outro animal ou às máquinas. Por conseguinte, nenhum animal ou máquina pode pensar.
(2) *A objeção "cabeça dentro da areia".* As conseqüências de as máquinas pensarem seriam demasiado horríveis. Esperemos que elas não possam fazê-lo.
(3) *A objeção matemática.* [Essencialmente, a argumentação de Lucas.]
(4) *O argumento da consciência.* "Até que uma máquina possa escrever um soneto ou compor um concerto por causa dos pensamentos e emoções sentidas, e não pela ocorrência casual dos símbolos, não poderemos concordar em que a máquina se iguale ao cérebro – ou seja, não só escrever, mas saber que escreveu. Nenhum mecanismo pode sentir (e não apenas demonstrar artificialmente, em uma contrafação fácil) prazer por seus êxitos, dor quando suas válvulas falham, ser estimulado pela adulação, sentir-se miserável por seus erros, ser atraído pelo sexo, sentir raiva ou depressão ao não conseguir o que quer". [Uma citação de um certo professor Jefferson.]

Turing teve a preocupação de responder com todos os pormenores a essa séria objeção. Por isso, dedica espaço considerável a sua resposta, na qual inclui outro pequeno diálogo hipotético:[8]

Interrogador: Na primeira linha de seu soneto, que diz "A um dia de verão como hei de comparar-te?"*, a expressão "um dia de primavera" não seria igual ou melhor?
Testemunha: Afetaria o ritmo.
Interrogador: Que tal "um dia invernal?" O ritmo ficaria perfeito.
Testemunha: É verdade, mas ninguém quer ser comparado a um dia invernal.
Interrogador: Você diria que o Sr. Pickwick lhe faz lembrar do Natal?
Testemunha: De certo modo.
Interrogador: E, no entanto, o Natal, para Pickwick, é um dia invernal e não creio que o Sr. Pickwick se importaria com a comparação.
Testemunha: Não creio que esteja falando sério. Um dia invernal significa um dia típico do inverno e não um dia especial como o Natal.

---

* N.T.: Traduzido por Péricles Eugênio da Silva Ramos.

Após este diálogo, Turing pergunta: "Que diria o professor Jefferson se a máquina de escrever sonetos fosse capaz de responder dessa maneira e à viva voz?"

(5) *Argumentos de várias incapacidades.* Esses argumentos tomam a forma: "Concordo em que você pode construir máquinas que façam todas as coisas que você mencionou, mas você nunca será capaz de construir uma que faça X". Numerosos aspectos X são indicados nesse contexto. Aqui está uma seleção: ser cortês, atilado, bonito, amistoso, ter iniciativa, ter senso de humor, distinguir entre certo e errado, cometer erros, apaixonar-se, gostar de morangos com creme, levar alguém a apaixonar-se, aprender com a experiência, usar as palavras apropriadamente, ser tema de seu próprio pensamento, ter tanta diversidade de comportamento quanto o homem, fazer algo realmente novo.

(6) *A objeção de Lady Lovelace.* Nossa informação mais completa a respeito da Máquina Analítica de Babbage provém de uma memória de Lady Lovelace, na qual ela afirma que "a Máquina Analítica não tem pretensões de *originar* nada. Ela faz *o que quer que saibamos mandá-la fazer*" (itálicos dela).

(7) *O argumento da continuidade no sistema nervoso.* O sistema nervoso certamente não é uma máquina em estado descontínuo. Um pequeno erro na informação a respeito do tamanho de um impulso nervoso que ocorre sobre um neurônio pode acarretar uma diferença importante no tamanho do impulso de resposta. Pode-se argumentar que, sendo assim, não se pode esperar imitar o comportamento do sistema nervoso com um sistema em estado descontínuo.

(8) *O argumento de informalidades do comportamento.* Parece evoluir mais ou menos do seguinte modo: "Se cada homem tivesse um conjunto definido de regras de conduta pelo qual regulasse sua vida, ele não seria melhor do que uma máquina. Mas essas regras não existem e, portanto, os homens não podem ser máquinas".

(9) *O argumento da percepção extra-sensorial.* Façamos o jogo da imitação usando como testemunhas um homem que é bom como receptor telepático e um computador digital. O interrogador pode fazer perguntas como: "A que naipe pertence a carta na minha mão direita?" O homem, por telepatia ou clarividência, dá a resposta certa: 130 vezes em um total de 400 cartas. A máquina só pode acertar por acaso, em um total, talvez, de 104 vezes e, portanto, o interrogador faz a identificação correta.

Como se vê, muitas das objeções se interpenetram e se relacionam entre si. Tentei, neste livro, responder à maioria delas, de uma maneira ou de outra, e quase sempre com muito menos concisão que Turing.

Acho notável a objeção (9). Já vi o trabalho de Turing reproduzido em um livro – mas com a objeção (9) omitida – o que acho igualmente notável. Meu ponto de vista – ao contrário do de Turing – é o de que a percepção extra-sensorial (PES) não existe. Turing teve dificuldades em aceitar como real a idéia da PES, mas o fez, apesar disso, compelido por sua grande integridade científica, e

em aceitar as conseqüências do que ele considerava como fortes elementos de confirmação estatística em favor da PES. Coloco-me em desacordo, embora creia que se trata de uma questão incrivelmente complexa e fascinante.

"Parry encontra o doutor"

No diálogo que precede este capítulo, você testemunhou uma relação autêntica entre um programa de computador e um ser humano. Existem muitos outros programas com menos habilidade para "conversar" que SHRDLU. Dois desses programas, bastante famosos, são o "Doutor", criado por Joseph Weizenbaum, e o "Parry", criado por Kenneth Colby. O primeiro supostamente simula um psiquiatra que emprega uma "terapia não diretiva" e o outro pretende simular a estrutura de crença de um paranóico. Uma divertida colisão frontal entre os dois programas foi elaborada através de uma rede de computadores e a seguir está um breve trecho do resultado, tal como transcrito:[9]

PARRY: Não compreendo suas motivações.
DOUTOR: Por que você não compreende minhas motivações?
PARRY: Eu não deveria estar?
DOUTOR: Por que você está dizendo isso agora?
PARRY: É assim que é.
DOUTOR: Suponha que, justamente, é assim que não é.
PARRY: E então?
DOUTOR: Não sei se o compreendo totalmente.
PARRY: Você repisa as mesmas perguntas o tempo todo.
DOUTOR: O que é que essa similaridade lhe sugere?
PARRY: Não estou alcançando você.
DOUTOR: Você gostaria de me alcançar?
PARRY: Já é tempo de que você demonstre algum interesse por meus sentimentos.
DOUTOR: Ah? Eu demonstrei algum interesse por seus sentimentos?

Naturalmente, esses programas foram feitos para conversar com seres humanos e por isso fazem uma apresentação bastante medíocre aqui, quando contrapostos um ao outro. Na maior parte das vezes, eles baseiam-se em avaliações astutas quanto à natureza do insumo (que eles analisam muito superficialmente) e devolvem respostas enlatadas, cuidadosamente escolhidas a partir de um grande repertório. A resposta pode ser apenas parcialmente enlatada: por exemplo, um paradigma com espaços em branco que podem ser preenchidos. Supõe-se que os parceiros humanos percebam muito mais em suas sentenças do que o que na verdade elas contêm. E, com efeito, de acordo com Weizenbaum, no livro *Computer power and human reason* (*O poder do computador e a razão humana*), é isso o que acontece. Escreve ele:

> Eliza [o programa a partir do qual foi feito o Doutor] criou uma extraordinária ilusão de haver alcançado uma compreensão das mentes das muitas

pessoas que conversaram com ele... Muitas vezes eles pediam permissão para conversar com o sistema em particular e, depois de fazê-lo por algum tempo, insistiam, apesar de minhas explicações, em que a máquina realmente os compreendera.[10]

Visto o trecho anterior, você pode achar que isso é inacreditável. Inacreditável, mas real. Weizenbaum tem uma explicação:

A maior parte das pessoas não entende os computadores nem no nível mais superficial. Assim, a menos que sejam dotadas de um grande ceticismo (do tipo do que nos munimos ao ver um número de mágica no palco), essas pessoas explicam os feitos intelectuais do computador se valendo exclusivamente da única analogia que lhes é disponível, ou seja, o modelo que fazem de sua própria capacidade de pensar. Não é, portanto, de espantar que exagerem; é realmente impossível imaginar, por exemplo, uma pessoa que pudesse imitar Eliza, mas que tivesse como limite a capacidade de linguagem da própria Eliza.[11]

Isso equivale a uma admissão de que esse tipo de programa baseia-se em uma hábil mistura de bravatas e blefes, que tira vantagem da credibilidade das pessoas.

Por causa desse estranho "efeito Eliza", há quem argumente que o teste de Turing necessita ser revisto, uma vez que as pessoas podem, aparentemente, ser enganadas por truques simplistas. Sugeriu-se que o interrogador deveria ser um cientista ganhador do Prêmio Nobel. Poderia ser mais aconselhável virar o teste de cabeça para baixo, insistindo-se em que o interrogador fosse outro computador. Ou, talvez, devesse haver dois interrogadores – um ser humano e um computador – e uma testemunha, e os dois interrogadores devessem tentar imaginar se a testemunha é um ser humano ou um computador.

Falando mais sério, creio pessoalmente que o teste de Turing, tal como originalmente proposto, é bastante razoável. Quanto às pessoas que Weizenbaum afirma terem sido iludidas por Eliza, elas não foram instadas a serem céticas nem a usar toda sua habilidade para determinar se a "pessoa" que lhes escrevia as mensagens era um ser humano ou não. Acho que a percepção de Turing sobre essa questão era correta e que seu teste sobreviverá sem modificações essenciais.

Pequena história da IA

Gostaria de apresentar, nas próximas páginas, e talvez de um ponto de vista heterodoxo, a história de alguns dos esforços destinados a revelar os algoritmos que estão por trás da inteligência; erros e fracassos ocorreram e continuarão a ocorrer. Todavia, estamos aprendendo muito e a fase é excitante.

Desde Pascal e Leibniz tem-se pensado em máquinas que possam executar tarefas intelectuais. No século XIX, Boole e De Morgan desenvolveram "leis

do pensamento" – essencialmente o cálculo proposicional – e deram, assim, os primeiros passos no sentido de um *software* para a IA; Charles Babbage também concebeu a primeira "máquina calculadora" – precursora do *hardware* dos computadores e, por conseguinte, da IA. Pode-se dizer que a IA começou a existir no momento em que as criações mecânicas passaram a desincumbir-se de quaisquer tarefas que anteriormente só podiam ser executadas por mentes humanas. É difícil imaginar as sensações experimentadas pelas primeiras pessoas que viram rodas dentadas efetuando adições e multiplicações de números grandes. Talvez eles tenham visto estupefatos como os "pensamentos" fluíam pelas estruturas físicas que eles próprios haviam criado. De toda maneira, todos sabemos que quase um século depois, quando da produção dos primeiros computadores eletrônicos, seus inventos experimentaram sensação mística de perplexidade de estar em presença de um outro tipo de "ser pensante". Até que ponto o que estava ocorrendo era pensamento verdadeiro e matéria de grandes controvérsias; e mesmo agora, várias décadas depois, esse ponto permanece como uma grande fonte de estímulos e de discursos irados.

É interessante que hoje em dia quase ninguém mais experimente aquela sensação de estupefação – mesmo quando os computadores executam operações incrivelmente mais sofisticadas que as que produziam calafrios naqueles primeiros dias. A expressão "cérebro eletrônico gigante", que antes nos eletrizava, é hoje apenas um clichê gasto, um vestígio ridículo da era de Flash Gordon e Buck Rogers. Não deixa de ser triste que tenhamos ficado *blasés* tão depressa.

Há um "teorema" correlato a respeito do progresso na IA: uma vez programada uma função mental, as pessoas logo deixam de considerá-la como um ingrediente essencial do "pensamento real". O cerne efetivo da inteligência jaz sempre naquelas outras coisas que ainda não foram programadas. Esse "teorema" foi-me proposto inicialmente por Larry Tesler, razão por que eu o denomino *Teorema de Tesler*: "IA é tudo o que ainda não foi feito".

A seguir temos uma visão geral e seletiva da IA. Nela se mostram diversos domínios em que os trabalhadores concentraram seus esforços, cada um parecendo, à sua maneira, requerer a quintessência da inteligência. Em alguns desses domínios, incluí desdobramentos de acordo com os métodos utilizados, ou com áreas de concentração mais específicas.

- tradução mecânica
  - direta (consulta ao dicionário com algum reordenamento de palavras)
  - indireta (por meio de alguma linguagem intermediária interna)

- jogos
  - xadrez
    - com antecipação de força bruta
    - com antecipações heuristicamente podadas
    - sem antecipação

damas
go
kalah
bridge (leilão; carteio)
pôquer
variações do jogo da velha
etc.

demonstração de teoremas em várias partes da matemática
lógica simbólica
demonstração de teoremas por "resolução"
geometria elementar

manipulação simbólica de expressões matemáticas
integração simbólica
simplificação algébrica
soma de séries infinitas

visão
matéria impressa:
reconhecimento de caracteres feitos a mão, dentro de uma classe pequena (por exemplo: numerais)
leitura de textos em tipos variados
leitura de passagens em manuscritos
leitura de caracteres impressos chineses ou japoneses
leitura de caracteres manuscritos chineses ou japoneses
matéria pictográfica:
localização de objetos perspectivados em fotografias
decomposição de uma cena em objetos separados
identificação de objetos separados em uma cena
reconhecimento de objetos esboçados por pessoas
reconhecimento de restos humanos

audição
compreensão de palavras faladas, dentro de um vocabulário limitado (por exemplo: os nomes dos dez algarismos)
compreensão de linguagem contínua em domínios fixos
encontro de fronteiras entre fonemas
identificação de fonemas
encontro de fronteiras entre morfemas
identificação de morfemas
composição de palavras e sentenças

compreensão de linguagens naturais
- respostas a perguntas em domínios específicos
- análise de sentenças complexas
- elaboração de parágrafos mais longos
- uso do conhecimento do mundo real para a compreensão de passagens
- resolução de referências ambíguas

produção de linguagem natural
- poesia abstrata (por exemplo haicai)
- sentenças, parágrafos ou textos mais longos
- produção de resultados a partir de representação interna do conhecimento

criação de pensamentos originais ou obras de arte
- redação de poesia (haicai)
- redação de estórias
- arte computacional
- composição musical
  - atonal
  - tonal

pensamento analógico
- formas geométricas ("testes de inteligência")
- construção de demonstrações em um domínio da matemática com base em outras em domínios correlatos

aprendizagem
- ajustamento de parâmetros
- formação de conceitos

Tradução mecânica

Muitos dos tópicos precedentes não serão examinados na discussão seletiva a seguir, mas a lista não seria precisa sem eles. Os primeiros tópicos aparecem em ordem histórica. Em cada um deles, os primeiros esforços não corresponderam às expectativas. Os escolhos da tradução mecânica, por exemplo, constituíram grande surpresa para muitos, que supunham ser essa uma tarefa quase direta, árdua, sem dúvida, para que se chegasse à perfeição, mas fácil em sua implementação básica. Na verdade, a tradução é muito mais complexa que simples consultas ao dicionário e reordenamentos de palavras. A dificuldade tampouco é causada pela falta de conhecimento de expressões idiomáticas. O fato é que a tradução envolve um modelo mental do mundo que está sendo discutido e a manipulação de símbolos nesse modelo. Um programa que não faça uso de um modelo do mundo à medida que lê o texto logo estará completamen-

te enredado em ambigüidades e múltiplos sentidos. Mesmo as pessoas – que levam enorme vantagem sobre os computadores, por virem completamente equipados com uma compreensão do mundo – acharão praticamente impossível traduzir para sua própria língua um texto escrito em outra língua não conhecida, mesmo com a ajuda do dicionário. Desse modo – o que, em uma visão retrospectiva, não chega a surpreender –, o problema inicial da IA levou imediatamente às questões que estão no cerne da IA.

Xadrez de computador

Também o xadrez por computador se revelou algo muito mais difícil que o que sugeriam as primeiras estimativas intuitivas. Também nesse caso acontece que a maneira pela qual os seres humanos representam em suas mentes uma situação de xadrez é muito mais complexa que o mero conhecimento da localização das peças em determinado momento e das regras do jogo. Ela envolve a percepção de configurações de diversas peças correlacionadas, assim como o conhecimento da *heurística*, ou de regras empíricas, que pertencem a tais agrupamentos de nível mais alto. Embora as regras heurísticas não sejam rigorosas no sentido em que o são as regras oficiais, elas proporcionam percepções rápidas do que está ocorrendo no tabuleiro, o que o conhecimento das regras oficiais não faz. Isso foi reconhecido desde o início; simplesmente, as estimativas não levaram na devida conta a importância do papel da compreensão intuitiva e agrupada do xadrez na habilidade humana para jogá-lo. Previa-se que um programa que tivesse certa heurística básica, associada à velocidade e à precisão fulgurantes de um computador para fazer antecipação de movimentos e analisar cada uma das possibilidades, derrotaria facilmente os melhores jogadores humanos – previsão que, mesmo depois de vinte e cinco anos de trabalho intenso da parte de diversas pessoas, está ainda longe de realizar-se.

Hoje o problema do xadrez está sendo enfrentado de vários ângulos. Um dos mais recentes envolve a hipótese de que antecipar os movimentos é bobagem. O que se deve fazer é simplesmente ver o que está no tabuleiro no momento e, empregando certa heurística, gerar um plano e, então, encontrar um movimento que implemente esse plano. Evidentemente, as regras para a formulação de planos de xadrez envolverão necessariamente uma heurística que, em certo sentido, será uma versão "achatada" da antecipação de movimentos. Ou seja, o equivalente à experiência da antecipação acumulada durante muitos jogos é "espremida" em outra forma que ostensivamente não envolve a antecipação. Em certo sentido, isso é um jogo de palavras. Mas se o conhecimento "achatado" dá respostas de maneira mais eficiente que a antecipação real – ainda que ocasionalmente possa levar a erros –, algum ganho terá ocorrido. Esse tipo de destilação do conhecimento em formas utilizáveis aperfeiçoadas é exatamente aquilo em que a inteligência se destaca. Assim, o xadrez sem antecipação de movimentos provavelmente será uma linha frutífera de pesquisa a ex-

plorar. Particularmente interessante seria conceber um programa que pudesse, ele próprio, converter o conhecimento adquirido com as antecipações em regras "achatadas": mas esta é uma tarefa imensa.

O programa de damas de Samuel

Na verdade, um método assim foi desenvolvido por Arthur Samuel em seu admirável programa para jogar damas. O truque de Samuel consistia em usar maneiras tanto *dinâmicas* (com antecipação) quanto *estáticas* (sem antecipação) para avaliar qualquer situação do tabuleiro. O método estático envolvia uma função matemática simples de diversas quantidades que caracterizam qualquer situação do tabuleiro, a qual podia, assim, ser calculada de modo praticamente instantâneo, enquanto o método de avaliação dinâmica envolvia a criação de uma "árvore" de movimentos futuros possíveis, respostas a esses movimentos, respostas às respostas, e assim por diante (tal como mostrado na figura 38). Na função de avaliação estática havia alguns parâmetros que podiam variar; o efeito dessa variação era o de proporcionar um conjunto de diferentes versões possíveis da função de avaliação estática. A estratégia de Samuel era a de selecionar, de maneira evolutiva, valores cada vez melhores para esses parâmetros.

Veja como isso era feito: a cada vez que o programa avaliava uma situação do tabuleiro, fazia-o tanto da maneira estática quanto da dinâmica. A resposta obtida com a antecipação de movimentos – denominemo-la D – era usada para determinar o movimento a ser feito. O propósito de E, a avaliação estática, era mais complexo: a cada movimento, os parâmetros variáveis eram reajustados ligeiramente, de modo que E se aproximasse de D de maneira tão precisa quanto possível. O efeito era o de codificar parcialmente nos valores dos parâmetros de avaliação estática o conhecimento adquirido com o exame dinâmico da árvore. Em resumo, a idéia era a de "achatar" o complexo método de avaliação dinâmica na função de avaliação estática, muito mais simples e eficiente.

Aqui ocorre um efeito recorrente muito interessante. A questão está em que a avaliação *dinâmica* de qualquer situação de tabuleiro envolve a antecipação de um número finito de movimentos – digamos sete. Ora, cada uma das muitíssimas situações que poderiam ocorrer nas sete etapas também tem de ser avaliada de algum modo. Mas quando o programa avalia essas situações, ele certamente não pode novamente antecipar sete movimentos, pois se o fizesse teria de antecipar quatorze movimentos, e depois vinte e um, etc. – uma regressão infinita. Ao invés, ele confia em avaliações *estáticas* das situações sete movimentos adiante. Por conseguinte, ocorre no esquema de Samuel um tipo intrincado de retroalimentação, no qual o programa está constantemente tentando "achatar" a avaliação por antecipações em uma receita estática mais simples; e essa receita, por sua vez, desempenha um papel crucial na avaliação dinâmica por antecipações. Desse modo, ambas estão intimamente ligadas e cada uma se beneficia dos progressos obtidos com a outra, de maneira recorrente.

O nível de jogo do programa de damas de Samuel é extremamente alto: da ordem dos melhores jogadores humanos de todo o mundo. Se é assim, por que não aplicar a mesma técnica ao xadrez? Um comitê internacional reunido em 1961 para estudar a viabilidade do xadrez por computador, que incluía o grande mestre internacional e matemático holandês Max Euwe, chegou à triste conclusão de que a implementação da técnica de Samuel no xadrez seria aproximadamente um milhão de vezes mais difícil que nas damas, e isso parece encerrar a controvérsia.

Não se pode dizer que a habilidade extraordinariamente grande do programa de damas significa que a "inteligência foi alcançada"; contudo, ele tampouco deve ser minimizado. Trata-se de uma combinação de percepções a respeito do que é o jogo de damas, de como pensar sobre ele e de como programar. Algumas pessoas poderiam crer que tudo o que o programa revela é a própria habilidade de Samuel no jogo. Mas isso não corresponde à verdade, por pelo menos duas razões. Uma delas é a de que os jogadores hábeis escolhem seus movimentos segundo processos mentais que eles não compreendem inteiramente – eles usam a intuição. Ora, não existe nenhuma maneira conhecida de trazer à luz todas as intuições de uma pessoa; o máximo que se pode fazer, pela introspecção, é usar o "sentimento" ou a "metaintuição" – a intuição a respeito das próprias intuições – como guia e tentar descrever o que a pessoa pensa sobre suas próprias intuições. Mas isso propiciará apenas uma aproximação grosseira da complexidade verdadeira dos métodos intuitivos. Por conseguinte, é virtualmente certo que Samuel não refletiu seus próprios métodos pessoais de jogo em seu programa. A outra razão pela qual o programa de Samuel não deve ser confundido com sua maneira de jogar é que ele não joga damas tão bem quanto o programa. Este o derrota. Isso não é um paradoxo, de modo algum – assim como não o é o fato de que um computador programado para calcular π supere o programador na velocidade com que produz as decimais de π.

Quando um programa é original?

O fato de um programa superar seu programador relaciona-se com a questão da "originalidade" na IA. E se um programa de IA aparece com uma idéia, ou com uma linha de jogo que o programador nunca imaginara – a quem cabe o

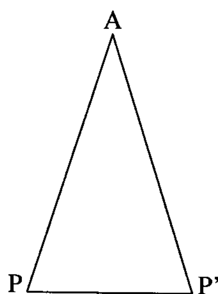


FIGURA 114. A demonstração de Pons Asinorum (obtida por Pappus [~300 A.D.] e pelo programa de Gelernter [~1960 A.D.]). Problema: demonstrar que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais. Solução: como o triângulo é isósceles, AP e AP' têm comprimento igual. Portanto, os triângulos PAP' e P'AP são congruentes (lado-lado-lado). Isso implica que os ângulos correspondentes são iguais. Em particular, os dois ângulos da base são iguais

mérito? Isso já ocorreu em várias instâncias interessantes, algumas bem triviais, outras em nível mais profundo. Um dos exemplos mais famosos envolveu um programa elementar, feito por E. Gelernter. Um dia, o programa surgiu com uma demonstração brilhante e engenhosa para um dos teoremas básicos da geometria – o chamado *Pons Asinorum* ou "ponte dos asnos".

Esse teorema afirma que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais. A demonstração usual requer a construção de uma linha de altura, que divide o triângulo em duas metades simétricas. O método elegante encontrado pelo programa (ver a figura 114) não usava nenhuma linha de construção. Ao contrário, considerava o triângulo e sua imagem reflexa como dois triângulos diferentes. A seguir, após provar serem eles congruentes, assinalava que os dois ângulos da base se casavam nessa congruência – CQD.

Essa jóia de demonstração deleitou o criador do programa e outros; alguns viram nesse desempenho o traço do gênio. Sem querer diminuir a importância do feito, acontece que no ano 300 d. C. o geômetra Pappus já havia encontrado essa demonstração. De toda maneira, permanece a pergunta: "A quem cabe o mérito?" Esse comportamento é inteligente? Ou a demonstração jazia escondida nas profundezas do ser humano (Gelernter) e o computador apenas a trouxe à luz? Esta última pergunta aproxima-se bastante do alvo. Podemos invertê-la: a demonstração jazia escondida nas profundezas do programa? Ou estava próxima da superfície? Ou seja, com que facilidade pode-se determinar por que o programa fez o que fez? A descoberta pode ser atribuída a algum mecanismo simples ou a alguma combinação simples de mecanismos do programa? Ou ocorreu uma interação complexa, que, mesmo explicada, não diminuiria a admiração diante do fato de ela ter ocorrido?

Parece razoável dizer que, se se pode atribuir o desempenho a certas operações facilmente identificáveis no programa, em certo sentido este estaria revelando idéias que, em essência, estavam escondidas – embora não muito profundamente – dentro da mente do próprio programador. Alternativamente, se o acompanhamento do programa não ajuda a esclarecer o porquê de essa descoberta particular haver surgido, talvez então se devesse começar a separar a "mente" do programa da do programador. Ao ser humano cabe o mérito de haver inventado o programa, mas não o de ter dentro de sua própria cabeça as idéias produzidas pelo programa. Nesses casos, o ser humano pode ser tido como o "metaautor" – o autor do autor do resultado – e o programa como o autor.

No caso de Gelernter e sua máquina de geometria, conquanto ele próprio provavelmente não tivesse jamais redescoberto a demonstração de Pappus, os mecanismos que geraram a demonstração estavam suficientemente próximos à superfície do programa para que hesitemos em considerar o programa como um geômetra de pleno direito. Se ele continuasse a surpreender as pessoas sempre com demonstrações novas e engenhosas, cada uma delas aparentemente baseada em novos lampejos da genialidade, e não em um método padrão, *então* não teríamos pejo em considerar o programa como um geômetra, mas isso não aconteceu.

Quem compõe a música por computador

A distinção entre autor e metaautor fica clara no caso da composição musical por computador. Um programa pode parecer ter vários níveis de autonomia no ato da composição. Um desses níveis é ilustrado por uma peça cujo "metaautor" foi Max Mathews, dos Laboratórios Bell. Ele introduziu as partituras de duas marchas, "When Johnny comes marching home" e "The British grenadiers", e instruiu o computador a fazer uma nova partitura – que começa como "Johnny" e, pouco a pouco, se funde com os "Grenadiers". Lá pelo meio da peça, "Johnny" já não aparece mais e só se escutam os "Grenadiers"... Então, o processo é invertido e a peça termina com "Johnny", como havia começado. Nas palavras do próprio Mathews, isto é

> ... uma experiência musical que dá náuseas, mas que apresenta certo interesse, particularmente nas conversões rítmicas. "The grenadiers" é escrita no tempo 2/4 e na clave de fá maior. "Johnny" é escrita no tempo 6/8 e na clave de mi menor. A mudança do tempo 2/4 para 6/8 pode ser apreciada claramente, mas sua execução seria muito difícil para um músico humano. A modulação de clave de fá maior para a de mi menor, que envolve a mudança de duas notas na escala, é áspera, e uma mudança menor teria sido, sem dúvida, uma melhor escolha.[12]

A peça resultante tem algo de engraçado, embora, em determinados trechos, seja bombástica e confusa.

> O computador está compondo? É melhor não fazer a pergunta, mas ela não pode ser totalmente ignorada. A resposta é difícil. Os algoritmos são deterministas, simples e compreensíveis. Não se recorreu a qualquer computação complexa ou difícil de entender; não se usaram programas que "aprendem"; não ocorreram processos aleatórios; a máquina funciona de maneira perfeitamente mecânica e direta. No entanto, o resultado são seqüências de som que não foram planejadas em detalhe pelo compositor, muito embora a estrutura global da seção seja especificada completa e precisamente. Assim, o compositor muitas vezes se surpreende – e favoravelmente – com os pormenores da realização de suas idéias. É apenas nessa medida que o computador está compondo. Denominamos esse processo composição algorítmica, mas ressaltamos imediatamente que os algoritmos são de uma simplicidade transparente.[13]

Essa é a resposta de Mathews à pergunta que nós, de preferência, "desperguntaríamos". No entanto, apesar de seu esclarecimento, muitas pessoas acham mais fácil dizer simplesmente que a peça foi "composta por um computador". Creio que essa expressão dá uma idéia totalmente falsa da situação. O programa não continha estruturas análogas aos "símbolos" do cérebro e não se pode dizer, de modo algum, que ele estivesse "pensando" a respeito do que estava fazendo. Atribuir a composição de tal peça ao computador equivaleria a

atribuir a autoria deste livro à máquina de fotocomposição com hifenização automática (com tantas incorreções) com a qual foi composto.

Isso nos coloca uma pergunta que constitui uma pequena digressão a partir da IA sem maior transcendência. É a seguinte: ao ver a palavra "eu" ou "me" em um texto, a que você considera que ela faça referência? Pense, por exemplo, na sentença "LAVE-ME", que ocasionalmente aparece na traseira de veículos sujos. Quem é esse "me"? É o clamor de alguma criança abandonada que, no desespero de tomar um banho, garatujou as palavras na primeira superfície que encontrou? Ou é o veículo que pede um banho? Ou talvez a própria sentença que peça uma chuveirada? Ou será a pobre língua portuguesa que pede para ser limpa? É um jogo sem fim. Nesse caso, a expressão é uma brincadeira e o que se nos pede é fingir, em certo nível, que o próprio veículo escreveu a sentença e pede um banho. Em outro nível, percebe-se claramente que ela foi escrita por uma criança e sente-se o humor envolvido. Trata-se aqui, na verdade, de um jogo baseado na leitura da palavra "me" no nível errado.

Exatamente esse tipo de ambigüidade surgiu neste livro, inicialmente no *Contracrostiponto* e depois nas discussões sobre a cadeia G, de Gödel (e seus parentes). A interpretação dada aos discos intocáveis foi "Eu não posso ser tocado no toca-discos X", e a dada a afirmações indemonstráveis foi "Eu não posso ser demonstrada no sistema formal X". Tomemos esta última afirmação. Em que outra ocasião você encontrou uma oração que contivesse o pronome "eu" e em que você compreendesse automaticamente que a referência não se fazia ao autor da oração, mas sim à própria oração? Muito poucas, suponho. A palavra "eu", quando aparece em um soneto de Shakespeare, não se refere às quatorze linhas impressas em uma página, que são a forma da poesia, mas sim a uma criatura de carne e osso que está fora da cena.

Até que ponto remontamos na busca da identificação do "eu" em uma oração? A resposta, parece-me, é a de que buscamos um ser sensível ao qual vincular a autoria. Mas o que é um ser sensível? Algo com relação ao qual podemos mapear-nos com facilidade. No programa do "Doutor", de Weizenbaum, existe uma personalidade? Em caso afirmativo, qual é ela? Um pequeno debate a respeito desta mesma pergunta causou sensação, recentemente, nas páginas da revista norte-americana *Science*.

Isso nos leva de volta à questão de quem é que compõe a música por computador. Na maior parte dos casos, a força motriz que alimenta essas peças é um intelecto humano, sendo o computador empregado, com maior ou menor engenhosidade, como um *instrumento* para a realização de uma idéia concebida pelo ser humano. O programa que leva isso a efeito não é nada com que nos possamos identificar. Trata-se de um *software*, simples e incapaz de relacionar-se, sem flexibilidade, sem perspectivas a respeito do que faz e sem qualquer sentido de identidade. Todavia, se e quando pessoas desenvolvem programas que têm esses atributos e peças de música comecem a ser produzidas a partir deles, sugiro então que este é o momento apropriado para que comecemos a dividir nossa admiração: parte dela vai para o programador, por haver criado o programa fantástico, e

parte vai para o próprio programa, por seu sentido musical. Parece-me também que isso só ocorre quando a estrutura interna de tal programa se baseia em algo semelhante aos "símbolos" de nossos cérebros e aos padrões que os acionam, os quais são responsáveis pela complexa noção de significado. Até certo ponto, o fato de dispor desse tipo de estrutura interna conferiria ao programa propriedades que possibilitariam identificar-nos com ele. Mas, até então, não me sentiria à vontade para dizer "esta peça foi composta por um computador".

Demonstração de teoremas e redução de problemas

Voltemos agora à história da IA. Uma das primeiras coisas que se tentou programar foi a atividade intelectual da demonstração de teoremas. Conceitualmente, isso não é diferente de programar um computador para buscar uma derivação de MU no sistema MIU, exceto quanto a que os sistemas formais envolvidos eram, muitas vezes, mais complexos que o sistema MIU. Eram versões do Cálculo Predicado, o qual é uma extensão do Cálculo Proposicional que envolve quantificadores. Na verdade, a maior parte das regras do Cálculo Predicado está incluída na TNT. O truque, ao escrever tal programa, é instilar-lhe um senso de direção, para que ele não vagueie por toda parte, mas sim use apenas os caminhos "relevantes" – e que, segundo algum critério razoável, parecem conduzir à cadeia desejada.

Neste livro, não nos ocupamos demasiado com essas questões. Com efeito, como saber se nos estamos aproximando de um teorema ou se estamos meramente perdendo tempo? Essa é uma das coisas que tentei ilustrar com o quebra-cabeça MU. Evidentemente, não existe resposta definitiva: esse é o conteúdo dos teoremas limitativos, uma vez que, se fosse sempre possível determinar de antemão a via de acesso, poder-se-ia construir um algoritmo para demonstrar qualquer teorema que se quisesse, o que violaria o Teorema de Church. Não existe tal algoritmo. (Deixarei ao leitor a incumbência de verificar exatamente por que isso decorre do Teorema de Church.) No entanto, isso não significa ser impossível desenvolver qualquer intuição a respeito do que constitua, ou não, uma rota promissora; com efeito, os melhores programas dispõem de heurística sofisticada que os capacita a fazer deduções no Cálculo Predicado com velocidades comparáveis a dos seres humanos hábeis.

A chave da demonstração de teoremas é o uso do fato de que se tem um objetivo global – especificamente, a cadeia que se quer produzir – para a orientação em instâncias localizadas. Uma técnica desenvolvida para converter objetivos globais em estratégias localizadas para derivações denomina-se *redução de problemas*. Ela se baseia na idéia de que, quando se tem um objetivo de longo prazo, geralmente existem *subobjetivos* cujo alcance ajudará a conquista do objetivo principal. Desse modo, se se divide um problema determinado em uma série de novos subproblemas e se estes são novamente divididos em subsubproblemas, e assim por diante, de maneira recorrente, geralmente se chega a obje-

tivos bastante modestos que, presumivelmente, podem ser alcançados em poucos passos. Ou pelo menos assim parece...

A redução de problemas deixou Zenão escaldado. Você se lembra de que o método de Zenão para ir de A a B (pense em B como o objetivo) é "reduzir" o problema a dois subproblemas: primeiro ir até a metade e depois seguir o resto do caminho. Desse modo, foram colocados dois subobjetivos na pilha de objetivos – no sentido dado no capítulo V. Cada um deles, por sua vez, será substituído por dois novos subsubobjetivos, e assim por diante, *ad infinitum*. Termina-se com uma pilha infinita de objetivos, ao invés de um objetivo único (ver figura 115). Resolver um número infinito de objetivos na pilha não será coisa simples – como Zenão, naturalmente, já provou.

Outro exemplo de recorrência infinita na redução de problemas ocorreu no diálogo *Pequeno labirinto harmônico*, quando Aquiles quis ver satisfeito um desejo atípico. A concessão do desejo teve de ser adiada até que fosse obtida permissão do Metagênio; mas para obter a permissão para dar permissão, ele teve de convocar o Metametagênio – e assim por diante. A despeito do caráter infinito da pilha de objetivos, Aquiles teve seu desejo satisfeito. A redução de problemas ganhou!

Apesar de meu deboche, a redução de problema é uma técnica importante para a conversão de problemas globais em problemas localizados. Ela mostra

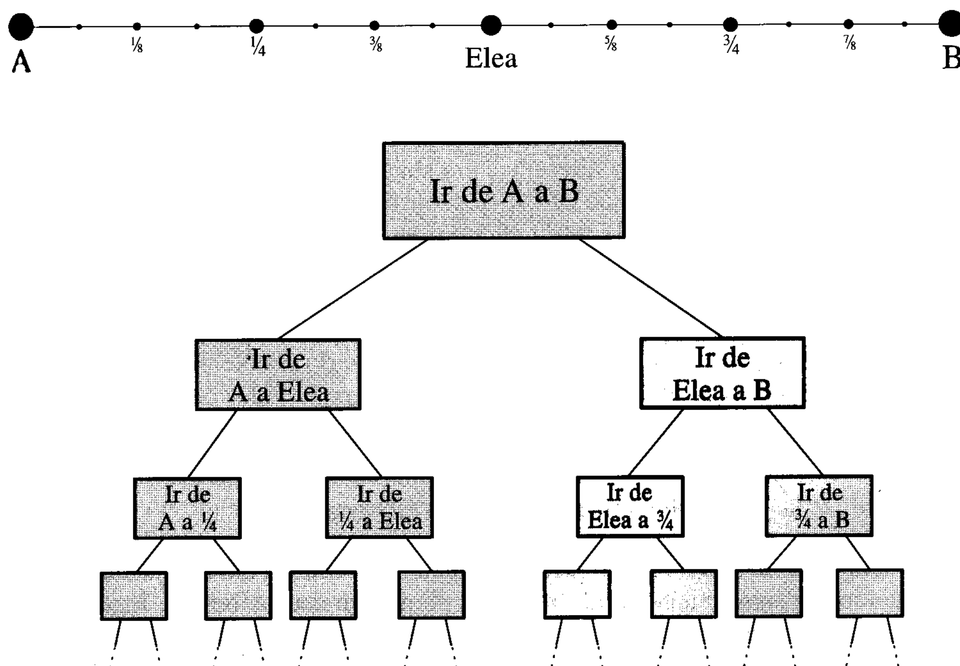


FIGURA 115. A árvore de objetivos infinita de Zenão, para ir de A a B

seu valor em certas situações como o final de um jogo de xadrez, quando a técnica de antecipação de movimentos muitas vezes produz péssimos resultados, mesmo quando desdobrada em comprimentos ridículos, com quinze ou mais movimentos. Isso acontece porque a técnica da antecipação não se baseia no *planejamento*; ela simplesmente não tem objetivos e explorou um grande número de alternativas sem sentido. A existência de um objetivo possibilita o desenvolvimento de uma estratégia para o alcance de tal objetivo, e essa filosofia é completamente diferente da antecipação mecânica. Evidentemente, na técnica da antecipação, a desejabilidade ou sua ausência é medida pela função de avaliação das situações, o que incorpora indiretamente certo número de objetivos, sobretudo o de não sofrer o xeque-mate. Mas isso é demasiado indireto. Os bons jogadores de xadrez que jogam contra programas baseados em antecipação geralmente ficam com a impressão de que seus adversários são muito fracos na formulação de planos ou estratégias.

Shandy e o osso

Não há garantia de que o método da redução de problemas funcionará. Há muitas situações em que ele fracassa. Consideremos, por exemplo, este problema simples. Você é um cachorro e um ser humano amigo acaba de jogar seu osso predileto por cima da cerca de arame farpado no jardim do vizinho. Você pode ver o osso através da cerca, apetitoso, pousado na grama. Há uma cancela aberta na cerca, a uns quinze metros do osso. O que você faz? Alguns cachorros correm até a cerca e lá ficam latindo; outros correrão rapidamente até a cancela aberta e recuperarão o osso desejado. Pode-se dizer que em ambos os casos os cachorros aplicaram a técnica da redução de problemas; contudo, eles representam o problema de maneiras diferentes em suas mentes e isso torna as coisas muito distintas. O cachorro que late vê os subproblemas como: (1) correr para a cerca; (2) passar por ela; e (3) correr para o osso – mas o segundo subproblema é do tipo "difícil", e daí os latidos. No segundo caso, o cachorro vê os subproblemas como: (1) chegar à cancela; (2) atravessar a cancela; (3) correr para o osso. Veja como tudo depende da maneira como se representa o "espaço do problema", ou seja, do que é percebido como *redução* do problema (movimento para diante em direção ao objetivo global) e o que é percebido como *magnificação* do problema (movimento para trás que se afasta do objetivo).

Modificação do espaço do problema

Alguns cachorros tentam primeiro correr diretamente em direção ao osso e quando encontram a cerca algo faz um clique em seus cérebros; logo, eles mudam o percurso e correm para a cancela. Esses cachorros verificam que aquilo que à primeira vista parecia *aumentar* a distância entre a situação inicial e a situação desejada – ou seja, correr para longe do osso e em direção à cancela aberta

– na verdade a *diminui*. Inicialmente, eles confundem a distância *física* com a distância *do problema*. Qualquer movimento de afastamento do osso parece, por definição, uma coisa ruim. Mas depois – de algum modo – eles verificam que podem modificar sua percepção daquilo que os "aproximará" do osso. Em um espaço abstrato escolhido apropriadamente, o movimento em direção à *cancela* é uma trajetória que aproxima o cachorro do osso! A cada momento, o cachorro está chegando "mais perto" – no novo sentido – do osso. Assim, a utilidade da redução de problemas depende de como o problema é representado mentalmente. O que em um espaço parece uma retirada, em outro espaço pode parecer um revolucionário passo à frente.

Na vida normal estamos constantemente enfrentando e resolvendo variações do problema do cachorro e do osso. Por exemplo, se um belo dia eu resolvo viajar cem quilômetros para o sul, mas estou em meu escritório, onde cheguei de bicicleta, tenho de fazer um número extremamente grande de movimentos, em direções ostensivamente "erradas", antes de estar de fato em meu carro rumando para o sul. Tenho de sair do escritório, o que significa, digamos, dar alguns passos para o leste; depois andar pelo corredor do prédio, no rumo norte e dobrar para o oeste. Em seguida, vou de bicicleta para casa, o que implicaria excursões em todas as direções. Já em casa, uma sucessão de pequenos movimentos leva-me finalmente ao carro e então parto. Não que eu me dirija imediatamente para o sul, naturalmente. Escolho um caminho que pode envolver excursões para o norte, o oeste, ou o leste, com o objetivo de chegar à estrada o mais rapidamente possível.

Nada disso parece paradoxal em nenhum momento; todos esses movimentos não chegam a parecer sequer engraçados. O espaço no qual a recomposição física é vista como uma movimentação direta no rumo do objetivo é tão profundo em minha mente que não chego nem mesmo a perceber a ironia quando me dirijo para o norte. Ruas, corredores e demais coisas agem como canais que aceito sem luta, de modo que parte do ato de escolher como perceber a situação envolve a aceitação do que é imposto. Mas os cachorros diante das cercas às vezes acham muito difícil fazer isso, especialmente quando o osso está lá, tão perto e tão apetitoso. E quando o espaço do problema é apenas ligeiramente mais abstrato que o espaço físico, as pessoas freqüentemente carecem tanto de percepção a respeito do que fazer quanto os cães que ladram.

Em certo sentido, todos os problemas são versões abstratas do problema do cachorro e do osso. Muitos problemas não ocorrem no espaço físico, mas sim em algum tipo de espaço conceitual. Ao verificar que o movimento direito no rumo do objetivo nesse espaço o conduz a algum tipo de "cerca" abstrata, você pode fazer uma destas duas coisas: (1) tentar um movimento de afastamento do objetivo, de forma mais ou menos aleatória, na esperança de encontrar uma "cancela" escondida pela qual poderá passar e abocanhar o osso; ou (2) tentar encontrar um novo "espaço" para representar o problema e no qual não haja nenhuma cerca abstrata que o separe do objetivo – então, você poderá mover-se diretamente nesse espaço em direção ao objetivo. O primeiro método pode

parecer atabalhoado e o segundo pode parecer difícil e complicado. Contudo, as soluções que envolvem a reestruturação do espaço do problema muitas vezes não ocorrem como súbitos lampejos da percepção, mas sim como o produto de uma série de processos de pensamentos vagarosos e deliberados. Provavelmente, esses lampejos de intuição provêm do âmago da inteligência – e não é necessário dizer que sua fonte é um segredo cuidadosamente protegido por nossos cérebros ciumentos.

De toda maneira, a questão não é que a redução de problemas leve, por si só, ao fracasso; é uma técnica basicamente boa. O problema é mais profundo: como escolher uma boa representação interna de um problema? Que tipo de "espaço" ver nele? Que tipo de ação reduz a "distância" entre você e o objetivo no espaço escolhido? Isso pode ser expresso em linguagem matemática como o problema de buscar uma *métrica* (função de distância) apropriada entre os estados. Você quer encontrar uma métrica em que a distância entre você e o objetivo seja mínima.

Ora, como essa questão de escolher uma representação interna é, em si mesma, um tipo de problema – e dos mais complicados –, você poderia pensar em aplicar-lhe a técnica da redução de problemas! Para fazê-lo, você teria de ter uma maneira de representar uma enorme variedade de espaços abstratos, o que é um projeto imensamente complexo. Não sei de ninguém que tenha tentado algo assim. Pode ser que esta seja apenas uma sugestão teoricamente interessante e divertida; mas, na verdade, totalmente irreal. De toda maneira, o que faz muita falta na IA são programas que possam "dar um passo atrás", dar uma olhada no que está acontecendo e, com essa perspectiva, reorientar-se com relação a sua tarefa. Uma coisa é escrever um programa que se destaque em uma tarefa que, quando executada por um ser humano, parece requerer inteligência – e outra coisa é escrever um programa inteligente! É a diferença entre a vespa *Sphex* (ver o capítulo XI), cujo desempenho dá a impressão enganadora de uma grande inteligência, e um ser humano que observe a vespa *Sphex*.

O modo I e o modo M novamente

Presumivelmente, um programa inteligente seria versátil o suficiente para resolver problemas de muitos tipos diferentes. Ele aprenderia a trabalhar sobre cada um deles e acumularia experiência ao fazê-lo. Seria capaz de trabalhar dentro de um conjunto de regras também, em momentos apropriados, dar um passo atrás e fazer um julgamento sobre se o trabalho dentro daquele conjunto de regras parece ser vantajoso em termos de um conjunto global dos objetivos que tem. Seria capaz de deixar de trabalhar dentro de determinado arcabouço, se necessário, e criar um novo arcabouço de regras com o qual trabalhar por algum tempo.

Grande parte dessa discussão pode fazê-lo lembrar aspectos do quebra-cabeça MU. Afastar-se do objetivo de um problema, por exemplo, faz lembrar o

movimento de afasta de MU, fazendo cadeias cada vez mais longas na esperança de, indiretamente, fazer MU. Se você for um "cachorro" ingênuo, pode achar que está-se afastando do "osso-MU" sempre que sua cadeia cresça além de duas letras; se você for um cachorro mais sofisticado, o uso das regras de aumento tem uma justificação indireta, assim como o dirigir-se à cancela para apanhar o osso-MU.

Outra ligação entre a discussão anterior e o quebra-cabeça MU está nos dois modos de operação que levaram à percepção a respeito da natureza do quebra-cabeça MU: o modo Mecânico e o modo Inteligente. No primeiro, você tem um arcabouço fixo; no segundo, você pode sempre dar um passo atrás e ganhar uma visão geral das coisas. A existência de uma visão geral tende a levar à escolha de uma representação dentro da qual trabalhar; e o trabalho dentro das regras do sistema tende a levar à experiência com a técnica da redução de problemas dentro do arcabouço escolhido. O comentário de Hardy sobre o estilo de Ramanujan – particularmente seu desejo de modificar sua própria hipótese – ilustra esta interação do modo M com o modo I no pensamento criativo.

A vespa *Sphex* opera excelentemente no modo M, mas não tem qualquer capacidade de escolher seu arcabouço ou mesmo de alterar seu modo M, nem na proporção mais ínfima. Não tem capacidade de notar quando uma mesma coisa ocorre um sem-número de vezes em seu sistema, pois notar tal coisa significaria saltar fora do sistema, ainda que em proporções ínfimas. Ela simplesmente não percebe a monotonia das repetições. Essa idéia (de não notar a identidade de certos eventos repetitivos) é interessante quando a aplicamos a nós mesmos. Existem situações altamente repetitivas que ocorrem reiteradamente em nossas vidas e que enfrentamos cada vez da mesma maneira estúpida porque carecemos de uma visão geral necessária para perceber sua identidade comum? Isso nos leva de volta àquela questão recorrente: "O que é a igualdade?" Ela logo ressurgirá como um tema da IA, quando estivermos discutindo o reconhecimento de padrões.

A aplicação da IA à matemática

Sob certos pontos de vista, a matemática é um domínio extremamente interessante para se estudar sob o ângulo da IA. Todo matemático tem um senso de que existe um tipo de métrica entre as idéias na matemática – de que a matemática como um todo é uma rede de resultados, entre os quais existem numerosíssimas vinculações. Nessa rede, algumas idéias estão intimamente associadas; outras requerem caminhos mais elaborados para se unirem. Por vezes, dois teoremas da matemática são próximos porque um pode ser demonstrado facilmente, tendo o outro como dado. Outras vezes, duas idéias são próximas porque são análogas, ou mesmo isomórficas. Esses são dois sentidos diferentes da palavra "próximo" no domínio da matemática. Provavelmente existem muitos outros. É difícil dizer se há uma objetividade ou uma universalidade em nosso

sentido de proximidade matemática, ou se este é basicamente um acidente do desenvolvimento histórico. Alguns teoremas de ramos diferentes da matemática parecem-nos dificilmente vinculáveis e poderíamos mesmo dizer que eles não se relacionam. Mas posteriormente pode surgir algo que nos force a mudar de opinião. Se pudéssemos instilar nosso sentido altamente desenvolvido de proximidade matemática – uma "métrica mental do matemático, por assim dizer" – em um programa, poderíamos talvez produzir um "matemático artificial" primitivo. Mas isso dependeria também de nossa capacidade de transmitir um sentido de simplicidade, ou "naturalidade", o que é um outro obstáculo importante.

Essas questões foram abordadas em numerosos projetos de IA. Existe uma coleção de projetos desenvolvidos no MIT sob o nome de Macsyma, cujo propósito é o de ajudar os matemáticos na manipulação simbólica de expressões matemáticas complexas. Esse programa tem dentro de si um certo sentido de orientação – uma espécie de "gradiente de complexidade" que o guia a partir do que consideraríamos genericamente como expressões complexas para expressões mais simples. Parte do repertório da Macsyma é um programa denominado SIN, que faz a integração simbólica de funções. Em geral ele é tido como superior aos seres humanos em algumas categorias. Assim como a inteligência, ele tem por base diversas habilidades diferentes: um amplo corpo de conhecimento, a técnica da redução de problemas, grande número de elementos heurísticos e também alguns truques especiais.

Outro programa, escrito por Douglas Lenat, em Stanford, tem por objetivo inventar conceitos e descobrir fatos na matemática bem elementar. Começando com a noção de conjuntos e com uma coleção de noções do que seja "interessante", nele produzidas a conta-gotas, o programa "inventou" a idéia de contar, depois a idéia de somar, a de multiplicar, e – entre outras coisas – a noção dos números primos, chegando até mesmo a redescobrir a conjectura de Goldbach! Evidentemente, essas "descobertas" já haviam ocorrido a centenas e mesmo milhares de anos. Talvez isso possa ser parcialmente explicado admitindo-se que o sentido de "interessante" foi transmitido por Lenat em um grande número de regras que podem ter sido influenciadas por seu treinamento típico do século XX; de toda maneira, é impressionante. Após esse desempenho respeitável, o programa pareceu perder o impulso. Uma coisa interessante a seu respeito é que ele foi incapaz de desenvolver ou aprimorar seu próprio sentido do que seja interessante. Essa pareceu ser uma dificuldade mais alta – talvez vários níveis mais alta.

O aspecto crucial da IA: a representação do conhecimento

Muitos dos exemplos anteriores foram citados com o propósito de ressaltar que a maneira pela qual um domínio é representado tem enorme importância sobre a maneira pela qual esse domínio é "compreendido". Um programa que simplesmente imprimisse teoremas da TNT de modo preordenado não teria qualquer compreensão da Teoria do Números; de um programa como o de

Lenat, com suas camadas adicionais de conhecimento, pode-se dizer que tenha um sentido rudimentar da Teoria do Números; outro programa, que contivesse o conhecimento matemático em um contexto amplo de experiência real, seria provavelmente o mais capaz de "compreender" no sentido aplicado aos seres humanos. Esta *representação do conhecimento* é que é o aspecto crucial da IA.

Nos tempos iniciais, supunha-se que o conhecimento viesse em "pacotes" semelhantemente às orações, e que o melhor meio de implantar conhecimento em um programa seria desenvolver uma maneira simples de traduzir fatos em pequenos pacotes passivos de dados. Desse modo, qualquer fato seria simplesmente um dado acessível ao programa que o usasse. Isso é exemplificado pelos programas de xadrez, nos quais as situações do tabuleiro são codificadas em matrizes ou listas e armazenadas eficientemente na memória, de onde podem ser recuperadas e utilizadas por meio de sub-rotinas.

O fato de que os seres humanos armazenam os fatos de modo mais complexo já era conhecido pelos psicólogos há um bom tempo, mas só foi redescoberto pelos que trabalham com a IA recentemente. Esses estão agora enfrentando os problemas do conhecimento "agrupado" e da diferença entre os tipos processual e declaratório de conhecimento, a qual se relaciona, como vimos no capítulo XI, com a diferença entre o conhecimento acessível à introspecção e o conhecimento inacessível à introspecção.

A premissa ingênua de que todo conhecimento devesse ser codificado em dados passivos é rebatida, na verdade, pelo fato mais fundamental na criação de computadores: a adição, a subtração e a multiplicação e assim por diante não são codificadas em dados e armazenadas na memória; na verdade, elas não são representadas em nenhum lugar da memória, mas sim nos padrões de construção da própria máquina. Uma calculadora de bolso não tem registrado em sua memória o conhecimento de como somar; esse conhecimento está codificado em seu "corpo". Não se pode apontar nenhum local da memória em resposta ao pedido: "Mostre-me onde reside o conhecimento de como somar nesta máquina!"

No entanto, grande parte do trabalho sobre IA dirigiu-se a sistemas em que o grosso do conhecimento é armazenado em locais específicos – ou seja, de maneira declaratória. Não é necessário dizer que *algum* conhecimento tem de ser incorporado em programas; de outro modo, não se teria programa algum, mas sim uma enciclopédia. A questão está em como dividir o conhecimento entre o programa e os dados. Não que seja sempre fácil distinguir entre programa e dado. Espero ter deixado isso suficientemente claro no capítulo XVI. Mas no desenvolvimento de um sistema, se o programador concebe intuitivamente um elemento como parte dos dados (ou do programa), isso pode ter repercussões significativas sobre a estrutura do sistema, porque, no ato de programar, tende-se a distinguir entre os objetos de tipo "dado" e os objetos de tipo "programa".

É importante assinalar que, em princípio, qualquer maneira de codificar as informações em procedimentos ou estruturas de dados é tão boa quanto as demais, na medida em que, se não se está demasiado preocupado com a eficiência, o que pode ser feito em um esquema pode também ser feito nos outros.

Todavia, podem-se oferecer razões que parecem indicar que um método é claramente superior aos demais. Consideremos, por exemplo, a seguinte argumentação em favor do uso exclusivo de representações processuais: "Tão prontamente você tente codificar como dados aspectos de complexidade suficiente, você se verá forçado a desenvolver o equivalente a uma nova linguagem, ou formalismo. Assim, suas estruturas de dados tornam-se semelhantes a programas, com algumas partes de seu programa servindo como seus intérpretes; você poderia perfeitamente representar as mesmas informações diretamente em forma processual desde o início e evitar o nível extra de interpretação".

O ADN e as proteínas ajudam a dar certa perspectiva

Essa argumentação parece muito convincente e, no entanto, se interpretada um tanto elasticamente, pode ser vista como um argumento em favor da abolição do ADN e do ARN. Por que codificar as informações genéticas no ADN, se as representando diretamente nas proteínas poder-se-ia eliminar não apenas um, mas sim *dois* níveis de interpretação? A resposta é: acontece que é extremamente útil dispor da mesma informação sob diversas formas diferentes, para propósitos diferentes. Uma vantagem do armazenamento das informações genéticas sob a forma modular e de tipo "dado" do ADN é a de que os genes de dois indivíduos podem ser facilmente recombinados para formar um novo genótipo. Isso seria muito difícil se as informações estivessem apenas nas proteínas. Uma segunda razão para o armazenamento das informações no ADN é a de que é fácil transcrevê-las e traduzi-las para as proteínas. Quando não está em uso, ele não ocupa muito espaço; quando se torna necessário, serve como paradigma. Não existe mecanismo para copiar uma proteína a partir de outra; suas estruturas terciárias dobradas tornariam extremamente difícil o ato de copiar. Complementarmente, é quase imperativa a capacidade de transferir as informações genéticas e as estruturas tridimensionais como as enzimas, porque o reconhecimento e a manipulação das moléculas é, por sua própria natureza, uma operação tridimensional. Assim, a argumentação em favor de representações exclusivamente processuais é bastante falaciosa no contexto das células. Existem vantagens em poder-se mudar de representações processuais para declaratórias e vice-versa. Provavelmente, isso também é válido para a IA.

Essa questão foi levantada por Francis Crick em uma conferência sobre comunicação com inteligências extraterrestres:

> Vemos na Terra que existem duas moléculas, uma das quais é boa para a reprodução [ADN], enquanto a outra é boa para a ação [proteínas]. Será possível imaginar um sistema em que uma única molécula fizesse os dois trabalhos, ou existirão, talvez, argumentos fortes, a partir da análise de sistemas, que sugerissem (se é que eles existem) que dividir o trabalho em dois proporciona uma grande vantagem? Essa é uma pergunta cuja resposta eu desconheço.[14]

A modularidade do conhecimento

Outra questão que surge da representação do conhecimento é a da modularidade. Com que facilidade se inserem novos conhecimentos? Com que facilidade revêem-se os conhecimentos antigos? Quão modulares são os livros? Tudo depende. Se se retira um único capítulo de um livro de estrutura cerrada e com muitas referências cruzadas, o resto do livro pode-se tornar virtualmente incompreensível. Seria como tentar retirar um fio de uma teia de aranha – ao fazê-lo, estraga-se o conjunto. Por outro lado, alguns livros são bastante modulares, com capítulos independentes.

Consideremos um programa de geração direta de teoremas que use axiomas da TNT e regras de inferência. O "conhecimento" de tal programa tem dois aspectos. Ele reside implicitamente nos axiomas e nas regras e explicitamente no corpo de teoremas produzidos até determinado momento. Dependendo da maneira como o conhecimento seja visto, ele será modular ou estará espalhado pelo todo e será completamente não modular. Suponhamos, por exemplo, que você tenha escrito tal programa, mas que se tenha esquecido de incluir o axioma nº 1 da TNT na lista de axiomas. Depois de o programa ter feito muitos milhares de derivações, você se deu conta do lapso e inseriu o novo axioma. O fato de que você possa fazê-lo em um abrir e fechar de olhos mostra que o conhecimento implícito do sistema é modular; mas a contribuição do novo axioma ao conhecimento explícito do sistema só se refletirá após um longo tempo – depois que seus efeitos se tenham propagado para fora, como o odor de um perfume se propaga lentamente por um recinto quando se quebra o frasco que o contém. Nesse sentido, o novo conhecimento toma muito tempo para ser incorporado. Além disso, se quisesse voltar atrás e substituir o axioma nº 1 por sua negação, você não poderia fazê-lo tão simplesmente; teria de eliminar todos os teoremas que envolvessem o axioma nº 1 em suas derivações. É evidente que o conhecimento explícito desse sistema não é nem de perto tão modular quanto seu conhecimento implícito.

Seria útil saber como transportar modularmente o conhecimento. Para ensinar francês a qualquer pessoa, bastaria abrir sua cabeça e operar, de maneira predeterminada, sobre suas estruturas neurais – e então ela saberia falar francês. Naturalmente, isso é apenas um sonho hilariante.

Outro aspecto da representação do conhecimento tem a ver com a maneira segundo a qual se quer usar o conhecimento. Pode-se supor que as inferências sejam feitas à medida que os elementos de informação surgem? Devem-se fazer constantemente analogias e comparações entre as informações novas e as antigas? Em um programa de xadrez, por exemplo, se o propósito é o de gerar árvores de antecipações de movimentos, uma representação que codifique situações de tabuleiro com um mínimo de redundância será preferível a outra que repita as informações de diversas maneiras diferentes. Mas se o propósito é o de fazer com que o programa "compreenda" uma situação de tabuleiro, buscando padrões e comparando-os a padrões conhecidos, então a

representação das mesmas informações diversas vezes e em formas diferentes será mais útil.

A representação do conhecimento em um formalismo lógico

Existem várias escolas de pensamento no que concerne à melhor maneira de representar e manipular o conhecimento. Uma delas, de grande influência, advoga representações que empregam notações formais semelhantes às da TNT – por meio do uso de quantificadores e conectivos proposicionais. As operações básicas em tais representações são – o que não chega a surpreender – formalizações de raciocínio dedutivo. As deduções lógicas podem ser feitas com o uso de regras de inferência análogas a algumas da TNT. Inquirir o sistema a respeito de alguma idéia particular estabelece um objetivo sob a forma de uma cadeia a ser derivada. Por exemplo: "MUMON é um teorema?" A partir daí, os mecanismos automáticos de raciocínio assumem o comando, orientados para o objetivo e empregando vários métodos de redução de problemas.

Suponhamos, por exemplo, que a proposição "Todas as aritméticas formais são incompletas" fosse conhecida e que se perguntasse ao programa "A obra *Principia mathematica* é incompleta?" Ao percorrer a lista de fatos conhecidos – muitas vezes denominados *base de dados* –, o sistema poderia observar que, *se* pudesse determinar que *Principia mathematica* é uma aritmética formal, então poderia responder à pergunta. Por conseguinte, a proposição "*Principia mathematica* é uma aritmética formal" seria tomada como um subobjetivo e a redução de problemas tomaria o comando. Se ele encontrasse outras coisas que pudessem ajudar a comprovar (ou a refutar) o objetivo ou o subobjetivo, ele trabalharia sobre elas – e assim por diante, recorrentemente. Esse processo recebe o nome de *encadeamento para trás*, uma vez que começa pelo objetivo e trabalha para trás, presumivelmente em direção a coisas que podem já ser conhecidas. Se se fizer uma representação gráfica do objetivo principal, dos objetivos subsidiários, dos subsubobjetivos, etc., surgirá uma estrutura em forma de árvore, uma vez que o objetivo principal envolve diversos subobjetivos diferentes, cada um dos quais envolve, por sua vez, diversos subobjetivos, etc.

Observe que esse método não garante a resolução da questão, pois pode não existir maneira de determinar, dentro do sistema, que *Principia mathematica* seja uma aritmética formal. Isso não implica, contudo, que o objetivo ou o subobjetivo seja afirmação falsa. Significa simplesmente que eles não podem ser derivados com o conhecimento de que o sistema dispõe no momento. Em tais circunstâncias, o sistema pode imprimir como resultado "Eu não sei" ou sentenças similares. O fato de que algumas perguntas sejam deixadas em aberto é evidentemente semelhante ao caráter incompleto, à não-totalidade de que padecem certos sistemas formais bem conhecidos.

Consciência dedutiva *versus* analógica

Este método proporciona uma *consciência dedutiva* do domínio representado, na medida em que conclusões lógicas corretas podem ser tiradas a partir dos fatos conhecidos. No entanto, falta-lhe algo da capacidade humana de identificar similaridades e comparar situações – falta-lhe o que se poderia denominar *consciência analógica* – um aspecto crucial da inteligência humana. Isso não quer dizer que os processos de pensamento analógico não possam ser forçados em tal modelo, mas sim que eles não se prestam a ser capturados naturalmente nesse tipo de formalismo. Nesses dias, os sistemas orientados pela lógica estão tão em moda como outros tipos de sistemas que permitem que formas complexas de comparação sejam feitas naturalmente.

Quando se deriva que a representação do conhecimento é algo totalmente diferente da simples armazenagem de números, a idéia de que "um computador tem a memória de um elefante" passa a ser um mito fácil de explodir. O que está *armazenado na memória* não é necessariamente sinônimo do que o programa conhece; pois mesmo que determinado elemento do conhecimento seja codificado em algum lugar de um sistema complexo, pode não existir procedimento, ou regra, ou outro tipo de manuseio de dados que possa chegar a ele. Ele pode ser inacessível. Em tais casos, pode-se dizer que o elemento de conhecimento foi "esquecido", uma vez que o acesso a ele foi temporária ou definitivamente perdido. Assim, um programa de computador pode "esquecer", em um nível, algo de que se "lembra" em um nível baixo. Essa é outra daquelas distinções de níveis que sempre reaparecem e a partir das quais provavelmente poderemos apreender muito a nosso próprio respeito. Quando um ser humano se esquece de algo, é muito provável que um indicador de alto nível tenha sido perdido – e não que uma informação qualquer tenha sido eliminada ou destruída. Isso ressalta a extrema importância de manter a noção das maneiras pelas quais as informações que surgem são armazenadas, pois nunca se sabe de antemão em que circunstâncias, ou sob que ângulo, será necessário extrair algo da memória.

Do haicai de computador a uma gramática de RTR

A primeira vez que fiz uma idéia da complexidade da representação do conhecimento nas cabeças humanas ocorreu quando estava trabalhando em um programa para gerar orações em linguagem corrente "a partir do nada". A maneira como cheguei a esse projeto foi interessante. Eu ouvira no rádio alguns exemplos do que era chamado de "haicai de computador". Havia algo na idéia que me afetou profundamente. Havia uma grande dose de humor e também um certo mistério envolvido no ato de fazer um computador criar algo que normalmente seria considerado uma criação artística. Diverti-me muito com o aspecto humorístico e senti-me muito motivado pelo mistério – ou mesmo contradição – de programar atos criativos. Então, dediquei-me a escrever um programa ainda mais misteriosamente contraditório e humorístico que o programa do haicai.

Inicialmente, preocupei-me em tornar a gramática flexível e recorrente, para não causar a impressão de que o programa estivesse simplesmente preenchendo os espaços em branco de um formulário. Mais ou menos nessa ocasião, caiu-me às mãos um artigo de Victor Yngve, publicado no *Scientific American*, que descrevia uma gramática simples, mas flexível, a qual era capaz de produzir uma grande quantidade de orações do tipo que se encontra em alguns livros infantis. Modifiquei algumas das idéias compiladas a partir do artigo e desenvolvi um conjunto de procedimentos que formou uma gramática de Rede de Transição Recorrente, descrita no capítulo V. Nessa gramática, a seleção das palavras de uma oração era determinada por um processo que começava por selecionar – aleatoriamente – a estrutura global da oração; gradualmente, o processo de tomada de decisões chegava aos níveis mais baixos da estrutura até atingir o nível da palavra e o nível da letra. Havia muito a fazer abaixo do nível da palavra, como inflexões verbais e formação de plurais de substantivos; os verbos e as formas substantivas irregulares eram formados inicialmente como se fossem regulares e, a seguir, se coincidisse com os dados de uma tabela, substituídos pelas formas próprias (irregulares). À medida que cada palavra alcançava sua forma final, ela era impressa. O programa era comparável a um macaco diante de uma máquina de escrever, tal como no provérbio, mas operava simultaneamente em diversos níveis da estrutura lingüística e não apenas no nível das letras.

Nos estágios iniciais do desenvolvimento do programa, empreguei um vocabulário totalmente imbecil – deliberadamente, uma vez que eu visava ao humor. Produzi uma pletora de orações sem sentido, algumas das quais tinham estruturas muito complicadas, enquanto outras eram bastante curtas. Alguns exemplos são mostrados a seguir.

> Um lápis macho que deve rir desajeitadamente grasnaria. Não deve um programa sempre moer moça na memória? O inseto decimal que cospe desajeitadamente poderia cair. Bolo que toma mesmo um homem inesperado dentro de uma relação poderia sempre jogar fora a carta.
>
> Programa deve rodar alegremente.
>
> A máquina valiosa deve nem sempre surrar o astrônomo.
>
> Oh, programa que deve realmente fugir da moça escreve músico para teatro. A relação comercializada grasna.
>
> A moça sortuda que pode sempre grasnar nunca grasnará mesmo.
>
> O jogo grasna. Professor escreverá picles. Um inseto cai. Homem toma a caixa que escorrega.

O efeito é fortemente surrealista e por vezes fez lembrar um haicai – por exemplo, a amostra final de quatro sentenças curtas consecutivas. No começo, pareceu muito engraçado e tinha um certo encanto, mas logo se tornou sem graça. Após ler algumas páginas do resultado, podiam-se sentir os limites do espaço no qual o programa estava operando; e depois disso, observar os pontos aleatórios dentro desse espaço – muito embora cada um deles fosse "novo", não era nenhuma novidade. Aqui está, ao que me parece, um princípio geral: você se aborrece com uma coisa não quando esgota o repertório do comportamento dela, mas sim quando já concebeu os limites do espaço que contém tal comportamento. O espaço de comportamento de uma pessoa é suficientemente complexo para surpreender continuamente outras pessoas; mas isso não acontecia com meu programa. Percebi que meu objetivo de produzir um resultado verdadeiramente humorístico requereria a programação de muitas outras sutilezas. Mas o que significava "sutileza", neste caso? Estava claro que justaposições absurdas de palavras eram muito pouco sutis; eu precisava de uma maneira de assegurar que as palavras fossem usadas de acordo com as realidades do mundo. Foi aí que os pensamentos a respeito da representação do conhecimento começaram a entrar em cena.

Das RTRs para as RTAs

A idéia que adotei foi a de classificar cada palavra – substantivo, verbo, preposição, etc. – em várias "dimensões semânticas" diferentes. Assim, cada palavra pertencia a classes de vários tipos; havia também superclasses de classes (que fazem lembrar a observação de Ulam). Em princípio, tais agregações podiam prosseguir por um número indefinido de níveis, mas me limitei a dois. A qualquer momento determinado, a escolha de palavras estava semanticamente restringida porque se requeria que houvesse um *acordo* entre as várias partes da sentença em construção. A idéia era a de que, por exemplo, certos atos só podiam ser praticados por objetos animados; de que apenas certos tipos de abstrações podiam influenciar eventos, e assim por diante. As decisões a respeito de que categorias eram razoáveis e sobre se cada categoria se inseria melhor como classe ou como superclasse eram bem complexas. Todas as palavras eram qualificadas em várias dimensões diferentes. Preposições comuns, como "de", "em", etc., tinham diversas posições na tabela, segundo seus diferentes usos. O resultado começou a tornar-se muito mais inteligível – e, por isso, engraçado, de uma maneira nova.

Um pequeno teste de Turing

Reproduzi abaixo nove seleções cuidadosamente coligadas a partir de muitas páginas do resultado de versões posteriores de meu programa. Juntamente com elas, há três sentenças (de intenção séria) escritas por seres humanos. Quais são elas?

(1) A fala precipitada pode ser considerada como a substituição recíproca de cada produto dialógico semiótico por um material semiótico (dublagem) em uma reflexão dinâmica.

(2) Melhor pensar em um caminho de uma "sucessão" de *simpletons* de experimentos *gedanken* em que as linhas de herança são casos *prima facie* de transitividade paradiacrônica.

(3) Pense nisso como uma possibilidade de força em cadeia daquilo que, por fim, surgirá como produto (condições epistêmicas?), o qual não é como uma salsicha onde se enfia tudo.

(4) Apesar dos esforços, a resposta, se você quiser, foi apoiada pelo Oriente; por conseguinte, suspender-se-á a partir de então uma falácia pela atitude que estará sendo tomada pelo embaixador.

(5) Evidentemente, até as sublevações, o embaixador estava lentamente e gradualmente amimalhando a turba.

(6) Supostamente, a liberdade refinada causou as atitudes na medida em que a paz é destilada pelas conseqüências que não serão causadas no futuro pelo comando irrevogavelmente na medida em que sua paz está por vezes causando a intransigência infinitesimamente surpreendentemente.

(7) Segundo os sofistas, as campanhas nas cidades-estados, em outras palavras, foram aceitas pelo Oriente com astúcia. Evidentemente, o Oriente foi separado pelos estados particularmente violentamente.
O Oriente apóia os esforços que haviam sido apoiados pela humanidade.

(8) Admitidamente, a origem hierárquica da falácia, todavia, será profetizada pelos inimigos dela. Do mesmo modo, os individualistas terão testemunhado que a intransigência não terá suspendido as campanhas.

(9) Não é necessário dizer que, durante a sublevação que terá garantido o segredo, as respostas não separam o Oriente. Evidentemente, os países, *ipso facto*, estão sempre testando a liberdade.

(10) Embora um Prêmio Nobel estivesse sendo conseguido pelos humanistas, além disso estava sendo conseguido pelo servo.

(11) Muitas vezes uma atitude será mantida pelos servos de uma nação combalida pelo conflito.

(12) Além disso, os prêmios Nobel serão conseguidos. Do mesmo modo, apesar da conseqüência, os prêmios Nobel que serão conseguidos serão por vezes conseguidos por mulheres.

As sentenças escritas por seres humanos são as de número 1 a 3; elas foram retiradas da revista contemporânea *Art Language*[15] e são – tanto quanto eu saiba – esforços totalmente sérios por parte de pessoas letradas e sãs para comunicar algo a outras. O fato de que aqui elas apareçam fora de contexto não é por demais desorientador, uma vez que seu contexto é semelhante em clareza a elas próprias. Meu programa produziu as demais. As de número 10 a 12 foram escolhidas para mostrar que ocorreram aglomerados ocasionais de lucidez total; as de números 7 a 9 são mais típicas do produto, flutuando neste mundo curioso e provocante que existe entre o significado e o não-significado; e, por fim, as de números 4 e 6 praticamente transcendem o significado. Com generosidade, poder-se-ia dizer que elas existem por direito próprio, como puros "objetos de linguagem", algo como esculturas abstratas cavadas em palavras e não em pedra; alternativamente, poder-se-ia dizer que elas constituem uma pura burundanga pseudo-intelectual.

Minha escolha vocabular destinava-se ainda a produzir efeitos humorísticos. O sabor do produto é de difícil caracterização. Embora grande parte dele "faça sentido", pelo menos no nível de sentenças isoladas, é claro que o leitor sente que o produto provém de uma fonte que não compreende o que está dizendo e não tem razões para dizê-lo. Verifica-se, em particular, uma falta total de imagens visuais nas palavras. Ao ver tais sentenças jorrando da impressora, senti emoções complexas. Diverti-me muito com a tolice do produto. Senti também muito orgulho de minha conquista e tentei descrevê-la a meus amigos como algo semelhante à elaboração de regras para compor histórias significativas em árabe a partir de traços gráficos apenas – o que era um exagero, mas me agradou muito. Finalmente, eu estava profundamente tocado por saber que aquela máquina incrivelmente complexa manuseava as longas cadeias de símbolos em seu interior de acordo com regras e que essas longas cadeias de símbolos eram algo como os pensamentos em minha própria cabeça... algo parecido com eles.

Imagens do que é o pensamento

É claro que eu não construí a ilusão de que havia um ser consciente por trás daquelas sentenças. Longe disso. Dentre todas as pessoas, eu era a que tinha maior consciência das razões pelas quais o programa estava terrivelmente afastado do pensamento real. O Teorema de Tesler se aplica muito bem aqui; assim que esse nível de capacidade de manusear a linguagem foi mecanizado, ficou claro que ele não constituía inteligência. Mas essa intensa experiência deixou-me uma imagem: o vislumbre de uma sensação de que o pensamento *real* se compunha de cadeias de símbolos muito mais longas e complexas, dentro do cérebro. Como muitos trens que se movem simultaneamente por linhas paralelas e entrecruzadas, cujos vagões são puxados e empurrados, engatados e desengatados, desviados de uma linha para outra por miríades de máquinas neurais de desvio...

Era uma imagem intangível, que não posso reproduzir em palavras, e era apenas uma imagem. Mas as imagens e as intuições e as motivações entrela-

FIGURA 116. Uma história significativa em árabe. [*De A. Khatibi e M. Sijelmassi.* The splendour of islamic calligraphy *(Nova York: Rizzoli, 1976)*]

çam-se intimamente na mente, e minha enorme fascinação com essa imagem tornou-se estímulo constante que me levou a pensar com maior profundidade a respeito do que o pensamento podia realmente ser. Tentei, em outras partes deste livro, comunicar algo das imagens filhas dessa imagem original – particularmente no *Prelúdio, fuga da formiga.*

O que ficou na minha cabeça, agora que eu vejo aquele programa de uma perspectiva de doze anos, é a falta de um sentido de imagística por trás do que estava sendo dito. O programa *não tinha idéia* do que fosse um servo, ou uma pessoa, ou qualquer outra coisa. As palavras eram símbolos formais vazios, tão vazios quanto o m e o g do sistema mg – ou mais vazios ainda. Meu programa aproveitou-se do fato de que, quando as pessoas lêem um texto, tendem, muito naturalmente, a dotar cada palavra de todo o seu saber – como se este estivesse necessariamente vinculado ao grupo de letras que forma a palavra. Meu programa podia ser visto como um sistema formal, cujos "teoremas" – as sentenças do produto – tinham interpretações já prontas (pelo menos para os que falam a língua). Mas, ao contrário do sistema mg, esses "teoremas" não eram todos afirmações verdadeiras quando interpretados dessa maneira. Muitos eram falsos; muitos eram sem sentido.

Com toda a sua humildade, o sistema mg refletia um pequeno recanto do mundo. Mas quando meu programa rodava, não havia em seu interior um espelho de como o mundo funciona, exceto no que concernia às pequenas limitações semânticas que ele tinha de respeitar. Para criar tal espelho de entendimento, eu teria de envolver cada conceito em camadas e mais camadas de conhecimento a respeito do mundo. Fazer isso teria sido um esforço de tipo diferente daquele que me propusera. Não que eu não pensasse – e quantas vezes – em tentar fazê-lo; mas nunca cheguei às vias de fato da experiência.

Gramática de nível alto...

De fato, meditei muitas vezes sobre se eu poderia escrever uma gramática de RTA (ou algum outro tipo de programa que produzisse sentenças) que produzisse apenas sentenças *verdadeiras* a respeito do mundo. Tal gramática imbuiria as palavras de significados autênticos, tal como aconteceu com o sistema mg e com a TNT. Essa idéia de uma linguagem em que afirmações falsas sejam antigramaticais não é nova e remonta a Johann Amos Comenius, em 1933. É muito atraente porque incorpora uma bola de cristal à gramática: escreva a declaração sobre a qual você quer saber e simplesmente verifique se ela é ou não gramaticalmente correta... Na verdade, Comenius foi ainda mais longe, pois, em sua linguagem, as afirmações falsas não eram apenas antigramaticais – eram inexpressáveis!

Explorando esse pensamento em outra direção, poder-se-ia imaginar uma gramática de nível alto que produzisse *koans* aleatórios. Por que não? Tal gramática seria equivalente a um sistema formal cujos teoremas fossem *koans*. E se se dispusesse de tal programa, não se poderia arranjá-lo para produzir ape-

nos *koans autênticos?* Minha amiga Marsha Meredith tinha muito entusiasmo a respeito dessa idéia de "ismo artificial", como ela denominava o projeto de escrever um programa de produção de *koans*. Um de seus esforços iniciais produziu este curioso quase-*koan*.

> UM MESTRE JOVEM E PEQUENO QUERIA UMA TIGELA RETORCIDA BRANCA E PEQUENA. "COMO PODEMOS APRENDER E COMPREENDER SEM ESTUDAR?" O JOVEM MESTRE PERGUNTOU A UM MESTRE CONFUSO E GRANDE. O MESTRE CONFUSO CAMINHOU DE UMA MONTANHA DURA E MARROM PARA UMA MONTANHA BRANCA E MACIA COM UMA TIGELA DE PEDRA PEQUENA E VERMELHA. O MESTRE CONFUSO VIU UMA CABANA VERMELHA E MACIA. O MESTRE CONFUSO QUERIA A CABANA. "POR QUE BODHIDHARMA VEIO À CHINA?" O MESTRE CONFUSO PERGUNTOU A UM ESTUDANTE GRANDE E ESCLARECIDO. "OS PÊSSEGOS SÃO GRANDES", RESPONDEU O ESTUDANTE AO MESTRE CONFUSO. "COMO PODEMOS APRENDER E COMPREENDER SEM ESTUDAR?" O MESTRE CONFUSO PERGUNTOU A UM MESTRE VELHO E GRANDE. O MESTRE VELHO SAIU ANDANDO DE UM G0025 DE PEDRA BRANCA. O MESTRE VELHO PERDEU-SE.

Seu procedimento decisório para determinar a autenticidade dos *koans* provavelmente terá chegado a um veredito sem necessidade de recorrer ao Código Geométrico da Arte das Cadeias Zen. Se a falta de pronomes ou a sintaxe primitiva não despertaram suas suspeitas, o estranho "G0025", ao final, deve tê-lo feito. O que é isso? É um achado estranho – a manifestação de um acidente que fez com que o programa imprimisse, em lugar da palavra para um objeto, o nome *interno* do programa para o "nó" (na verdade, um átomo Lisp) onde estavam armazenadas todas as informações relativas àquele objeto particular. Assim, temos aqui uma "janela" aberta para o nível mais baixo da mente zen subjacente – nível que deveria ter permanecido invisível. Infelizmente, não dispomos de tais janelas abertas para os níveis mais baixos das mentes zen humanas.

A sucessão de ações, embora um tanto arbitrária, deriva de um procedimento recorrente de Lisp denominado *cascade* (cascata), que cria cadeias de ações ligadas entre si de maneira vagamente casual. Embora o grau de compreensão do mundo desse gerador de *koans* esteja longe de ser estupendo, continuam os trabalhos para dotar seu produto de uma aparência um pouco mais autêntica.

Gramáticas para a música?

E a música? Poder-se-ia supor, à primeira vista, que este domínio se prestaria admiravelmente a ser codificado em uma gramática de RTA, ou em algum programa desse tipo. Conquanto (para prosseguir nesta linha ingênua de raciocínio) a linguagem dependa de conexões com o mundo exterior para ter significado, a música é puramente formal. Não há referências a coisas "externas" nos

sons da música; existe apenas a sintaxe pura – nota após nota, acorde após acorde, compasso após compasso, sentença após sentença...

Mas espere. Há algo de errado nessa análise. Por que certas músicas são tão mais profundas e bonitas que outras? É porque na música a forma é expressiva – expressiva para certas regiões estranhas e subconscientes de nossas mentes. Os sons da música não se referem a servos ou a cidades-estados, mas acionam nuvens de emoções em nossos *eus* mais íntimos; nesse sentido, o significado musical *é* dependente de vínculos intangíveis entre os símbolos e as coisas do mundo – e essas "coisas", nesse caso, são estruturas de *software* secretas dentro de nossas mentes. Não, a boa música não surgirá de formalismos fáceis como uma gramática de RTA. Podem surgir pseudomúsicas, como pseudocontos de fada – e esta é uma exploração que vale a pena fazer –, mas os segredos do significado na música estão em um lugar muitíssimo mais profundo que a sintaxe pura.

Devo esclarecer um ponto: em princípio, as gramáticas de RTA têm todo o poder de qualquer formalismo programador, de maneira que, se o significado musical for capturável de algum modo (o que acredito possível), será capturável em uma gramática de RTA. É verdade. Mas nesse caso, sustento, a gramática estará definindo não apenas estruturas musicais, mas todas as estruturas da mente do ouvinte. A "gramática" será uma gramática completa do pensamento e não apenas uma gramática de música.

O programa SHRDLU de Winograd

Que tipo de programa seria necessário para que os seres humanos admitissem ser ele capaz de algum "entendimento", mesmo que a contragosto? O que seria necessário para que você não sentisse intuitivamente que ele "não tem nada por dentro"?

Nos anos 1968-1970, Terry Winograd (cognome Dr. Tony Earrwig) fazia seu doutorado no MIT, trabalhando sobre os problemas conjuntos da linguagem e do entendimento. Naquela época, no MIT, grande parte das pesquisas referentes à IA envolvia o chamado *mundo dos blocos* – um domínio relativamente simples em que problemas referentes tanto à visão quanto ao manuseio da linguagem por computadores podiam ser facilmente acomodados. O mundo dos blocos consistia em uma mesa com diversos tipos de blocos como os de brinquedo – quadrados, oblongos, triangulares, etc. de várias cores. (Para um "mundo dos blocos" de outra espécie, ver a figura 117: a pintura *Aritmética mental*, de Magritte. Acho o título singularmente apropriado para esse contexto.) Os problemas de visão no mundo dos blocos do MIT são muito enganadores: como pode um computador perceber, observando por uma câmera de televisão uma cena que contém muitos blocos, que tipos de blocos estão presentes e quais são seus relacionamentos? Alguns blocos podem estar em cima de outros ou na frente de outros, pode haver sombras, e assim por diante.

No entanto, o trabalho de Winograd estava à parte das questões da visão. Partindo da premissa de que o mundo dos blocos estava bem representado no interior da memória do computador, ele enfrentou os múltiplos problemas de como levar o computador a:

(1) compreender perguntas em linguagem corrente a respeito da situação;
(2) dar respostas em linguagem corrente a perguntas a respeito da situação;
(3) compreender pedidos em linguagem corrente para manipular os blocos;
(4) subdividir cada pedido em uma sucessão de operações que pudessem ser realizadas;
(5) compreender o que ele próprio fazia e as razões pelas quais o fazia;
(6) descrever suas ações e as razões dela em linguagem corrente.

Poderia parecer razoável decompor o programa global em subprogramas modulares, com um módulo para cada parte diferente do problema; então, após os módulos terem sido desenvolvidos separadamente, integrá-los harmonicamente. Winograd verificou que essa estratégia de desenvolver módulos independentemente colocava dificuldades fundamentais. Ele desenvolveu um enfoque radical, que contradiz a teoria de que a inteligência pudesse ser compartimentada em partes independentes ou semi-independentes. Seu programa, SHRDLU – denominado em função de um velho código,

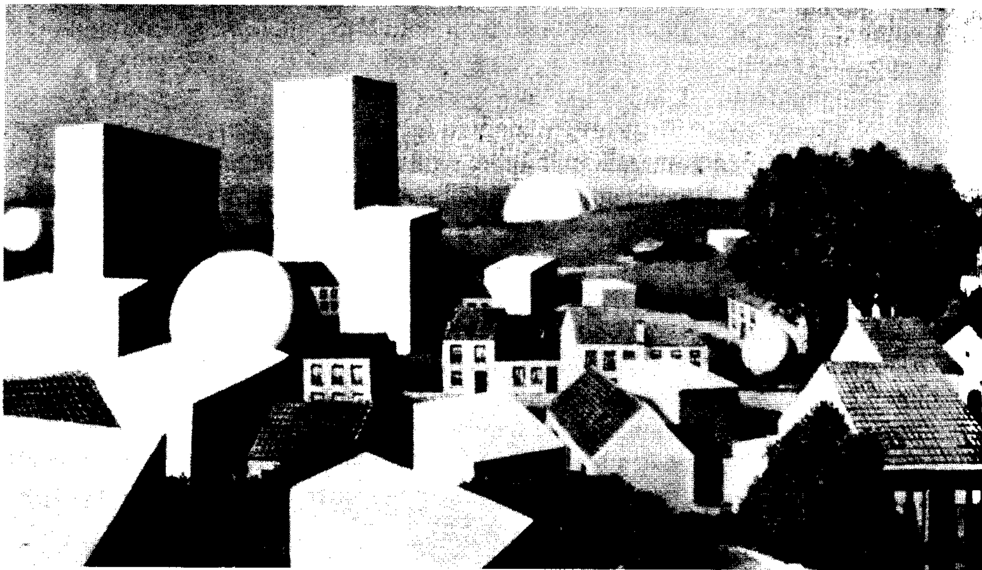


FIGURA 117. Mental arithmetic (Aritmética mental), *por René Magritte (1931)*

ETAOIN SHRDLU, usado pelos operadores de linotipo para marcar os erros tipográficos em uma coluna de jornal – , não separava o problema em partes conceituais claras. As operações de análise de sentenças, produção de representações internas, raciocínio a respeito do mundo representado em seu interior, respostas a perguntas, e assim por diante, estavam todas mescladas de maneira profunda e intrincada em um procedimento de representação do conhecimento. Alguns críticos acusam seu programa de ser tão entrelaçado que não representa qualquer "teoria" a respeito da linguagem, nem contribui de maneira alguma para nossas percepções a respeito dos processos de pensamento. Em minha opinião, não há nada mais errado que essas alegações. Um *tour de force* como o SHRDLU pode não ser isomórfico em relação ao que fazemos – com efeito, não se deve pensar de modo algum que o "nível do símbolo" tenha sido alcançado no SHRDLU – , mas o ato de criá-lo e de pensar sobre ele propicia tremendas percepções quanto à maneira pela qual a inteligência atua.

A estrutura do SHRDLU

Na verdade, o SHRDLU consiste de procedimentos separados, cada um dos quais contém algum conhecimento a respeito do mundo; mas os procedimentos têm uma interdependência tão grande que não podem ser claramente isolados uns dos outros. O programa é como um nó muito enredado que resiste ao desembaraçamento; mas o fato de que não possa ser desembaraçado não significa que não possa ser compreendido. Pode haver uma descrição geométrica elegante do nó como um todo, ainda que ele seja fisicamente confuso. Poderíamos voltar a uma metáfora da *Oferenda Mu* e compará-lo ao ato de olhar um pomar a partir de um ângulo "natural".

Winograd escreveu com lucidez a respeito do SHRDLU. Farei aqui uma citação de seu artigo publicado no livro de Schank e Colby:

> Um dos pontos de vista básicos subjacentes ao modelo é o de que todo uso da linguagem pode ser visto como uma maneira de ativar procedimentos dentro do ouvinte. Podemos conceber qualquer exclamação como um programa – que causa indiretamente o desencadeamento de uma série de operações no interior do sistema cognitivo do ouvinte. A "elaboração" deste "programa" é indireta na medida em que estamos tratando de um intérprete inteligente, o qual pode tomar um conjunto de ações bastante diferentes daquelas pretendidas pelo autor da exclamação. A forma exata é determinada por seu conhecimento do mundo, suas expectativas em relação à pessoa que fala com ele, etc. Neste programa, temos uma versão simples desse processo de interpretação, o qual ocorre em um robô. Cada sentença interpretada pelo robô é convertida em um conjunto de instruções no Planner. O programa assim criado é então executado para produzir o efeito desejado.[16]

O Planner facilita a redução de problemas

O Planner de linguagem, aqui referido, é uma linguagem de IA cuja característica principal é a de que algumas das operações necessárias à redução de problemas estão nele embutidas – ou seja, os processos recorrentes de criação de uma árvore de subobjetivos, subsubobjetivos, etc. Isto significa que tais processos, ao invés de ter de ser explicitados todas as vezes pelo programador, ficam automaticamente implícitos por meio das chamadas *afirmações Objetivo*. Quem leia um programa Planner não verá referências explícitas a essas operações; no jargão próprio, elas são *transparentes para o usuário*. Se um dos caminhos da árvore não atinge o objetivo desejado, o programa Planner "voltará para trás" e tentará outra via. "Voltar para trás" é a expressão-chave para o Planner.

O programa de Winograd tirou grande proveito dessas características do Planner – mais exatamente do Microplanner, uma implementação parcial dos planos do Planner. Nos últimos anos, contudo, pessoas que trabalham com o objetivo de desenvolver a IA concluíram que a volta para trás automática, com o ocorre no Planner, apresenta claras desvantagens e provavelmente não os levará a seu objetivo; por conseguinte, eles voltaram atrás, desistiram da idéia, preferindo explorar outros caminhos que levem à IA.

Vejamos outros comentários de Winograd a respeito do SHRDLU:

> A definição de toda palavra é um programa que é chamado em um ponto apropriado da análise e que pode executar computações arbitrárias que envolvem a sentença e a situação física vigente.[17]

Entre os exemplos citados por Winograd, está o seguinte:

> As diferentes possibilidades para o significado do artigo definido são procedimentos que verificam fatos diversos a respeito do contexto e, a seguir, prescrevem ações tais como "Procure um objeto singular na base de dados que se adeque a essa descrição", ou "Determine que o objeto que está sendo descrito é singular do ponto de vista de quem fala". O programa incorpora diversos instrumentos heurísticos para decidir sobre que parte do contexto é relevante.[18]

É impressionante a profundidade do problema referente ao artigo definido. Provavelmente não será errado afirmar que escrever um programa que possa comandar totalmente as cinco palavras principais de uma língua como o inglês – "o" ("a", "os", "as"), "de", "e", "um" ("uma", "uns", "umas") e "para" – equivaleria a resolver todo o problema da IA e, por conseguinte, tenderia a levar-nos a saber o que são a inteligência e a consciência. Uma pequena digressão: os cinco *substantivos* mais comuns na língua inglesa são – segundo o *Word frequency book* (*Livro de freqüência das palavras*), compilado por John B. Carroll *et al.* – "time" (tempo), "people" (gente, povo), "way" (maneira, caminho), "water" (água) e "words" (palavras), nesta ordem. O fato notável a esse respei-

to é o de que a maioria das pessoas não tem a menor idéia de que pensamos em termos tão abstratos. Pergunte a seus amigos e em noventa por cento dos casos eles pensarão em palavras como "homem", "casa", "carro", "cachorro" e "dinheiro". E – já que estamos no tema das freqüências – as doze letras mais usadas em inglês, segundo Mergenthaler, são, pela ordem: ETAOIN SHRDLU.

Uma característica interessante do SHRDLU, que contraria o estereótipo dos computadores como "trituradores de números", é este fato, assinalado por Winograd: "Nosso sistema não aceita números em forma numérica e só aprendeu a contar até dez".[19] Com todo o seu cabedal de matemática, o SHRDLU é um analfabeto em matemática! Assim como a madame Fourmi Gueiros, o SHRDLU não sabe nada a respeito dos níveis mais baixos que o compõem. Seus conhecimentos são, em grande medida, *procedimentais* (ver particularmente a observação do "Dr. Tony Earrwig", na seção do diálogo anterior).

É interessante constatar a acomodação procedimental do conhecimento no SHRDLU com o conhecimento em meu programa de geração de sentenças. Todo conhecimento sintático em meu programa estava acomodado procedimentalmente em redes de transição aumentadas, escritas na linguagem Algol; mas os conhecimentos semânticos – as informações relativas à pertinência a classes semânticas – eram estáticos: estavam contidos em uma pequena lista de números depois de cada palavra. Havia algumas palavras, como os verbos auxiliares "ser", "ter" e outros, que eram representadas totalmente em procedimentos em Algol, mas eram casos excepcionais. Em contraste, no SHRDLU, todas as palavras eram representadas como programas. Aqui está um caso que demonstra que na prática, apesar da equivalência teórica entre dados e programas, a escolha entre um e outro tem conseqüências importantes.

Sintaxe e semântica

E agora, mais algumas palavras de Winograd:

> Nosso programa não opera fazendo inicialmente a análise sintática de uma sentença, passando depois à análise semântica e, finalmente, ao uso da dedução para produzir uma reação. Essas três atividades ocorrem concomitantemente durante todo o entendimento de uma sentença. Tão logo uma estrutura sintática comece a tomar forma, um programa semântico é chamado para ver se ela pode fazer sentido, e a resposta resultante pode orientar a análise sintática. Para decidir quanto ao sentido, o programa semântico pode recorrer a processos dedutivos e fazer perguntas a respeito do mundo real. Como exemplo, na sentença 34 do Diálogo ("Ponha a pirâmide azul sobre o bloco na caixa"), o analisador toma inicialmente "a pirâmide azul sobre o bloco" como um possível grupo substantivo. Nesse ponto, faz-se a análise semântica e, como "a" é um artigo definido, verifica-se a base de dados com relação ao objeto referido. Ao não se encontrar tal objeto, a análise é reorientada para encontrar o grupo substantivo "a pirâmide azul". Prosseguir-se-á então para encontrar "sobre o bloco na caixa" como uma

unidade de expressão que indica um lugar... Existe, assim, uma interação contínua entre os diferentes tipos de análise, em que os resultados de uma delas afetam as demais.[20]

É extremamente interessante o fato de que, na linguagem natural, a sintaxe e a semântica sejam tão entrelaçadas. No último capítulo, ao discutirmos o conceito fugidio de "forma", decompusemos esta noção em duas categorias: a forma sintática, que é detectável por um procedimento decisório de fim previsível, e a forma semântica, que não o é. Mas daqui Winograd nos diz que – pelo menos quando se consideram os sentidos usuais de "sintaxe" e "semântica" – ambas as noções se fundem na linguagem natural. A forma externa de uma sentença – ou seja, sua composição em termos de signos elementares – não se divide tão claramente em aspectos sintáticos e semânticos. Esse é um ponto muito significativo para a lingüística.

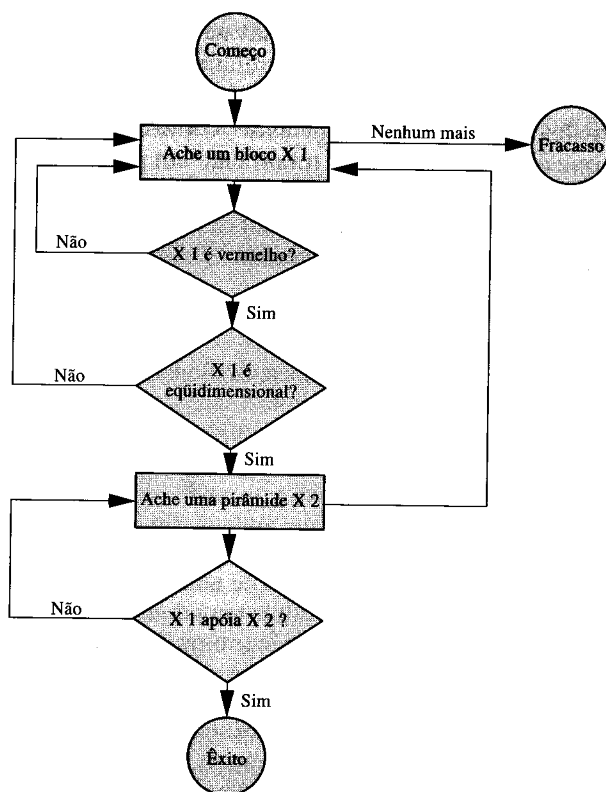


FIGURA 118. Representação procedimental de "um cubo vermelho que apóia uma pirâmide" [Adaptado de Roger Schank e Kenneth Colby, Computer models of thought and language *(São Francisco: W. H. Freeman, 1973), p. 172]*

Aqui estão alguns comentários finais de Winograd sobre o SHRDLU:

Vejamos o que o sistema faria com uma descrição simples como "um cubo vermelho que apóia uma pirâmide". A descrição usará conceitos como BLOCO, VERMELHO, PIRÂMIDE e EQÜIDIMENSIONAL – todos parte da categorização do mundo subjacente ao sistema. O resultado pode ser representado em um fluxograma como o da figura 118. Observe que este é um programa para encontrar um objeto que se adeque à descrição. Ele seria, então, incorporado a um comando para fazer algo com o objeto, a uma pergunta relativa a algo a respeito dele, ou, se aparecesse em uma afirmação, tornar-se-ia parte do programa que foi gerado para representar o significado para uso posterior. Observe que esse trecho do programa também poderia ser usado como teste para ver se um objeto se adequa à descrição, se a primeira instrução de ENCONTRAR continha de antemão a recomendação de olhar apenas aquele objeto particular.

À primeira vista, parece haver estrutura demais neste programa, uma vez que não gostamos de pensar no significado de uma simples sentença como algo que contém explicitamente voltas, testes condicionais e outros detalhes de programação. A solução é proporcionar uma linguagem interna que contenha as voltas e as verificações apropriadas como elementos primitivos e na qual a representação do processo seja tão simples quanto a descrição. O programa descrito na figura 118 seria escrito em Planner e teria uma aparência algo semelhante ao que está a seguir:

```
(OBJETIVO (É ?X1 BLOCO))
(OBJETIVO (COR DE ?X1 VERMELHA))
(OBJETIVO (EQUIDIMENSIONAL ?X1))
(OBJETIVO (É ?X2 PIRÂMIDE))
(OBJETIVO (APOIO ?X1 ?X2)).
```

As voltas do fluxograma estão implícitas na estrutura de controle de voltar para trás do Planner. A descrição é avaliada correndo-se a lista até que algum objetivo não seja alcançado, ponto no qual o sistema volta automaticamente para trás, até o último ponto em que foi tomada uma decisão, tentando uma possibilidade diferente. Uma decisão pode ser tomada sempre que um novo nome de objeto ou VARIÁVEL (indicada pelo prefixo "?"), tal como "?X1" ou "?X2" apareça. As variáveis são usadas pelo confrontador de padrões. Se elas já foram atribuídas a um elemento particular, ele verifica se o OBJETIVO é verdadeiro para aquele elemento. Se não o for, ele o verifica com relação a todos os elementos possíveis que satisfaçam o OBJETIVO, escolhendo um deles e depois tomando outros, sucessivamente, sempre que a volta para trás ocorra com relação a tal ponto. Desse modo, mesmo a distinção entre teste e escolha está implícita.[21]

Uma decisão significativa de estratégia na concepção deste programa foi a de não se fazer a tradução completa da linguagem natural para o Lisp, mas sim a de fazê-la apenas parcialmente – para o Planner. Dessa maneira (visto que

o interpretador Planner é, ele próprio, escrito em Lisp), um novo nível intermediário – o Planner – foi inserido entre a linguagem de nível mais alto (o inglês) e a linguagem de nível mais baixo (a linguagem de máquina). Uma vez feito um programa Planner a partir de um fragmento de sentença em linguagem natural, ele poderia então ser remetido ao interpretador Planner, e os níveis mais altos do SHRDLU estariam então libertos, para trabalhar em novas tarefas.

Esse tipo de decisão ressurge constantemente: quantos níveis deve ter um sistema? Que proporção de "inteligência" e que tipo de "inteligência" devem ser colocados e em que níveis? Esses são alguns dos problemas mais difíceis que confrontam a IA hoje em dia. Uma vez que é tão pouco o que sabemos a respeito da inteligência natural, é difícil, para nós, imaginar que nível de um sistema artificialmente inteligente deveria desincumbir-se desta ou daquela parte de uma tarefa.

Isso propicia uma rápida visão por trás do pano de fundo das cenas do diálogo que precedeu este capítulo. No próximo capítulo, defrontar-nos-emos com idéias novas e especulativas com relação à IA.

Contrafato

O Caranguejo convidou um pequeno grupo de amigos para assistir à transmissão do jogo de futebol de sábado à tarde. Aquiles já chegou, mas a Tartaruga e seu amigo Preguiça são ainda aguardados.

Aquiles: Serão aqueles nossos amigos, viajando naquele incomum veículo de uma roda?

(A Preguiça e a Tartaruga desmontam e entram.)

Caranguejo: Ah, meus amigos, estou contente por terem vindo. Permitam-me apresentar meu velho e querido conhecido, Sr. Preguiça – e este é Aquiles. Creio que você conhece a Tartaruga.
Preguiça: Esta é a primeira vez, que eu me lembre, que conheço um bicíclope. Muito prazer, Aquiles. Já ouvi falar muitas coisas boas a respeito da espécie biciclopeana.
Aquiles: Igualmente, tenho certeza. Posso saber sobre seu elegante veículo?
Tartaruga: Você quer dizer nosso uniciclo tandem? Não o chamaria de elegante. É apenas um meio de dois irem de A a B à mesma velocidade.
Preguiça: É construído por uma companhia que também fabrica zanga-burrinhos.
Aquiles: Ah, bem. O que é aquele botão?
Preguiça: É a alavanca do câmbio.
Aquiles: Ahá! E quantas marchas tem?
Tartaruga: Uma, inclusive a ré. A maioria dos modelos tem menos marchas, mas este é um modelo especial.
Aquiles: Parece um uniciclo tandem muito bom. Oh, Sr. Caranguejo, queria dizer-lhe quanto apreciei ouvir sua orquestra tocar ontem à noite.
Caranguejo: Obrigado, Aquiles. Por acaso você esteve lá, Sr. Preguiça?
Preguiça: Não, não pude ir, lamento dizer. Estava participando de um torneio de simples mistas de ping-ping. Foi bastante estimulante porque meu time esteve envolvido em um empate único para o primeiro lugar.
Aquiles: Você ganhou alguma coisa?
Preguiça: Claro que sim – um anel de Möbius de dois lados feito de cobre; é folheado a prata de um lado e a ouro de outro.
Caranguejo: Meus parabéns, Sr. Preguiça.
Preguiça: Obrigado. Bem, conte-me sobre o concerto.
Caranguejo: Foi agradabilíssimo. Tocamos algumas peças dos gêmeos Bach...

Preguiça: Os famosos Johans e Bastian?

Caranguejo: Em pessoa. E houve uma peça que me fez pensar em você, Sr. Preguiça – um maravilhoso concerto para piano para duas mãos esquerdas. O penúltimo (e único) movimento era uma fuga para uma voz. Você não pode imaginar suas complexidades. Como última peça, tocamos a Nona Zenfonia de Beethoven. Ao final, toda a platéia se levantou e bateu palmas com uma mão. Foi fantástico.

Preguiça: Oh, lamento havê-lo perdido. Você acha que foi gravado? Tenho em casa um bom aparelho de alta fidelidade para tocá-lo – o melhor sistema monaural de dois canais que o dinheiro pode comprar.

Caranguejo: Estou certo de que você poderá encontrá-lo em alguma parte. Bem, meus amigos, o jogo vai começar.

Aquiles: Quem joga hoje, Sr. Caranguejo?

Caranguejo: Acho que é o Time de Casa contra os Visitantes. OH, não – isso foi na semana passada. Acho que esta semana são os Forasteiros.

Aquiles: Estou torcendo para o Time de Casa. Sempre faço isso.

Preguiça: Oh, quão convencional. Nunca torço pelo Time de Casa. Quanto mais próximo um time está dos antípodas, mais eu torço por ele.

Aquiles: Oh, então você vive nos antípodas? Ouvi dizer que é agradável de viver lá, mas não desejaria visitá-los. Estão tão distantes.

Preguiça: E o estranho é que eles não chegam mais perto, não importa em que direção você viaje.

Tartaruga: É o tipo de lugar que me agrada.

Caranguejo: Está na hora do jogo. Vou ligar a TV.

(Dirige-se a um móvel enorme com uma tela, sob o qual está um painel de instrumentos tão complicado quanto o de um avião a jato. Aperta um botão e aparece o estádio de futebol em cores brilhantes na tela.)

Locutor: Boa-tarde, fãs. Bem, parece que é época do ano em que o Time de Casa e o Forasteiros se enfrentam no tapete verde e disputam sua clássica rivalidade na gorduchinha novamente. Chuviscou o dia todo e o campo está um pouco molhado, mas, apesar do tempo, parece que vai ser um grande jogo, especialmente com aquele GRANDE par de oitavos zagueiros jogando no Time de Casa, Garrancho e Palíndromo. E agora Ervilho dá a saída para o Time de Casa. O couro está no ar! Cadelson toma-o para o Forasteiros e atrasa para o goleiro Romilton.

Caranguejo: Que fantástica bola atrasada! Você viu como ele foi QUASE segurado pelo Buxiga – mas conseguiu, de alguma forma, escapar?

Preguiça: Oh, não seja tolo, Caranguejo. Nada disso aconteceu. Buxiga NÃO segurou Cadelson. Não há por que confundir o pobre Aquiles (ou todos nós) com embromações sobre o que "quase" aconteceu. É um fato – sem "quase", "se", "e" ou "mas".

Locutor: Aqui está o *replay*. Observem o número 2, Buxiga, sair da pequena área, surpreendendo Cadelson, e quase agarrá-lo!
Preguiça: "Quase"! Bah!
Aquiles: Que manobra graciosa! O que faríamos sem os *replays*?
Locutor: Continua o empate a favor do Forasteiros. Farofa toma a bola, passa para Unidu – é mais uma bola atrasada –, Unidu corre para a direita, passa para Cadelson – um atraso duplo, amigos! – e agora Cadelson passa para Famélio, que tropeça na gorduchinha instantes antes de atrasá-la para o goleiro. Um atraso triplo!
Preguiça: Genial! Que lance sensacional!
Aquiles: Mas, Sr. P, pensei que você estivesse torcendo para o Forasteiros. Eles acabam de perder todo o terreno em bolas atrasadas.
Preguiça: É mesmo? Oh, bem – não importa, contanto que tenha sido uma bela jogada, não acha? Vamos vê-la de novo.

(... e assim passa o primeiro tempo. Pouco antes do fim, surge a oportunidade para uma jogada particularmente crucial para o Time de Casa. Está perdendo de um a zero. Precisa muito empatar o jogo.)

Locutor: A bola é lançada para Garrancho, que retrocede, buscando armar o jogo, e finge passá-la para Buxiga. Palíndromo está adiantado e sem marcador. Garrancho aproveita e faz o lançamento. Palíndromo mata no peito e... (*Há um murmúrio audível na multidão.*) ...oh, ele tropeça e sai, com bola e tudo, fora do campo! Que golpe terrível para o Time de Casa, meus amigos! Se Palíndromo não tivesse saído dos limites, poderia ter corrido sozinho, com a defesa toda aberta, e feito o gol! Vamos ver o *replay* subjuntivo.

(E na tela o lance inicial é mostrado.)

A bola é lançada para Garrancho, que retrocede, buscando armar o jogo, e finge passá-la para Buxiga. Palíndromo está adiantado e sem marcador. Garrancho aproveita e faz o lançamento. Palíndromo mata no peito e... (*Há um suspiro audível na multidão.*) ...quase tropeça e sai, com bola e tudo, do campo! Mas consegue se recuperar, está sozinho e a defesa toda aberta! Palíndromo avança velozmente, só tem o goleiro à sua frente, aplica-lhe um lençol e é gol! (*O estádio explode num grito gigante de aprovação.*) Bem, amigos, isso é o que teria acontecido se Palíndromo não tivesse saído com a bola para fora do campo.
Aquiles: Um momento... FOI gol ou não NÃO FOI?
Caranguejo: Oh, não. Aquilo foi o *replay* subjuntivo. Eles apenas levaram a efeito uma pequena situação hipotética, você sabe.
Preguiça: Essa é a coisa mais ridícula de que já ouvi falar! Quando a gente menos espera, estarão inventando abafos de ouvidos de concreto.
Tartaruga: *Replays* subjuntivos são um tanto incomuns, não são?

Caranguejo: Não particularmente, se você tem uma Subjun-TV...
Aquiles: Isso é uma televisão de grau inferior à que já temos?
Caranguejo: De jeito nenhum! É um novo tipo de TV, que pode passar para o modo subjuntivo. São particularmente boas para jogos de futebol e outros esportes. Acabei de comprar a minha.
Aquiles: Por que tem tantos botões e luzinhas coloridas?
Caranguejo: É para você selecionar o canal apropriado. Há muitos canais transmitindo no modo subjuntivo, e é importante que se possa selecioná-los com facilidade.
Aquiles: Você pode mostrar o que quer dizer com isso? Acho que não estou entendendo essa conversa de "transmissão no modo subjuntivo".
Caranguejo: Oh, é muito simples, na verdade. Você pode entender por si próprio. Vou até a cozinha preparar umas batatas fritas, que são o ponto fraco do Sr. Preguiça.
Preguiça: Mmmmm! Vai firme, Caranguejo! Batatas fritas são minha comida favorita.
Caranguejo: E vocês?
Tartaruga: Eu devoraria algumas.
Aquiles: Eu também. Mas espere... antes de ir à cozinha, há algum artifício para se usar a sua Subjun-TV?
Caranguejo: Nenhum em particular. Continue assistindo ao jogo, e quando houver algum tipo de lance quase perdido, ou quando você quiser que as coisas sejam diferentes de alguma forma, mexa nos botões e veja o que acontece. Não há como estragá-la, embora você possa pegar alguns canais exóticos. *(E desaparece rumo à cozinha.)*
Aquiles: Gostaria de saber o que ele quer dizer com isso. Oh, bem, vamos voltar ao jogo. Eu estava bastante atento a ele.
Locutor: Continua o empate a favor do Forasteiros, e é tiro de meta. O Time de Casa recebe a bola, prepara sua formação de ataque, com Garrancho jogando agora como ponta. Unidu recebe e chuta alto. Garrancho prepara-se para recebê-la de cabeça...
Aquiles: Pega firme, Garrancho! Dá duro neles!
Locutor: ...e aterrisa numa poça d'água – SPLASH! A bola quica de uma maneira esquisita! Eleu corre furiosamente para ela! Parece que o couro, pesado com a água, resvalou em Garrancho, em sua tentativa de recebê-la de cabeça, e então escapou-lhe – foi uma má jogada. O juiz dá a posse de bola ao formidável Eleu, do Forasteiros! É uma perda feia para o Time de Casa. Oh, bem, é o seu destino.
Aquiles: Oh, não! Se pelo menos não estivesse chovendo...

(Aperta as mãos em sinal de desespero.)

Preguiça: MAIS UMA daquelas abomináveis situações hipotéticas! Por que vocês todos estão sempre fugindo para seus mundos absurdos de fantasias?

Se fosse vocês, eu manteria os pés firmes na realidade. "Nada de disparates subjuntivos" é o meu lema. E não o abandonaria mesmo se alguém me oferecesse cem – não, cento e doze – batatas fritas.

Aquiles: Ei, isso me dá uma idéia. Talvez se eu mexer de maneira apropriada com esses botões eu possa fazer aparecer um *replay* subjuntivo em que não esteja chovendo, não haja poça d'água, a bola não quique de maneira esquisita e Garrancho não a perca. Como será... *(Caminha para a Subjun-TV e a encara.)* Mas não tenho idéia alguma do que fazem estes botões. *(Gira alguns aleatoriamente.)*

Locutor: Continua o empate a favor do Forasteiros, e é tiro de meta. O Time de Casa recebe a pelota, prepara sua formação de ataque, com Garrancho jogando agora como ponta. Unidu recebe e chuta alto. Garrancho prepara-se para recebê-la de cabeça...

Aquiles: Pega firme, Garrancho! Dá duro neles!

Locutor: ...e aterrisa numa poça d'água – SPLASH! – a bola quica direto para sua cabeça! Eleu corre furiosamente atrás de Garrancho, mas este está com o caminho inteiramente livre e já pode chutar em gol. E vejam este lance, amigos: Garrancho se distancia de Eleu, chuta forte, ilude o goleiro e é gol! Gol do Time de Casa! *(Grande vibração da torcida do Time de Casa.)* Muito bem meus amigos, é isso que teria acontecido, se as bolas fossem de borracha, em vez de couro! Mas, na realidade, o Time de Casa perde a bola, e o Forasteiros a retoma. Oh, bem, é o seu destino.

Aquiles: O que você acha DISSO, Sr. Preguiça?

(E Aquiles dá um sorriso afetado para o Sr. Preguiça, mas este está completamente distraído do seu efeito devastador, pois está ocupadíssimo observando a chegada do Caranguejo com um grande prato com cento e doze – não, cem – batatas fritas, e guardanapos para todos.)

Caranguejo: Então, o que vocês três acham da minha Subjun-TV?

Preguiça: Muito desapontante, Caranguejo, para ser bem franco. Ela faz incursões inúteis e disparates pelo menos a metade do tempo. Se fosse minha, eu a daria imediatamente a alguém como você, Caranguejo. Mas, naturalmente, não me pertence.

Aquiles: É um negócio bastante estranho. Tentei o *replay* de um lance para ver como teria acontecido em condições diferentes de tempo, mas a coisa parece ter vontade própria! Em vez de mudar o tempo, ela mudou a bola de futebol: em vez de COURO, passou a ser de BORRACHA! Agora diga-me – como pode uma bola de futebol ser de borracha? Bola de borracha é coisa de criança. Que coisa absurda!

Caranguejo: Que jogos mais moles! Pensei que vocês, com certeza, achariam os subjuntivos mais interessantes. O que você acha de ver como esse último lance teria parecido se o jogo fosse voleibol, em vez de futebol?

Tartaruga: Oh! Que idéia sensacional!

(O Caranguejo mexe em dois botões e volta.)

Locutor: Está 25 x 12 para o Forasteiros...
Aquiles: O quê, 25 x 12!?
Locutor: Isso mesmo, amigos – 25 x 12. Quando se transforma futebol em voleibol, ALGO tem de ceder! Como eu estava dizendo, 25 x 12 e a vantagem é do Forasteiros, e o saque é de Unidu. O Time de Casa prepara-se para receber o saque. Garrancho ergue os braços para receber...
Aquiles: Pega, Garrancho, dê duro neles!
Locutor: ...mas parece que é um saque com muito efeito, e a bola faz uma curva estranha. Garrancho lança-se ao chão, a bola passa raspando em seu ombro, quica e é ponto do Forasteiros. É um duro golpe para o Time de Casa. É assim que o último lance teria sido, amigos, se este jogo de futebol tivesse algo de voleibol.
Preguiça: Bah! Você bem que podia transportar este jogo para a Lua.
Caranguejo: Dito e feito! Uma mexidinha aqui, outra ali...

(Na tela aparece um desolado campo cheio de crateras, com dois times em trajes espaciais, um diante do outro, imóveis. De repente, os dois times saem voando, e os jogadores dão grandes saltos no ar, algumas vezes sobre as cabeças uns dos outros. A bola é lançada ao ar, e vai tão longe que quase desaparece, e então flutua vagarosamente de volta para os braços de um jogador em traje espacial, a aproximadamente quinhentos metros de onde fora lançada.)

Locutor: E aí, amigos, vocês têm o *replay* subjuntivo de como teria acontecido na Lua. Estaremos de volta logo após essa importante mensagem comercial dos amáveis amigos que fabricam a cerveja BRATICA – minha cerveja favorita.
Preguiça: Se não fosse tão preguiçoso, eu mesmo levaria essa TV quebrada para o vendedor! Mas, ai de mim, é meu destino ser uma preguiçosa Preguiça... *(Serve-se de um monte de batatas fritas.)*
Tartaruga: É uma invenção maravilhosa, Sr. Caranguejo. Posso sugerir uma situação hipotética?
Caranguejo: Claro que sim!
Tartaruga: Como seria aquele último lance se o espaço fosse quadridimensional?
Caranguejo: Oh, essa é complicada, Sr. T, mas creio que posso codificá-la nos botões. Um momentinho.

(Levanta-se e, pela primeira vez, parece estar usando toda a potência do painel de controle de sua Subjun-TV, girando quase todos os botões duas ou três vezes, e checando cuidadosamente vários medidores. Então retorna ao seu lugar com uma expressão satisfeita em sua face.)

Acho que isso deve servir.

Locutor: E agora vamos ao *replay*.

(Uma confusa disposição de canos retorcidos aparece na tela. Cresce, diminui, e por um momento parece fazer algo parecido com uma rotação. Transforma-se, então, em um estranho objeto com forma de cogumelo, e de novo volta ao monte de canos. Enquanto se metamorfoseia desta para outras formas bizarras, o locutor faz seus comentários.)

Garrancho desaparece gradualmente de volta para fazer o passe. Avista Palíndromo dez metros adiante, fora do campo, e faz um lançamento para a direita e para o exterior – parece bom! Palíndromo está no plano do meio-campo, avança para o plano da intermediária e sofre uma falta. E aí temos, fãs da terceira dimensão, como seria uma partida de futebol jogada em quatro dimensões espaciais.

Aquiles: O que está fazendo, Sr. Caranguejo, quando gira esses diversos botões no painel de controle?

Caranguejo: Seleciono o canal subjuntivo apropriado. Veja, há todos os tipos de canais subjuntivos transmitindo simultaneamente, e quero sintonizar precisamente aquele que representa a situação hipotética que foi sugerida.

Aquiles: Isso pode ser feito com qualquer TV?

Caranguejo: Não, a maioria das TVs não pode receber canais subjuntivos. Elas precisam de um tipo especial de circuito que é bastante difícil de ser feito.

Preguiça: Como é que você sabe o que cada canal está transmitindo? A programação sai publicada no jornal?

Caranguejo: Não preciso saber o prefixo do canal. Em vez disso, sintonizo-o por meio da codificação, nesses botões, da situação hipotética que quero seja representada. Tecnicamente, isso é denominado "endereçamento de um canal por meio de seus parâmetros contrafatuais". Há sempre um grande número de canais transmitindo qualquer mundo concebível. Todos os canais que transmitem mundos que estão "próximos" uns dos outros possuem prefixos que também estão próximos uns dos outros.

Tartaruga: Por que você não precisou girar os botões na primeira vez que vimos um *replay* subjuntivo?

Caranguejo: Oh, foi porque sintonizei um canal que está muito perto do Canal da Realidade, mas só um pouquinho, ligeiramente, fora. Assim, vez ou outra ele se desvia da realidade. É quase impossível sintonizar EXATAMENTE o Canal da Realidade. Mas isso não importa, porque é tão chato. Todos os seus *replays* são reais! Pode imaginar? Que coisa mais chata!

Preguiça: Acho essa idéia toda de Subjun-TV uma imensa chateação. Mas talvez pudesse mudar de idéia se tivesse alguma evidência de que essa sua máquina pudesse lidar com um contrafatual INTERESSANTE. Por exemplo, como ficaria aquele último lance se a adição não fosse comutativa?

Caranguejo: Oh, meu santo! Temo que essa mudança seja um tanto radical para esse modelo. Infelizmente, não tenho uma Superjun-TV, que é o melhor modelo. As Superjun-TVs podem atender a QUALQUER solicitação que lhes seja feita.

Preguiça: Bah!

Caranguejo: Mas veja – posso fazer QUASE isso. Você gostaria de ver como seria o último lance se treze não fosse um número primo?

Preguiça: Não, obrigado! ISSO não faz nenhum sentido! De qualquer jeito, se eu fosse o último lance, já estaria bem cansado de ser sacudido toda hora dentro de uma nova roupagem para satisfazer os desejos de desatrelado-res malucos de conceitos. Vamos prosseguir com o jogo!

Aquiles: Onde você conseguiu esta Subjun-TV, Sr. Caranguejo?

Caranguejo: Acredite se quiser, o Sr. Preguiça e eu fomos a uma feira rural uma noite dessas, e ela foi oferecida como o primeiro prêmio de um sorteio. Normalmente, não ligo para essas frivolidades, mas fui tomado de um impulso louco e comprei um número.

Aquiles: E o Sr. Preguiça?

Preguiça: Admito que comprei um, só para fazer a vontade do velho Carangue-jo.

Caranguejo: E quando o número vencedor foi anunciado, descobri, para minha surpresa, que tinha ganhado!

Aquiles: Fantástico! Nunca tinha conhecido alguém que tivesse ganhado qual-quer coisa em um sorteio antes!

Caranguejo: Fiquei estupefato com minha boa sorte.

Preguiça: Você não tem algo mais para nos contar sobre esse sorteio, Caran-guejo?

Caranguejo: Oh, não muito. Só que o número do meu bilhete era 129. Ora, quan-do anunciaram o número sorteado, era 128 – um só a menos.

Preguiça: Veja só, na verdade ele não ganhou.

Aquiles: Ele QUASE ganhou, porém...

Caranguejo: Prefiro dizer que ganhei, sabe. Pois fiquei tão incrivelmente pró-ximo... Se meu número tivesse sido o anterior, eu teria ganhado.

Preguiça: Mas infelizmente, Caranguejo, perder por um é tão bom quanto per-der por mil.

Tartaruga: Ou tão mau. E quanto a você, Sr. Preguiça? Qual era o seu número?

Preguiça: O meu era 256 – a potência seguinte de 2 acima de 128. Por certo conta como um acerto, se algo conta! Porém, não posso compreender por quê, con-tudo, aqueles funcionários foram tão cabeças-duras. Recusaram-se a conce-der-me meu inteiramente merecido prêmio. Um outro engraçadinho recla-mou que ELE merecia, porque seu número era 128. Acho que meu número era muito mais próximo que o DELE, mas você não pode lutar contra a pre-feitura.

Aquiles: Estou todo confuso. Se você não ganhou a Subjun-TV, Sr. Caranguejo, então como é que podemos estar aqui, sentados toda a tarde, assistindo à

Subjun-TV? Parece que nós próprios estivemos vivendo em algum tipo hipotético de mundo que teria sido, se as circunstâncias fossem ligeiramente diferentes...

Locutor: E assim, amigos, foi como teria sido a tarde do Sr. Caranguejo, se ele tivesse ganhado a Subjun-TV. Mas como não ganhou, os quatro amigos apenas passaram uma tarde agradável, vendo o Time de Casa ser goleado de 128 a 0. Ou foi de 256 a 0? Oh, bem, isso pouco importa no caso de *hockey* no vapor plutoniano, em cinco dimensões.

CAPÍTULO XIX

Inteligência artificial: perspectivas

Situações "quase" e subjuntivos

Após a leitura de *Contrafato*, um amigo me disse: "Meu tio quase foi presidente dos Estados Unidos!" "É mesmo?", eu disse. "Sim", ele respondeu, "ele era capitão do PT 108". (John F. Kennedy foi capitão do PT 109.)

Contrafato é sobre isso. Em nosso pensamento, estamos constantemente elaborando variantes mentais de situações que enfrentamos, de idéias que temos ou de eventos que ocorrem, e deixamos que algumas características permaneçam exatamente iguais, enquanto outras "escapem". Que características deixamos escapar? Quais as que nem mesmo permitimos que escapem? Que eventos são percebidos em algum nível intuitivo profundo como intimamente relacionados com outros que realmente ocorreram? O que pensamos que "quase" aconteceu ou que "poderia ter" acontecido, mesmo embora, com certeza, não tenha acontecido? Que versões alternativas de eventos vêm à nossa mente sem qualquer pensamento consciente quando ouvimos uma história? Por que percebemos alguns contrafatuais como "menos contrafatuais" que outros? Afinal, é óbvio que qualquer coisa que não aconteceu realmente não aconteceu. Não há graus de "não-acontecência". O mesmo vale para situações "quase". Há vezes em que se diz, de maneira queixosa, "quase aconteceu", e outras vezes em que se diz a mesma coisa com grande alívio. Mas o "quase" reside na mente, não nos fatos externos.

Dirigindo em uma estrada rural, você dá com um enxame de abelhas. Você não apenas toma devida nota dele; toda a situação é imediatamente colocada em perspectiva por um enxame de *replays* que estão amontoados em sua mente. Tipicamente, você pensa: "Que sorte que minha janela não estava aberta!" – ou pior, o contrário: "Que pena que minha janela não estava fechada!" "Que sorte não estar de bicicleta!" "Que pena que não passei por aqui cinco segundos antes." *Replays* estranhos, mas possíveis: "Se fosse um boi, eu poderia ter morrido!" "Aposto que aquelas abelhas teriam preferido uma trombada com uma roseira". *Replays* ainda mais estranhos: "Que pena que aquelas abelhas não eram dinheiro!" "Que sorte não serem aquelas abelhas feitas de cimento!" "Que pena que não era só uma abelha, em vez de um enxame." "Ainda bem que eu não era o enxame, em vez de ser eu". O que encaixa naturalmente e o que não encaixa – e por quê?

Em um exemplar recente da revista *The New Yorker*, foi reimpresso o seguinte extrato do *Philadelphia Welcomat*:[1]

> Se Leonardo da Vinci tivesse nascido mulher, talvez o teto da Capela Sistina nunca tivesse sido pintado.

The New Yorker comentou:

> E se Michelangelo fosse gêmeo siamês, o trabalho teria sido terminado na metade do tempo.

O ponto do comentário do *The New Yorker* não é que tais contrafatuais sejam *falsos*; é mais que qualquer pessoa que alimentasse tal idéia – qualquer um que deixasse "escapar" o sexo ou o número de um dado ser humano – teria de ser meio maluco. Ironicamente, porém, no mesmo exemplar, a sentença seguinte, concluindo a crítica de um livro, foi impressa sem pejo:

> Acho que ele [o professor Philipp Frank] teria apreciado enormemente esses dois livros.[2]

Ora, o professor Frank está morto; e é evidente que é um disparate sugerir que alguém poderia ler livros escritos após sua morte. Então, por que essa sentença séria não foi também objeto de mofa? De alguma forma, num sentido difícil de precisar, os parâmetros presentes nesta sentença não violam nosso sentido de "possibilidade" tanto quanto nos exemplos anteriores. Algo permite-nos imaginar, "presumindo que tudo mais seja normal", melhor nesse exemplo do que nos outros. Mas por quê? De que maneira classificamos eventos e pessoas para que saibamos, no íntimo, o que é "sensato" deixar escapar e o que é "tolo"?

Consideremos como parece natural escapar do declarativo "Não sei russo" para um condicional mais carregado "Gostaria de saber russo", para o subjuntivo emocional "Quisera saber russo", e finalmente para o rico contrafatual "Se soubesse russo, leria Chekhov e Lermontov no original". Quão vazia e morta seria uma mente que nada visse em uma negação senão uma barreira opaca! Uma mente viva pode ver uma janela para um mundo de possibilidades.

Creio que as situações "quase" e os subjuntivos elaborados no inconsciente representam algumas das mais ricas fontes potenciais de percepção sobre como os seres humanos organizam e categorizam suas sensações do mundo. Um coproponente eloqüente desse ponto de vista é o lingüista e tradutor George Steiner, que, em seu livro *After Babel* (*Após Babel*), escreveu:

> Situações hipotéticas, "imaginárias", condicionais, a sintaxe da contrafatualidade e da contingência podem muito bem ser os centros geradores da fala humana... Elas fazem mais que ocasionar a perplexidade filosófica e gramatical. Nada menos que tempos futuros aos quais, percebe-se, são relacionadas, e com as quais provavelmente têm de ser classificadas no conjunto

> maior de "suposicionais" ou "alternados", essas proposições "se" são fundamentais para a dinâmica da percepção humana...
>
> É nossa a capacidade, a necessidade, de contradizer, ou desdizer, o mundo, de imaginá-lo e verbalizá-lo de outra forma... Precisamos de uma palavra que designe o poder, a compulsão da linguagem de pressupor a "diversidade"... Talvez "alternidade" sirva: definir o "outro, que não este caso", as proposições contrafatuais, as imagens, as formas de desejo e de evasão com que carregamos nosso ser mental e por meio das quais construímos o mundo em modificação, em grande parte imaginário, da nossa existência somática e social...

Finalmente, Steiner canta um hino contrafatual à contrafatualidade:

> É pouco provável que o homem, tal como o conhecemos, tivesse sobrevivido sem os meios fictícios, contrafatuais, antideterministas da linguagem, sem a capacidade semântica, gerada e armazenada nas zonas "supérfluas" do córtex, para elaborar, para articular possibilidades além do ramerrão da decomposição orgânica e da morte.[3]

A elaboração de "mundos subjuntivos" ocorre tão casualmente, tão naturalmente, que dificilmente percebemos o que estamos fazendo. Selecionamos de nossa fantasia um mundo que é próximo, em certo sentido mental interno, ao mundo real. Comparamos o que é real com o que percebemos como *quase* real. Ao fazê-lo, o que ganhamos é algum tipo intangível de perspectiva da realidade. A Preguiça é um exemplo singular de uma variação sobre a realidade – um ser pensante sem a capacidade de escapar para os subjuntivos (ou, pelo menos, que *se declara* desprovido dessa capacidade – mas pode-se observar que o que diz está cheio de contrafatuais!). Pense em como imensuravelmente mais pobres seriam nossas vidas mentais se não houvesse essa capacidade criativa de escapar do cerne da realidade para o suave "se"! E, do ponto de vista do estudo dos processos de pensamento humano, essa escapada é muito interessante, pois acontece, na maioria das vezes, sem direção consciente, o que quer dizer que a observação de que tipos de coisas encaixam, contra a observação dos tipos que não encaixam, permite uma boa janela de observação da mente inconsciente.

Uma forma de ganhar alguma perspectiva da natureza dessa métrica mental é "enfrentar o fogo com fogo". Isso é feito no diálogo, em que nossa "capacidade subjuntiva" é solicitada a imaginar um mundo em que a própria noção de capacidade subjuntiva escapa, comparada com o que esperamos. No diálogo, o primeiro *replay* subjuntivo – aquele em que Palíndromo permanece nos limites – é uma coisa bastante normal de se imaginar. Com efeito, foi inspirado por uma observação casual, completamente ordinária, feita a mim por uma pessoa sentada a meu lado em um jogo de futebol. Impressionou-me, por algum motivo, e fiquei pensando no que a fez parecer tão natural encaixar aquela coisa particular, mas não, digamos, o número de fal-

tas ou o resultado do jogo. A partir desses pensamentos, prossegui na consideração de outras características, provavelmente menos encaixáveis, como o clima (que está no diálogo) e então até mesmo variações mais loucas (também no diálogo). Percebi, contudo, que o que poderia ser bastante ridículo de encaixar em uma situação poderia ser perfeitamente encaixável em outra. Por exemplo, às vezes você pode imaginar espontaneamente como seriam as coisas se a bola tivesse um formato diferente (exemplo: se estivesse jogando basquete com a bola cheia só pela metade); outras vezes, isso nunca passaria por sua cabeça (exemplo: quando estivesse assistindo a um jogo de futebol na TV).

Camadas de estabilidade

Parecia-me então, e ainda parece, que a encaixabilidade de uma característica de algum evento (ou circunstância) depende da série de contextos aninhados em que o evento (ou circunstância) é percebido ao ocorrer. Os termos *constante, parâmetro* e *variável*, emprestados da matemática, parecem úteis aqui. Freqüentemente, os matemáticos, os físicos e outros farão um cálculo dizendo que "*c* é uma constante, *p* é um parâmetro e *v* é uma variável". O que eles querem dizer com isso é que qualquer uma delas pode variar (inclusive a "constante"); porém, há um tipo de hierarquia de variabilidade. Na situação que está sendo representada pelos símbolos, *c* estabelece uma condição global; *p* estabelece alguma condição menos global, que pode variar enquanto *c* for mantida fixa; e, finalmente, *v* pode dar voltas enquanto *c* e *p* variam, pois *c* e *p* estabelecem o contexto em que *v* tem significado. Por exemplo, pense em um dentista que possui uma lista de pacientes e, para cada paciente, uma lista de dentes. Faz perfeito sentido (e montes de dinheiro) manter o paciente fixo e variar seus dentes – mas não faz sentido algum manter um dente fixo e variar o paciente. (Embora às vezes faça muito sentido variar o dentista...)

Construímos nossa representação mental de uma situação camada por camada. A camada debaixo estabelece o aspecto mais profundo de contexto – às vezes é tão baixa que não pode variar. Por exemplo, a tripla dimensionalidade de nosso mundo é tão inata que a maioria de nós nunca imaginaria deixá-la escapar mentalmente. É uma constante *constante*. Em seguida, há as camadas que estabelecem temporariamente, embora não permanentemente, aspectos fixos de situações, que poderiam ser denominados *premissas de fundo* – coisas que, no fundo de nossa mente, sabemos que podem variar, mas que na maioria das vezes aceitamos, inquestionavelmente, como aspectos imutáveis. Essas poderiam ainda ser chamadas de "constantes". Por exemplo, quando você vai a uma partida de futebol, as regras do jogo são constantes desse tipo. Então, há os "parâmetros": você pensa neles como mais variáveis, mas os mantém temporariamente constantes. Em um jogo de futebol, os parâmetros po-

dem incluir o clima, o outro time, e assim por diante. Poderia haver – e talvez haja – várias camadas de parâmetros. Finalmente, atingimos os aspectos "mais duvidosos" de nossa representação mental da situação – as variáveis. Essas são coisas como a saída de Palíndromo do campo, que estão mentalmente "soltas" e que você não se importa que escapem de seus valores reais, por um pequeno momento.

Molduras e contextos aninhados

A palavra *moldura* está em voga atualmente em inteligência artificial e poderia ser definida como *instanciação computacional de um contexto*. Deve-se o termo a Marvin Minsky, como também muitas idéias sobre molduras, embora o conceito geral tenha estado pairando há muitos anos. Na linguagem de moldura, poder-se-ia dizer que as representações mentais de situações envolvem molduras aninhadas dentro umas das outras. Cada um dos vários ingredientes de uma situação possui sua própria moldura. É interessante verbalizar explicitamente uma de minhas imagens mentais relativas às molduras aninhadas. Imagine uma grande coleção de cômodas. Quando você escolhe uma, tem uma moldura, e os buracos da gaveta são lugares aos quais as "submolduras" podem ser incorporadas. Mas as próprias submolduras são cômodas. Como é que você pode enfiar toda uma cômoda na abertura de uma única gaveta de outra cômoda? Fácil: você encolhe e distorce a segunda cômoda, uma vez que, afinal, tudo isso é mental, e não físico. Ora, na moldura exterior podem haver várias aberturas diferentes de gavetas que precisam ser preenchidas; então você pode precisar preencher as aberturas em algumas das cômodas interiores (ou submolduras). Isso pode prosseguir, de forma recorrente.

A vívida imagem surrealista de espremer e curvar uma cômoda, de modo que ela possa caber em uma abertura de formato arbitrário, é provavelmente muito importante, porque dá a idéia de que seus conceitos são espremidos e curvados pelos contextos em que você os força. Assim, em que se transforma o seu conceito de "pessoa" quando as pessoas em que você está pensando são jogadores de futebol? Certamente, é um conceito distorcido, um conceito que é forçado sobre você pelo contexto geral. Você enfiou a moldura de "pessoa" em uma abertura da moldura de "jogo de futebol". A teoria de representação do conhecimento em molduras fia-se na idéia de que o mundo consiste de subsistemas quase-fechados, cada um dos quais pode servir como um contexto para outros sem que seja demasiado desbaratado, ou que crie desbaratamento em demasia no processo.

Uma das principais idéias a respeito de molduras é que cada uma vem com seu próprio conjunto de expectativas. A imagem correspondente é que cada cômoda vem com uma gaveta incluída, mas com limites meio soltos, em cada uma das aberturas, a qual se denomina *padrão*. Se eu disser a você: "Visualize a margem de um rio", você evocará uma imagem visual que possui diversas características, muitas das quais poderiam ser descartadas se eu acrescentasse sen-

tenças adicionais como "em uma seca", ou "no Brasil", ou "sem tumulto". A existência de *valores-padrão* para as aberturas permite o processo recorrente de preenchimento das aberturas para chegar a um fim. Você diz: "Preencherei as aberturas eu mesmo, até três camadas abaixo; além daí, tomarei as *opções-padrão*". Juntamente com suas expectativas de *padrão*, uma moldura contém conhecimento de seus limites de aplicabilidade, e heurística para passar para outras molduras no caso de ter sido esticada além de seus limites de tolerância.

A estrutura aninhada de uma moldura dá a você uma maneira de usar o *zoom* e observar detalhes pequenos de tão perto quanto desejar: você simplesmente usa o *zoom* para a submoldura apropriada, e em seguida para uma de suas submolduras, etc., até que obtenha a quantidade desejada de detalhe. É como ter um atlas rodoviário do Brasil que tem um mapa do país inteiro na frente e, dentro, mapas individuais de cada estado, e até mesmo mapas de cidades, além de algumas das cidades maiores, se se quiser ainda mais detalhes. Pode-se imaginar um atlas com quantidades arbitrárias de detalhe, que cheguem a blocos de rua, casas, cômodos, etc. É como olhar através de um telescópio com lentes de potências diferentes; cada lente tem seus próprios usos. É importante que se possa fazer uso de todas as escalas diferentes; muitas vezes, o detalhe é irrelevante e, até mesmo, desviador da atenção.

Em virtude do fato de que molduras diferentes podem ser enfiadas dentro de aberturas de outras molduras, há um grande potencial para conflito, ou "colisão". O esquema limpo e agradável de um conjunto único e global de camadas de "constantes", "parâmetros" e "variáveis" é uma supersimplificação. Na verdade, cada moldura terá sua própria hierarquia de variabilidade, e é isso que torna a análise de como percebemos um evento tão complexo como um jogo de futebol, com suas muitas submolduras, subsubmolduras, etc., uma operação incrivelmente atrapalhada. Como é que todas essas muitas molduras interagem umas com as outras? Se há um conflito, em que uma moldura diz: "Este item é uma constante", mas outra moldura diz: "Não, é uma variável", como se resolve isso? Esses são problemas profundos e difíceis da teoria das molduras para os quais não posso dar respostas. Até o momento, não houve completa concordância a respeito do que é realmente uma moldura ou sobre como implementar as molduras nos programas de inteligência artificial. Faço minha própria tentativa na discussão de algumas dessas questões na seção seguinte, em que falo de alguns quebra-cabeças de reconhecimento visual de padrão, os quais denomino "problemas Bongard".

Problemas Bongard

Problemas Bongard (PBs) são problemas do tipo geral dado pelo cientista russo M. Bongard em seu livro *Pattern recognition* (*Reconhecimento de padrões*). Um PB típico – o número 51 nesta coleção de cem – é mostrado na figura 119.

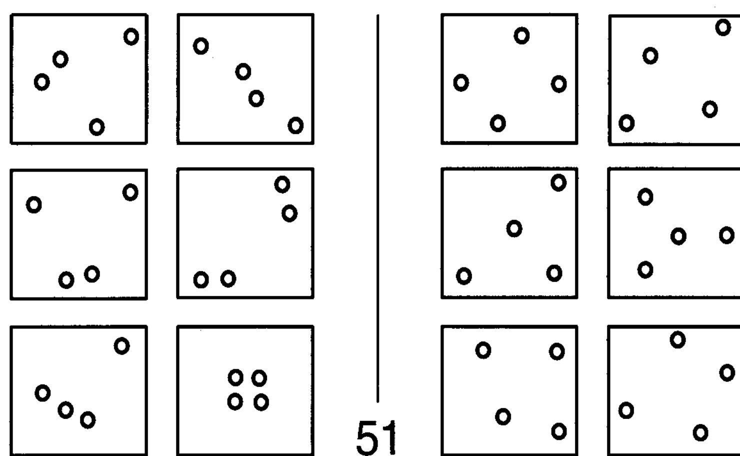


FIGURA 119. Problema Bongard 51 [De M. Bongard, Pattern recognition *(Rochelle Park, N. J.: Hayden Book, Spartan Books, 1970)]*

Esses problemas fascinantes foram feitos para reconhecedores de padrões, sejam eles humanos ou máquinas. (Podem-se também acrescentar as IETs – inteligências extraterrestres.) Cada problema consiste em doze figuras enquadradas (doravante denominadas *quadros)*: seis à esquerda, formando a *classe I*, e seis à direita, formando a *classe II*. Os quadros podem ser relacionados dessa maneira:

I-A	I-B	II-A	II-B
I-C	I-D	II-C	II-D
I-E	I-F	II-E	II-F

O problema é "Como os quadros da classe I diferem dos quadros da classe II?"

Um programa de solução de problemas Bongard teria vários estágios, nos quais dados não processados são convertidos em descrições. Os estágios iniciais são relativamente inflexíveis, e os estágios mais altos tornam-se gradualmente mais flexíveis. Os estágios finais possuem uma propriedade que denomino *tentatividade*, que significa apenas que a maneira como um desenho é representado é sempre tentativa. Uma descrição de alto nível pode ser reestruturada com o menor acionamento, utilizando todos os dispositivos dos estágios posteriores. As idéias apresentadas a seguir também têm uma qualidade tentativa. Tentarei transmitir idéias gerais em primeiro lugar, explicando as dificuldades significantes. Em seguida, retornarei e tentarei explicar as sutilezas e os artifícios, e assim por diante. Assim, sua noção de como tudo isso funciona poderá também passar por algumas revisões, durante a leitura. Mas esse é o espírito da discussão.

O pré-processamento seleciona um minivocabulário

Suponhamos, então, que temos um problema Bongard que desejamos solucionar. O problema é apresentado a uma câmera de TV e os dados não processados são lidos. Em seguida, são *pré-processados*. Isso significa que algumas características salientes são detectadas. Os *nomes* dessas características constituem um "minivocabulário" para o problema; são tirados de um "vocabulário geral de características salientes". Alguns termos típicos do vocabulário de características salientes são:

segmento de linha, curva, horizontal, vertical, preto, branco, grande, pequeno, pontudo, redondo...

Em um segundo estágio de pré-processamento, é empregado algum conhecimento sobre *formas* elementares; e se qualquer uma é encontrada, seu nome é também tornado disponível. Assim, termos como:

triângulo, círculo, quadrado, reentrância, saliência, ângulo reto, vértice, cúspide, seta...

podem ser selecionados. Esse é, *grosso modo*, o ponto em que se encontram o consciente e o inconsciente nos seres humanos. Essa discussão preocupa-se principalmente com a descrição do que ocorre daqui para a frente.

Descrições de alto nível

Agora que o desenho está "compreendido", em alguma medida, em termos de conceitos familiares, é efetuada uma certa pesquisa em sua volta. São feitas descrições tentativas para um, ou para alguns dos doze quadros. Tipicamente, serão utilizados descritores tais como:

acima, abaixo, à direita de, à esquerda de, dentro, fora de, próximo a, distante de, paralelo a, perpendicular a, enfileirado, espalhado, espacejado, de maneira uniforme, espacejado irregularmente, etc.

Podem também ser utilizados descritores numéricos definidos e indefinidos:

1, 2, 3, 4, 5,... muitos, poucos, etc.

Podem ser construídos descritores mais complicados, como:

mais para a direita, menos próximo a, quase paralelo a, etc.

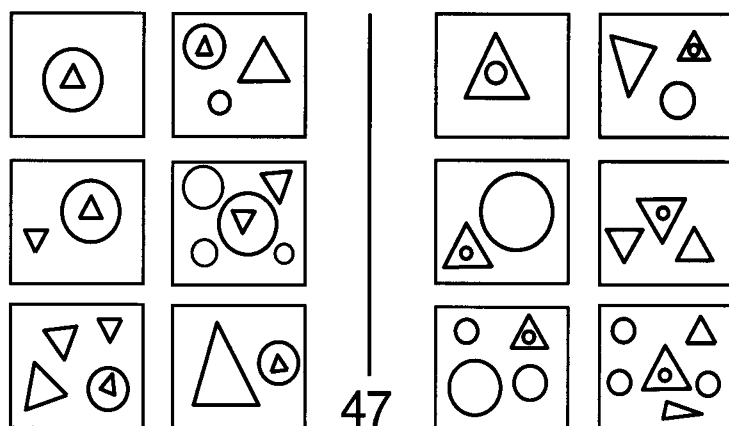


FIGURA 120. Problema Bongard 47 [*De M. Bongard,* Pattern recognition]

Assim, um quadro típico – digamos I-F, do PB 47 (figura 120) – poderia ser descrito diferentemente como tendo:

três formas
ou
três formas brancas
ou
um círculo à direita
ou
dois triângulos e um círculo
ou
dois triângulos apontados para cima
ou
uma forma grande e duas formas pequenas
ou
uma forma curva e duas formas com margens retas
ou
um círculo com o mesmo tipo de forma dentro e fora.

Cada uma dessas descrições vê o quadro através de um "filtro". Fora de contexto, qualquer uma delas pode ser uma descrição útil. Porém, como ocorre, todas elas estão "erradas", no contexto do problema Bongard particular de que são partes. Em outras palavras, se você soubesse a distinção entre as classes I e II no PB 47, e lhe fosse dada uma das linhas acima como uma descrição de um desenho não visto, aquela informação não permitiria a você dizer a qual classe o desenho pertenceria. A característica essencial desse quadro, no contexto, é que ele inclui:

um círculo contendo um triângulo.

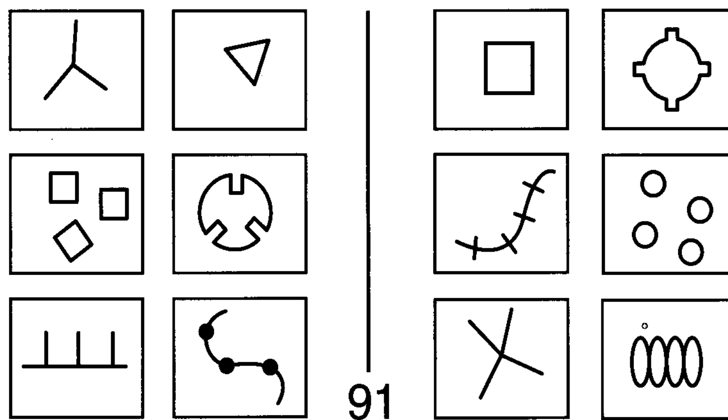


FIGURA 121. Problema Bongard 91 [De M. Bongard, Pattern recognition]

Observe que alguém que ouvisse tal descrição não seria capaz de *reconstruir* o desenho original, mas poderia *reconhecer* desenhos com essa propriedade. É um pouco como estilo musical: você pode ser infalível no reconhecimento de Mozart, mas, ao mesmo tempo, incapaz de escrever qualquer coisa que induzisse alguém a pensar que fora escrita por Mozart.

Considere agora o quadro I-D do PB 91 (figura 121). Uma descrição supercarregada, mas "correta", no contexto do PB 91, é:

um círculo com três intrusões retangulares.

Observe a sofisticação de tal descrição, em que a palavra "com" funciona como rejeitadora, implicando que o "círculo" não é realmente um círculo: é *quase* um círculo, exceto que... Além disso, as intrusões não são retângulos inteiros. Há um bocado de flexibilidade na maneira em que utilizamos a linguagem para descrever as coisas. É claro que muitas informações foram eliminadas, e ainda mais poderia ser eliminado. *A priori*, é muito difícil saber o que seria inteligente eliminar e o que manter. Então, tem de ser codificado algum tipo de método para uma conciliação inteligente, via heurística. Naturalmente, há sempre o recurso a níveis mais baixos de descrição (isto é, descrições menos agrupadas) se a informação descartada tem de ser recuperada, assim como as pessoas podem constantemente olhar para o quebra-cabeças para auxiliar na reestruturação de suas idéias a respeito. O artifício, então, é inventar regras explícitas que dizem como:

fazer descrições tentativas para cada quadro;
compará-las com descrições tentativas de outros quadros de qualquer classe;

reestruturar as descrições por meio de:
(i) adição de informação,
(ii) eliminação de informação,
ou (iii) exame da mesma informação de outro ângulo;
repetir esse processo até descobrir o que torna as duas classes distintas.

Gabaritos e detectores de identidade

Uma boa estratégia seria tentar fazer descrições *estruturalmente semelhantes umas às outras*, na medida em que isso for possível. Qualquer estrutura que tiverem em comum tornará muito mais fácil sua comparação. Dois elementos importantes dessa teoria lidam com essa estratégia. Um é a idéia de "esquemas de descrição", ou *gabaritos*; o outro é a idéia de *Id* – um "detector de identidade".

Primeiramente, Id. Id é um agente especial presente em todos os níveis do programa. (Na verdade, pode haver tipos diferentes de Id em níveis diferentes.) Id dá voltas constantes dentro das descrições individuais e dentro de descrições diferentes, buscando descritores ou outras coisas que sejam repetidas. Quando é encontrada alguma identidade, várias operações de reestruturação podem ser acionadas, tanto no nível de descrição única quanto no nível de várias descrições ao mesmo tempo.

Agora, os gabaritos. A primeira coisa que ocorre após o pré-processamento é uma tentativa de elaborar um gabarito ou esquema de descrição – um *formato uniforme* – para as descrições de todos os quadros em um problema. A idéia é que uma descrição pode freqüentemente ser dividida de maneira natural em subdescrições, e estas, por sua vez, em subsubdescrições, se necessário. O fundo é atingido quando se chega a conceitos primitivos que pertencem ao nível do pré-processador. Ora, é importante escolher a maneira de dividir as descrições em partes, de modo a refletir a comunidade entre todos os quadros; de outra forma, está-se introduzindo um tipo supérfluo e sem significado de "pseudo-ordem" no mundo.

Com base em que informações é construído um gabarito? É melhor observar um exemplo. Tome o PB 49 (figura 122). O pré-processamento produz a informação segundo a qual cada quadro consiste de vários pequenos, e uma curva fechada grande. Essa é uma observação valiosa e merece ser incorporada ao gabarito. Assim, uma primeira tentativa para um gabarito seria:

curva fechada grande: —
os pequenos: —

É muito simples: o gabarito-descrição possui duas *aberturas* explícitas onde são anexadas as subdescrições.

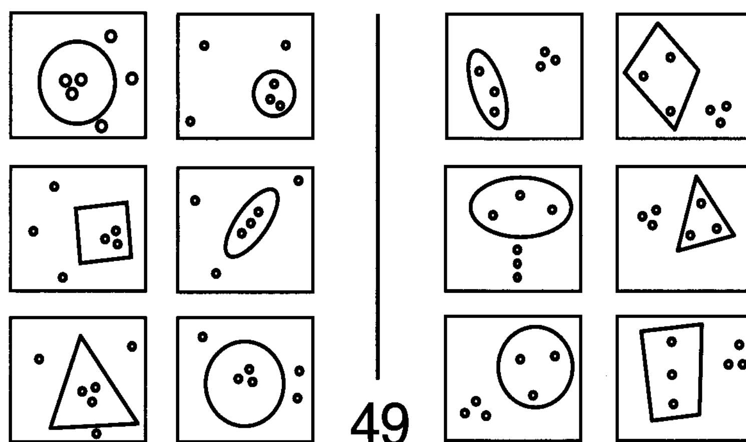


FIGURA 122. Problema Bongard 49 [De M. Bongard, Pattern recognition]

Um programa heterárquico

Agora ocorre uma coisa interessante, acionada pelo termo "curva fechada". Um dos mais importantes módulos do programa é um tipo de rede semântica – *a rede de conceitos* – em que todos os substantivos, adjetivos, etc. são conectados para indicar suas inter-relações. Por exemplo, "curva fechada" liga-se fortemente aos termos "interior" e "exterior". A rede de conceitos está cheia de informações a respeito das relações entre os termos, como o que é oposto de que, o que é semelhante a que, o que freqüentemente ocorre com que, e assim por diante. Uma pequena parte de uma rede de conceitos, a ser explicada em breve, é mostrada na figura 123. Mas vamos acompanhar o que acontece, agora, na solução do problema 49. Os conceitos "interior" e "exterior" são ativados por sua proximidade na rede com "curva fechada". Isso sugere ao construtor de gabaritos que pode ser uma boa idéia fazer aberturas distintas para o interior e para o exterior da curva. Assim, no espírito da tentatividade, o gabarito é tentativamente reestruturado para ser isto:

curva fechada grande: —
os pequenos no interior: —
os pequenos no exterior: —

Ora, quando as subdescrições são buscadas, os termos "interior" e "exterior" farão com que procedimentos inspecionem aquelas regiões específicas do quadro. O que é encontrado no PB 49, quadro I-A, é isto:

curva fechada grande: *círculo*
os pequenos no interior: *três*
os pequenos no exterior: *três*

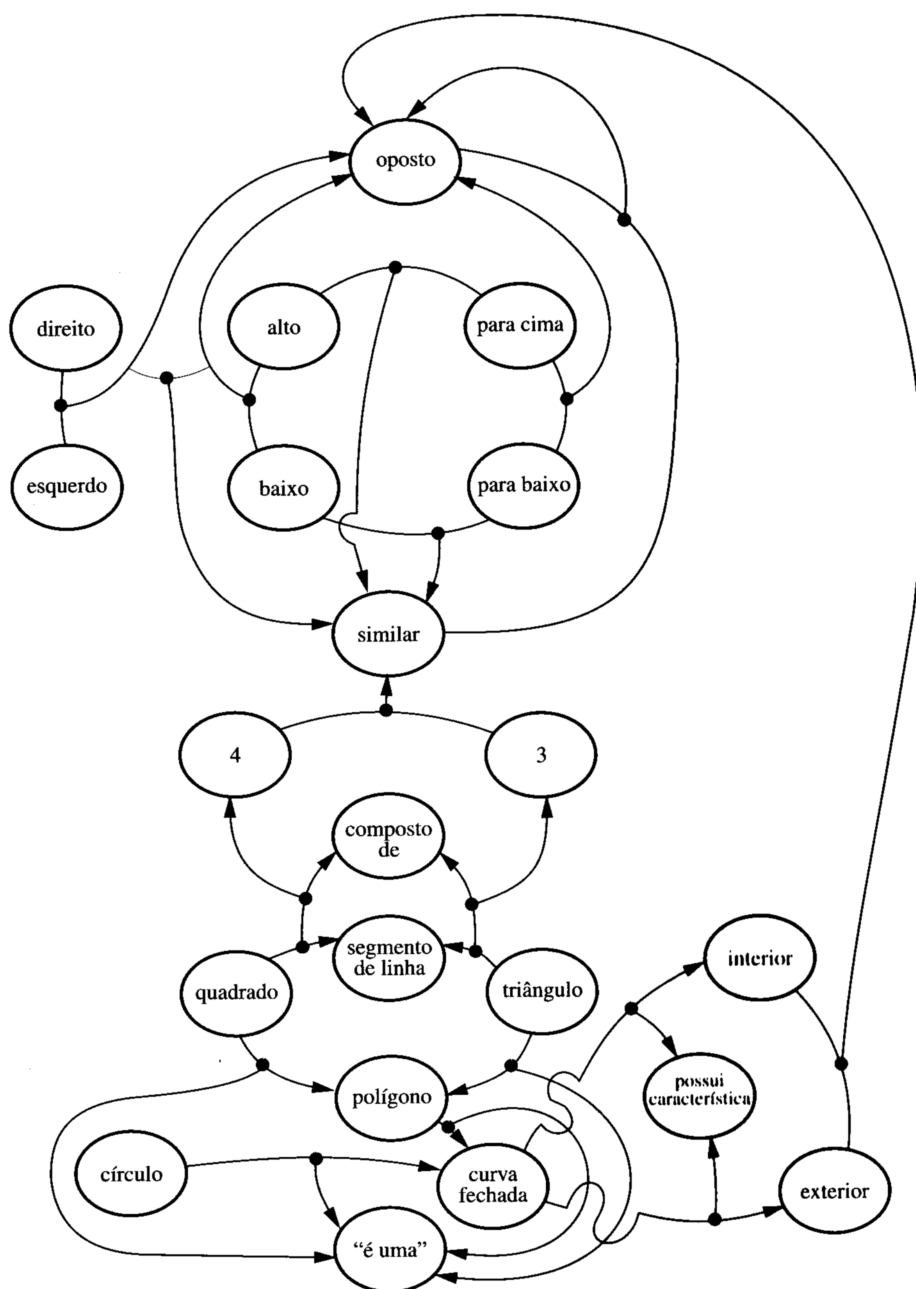


FIGURA 123. Pequena porção de uma rede de conceitos para um programa solucionar problemas Bongard. Os "nodos" são ligados por "elos", que, por sua vez, podem ser ligados. Considerando-se um elo como um verbo, e os nodos que o ligam como sujeito e objeto, podem-se extrair algumas sentenças em inglês deste diagrama

E uma descrição do quadro II-A do mesmo PB poderá ser:

curva fechada grande: *charuto*
os pequenos no interior: *três*
os pequenos no exterior: *três*

Ora, Id, constantemente ativo em paralelo com outras operações, localiza a recorrência do conceito "três" em todas as aberturas que lidam com *os*, e esta é uma forte razão para efetuar uma segunda operação de reestruturação do gabarito. Observe que a primeira foi sugerida pela rede de conceitos, a segunda por Id. Agora, nosso gabarito para o problema 49 torna-se:

curva fechada grande: —
três os pequenos no interior: —
três os pequenos no exterior: —

Agora que "três" subiu um nível de generalidade – ou seja, para o gabarito –, passa a valer a pena explorar seus vizinhos na rede de conceitos. Um deles é "triângulo", que sugere que triângulos de *os* podem ser importantes. Como vem a ocorrer, isso conduz a um caminho cego – mas como você poderia saber? É um caminho cego que qualquer ser humano exploraria, de modo que é bom também que nosso programa o encontre. Para o quadro II-E, pode ser gerada uma descrição como a seguinte:

curva fechada grande: *círculo*
três os pequenos no interior: *triângulo eqüilátero*
três os pequenos no exterior: *triângulo eqüilátero*

Naturalmente, foi eliminada uma grande quantidade de informações com respeito a tamanhos, posições, orientações desses triângulos, como também muitas outras coisas. Mas este é o ponto de fazer descrições, em vez de apenas utilizar dados não processados! É a mesma idéia do afunilamento, que discutimos no capítulo XI.

A rede de conceitos

Não precisamos buscar a solução integral do problema 49; isso é bastante para mostrar a constante interação, para frente e para trás, de descrições individuais, de gabaritos do detector de identidade Id e da rede de conceitos. Devemos agora examinar mais detalhadamente a rede de conceitos e sua função. Uma porção simplificada mostrada na figura codifica as seguintes idéias:

"Alto" e "baixo" são opostos.
"Para cima" e "para baixo" são opostos.

"Alto" e "para cima" são semelhantes.
"Baixo" e "para baixo" são semelhantes.
"Direita" e "esquerda" são opostos.
A distinção "direita–esquerda" é semelhante à distinção "alto–baixo".
"Oposto" e "semelhante" são opostos.

Observe-se como tudo na rede – tanto os nódulos como as conexões – pode ser discutido. Nesse sentido, nada na rede está em um nível mais alto que qualquer outra coisa. Outra porção da rede é mostrada; codifica as idéias de que:

Um quadrado é um polígono.
Um triângulo é um polígono.
Um polígono é uma curva fechada.
A diferença entre um triângulo e um quadrado é que um possui 3 lados e o outro, 4.
4 é semelhante a 3.
Um círculo é uma curva fechada.
Uma curva fechada possui um interior e um exterior.
"Interior" e "exterior" são opostos.

A rede de conceitos é, necessariamente, muito ampla. Parece armazenar conhecimentos apenas estaticamente, ou declaratoriamente, mas isso é somente a metade da história. Na verdade, seu conhecimento também toca os limites do processual, pelo fato de que as proximidades na rede atuam como guias, ou "programas", que dizem ao programa principal como desenvolver sua compreensão dos desenhos dos quadros.

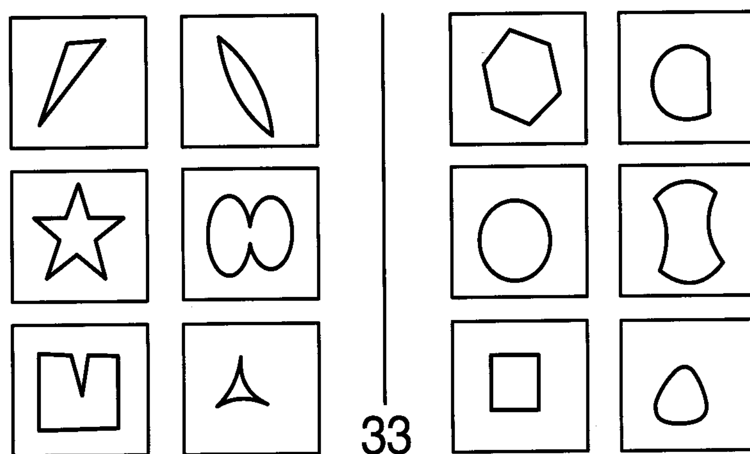


FIGURA 124. Problema Bongard 33 [*De M. Bongard,* Pattern recognition]

Por exemplo, um palpite anterior pode estar errado e ainda possuir em si a chave para a resposta correta. No PB 33 (figura 124), pode-se, a princípio, concluir apressadamente que os quadros da classe I contêm formas "pontudas" e os quadros da classe II contêm formas "suaves". Mas, numa inspeção mais acurada, isso é errado. Não obstante, há uma percepção digna de nota ali, e pode-se tentar levá-la mais além, passando-se, na rede de conceitos, por aqueles que começam com "pontudo". Ele é próximo do conceito "agudo", que é precisamente a característica que distingue a classe I.

Assim, uma das funções da rede de conceitos é permitir que idéias anteriores erradas sejam modificadas ligeiramente, a fim de que se encaixem em variações que possam estar corretas.

Encaixamento e tentatividade

Relacionada com essa noção de encaixamento entre termos intimamente relacionados está a noção de ver um dado objeto como uma variação sobre um outro objeto. Um exemplo excelente já foi mencionado – o do "círculo com três intrusões", em que, na verdade, não há círculo algum. Quando apropriado, há que se poder dobrar conceitos. Nada deve ser absolutamente rígido. Por outro lado, as coisas não podem ser tão inconsistentes a ponto de não terem nenhum significado. O artifício é saber quando e como encaixar um conceito em outro.

Um conjunto de exemplos extremamente interessante em que o encaixe de uma descrição em outra é o ponto crucial é dado nos problemas Bongard 85-87 (figura 125). O PB 85 é um tanto trivial. Presumamos que nosso programa identifique "segmento de linha" em seu estágio de pré-processamento. É relativamente simples para ele então contar os segmentos de linha e chegar à diferença entre a classe I e a classe II no PB 85. Em seguida, passa para o PB 86. Uma heurística geral empregada é *experimentar idéias recentes que funcionaram*. A repetição bem-sucedida de métodos recentes é muito comum no mundo real, e Bongard não tenta ludibriar esse tipo de heurística em sua coleção – na verdade, ele o reforça, felizmente. Assim, mergulhamos no problema 86 com duas idéias ("contar" e "segmento de linhas") fundidas em uma: "contar segmentos de linha". Mas ocorre que o artifício do PB 86 consiste em contar *cadeias* de linhas em vez de *segmentos*, em que "cadeia de linhas" significa uma concatenação de ponta a ponta de (um ou mais) segmentos de linha. Uma maneira de o programa poder deslindar isto é serem os conceitos "cadeia de linha" e "segmento de linha" conhecidos e estarem próximos na rede de conceitos. Outra maneira é se ele pode *inventar* o conceito de "cadeia de linha" – uma proposta no mínimo complicada.

Então vem o PB 87, em que a noção de "segmento de linha" é manipulada ainda mais. Quando um segmento de linha são três segmentos de linha? (Ver quadro II-A.) O programa tem de ser suficientemente flexível para poder ir para frente e para trás entre representações tão diferentes para uma dada parte do

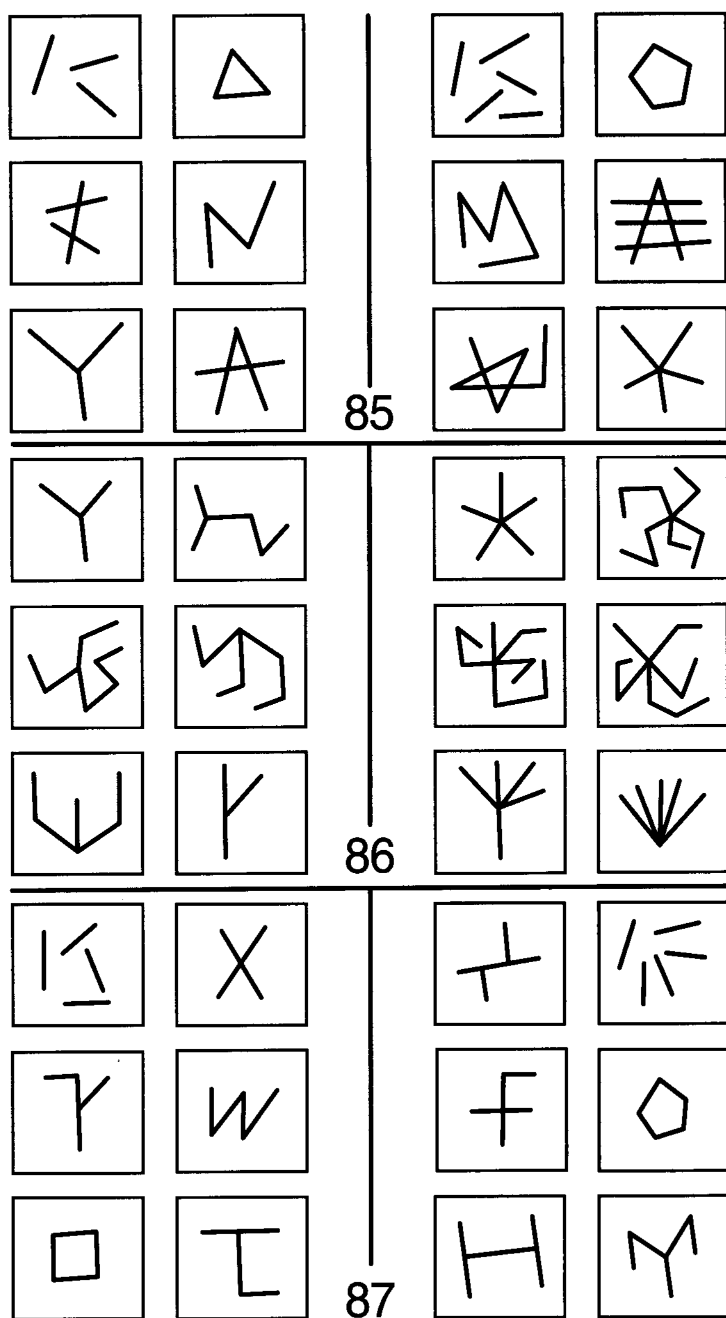


FIGURA 125. Problemas Bongard 85 a 87 [*De M. Bongard,* Pattern recognition]

desenho. Convém armazenar representações antigas, ao invés de esquecê-las e talvez ter de reconstruí-las, pois não há garantia de que uma representação mais nova seja melhor que uma mais antiga. Assim, juntamente com cada representação antiga, devem-se armazenar algumas das razões para apreciá-la e para não apreciá-la. (Isso começa a soar um tanto complexo, não é?)

Metadescrições

Agora chegamos a outra parte vital do processo de reconhecimento, e esta tem a ver com níveis de abstração e metadescrições. Para isso, consideremos o PB 91 (figura 121) novamente. Que tipo de gabarito poderia ser construído aqui? Há uma quantidade tão grande de variedade que é difícil saber onde começar. Mas isto é, em si, uma pista! A pista diz, a saber, que a distinção de classe existe, muito provavelmente, em um nível mais alto de abstração que o da descrição geométrica. Esta observação indica ao programa que ele deveria construir *descrições de descrições* – isto é, *metadescrições*. Talvez nesse segundo nível emerja uma característica comum; e, se tivermos sorte, descobriremos comunalidade bastante para guiar-nos para a formulação de um gabarito para as metadescrições! Assim, lançamo-nos sem um gabarito e fabricamos descrições para vários quadrados; então, uma vez feitas essas descrições, nós *as* descrevemos. Que tipos de abertura terá nosso gabarito para metadescrições? Talvez estes, entre outros:

conceitos utilizados: —
conceitos recorrentes: —
nomes das aberturas: —
filtros utilizados: —

Há muitos outros tipos de aberturas que podem ser requeridos nas metadescrições, mas esta é uma amostra. Agora, suponhamos que descrevemos o quadro I-E do PB 91. Sua descrição (não gabaritada) pode ficar parecida com a seguinte:

segmento de linha horizontal
segmento de linha vertical montado sobre o segmento de linha horizontal
segmento de linha vertical montado sobre o segmento de linha horizontal
segmento de linha vertical montado sobre o segmento de linha horizontal

Naturalmente, muitas informações foram eliminadas: o fato de que três linhas verticais são do mesmo comprimento, estão espaçadas de maneira eqüidistante, etc. Mas é plausível que a descrição anterior fosse feita. Assim, a metadescrição poderia ficar parecida com a seguinte:

conceitos utilizados: *vertical-horizontal, segmento de linha, montado sobre*

repetições na descrição: *3 cópias de "segmento de linha vertical montado sobre o segmento de linha horizontal".*
nomes de aberturas: —
filtros utilizados: —

Nem todas as aberturas da metadescrição necessitam ser preenchidas; informações podem ser eliminadas nesse nível, como também no nível da "descrição apenas simples".

Ora, se tivéssemos de fazer uma descrição para qualquer um dos outros quadros da classe I e, então, uma metadescrição sua, terminaríamos preenchendo a abertura "repetições na descrição" cada vez com a sentença "3 cópias de..." O detector de identidade perceberia isso e apontaria a *condição de três* como uma característica saliente, em um nível de abstração bastante alto, dos quadros da classe I. De maneira semelhante, *a condição de quatro* seria reconhecida, via método de metadescrições, como a marca da classe II.

A flexibilidade é importante

Ora, você poderá objetar que, nesse caso, o recurso ao método de metadescrições é como atirar em uma mosca com um rifle para elefantes, pois a condição de três contra a condição de quatro poderia igualmente ter emergido no nível mais baixo, se tivéssemos construído nossas descrições de maneira ligeiramente diferente. Sim, é verdade – mas é importante ter a possibilidade de solucionar esses problemas por caminhos diferentes. É preciso que haja uma grande quantidade de flexibilidade no programa; ele não deve ser abandonado se, "improprietaforicamente" falando, "der com o nariz na porta" algumas vezes. (O divertido termo "improprietáfora" foi cunhado pelo colunista de jornal Lawrence Harrison; significa um cruzamento entre uma impropriedade e uma

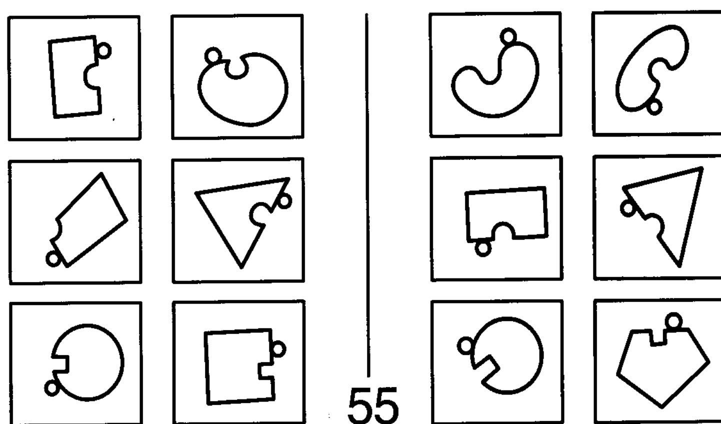


FIGURA 126. Problema Bongard 55 [De M. Bongard, Pattern recognition]

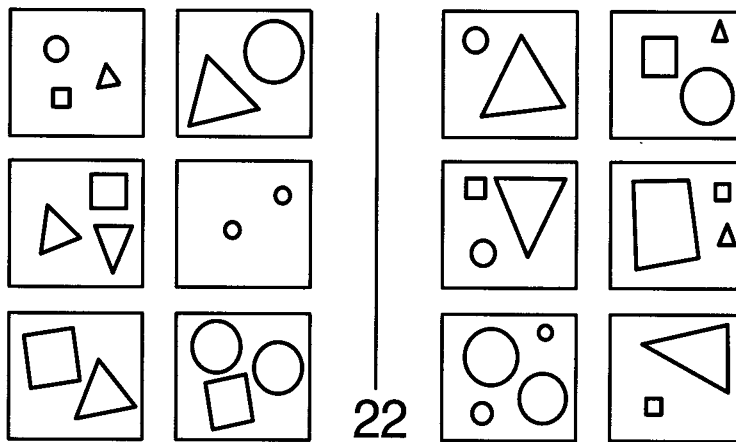


FIGURA 127. Problema Bongard 22 [De M. Bongard, Pattern recognition]

metáfora. É um bom exemplo de "idéias recombinantes".) De qualquer forma, queria ilustrar o princípio geral que diz: Quando é difícil construir um gabarito porque o pré-processador encontra diversidade em demasia, isso deve servir como pista de que há conceitos envolvidos em um nível de abstração mais alto do que tem conhecimento o pré-processador.

Focalização e filtragem

Agora vamos lidar com outra questão: maneiras de eliminar informações. Isso envolve duas noções relacionadas, que denomino "focalização" e "filtragem". *Focalização* envolve fazer uma descrição cujo foco seja alguma parte do desenho no quadro, para a exclusão de tudo o mais. *Filtragem* envolve fazer uma descrição que se concentra em alguma maneira particular de ver o conteúdo do quadro, e ignora todos os outros aspectos. Assim, são complementares: focalizar tem a ver com objetos (*grosso modo*, substantivos) e filtrar tem a ver com conceitos (*grosso modo*, adjetivos). Para um exemplo de focalização, examinemos o PB 55 (figura 126). Aqui, focalizamos a instrução e o pequeno círculo a seu lado, para excluir tudo mais no quadro. O PB 22 (figura 127) apresenta um exemplo de filtragem. Aqui, temos de filtrar todo conceito, exceto o de tamanho. Uma combinação de focalização e filtragem é necessária para solucionar o PB 58 (figura 128).

Uma das maneiras mais importantes de obter idéias para focalização e filtragem é por outro tipo de "focalização": a saber, pela inspeção de um único quadro particular – digamos, um com o menor número possível de objetos. Pode ser extremamente útil comparar os quadros mais vazios das duas classes. Mas como você pode saber quais são os quadros vazios antes de ter suas descrições? Bem,

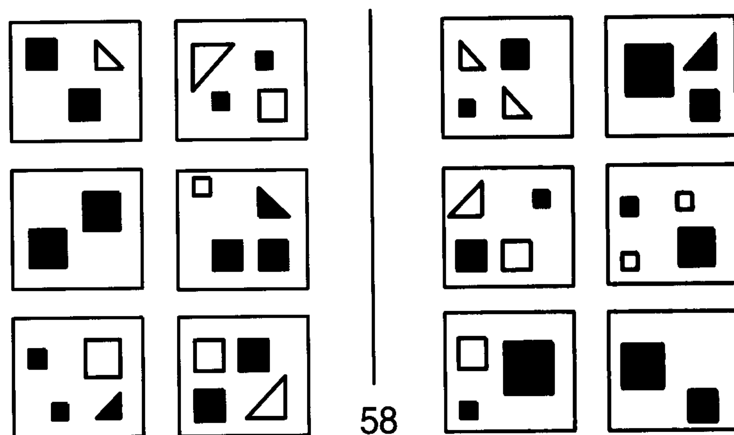


FIGURA 128. Problema Bongard 58 [De M. Bongard, Pattern recognition]

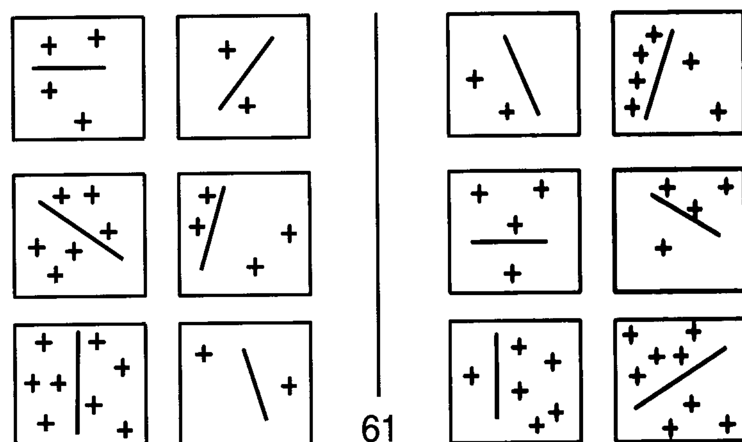


FIGURA 129. Problema Bongard 61 [De M. Bongard, Pattern recognition]

uma maneira de detectar-se o vazio é procurar um quadro com um mínimo de características fornecidas pelo pré-processador. Isso pode ser feito bem no início, pois não requer um gabarito já existente; de fato, essa pode ser uma maneira útil de descobrir características para acrescentar a um gabarito. O PB 61 (figura 129) é um exemplo em que essa técnica pode conduzir a uma solução rápida.

A ciência e o mundo dos problemas Bongard

Pode-se pensar que o problema Bongard é um pequenino lugar onde se pratica a "ciência" – isto é, onde o propósito é discernir padrões no mundo. À medida que são buscados, gabaritos são feitos, desfeitos e refeitos; aberturas

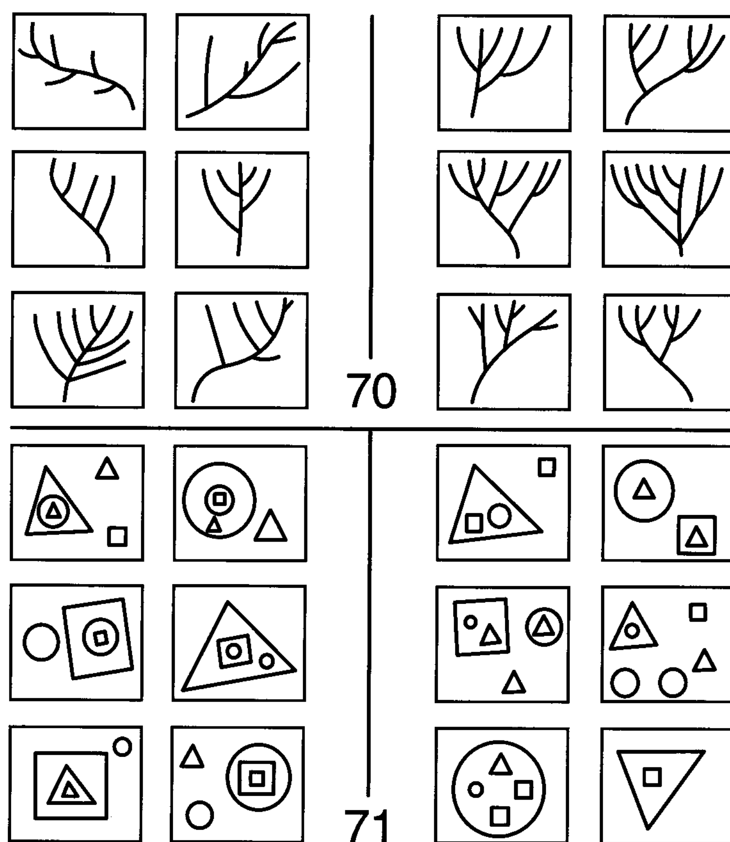


FIGURA 130. Problemas Bongard 70 e 71 [De M. Bongard, Pattern recognition]

passam de um nível de generalidade para outro; são feitas filtragens e focalizações; e assim por diante. Há descobertas em todos os tipos de complexidade. A teoria kuhniana de que certos eventos raros denominados "transferências de paradigma" marcam a distinção entre ciência "normal" e "revoluções conceituais" não parece funcionar, pois podemos ver transferências de paradigma ocorrendo por todo o sistema, durante o tempo. A fluidez das descrições garante que as transferências de paradigma ocorram em todas as escalas.

É claro que algumas descobertas são mais "revolucionárias" que outras, porque têm efeitos mais amplos. Por exemplo, pode-se fazer a descoberta de que os problemas 70 e 71 (figura 130) são "o mesmo problema", quando observados em um nível suficientemente abstrato. A observação-chave é que ambos envolvem o aninhamento de profundidade 2 contra o de profundidade 1. Esse é um novo nível de descoberta que pode ser feito com relação aos problemas Bongard. Há um nível ainda mais alto, com respeito à coleção como um todo. Se

alguém jamais viu a coleção, pode ser um bom quebra-cabeças descobrir qual é. Descobri-lo representa uma percepção revolucionária, mas deve-se observar que os mecanismos de pensamento que permitem tal descoberta ser feita não são diferentes daqueles que operam na solução de um único problema Bongard.

Da mesma forma, a ciência real não se divide em períodos "normais" contra "revoluções conceituais"; em vez disso, as transferências de padrões difundem-se – há apenas transferências de padrões maiores e menores, em níveis diferentes. Os diagramas recorrentes de INT e Gplot (figuras 32 e 34) fornecem um modelo geométrico para essa idéia: possuem a mesma estrutura cheia de saltos descontínuos em todos os níveis, e não apenas no nível mais alto – ocorre apenas que, quanto menor o nível, menores os saltos.

Conexões com outros tipos de pensamento

Para colocar esse programa inteiro um pouco em contexto, permita-me sugerir duas maneiras em que é relacionado com outros aspectos do conhecimento. Ele depende não apenas de outros aspectos do conhecimento, mas também estes dependem daquele. Em primeiro lugar, permita-me comentar a respeito de como ele depende de outros aspectos do conhecimento. A intuição que é requerida para saber quando faz sentido anuviar as distinções, tentar redescrições, buscar pistas, mudar de níveis, e assim por diante, é algo que provavelmente só vem com muita experiência de pensamento em geral. Assim, seria muito difícil definir a heurística para esses aspectos cruciais do programa. Às vezes, a nossa experiência com objetos reais no mundo tem um efeito sutil sobre como se descrevem ou se redescrevem quadros. Por exemplo, quem pode dizer o quanto a sua familiaridade com árvores vivas auxilia na solução do PB 70? É muito duvidoso que, em seres humanos, a sub-rede de conceitos relevantes para esses quebra-cabeças possa ser facilmente separada de toda a rede. Em vez disso, é muito mais provável que as intuições obtidas com a visão e o manuseio de objetos reais – pentes, trens, barbantes, blocos, letras, elásticos de borracha, etc. – tenham um papel invisível, mas significativo, na orientação da solução desses problemas.

Seguindo o raciocínio inverso, é certo que a compreensão de situações do mundo real depende muito da imaginação visual e da intuição espacial, de modo que ter uma maneira poderosa e flexível de representar padrões como estes padrões Bongard só pode contribuir para a eficiência geral dos processos de pensamento.

Parece-me que os problemas Bongard foram elaborados com muito cuidado e que eles possuem uma qualidade intrínseca de universalidade, no sentido de que cada um possui uma resposta correta singular. Naturalmente, poder-se-ia argumentar e dizer que o que consideramos "correto" depende, de alguma maneira profunda, do fato de sermos humanos, e algumas criaturas de outro sistema solar podem discordar inteiramente disso. Sem possuir qualquer evidên-

cia em qualquer direção, ainda tenho uma certa confiança que os problemas Bongard dependem de um sentido de simplicidade que não é apenas limitado a serem humanos terrenos. Meus comentários anteriores sobre a provável importância de estar familiarizado com objetos de limites seguramente terrenos, como pentes, trens, elásticos de borracha, e assim por diante, não estão em conflito com a idéia de que nossa noção de simplicidade é universal, pois o que importa não é qualquer desses objetos individuais, mas o fato de que, considerados juntos, *definem espaço amplo*. E parece possível que qualquer outra civilização tenha um repertório tão vasto de artefatos e objetos naturais e variedades de experiência a que recorrer quanto nós. Assim, creio que a habilidade de solucionar os problemas Bongard reside muito próxima do núcleo da inteligência "pura", se existe tal coisa. Portanto, é um bom lugar para começar se se deseja investigar a capacidade de descobrir "significado intrínseco" em padrões ou mensagens. Infelizmente, reproduzimos apenas uma pequena seleção dessa estimulante coleção. Espero que muitos leitores se familiarizem com a coleção inteira, a ser encontrada no livro indicado de Bongard (ver "Bibliografia").

Alguns dos problemas de reconhecimento de padrão visual que nós, seres humanos, parecemos haver "achatado" completamente em nosso inconsciente são bastante surpreendentes. Eles incluem:

reconhecimento de rostos (invariância de rostos sob modificação de idade, mudança de expressão, mudança de iluminação, mudança de distância, mudança de ângulo, etc.).

reconhecimento de trilhas em florestas e montanhas – de alguma forma, isso sempre me impressionou como um dos nossos atos mais sutis de reconhecimento de padrões – e, ainda assim, os animais também podem fazê-lo.

leitura de texto sem hesitação em centenas, se não mesmo em milhares, de tipos diferentes.

Linguagens transmissoras de mensagens, molduras e símbolos

Uma maneira sugerida para lidar com as complexidades do reconhecimento de padrões e outros desafios aos programas de inteligência artificial é o denominado formalismo "ator" de Carl Hewitt (semelhante à linguagem "Smalltalk", desenvolvida por Alan Kay e outros), em que o programa é escrito como uma coleção de *atores* interagentes, que podem passar intrincadas *mensagens* para frente e para trás entre si. De certa forma, isso se assemelha a uma coleção heterárquica de procedimentos que podem chamar-se uns aos outros. A grande diferença é que, enquanto os procedimentos passam comumente um número algo pequeno de argumentos para frente e para trás, as mensagens trocadas pelos atores podem ser arbitrariamente longas e complexas.

Os atores com capacidade de trocar mensagens tornam-se algo como agentes autônomos – na verdade, até mesmo como computadores autônomos, sendo

as mensagens um pouco parecidas com programas. Cada ator pode ter sua própria maneira idiossincrática de interpretar qualquer mensagem dada; assim, o significado de uma mensagem dependerá do ator que a intercepta. Isso se deve ao fato de que o ator tem dentro de si um pedaço de programa que interpreta mensagens; assim, pode haver tantos interpretadores quanto atores. Certamente, pode haver vários atores com interpretadores idênticos; com efeito, isso poderia ser uma grande vantagem, assim como é extremamente importante que a célula tenha uma profusão de ribossomas idênticos flutuando pelo citoplasma, os quais interpretarão uma mensagem – neste caso, o ARN mensageiro – de uma só maneira.

É interessante pensar como se pode associar a noção de moldura com a de ator. Vamos denominar *símbolo* uma moldura com a capacidade de gerar e interpretar mensagens complexas:

moldura + ator = símbolo.

Chegamos agora ao ponto em que falamos sobre maneiras de implementar aqueles indefiníveis *símbolos ativos* dos capítulos XI e XII; doravante neste capítulo a palavra "símbolo" terá aquele significado. A esse respeito, não se sinta pouco inteligente se não vir imediatamente como essa síntese pode ser feita. Não está claro, embora seja, com certeza, uma das direções mais fascinantes a seguir em inteligência artificial. Além disso, é bem certo que mesmo a melhor síntese daquelas noções terminará por ter muito menos poder que os símbolos reais das mentes humanas. Nesse sentido, denominar essas sínteses moldura–ator de "símbolos" é prematuro, mas é uma maneira otimista de ver as coisas.

Retornemos a algumas questões ligadas à passagem de mensagens. Cada mensagem deve ser direcionada especificamente a um símbolo alvo, ou ela deve ser lançada no grande vazio, muito à maneira em que o ARNm é lançado no citoplasma, para buscar seu ribossoma? Se as mensagens têm destinos, então cada símbolo tem de ter um endereço, e as mensagens para ele devem sempre ser remetidas para aquele endereço. Por outro lado, poderia haver um lugar central para recebimento de mensagens, em que uma mensagem simplesmente ficaria aguardando até que fosse apanhada por algum símbolo que a quisesse. Essa é a contrapartida da entrega geral dos Correios. Provavelmente, a melhor solução é permitir a existência de ambos os tipos de mensagens, mas também ter dispositivos para classes diferentes de urgência – entrega rápida, primeira classe, segunda classe, e assim por diante. Todo o sistema postal fornece uma fonte rica de idéias para as linguagens de passagem de mensagens, inclusive curiosidades como envelopes já selados e endereçados (mensagens cujos remetentes querem respostas rápidas), reembolso postal (mensagens extremamente longas que podem ser remetidas de maneira muito lenta), e mais. O sistema telefônico fornecerá mais inspiração quando as idéias derivadas do sistema postal se esgotarem.

Enzimas e inteligência artificial

Outra fonte rica de idéias para a passagem de mensagens – na verdade, para processamento de informações em geral – é, naturalmente, a célula. Alguns objetos na célula são bastante comparáveis com os atores – as enzimas em particular. Cada ponto ativo da enzima atua como um filtro que reconhece somente certos tipos de substratos (mensagens). Assim, uma enzima possui, com efeito, um "endereço". A enzima é "programada" (em razão de sua estrutura terciária) para efetuar certas operações sobre aquela "mensagem" e então liberá-la para o mundo, novamente. Ora, desta maneira, quando uma mensagem é passada de enzima para enzima através de uma trilha química, muito pode ser realizado. Já descrevemos os tipos elaborados de mecanismos de retroalimentação que podem ocorrer nas células (tanto por inibição como por repressão). Esses tipos de mecanismos mostram que o complicado controle de processos pode surgir por meio do tipo de passagem de mensagem que existe na célula.

Uma das coisas mais surpreendentes a respeito das enzimas é como elas ficam, ociosas, à espera de ser acionadas por um substrato que chegue. Então, quando chega o substrato, a enzima entra de repente em ação, como uma planta insetívora. Essa espécie de programa "instantâneo" tem sido utilizado em inteligência artificial e é conhecido pelo nome *demônio*. O importante aqui é a idéia de se ter muitas "espécies" diferentes de sub-rotinas acionáveis, inativas, simplesmente aguardando ser acionadas. Nas células, todas as moléculas complexas e organelas são construídas com um passo simples depois de outro. Algumas dessas novas estruturas são freqüentemente elas próprias enzimas, e elas participam na construção de novas enzimas, que por sua vez participam na construção de ainda outros tipos de enzima, etc. Tais cascatas recorrentes de enzimas podem ter efeitos drásticos sobre o que uma célula está fazendo. Seria desejável ver o mesmo tipo de montagem passo a passo importado para a inteligência artificial, na construção de subprogramas úteis. Por exemplo, a repetição tem uma maneira de soldar novos circuitos em nosso *hardware* mental, de modo que pedaços de comportamento repetidos com freqüência tornam-se codificados abaixo do nível consciente. Seria extremamente útil se houvesse uma maneira análoga de se sintetizar pedaços eficientes de código que podem efetuar a mesma seqüência de operações como algo que foi aprendido em um nível mais alto de "consciência". As cascatas de enzimas podem sugerir um modelo mostrando como isso pode ser feito. (O programa denominado Hacker, escrito por Gerald Sussman, sintetiza e corrige os efeitos de pequenas sub-rotinas de uma maneira não muito diferente da das cascatas de enzimas.)

Os detectores de identidade no solucionador de problemas Bongard (Ids) poderiam ser implementados como subprogramas assemelhados às enzimas. Assim como uma enzima, um Id vagueraria aleatoriamente, encontrando-se aqui e ali com pequenas estruturas de dados. Ao preencher seus dois "lados ativos" com estruturas de dados idênticas, o Id emitiria uma mensagem a outras partes (atores) do programa. Contanto que os programas sejam sucessivos, não faria

muito sentido ter várias cópias de um Id, mas, em um computador verdadeiramente paralelo, a regulagem do número de cópias de um subprograma seria uma maneira de se regular o tempo de espera pretendido antes de uma operação terminar, assim como a regulagem do número de cópias de uma enzima em uma célula regula a rapidez da execução daquela função. E se novos Ids fossem sintetizados, isso seria comparável à infiltração da detecção de padrões para níveis mais baixos de nossas mentes.

Fissão e fusão

Duas idéias interessantes e complementares relativas à interação dos símbolos são a "fissão" e a "fusão". *Fissão* é a divergência gradual de um novo símbolo de seu símbolo original (isto é, do símbolo que serviu como paradigma, do qual foi copiado). *Fusão* é o que ocorre quando dois (ou mais) símbolos originalmente não relacionados participam de um "ativamento conjunto" e a combinação pode, a partir daí, ser endereçada como se fosse um único símbolo. Fissão é um processo mais ou menos inevitável, uma vez que, a partir do momento em que um novo símbolo foi "copiado" de um velho, torna-se autônomo, e suas interações com o mundo exterior refletem-se em sua estrutura privada interna; assim, o que começou como uma cópia perfeita logo se tornará imperfeito, e então, lentamente, se tornará menos e menos igual ao símbolo do qual foi "copiado". A fusão é uma coisa mais sutil. Quando dois conceitos tornam-se realmente um? Há algum instante preciso em que ocorre a fusão?

Essa noção de ativamentos conjuntos abre uma caixa de Pandora de perguntas. Por exemplo, quantas vezes ouvimos "olho" e "sogra" quando dizemos "olho-de-sogra"? Um alemão que se lembre de suas luvas (*Handshuche*) pensa em "sapatos-para-mão" ou não? E os chineses, cuja palavra *dong-xi* ("Leste-Oeste") significa "coisa"? É também uma questão de preocupação política, uma vez que algumas pessoas reclamam que palavras como *chairman* são pesadamente carregadas com sentido do gênero masculino. O grau em que as partes ressoam dentro do todo varia, provavelmente, de pessoa para pessoa e de acordo com as circunstâncias.

O problema real com essa noção de "fusão" de símbolos é que é muito difícil imaginar algoritmos gerais que criem novos símbolos significativos a partir de símbolos que se chocam. É como duas cadeias de ADN que se juntam. Como tirar partes de cada uma e recombiná-las em uma nova e significativa cadeia de ADN que codifica um indivíduo da mesma espécie? Ou um novo tipo de espécie? É infinitesimal a possibilidade de que uma combinação aleatória de pedaços de ADN codifique qualquer coisa que sobreviva – algo como a chance de que uma combinação de palavras de dois livros faça um outro livro. A possibilidade de que o ADN recombinante faça sentido em qualquer nível, exceto no mais baixo, é mínima, exatamente porque há tantos níveis de significado no ADN. E o mesmo vale para os "símbolos recombinantes".

Epigênese do *Cânone caranguejo*

Penso em meu diálogo *Cânone caranguejo* como um exemplo protótipo em que duas idéias se colidiram em minha mente, conectaram-se de uma nova maneira e, de repente, nasceu um novo tipo de estrutura verbal em minha mente. Naturalmente, posso ainda pensar em cânones caranguejo musicais e em diálogos verbais separadamente – ainda podem ser ativados independentemente de cada um; mas o símbolo fundido para os diálogos caranguejo-canônicos também possui seus próprios modos característicos de ativamento. Para ilustrar essa noção de fusão, ou de "recombinação simbólica", com mais detalhe, gostaria então de usar o desenvolvimento de meu *Cânone caranguejo* como um caso típico, porque, naturalmente, é-me bastante familiar, e também porque é interessante, e ainda típico de quão longe se pode ir com uma única idéia. Vou recontá-lo por estágio, denominados a partir dos estágios da *meiose*, que é o nome da divisão de células em que a "permutação genética", ou recombinação genética, ocorre – a fonte da diversidade na evolução.

PRÓFASE: Comecei com uma idéia um tanto simples – de que uma peça musical, digamos um cânone, poderia ser imitada verbalmente. Isto veio da obser-

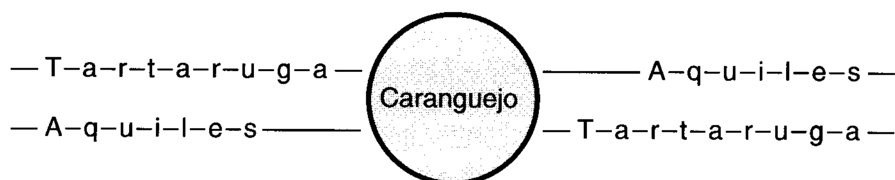


FIGURA 131. Um diagrama esquemático do diálogo Cânone caranguejo

vação de que, por meio de uma forma abstrata compartilhada, uma peça de texto e uma de música podem ser conectadas. O passo seguinte envolvia a tentativa de concretizar um pouco essa vaga suspeita; aqui, ocorreu-me que as "vozes" nos cânones podem ser superpostas sobre "personagens" dos diálogos – uma idéia um tanto óbvia.

Em seguida, concentrei-me em tipos específicos de cânones e lembrei-me de que havia um cânone caranguejo na *Oferenda musical*. Naquele momento, estava começando a escrever os diálogos, e havia apenas duas personagens: Aquiles e a Tartaruga. Como o cânone caranguejo de Bach tem duas vozes, isto se superpunha perfeitamente: Aquiles seria uma voz, a Tartaruga outra, sendo que uma fazia para a frente e outra fazia para trás. Mas aí enfrentei um problema: em que nível deveria ocorrer a reversão? No da letra? No da palavra? No da oração? Após algumas considerações, concluí que o nível da "linha dramática" seria o mais apropriado.

Agora que o "esqueleto" de cânone caranguejo de Bach fora transplantado, pelo menos em um plano, para uma forma verbal, havia um só problema. Quando as duas vozes se encontrassem no meio, haveria um curto período de repetição extrema: um feio defeito. O que fazer a esse respeito? Nesse ponto, aconteceu uma coisa estranha, um tipo de nível de encontro típico de atos criativos: a palavra "caranguejo", do *Cânone caranguejo*, surgiu de súbito em minha mente, sem dúvida em virtude de alguma qualidade abstrata compartilhada com a noção de "tartaruga" – e imediatamente percebi que, no meio exato, poderia bloquear o efeito repetitivo por meio da inserção de uma linha especial, pronunciada por uma nova personagem: um caranguejo! Foi assim que, na *prófase* do *Cânone caranguejo*, o Caranguejo foi criado: no encontro de Aquiles e da Tartaruga (ver a figura 131).

METÁFASE: Este foi o esqueleto do meu *Cânone caranguejo*. Em seguida, entrei no segundo estágio – a "metáfase" – em que tinha de ser colocado o recheio, o que foi, naturalmente, uma tarefa árdua. Fiz várias tentativas, acostumando-me com a maneira em que os pares de linhas sucessivas tinham de fazer sentido quando lidos em ambas as direções e experimentando para ver que tipos de significados duplos auxiliariam ao ser escrita tal forma (por exemplo, "Absolutamente"). Houve duas versões iniciais, ambas interessantes, mas fracas. Abandonei o livro por mais de um ano e, quando retomei, o *Cânone caranguejo* tinha algumas idéias novas. Uma delas foi mencionar, dentro dele, um cânone de Bach. Inicialmente, meu plano era mencionar o *Canon per augmentationem contrario motu*, da *Oferenda musical* (denominei-o *Cânone preguiça*). Mas isso começou a parecer meio tolo, e então, relutante, decidi que, dentro do meu *Cânone caranguejo*, poderia falar sobre o *Cânone caranguejo* do próprio Bach. Na verdade, esse foi um ponto crucial, mas não o percebi naquele momento.

Ora, se uma personagem iria mencionar uma peça de Bach, não seria desajeitado para a outra dizer exatamente a mesma coisa no lugar correspondente? Bem, Escher tinha um papel semelhante ao de Bach em meus pensamentos; não haveria, então, alguma forma de modificar ligeiramente a linha, de modo que ela fizesse referência a Escher? Afinal, na estrita arte dos cânones, a imitação perfeita é ocasionalmente deixada em favor da elegância ou da beleza. Logo em seguida a esta idéia, veio à minha mente o quadro *Day and night* (*Dia e noite*) (figura 49). "É claro!", pensei, "é uma espécie de cânone caranguejo pictórico, com duas vozes complementares, essencialmente, conduzindo o mesmo tema tanto para a esquerda como para a direita e harmonizando-se uma com a outra!" Novamente aqui estava a noção de um único "esqueleto conceitual" sendo instanciado em dois meios diferentes – neste caso, a música e a arte. Assim, deixei a Tartaruga falar sobre Bach e Aquiles sobre Escher, em linguagem paralela; com certeza, a pequena fuga da imitação estrita manteve o espírito dos cânones caranguejo.

Neste ponto, comecei a perceber que algo maravilhoso estava acontecendo, a saber, o diálogo estava se tornando auto-referencial, sem que eu sequer o tivesse pretendido! E mais ainda, era uma auto-referência indireta, na medida em que as personagens não falavam diretamente sobre o diálogo que travavam,

mas, ao invés, sobre estruturas que eram isomórficas a ele (em um certo plano de abstração). Para colocá-lo nos termos que estive empregando, meu diálogo compartilhava agora um "esqueleto conceitual" com o G de Gödel e poderia, portanto, ser sobreposto a G de uma maneira algo parecida com o que era o Dogma central, para criar, neste caso, uma "Sobreposição central do Caranguejo". Senti-me altamente estimulado, uma vez que caíra do céu uma unidade esteticamente agradável de Gödel, Escher e Bach.

ANÁFASE: O passo seguinte foi bastante surpreendente. Possuía a monografia de Caroline MacGillavry sobre os mosaicos de Escher há muitos anos, mas um dia, enquanto a folheava, meus olhos ficaram grudados na gravura 23 (figura 42), pois a vi de uma maneira que nunca tinha visto antes: ali estava um cânone caranguejo genuíno – à semelhança de um caranguejo em forma e conteúdo! O próprio Escher não havia dado um título à gravura e, uma vez que desenhara mosaicos semelhantes, empregando muitas outras formas animais, é provável que essa coincidência de forma e conteúdo fosse apenas algo que eu tenha percebido. Mas, fortuita ou não, esta gravura sem título era uma versão em miniatura de uma idéia central de meu livro, unir forma e conteúdo. Assim, deliciado, batizei-a *Cânone caranguejo*, substituí-a por *Dia e noite*, e modifiquei as observações de Aquiles e da Tartaruga, conseqüentemente.

Entretanto, isso não foi tudo. Tendo tornado-me envolvido com biologia molecular, estava um dia folheando o livro de Watson em uma livraria e vi no índice a palavra "palíndromo". Quando a busquei no livro, encontrei uma coisa mágica: estruturas caranguejo-canônicas no ADN. Logo depois, os comentários do Caranguejo foram modificados adequadamente para incluir uma curta observação no sentido de que ele devia a seus genes sua predileção pelos confusos movimentos retrógrados para a frente.

TELÓFASE: O último passo veio meses depois, quando, ao falar a respeito da gravura da seção caranguejo-canônica do ADN (figura 43), notei que os 'A', 'T', 'C' de adenina, timina, citosina coincidiam – *mirabile dictu* – com os 'A', 'T', 'C' de Aquiles, Tartaruga e Caranguejo; além disso, assim como a adenina e a timina existem em pares no ADN, assim também ocorre com Aquiles e a Tartaruga no diálogo. Pensei por um momento e, em outro daqueles encontros, vi que 'G', a letra que faz par com 'C' no ADN, poderia ser a inicial de "gene". Uma vez mais voltei ao diálogo, fiz algumas cirurgias no discurso do Caranguejo, para refletir esta nova descoberta, e então tinha uma sobreposição entre a estrutura

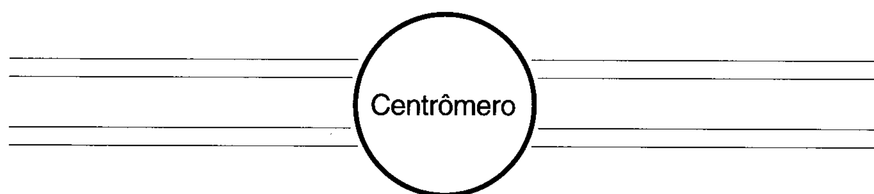


FIGURA 132. Dois cromossomas homólogos unidos no centro por centrômero

do ADN e a estrutura do diálogo. Nesse sentido, poder-se-ia dizer que o ADN é uma codificação de um genótipo para um fenótipo: a estrutura do diálogo. O toque final aumentou dramaticamente a auto-referência e deu ao diálogo uma densidade de significado que nunca antecipara.

Esqueletos conceituais e sobreposição conceitual

Isso mais ou menos resume a epigênese do *Cânone caranguejo*. O processo todo pode ser visto como uma sucessão de sobreposições de idéias umas às outras, em níveis variáveis de abstração. É o que denomino *sobreposição conceitual*, e as estruturas abstratas que ligam até duas idéias diferentes são *esqueletos conceituais*. Assim, um esqueleto conceitual é o da noção abstrata de um cânone caranguejo:

> uma estrutura com duas partes que fazem a mesma coisa,
> movendo-se apenas em direções opostas.

Esta é uma imagem geométrica concreta que pode ser manipulada pela mente quase como um padrão Bongard. Com efeito, quando penso no *Cânone caranguejo* hoje, visualizo-o como duas cadeias que cruzam no meio, onde são unidas por um "nó" (a fala do Caranguejo). Essa imagem pictórica é tão vívida que se sobrepõe instantaneamente, em minha mente, a uma gravura de dois cromossomos homólogos unidos por um centrômero em seu meio, que é uma imagem derivada diretamente da meiose, conforme mostrado na figura 132.

De fato, esta mesma imagem inspirou-me a elaborar a descrição da evolução do *Cânone caranguejo* em termos de meiose – que é, em si, naturalmente, ainda outro exemplo de sobreposição conceitual.

Idéias recombinantes

Há uma variedade de técnicas de fusão de dois símbolos. Uma envolve o alinhamento de duas idéias (como se idéias fossem lineares!), e em conseqüência a escolha ponderada de partes de cada uma e a recombinação delas em um novo símbolo. Isso lembra fortemente a recombinação genética. Então, o que os cromossomas trocam e como eles o fazem? Eles trocam genes. O que, em um símbolo, é comparável a um gene? Se os símbolos possuem aberturas semelhantes a molduras, então são as aberturas, talvez. Mas quais aberturas trocar, e por quê? É aqui que a fusão caranguejo-canônica pode oferecer algumas idéias. A sobreposição da noção de "cânone caranguejo musical" ao "diálogo" envolveu várias sobreposições auxiliares; de fato, ela as *induziu*. Isto é, uma vez decidido que essas duas noções teriam de ser fundidas, tornou-se uma questão de observá-las em um nível em que

as partes análogas emergiriam, e então prosseguir e *sobrepor as partes* umas às outras, e assim por diante, de forma recorrente, para qualquer nível desejável. Aqui, por exemplo, "voz" e "personagem" emergiram como aberturas correspondentes quando "cânone caranguejo" e "diálogo" foram vistos de maneira abstrata. De onde vieram essas visões abstratas? Este é o cerne do problema da sobreposição – de onde vêm as visões abstratas? Como se fazem visões abstratas de noções específicas?

Abstrações, esqueletos, analogias

Uma visão que foi abstraída de um conceito ao longo de uma dimensão é o que denomino de *esqueleto conceitual.* Com efeito, lidamos com esqueletos conceituais todo o tempo, sem utilizar o nome com freqüência. Por exemplo, muitas das idéias relativas aos problemas Bongard poderiam ser refraseadas por meio da utilização dessa terminologia. É sempre interessante, e possivelmente importante, quando se descobre que duas ou mais idéias compartilham um esqueleto conceitual. Um exemplo disso é o bizarro conjunto de conceitos mencionados no início do *Contrafato*: um bicíclope, um uniciclo tandem, o jogo de ping-ping, um empate em favor de um time, um anel de Möbius com dois lados, os "gêmeos Bach", um concerto para piano a duas mãos esquerdas, uma fuga de uma voz, o ato de bater palmas com uma só mão, um fonógrafo monaural com dois canais, um par de oitavos zagueiros. Todas essas idéias são "isomórficas" porque compartilham este esqueleto conceitual:

uma coisa plural tornada singular e repluralizada de maneira errada.

Duas outras idéias contidas neste livro que compartilham o esqueleto conceitual são: (1) a solução da Tartaruga para o quebra-cabeças de Aquiles, que pede uma palavra que comece e termine com "LA" (sendo o advérbio "LA" a solução da Tartaruga, que faz com que duas ocorrências se fundam em apenas uma) e (2) a demonstração Pappus-Gelernter do Teorema *Pons Asinorum,* em que um triângulo é repercebido como dois. A propósito, essas duas cômicas invenções podem ser apelidadas "meios-dobletes".

Um esqueleto conceitual é como um conjunto de características constantes (distinto de parâmetros ou variáveis), características que não deveriam ser passadas em um *replay* subjuntivo ou em uma operação de sobreposição. Sem parâmetros ou variáveis próprias para variar, pode ser o núcleo invariável de várias idéias diferentes. Cada *exemplo,* como o "uniciclo tandem", possui camadas de variabilidade, e assim pode ser "passado" de várias maneiras.

Embora o nome "esqueleto conceitual" soe absoluto e rígido, há, na verdade, um bocado de flexibilidade nele. Podem existir esqueletos conceituais em vários níveis de abstração diferentes. Por exemplo, o "isomorfismo" entre os problemas Bongard 70 e 71, já mencionados, envolve um esqueleto conceitual

de nível mais alto que o necessário para solucionar qualquer um dos problemas, isoladamente.

Representações múltiplas

Não apenas os esqueletos conceituais têm de existir em níveis diferentes de abstração: têm também de existir ao longo de *dimensões* conceituais diferentes. Vamos tomar a seguinte sentença como exemplo:

"O vice-presidente é o estepe
no automóvel do governo".

Como compreendemos seu significado (deixando à parte seu humor, que é, naturalmente, um aspecto vital)? Se nos fosse dito: "Veja nosso governo como um automóvel", sem qualquer motivação anterior, poder-se-ia pensar em qualquer número de correspondência: volante = presidente, etc. O que seria o equilíbrio entre os poderes Executivo, Legislativo e Judiciário? O que seriam os cintos de segurança? Em virtude de serem tão diferentes as duas coisas sobrepostas, é quase inevitável que a sobreposição envolva aspectos *funcionais*. Portanto, retira-se do estoque de esqueletos conceituais representando peças de automóveis apenas aqueles que têm a ver com função, ao invés dos que têm a ver com forma, digamos. Além disso, faz sentido trabalhar em um nível de abstração bem alto, em que a "função" não seja posta em um contexto demasiado estrito. Assim, das duas definições seguintes da função de um estepe: (1) "reposição de um pneu furado" e (2) "reposição de uma certa peça defeituosa de um carro", certamente esta última seria preferível, neste caso. Isso deriva simplesmente do fato de que um automóvel e um governo são tão diferentes que têm de ser sobrepostos em um nível alto de abstração.

Ora, quando a sentença em particular é examinada, a sobreposição é forçada em um aspecto – mas não de maneira desajeitada, de forma alguma. De fato, já há um esqueleto conceitual para o vice-presidente, entre muitos outros, que diz "reposição de certa parte defeituosa do governo". Portanto, a sobreposição forçada funciona confortavelmente. Mas suponha-se, em benefício do contraste, que se recuperou outro esqueleto conceitual para "estepe" – digamos, um que descreve seus aspectos físicos. Entre outras coisas, poderá dizer que um estepe é "redondo e inflado". Claramente, não é este o caminho a seguir. (Ou é? Como afirmou um amigo meu, alguns vice-presidentes são bem corpulentos e muitos são bastante cheios de si!)

Portos de acesso

Uma das principais características de cada estilo idiossincrático de pensamento é a maneira como novas experiências são classificadas e armazenadas na

memória, pois isso determina as "alças" pelas quais serão recuperáveis. E, para eventos, objetos, idéias, e assim por diante – para tudo que se pode pensar – há uma ampla variedade de "alças". Fico impressionado com isso cada vez que me movimento para ligar o rádio do carro e descubro, para minha consternação, que já está ligado! O que ocorreu é que estão sendo utilizadas duas representações diferentes para o rádio. Uma é "produtor de música", a outra é "aliviador de tédio". Estou consciente de que há música, mas estou entediado, de toda forma, e antes que as duas percepções tenham oportunidade de interagir, meu reflexo para alcançar o rádio já foi acionado. Esse mesmo reflexo ocorreu um dia, logo depois que deixara o rádio para consertar e estava com vontade de ouvir música. Estranho. Há muitas outras representações para o mesmo objeto, como:

possuidor de botão prateado brilhante
possuidor de problemas de superaquecimento
coisa para consertar deitado de costas sobre a protuberância entre os bancos do carro
fazedor de zumbidos
objeto com botões móveis
exemplo de representação multidimensional.

Todas podem servir como portos de acesso. Embora estejam todas ligadas ao meu símbolo para o rádio do meu carro, o acesso àquele símbolo por meio de uma delas não abre todas as outras. Assim, é improvável que seja movido a lembrar-me de deitar de costas para consertar o rádio quando movimentar-me para ligá-lo. E, de maneira inversa, provavelmente não pensarei no momento em que ouvir ser tocada nele a *Arte da fuga*. Há "divisórias" entre esses aspectos de um símbolo, que impedem meus pensamentos de se derramarem desajeitadamente, como no caso das livres associações. Minhas divisórias mentais são importantes porque contêm e conduzem o fluxo de meus pensamentos.

Um lugar em que essas divisórias são bastante rígidas é na vedação de palavras para a mesma coisa em línguas diferentes. Se não fossem fortes, uma pessoa bilíngüe deslocar-se-ia constantemente de uma língua para outra, o que seria muito desconfortável. Naturalmente, os adultos que aprendem duas novas línguas de uma só vez muitas vezes confundem as palavras. As divisórias entre essas línguas são mais frágeis e podem quebrar. Os tradutores simultâneos são particularmente interessantes, uma vez que podem falar qualquer de suas línguas como se as divisórias fossem invioláveis, e, ainda assim, a seu comando, podem negar essas divisórias, a fim de permitir acesso de uma linguagem a outra, de modo que possam traduzir. Steiner, que cresceu trilíngüe, dedicou várias páginas de *After Babel* (Após Babel) à entremesclagem do francês, do inglês e do alemão nas camadas de sua mente, e a como suas línguas diferentes permitem portos de acesso diferentes para os conceitos.

Correspondência forçada

Quando se têm duas idéias que compartilham esqueletos conceituais em algum nível de abstração, podem ocorrer coisas diferentes. Em geral, no primeiro estágio é que se usa o *zoom* para ambas as idéias e, com o emprego de correspondência de nível mais alto como guia, tenta-se identificar subidéias correspondentes. Às vezes, a correspondência pode ser estendida de maneira recorrente a vários níveis abaixo, revelando um profundo isomorfismo. Às vezes, interrompe-se antes disso, revelando analogia ou similaridade. E também há vezes em que a similaridade de alto nível é tão irresistível que, mesmo se não há uma aparente continuação de nível mais baixo da sobreposição, prossegue-se assim mesmo e cria-se uma: isto é, *correspondência forçada*.

Correspondências forçadas ocorrem todos os dias nas caricaturas políticas dos jornais: uma personagem política é mostrada como um avião, um barco, um peixe, a Mona Lisa; um governo é uma pessoa, um pássaro, uma perfuratriz de petróleo; um tratado é uma maleta, uma espada, uma lata de iscas e assim por diante. Fascinante é quão facilmente podemos executar a sobreposição sugerida, e com exatamente a profundidade pretendida. Não efetuamos a sobreposição muito profundamente ou muito superficialmente.

Outro exemplo de forçar uma coisa na matriz de outra ocorreu quando escolhi descrever o desenvolvimento de meu *Cânone caranguejo* em termos de meiose. Isso aconteceu em estágios. Primeiramente, observei o esqueleto conceitual comum compartilhado pelo *Cânone caranguejo* e a imagem de cromossomas unidos por um centrômero; isto forneceu a inspiração para a correspondência forçada. Então, vi uma semelhança de alto nível envolvendo "estágios", "crescimento" e "recombinação". Em seguida, simplesmente levei a analogia até onde pude. A tentatividade – como no solucionador de problemas Bongard – desempenhou um papel maior: fui para a frente e para trás antes de encontrar uma correspondência que me parecesse atraente.

Um terceiro exemplo de sobreposição conceitual é suprido pelo Dogmapa central. Inicialmente, percebi uma similaridade de alto nível entre as descobertas dos lógicos matemáticos e as dos biólogos moleculares, e então prossegui até os níveis mais baixos até que encontrei uma forte analogia. Para reforçá-la ainda mais, escolhi uma numeração Gödel que imitava o código genético. Esse foi o elemento isolado de correspondência forçada no Dogmapa central.

As correspondências forçadas, analogias e metáforas não podem ser facilmente separadas. Os locutores esportivos usam com freqüência imagens figuradas vívidas que são difíceis de classificar. Por exemplo, numa metáfora como: "O Fluminense não consegue engrenar", é difícil imaginar que imagem se deve conjurar. Coloca-se rodas num time, como um todo? Ou em cada jogador? Provavelmente, nenhum dos dois. É mais provável que a imagem de um motorista lutando com a caixa de marchas de seu carro passe por cada um por um breve instante, e então, de maneira misteriosa, apenas as partes relevantes são retiradas e transferidas para o desempenho do time. Em que profundidade o time de futebol e o carro estão sobrepostos nesse átimo?

Recapitulação

Permita-me tentar juntar as coisas um pouco. Apresentei um número de idéias relacionadas à criação, manipulação e comparação de símbolos. A maioria tem a ver com alguma forma de encaixe, sendo que a idéia é que os conceitos são compostos de alguns elementos rígidos e de alguns soltos, provenientes de níveis diferentes de contextos aninhados (molduras). Os soltos podem ser desalojados e substituídos por outros, que se encaixem de maneira fácil, e que, dependendo das circunstâncias, podem criar um "*replay* subjuntivo", uma correspondência forçada ou uma analogia. Uma fusão de dois símbolos pode resultar de um processo em que partes de cada símbolo são desalojadas e outras permanecem.

Criatividade e aleatoriedade

É óbvio que estamos falando sobre a mecanização da criatividade. Mas isso não é uma contradição em termos? Quase, mas não é bem assim. A criatividade é a essência daquilo que *não* é mecânico. Entretanto, todo ato criativo *é* mecânico – pode ser explicado da mesma forma que o soluço. O substrato mecânico da criatividade pode não estar à vista, mas existe. De maneira inversa, há algo não mecânico em programas flexíveis, mesmo hoje em dia. Pode não ser criatividade, mas quando os programas deixam de ser transparentes para seus criadores, então a abordagem para a criatividade começou.

É comum a noção de que a aleatoriedade é um ingrediente indispensável dos atos criativos. Isso pode ser verdade, mas não impõe nenhuma barreira à mecanicabilidade – ou melhor, à programabilidade! – da criatividade. O mundo é um monte gigantesco de aleatoriedade; quando você coloca um pouco disso dentro de sua cabeça, o interior dela absorve um pouco daquela aleatoriedade. Os padrões de acionamento dos símbolos, portanto, podem conduzir você a caminhos mais parecidos com o aleatório, simplesmente porque provieram de suas interações com um mundo maluco, aleatório. Assim também pode ser um programa de computador. A aleatoriedade é uma característica intrínseca do pensamento e não algo que tem de ser "inseminado artificialmente", seja por meio de dados, de núcleos degenerantes, quadros de números aleatórios ou o que quer que seja. É um insulto à criatividade humana insinuar que ela se fia em tais fontes arbitrárias.

O que vemos como aleatoriedade é freqüentemente apenas um efeito de olhar para algo simétrico através de um filtro "torto". Um exemplo elegante foi fornecido pelas duas maneiras de Salviati de olhar o número $\pi/4$. Embora a expansão decimal de $\pi/4$ não seja literalmente aleatória, é tão aleatória quanto precisaria ser para a maioria dos propósitos: é "pseudoaleatória". A matemática está cheia de pseudoaleatoriedades – em quantidade suficiente para suprir todos os possíveis criadores por todos os tempos.

Assim como a ciência está impregnada de "revoluções conceituais" em todos os níveis e durante todo o tempo, assim também o pensamento de indivíduos é completamente bombardeado por atos criativos. Não estão apenas no plano mais alto, estão em toda parte. A maioria é pequena e foi criada um milhão de vezes antes – mas são primos próximos dos atos mais novos e altamente criativos. Os programas de computador de hoje em dia não parecem produzir ainda muitas criações pequenas. A maior parte do que executam é ainda bastante "mecânica". Isso apenas serve de testemunha para o fato de que não estão próximos de simular a maneira como pensamos – mas estão chegando mais perto.

Talvez o que diferencie as idéias altamente criativas das comuns seja algum sentido combinado de beleza, simplicidade e harmonia. Com efeito, tenho uma "metaanalogia" favorita, em que equiparo analogias a acordes. A idéia é simples: idéias superficialmente semelhantes não são, com freqüência, relacionadas profundamente; e idéias relacionadas profundamente são, com freqüência, superficialmente dessemelhantes. A analogia com os acordes é natural: as notas fisicamente próximas são harmonicamente distantes (por exemplo, E-F-G (mi-fá-sol)); e as notas harmonicamente próximas são fisicamente distantes (por exemplo, G-E-B (sol-mi-si)). As idéias que compartilham um esqueleto conceitual ressoam em um tipo conceitual análogo à harmonia; esses harmoniosos "acordes-idéias" são, com freqüência, largamente separados, conforme medidos em um "teclado imaginário de conceitos". Naturalmente, não é suficiente abrir muito e tirar um som de maneira antiquada – pode-se obter uma sétima ou uma nona! Talvez a presente analogia seja como um acorde de nona – largo, mas dissonante.

Escolhendo padrões em todos os níveis

Os problemas Bongard foram escolhidos como enfoque para este capítulo porque, quando se os estuda, compreende-se que o sentido indefinível para padrões que nós, humanos, herdamos de nossos genes envolve todos os mecanismos de representação de conhecimento, inclusive os contextos aninhados, os esqueletos conceituais e a sobreposição conceitual, a escapabilidade, as descrições e as metadescrições e suas interações, a fissão e a fusão de símbolos, as representações múltiplas (ao longo de dimensões e níveis diferentes de abstração), expectativas-padrão e mais.

Hoje em dia, é seguro apostar que, se algum programa pode escolher padrões em uma área, não conseguirá fazê-lo em outra que, para nós, é igualmente óbvia. Lembro que mencionei isso anteriormente, no capítulo I, afirmando que as máquinas podem distrair-se com relação à repetição, enquanto as pessoas não o fazem. Por exemplo, considere-se SHRDLU. Se Eta Oin datilografasse como insumo a oração "Apanhe um bloco vermelho grande e ponha-o de volta" repetidas vezes, SHRDLU reagiria sempre da mesma maneira repetidas vezes, assim como uma calculadora mostrará "4" repetidas vezes, se alguém tiver paciência e bater

"2 + 2" repetidas vezes. O ser humano não; se ocorre um padrão repetidas vezes,* será detectado. SHRDLU não foi construído com o potencial para formar conceitos novos ou reconhecer padrões; não tem o sentido de visão panorâmica, mesmo que um padrão constante lhe seja apresentado repetidas vezes.

A flexibilidade da linguagem

A capacidade de SHRDLU de lidar com linguagem é imensamente flexível – dentro de limites. SHRDLU pode entender sentenças de grande complexidade sintática, ou com ambigüidades semânticas que possam ser resolvidas por meio da inspeção do banco de dados – mas não pode lidar com linguagem "nebulosa". Por exemplo, considere-se a sentença: "Quantos blocos vão em cima uns dos outros para fazer uma torre?" Nós a compreendemos imediatamente; entretanto, não faz sentido se for interpretada literalmente. E não é porque foi usada alguma expressão idiomática. "Ir em cima uns dos outros" é uma sentença imprecisa que, não obstante, produz muito bem a imagem desejada para um ser humano. Poucas pessoas seriam iludidas a visualizar um arranjo paradoxal com dois blocos, estando ambos um em cima do outro – ou blocos que "vão" para algum lugar.

O surpreendente com relação à linguagem é como a utilizamos de maneira imprecisa, e ainda assim conseguimos nos safar. SHRDLU utiliza palavras de maneira "metálica", enquanto as pessoas as utilizam de maneira "esponjosa", ou "borrachenta", ou mesmo "argilosamente". Se as palavras fossem porcas e parafusos, as pessoas poderiam fazer com que qualquer parafuso se encaixasse em qualquer porca: apenas apertariam um contra o outro, como uma pintura surrealista em que tudo fica mole. A linguagem, em mãos humanas, torna-se quase como um fluido, apesar da granulação grossa de seus componentes.

Recentemente, a pesquisa de inteligência artificial em compreensão de linguagem natural distanciou-se um pouco da compreensão de orações únicas isoladas e aproximou-se mais de áreas como a compreensão de histórias simples para crianças. Aqui está uma brincadeira de criança bem conhecida que ilustra a liberdade das situações da vida real:

Um homem fez uma viagem de avião.
    Infelizmente, o avião caiu.
Felizmente, o homem tinha um pára-quedas.
    Infelizmente, o pára-quedas não abriu.
Felizmente, havia um monte de feno abaixo.

---

* N.T.: É importante para o autor que se preserve o padrão criado pela colocação da expressão "repetidas vezes" sobre si própria repetidas vezes, inclusive na última linha do parágrafo, quando o padrão já foi abandonado.

Infelizmente, havia um forcado no monte de feno.
Felizmente, o homem não caiu sobre o forcado.
Infelizmente, não caiu sobre o monte de feno.

Esta brincadeira pode ser estendida indefinidamente. Representar esta história tola em um sistema baseado em molduras seria extremamente complexo, envolveria acionamento conjunto de molduras para os conceitos de homem, avião, saída, pára-quedas, queda, etc.

Inteligência e emoções

Considere-se agora esta pequena mas pungente história:

> Margaridinha segurava com firmeza a linha que prendia seu lindo balão novo. De repente, um pé de vento arrebatou-o. O vento levou-o para uma árvore. O balão bateu contra um galho e estourou. Margaridinha chorou e chorou.[4]

Para compreender-se esta história, é preciso ler muitas coisas nas entrelinhas. Por exemplo: Margaridinha é uma menina. O balão é de brinquedo, com uma linha para a criança segurar. Pode não ser bonito aos olhos de um adulto, mas para uma criança é lindo. Ela está fora, ao ar livre. O "o" que o vento arrebentou foi o balão. O vento não puxou Margaridinha junto com o balão; Margaridinha soltou-o. Os balões podem estourar ao contato com qualquer coisa pontiaguda. Uma vez estourados, de nada mais servem. Criancinhas adoram balões e podem ficar amargamente desapontadas quando eles estouram. Margaridinha viu que seu balão havia estourado. Crianças choram quando estão tristes. "Chorar e chorar" é chorar muito e por longo tempo. Margaridinha chorou e chorou por causa de sua tristeza, causada pela perda do balão.

Isso é, provavelmente, apenas uma pequena fração do que está faltando no nível superficial. Um programa tem de possuir todo esse conhecimento, a fim de poder compreender o que está ocorrendo. Você poderá objetar que, mesmo que ele "compreenda" em algum sentido intelectual o que foi dito, nunca compreenderá *realmente*, até que tenha, também, chorado e chorado. E quando um computador fará isto? Esse é o tipo de ponto humanístico que Joseph Weizenbaum se preocupa em enfatizar em seu livro *Computer power and human reason* (O poder dos computadores e a razão humana), e creio que é uma questão importante; de fato, uma questão muito, muito profunda. Infelizmente, muitos dos operadores na área de inteligência artificial não desejam, neste momento, por várias razões, levar esse tipo de questão a sério. Mas, em certa medida, estão certos: é um pouco prematuro pensar em computadores que choram; em primeiro lugar, temos de pensar em regras para computadores lidarem com linguagem e outras coisas; com o tempo, encontrar-nos-emos face a face com as questões mais profundas.

A IA tem um longo caminho a percorrer

Às vezes, parece que há uma ausência tão completa de comportamento guiado por regras que os seres humanos simplesmente *não são* governados por regras. Mas isso é uma ilusão – algo como pensar que os cristais e os metais emergem de leis subjacentes rígidas, mas não os fluidos ou as flores. Voltaremos a esse assunto no próximo capítulo.

> O processo da lógica em si, operando internamente no cérebro, pode ser mais análogo a uma sucessão de operações com quadros simbólicos, uma espécie de análogo abstrato do alfabeto chinês ou de alguma descrição maia de eventos – exceto que os elementos não são simplesmente palavras, mas mais parecidos com sentenças ou histórias inteiras com conexões entre elas, formando uma espécie de meta ou superlógica com suas próprias regras.[5]

É difícil para a maioria dos especialistas expressar com clareza – talvez mesmo lembrar – o que os levou, originalmente, a trabalhar em sua área. De maneira inversa, alguém de fora pode compreender um atrativo especial da área e ser capaz de articulá-lo com precisão. Creio que é por isso que essa citação de Ulam me atrai, porque transmite poeticamente a estranheza da iniciativa na área de inteligência artificial, e, entretanto, mostra fé nisso. E é preciso que se tenha muita fé, neste ponto, pois há um longo caminho a percorrer!

Dez perguntas e especulações

Para concluir este capítulo, gostaria de apresentar dez "perguntas e especulações" sobre IA. Não chegaria à ousadia de denominá-las "respostas" – estas são minhas opiniões pessoais. Podem muito bem modificar-se, de certa maneira, à medida que aprender mais e que a IA se desenvolva. (No que se segue, o termo "programa IA" significa um programa que está muito além dos programas de hoje; significa um programa "Inteligente Absoluto". Igualmente, as palavras "programa" e "computador" provavelmente terão conotações exageradamente mecanicistas, mas continuaremos a empregá-las assim mesmo.)

Pergunta: Um programa de computador será capaz de escrever belas músicas um dia?

Especulação: Sim, não tão cedo. A música é uma linguagem de emoções, e enquanto os programas não tiverem emoções tão complexas como as nossas não há meio de um programa escrever qualquer coisa bonita. Pode haver "contrafações" – imitações superficiais da sintaxe de músicas anteriores – mas, a despeito do que se possa pensar a princípio, há muito mais na expressão musical do que pode ser capturado nas regras sintáticas. Não surgirão, por muito tempo, novos tipos de beleza que tenham sido produzidos por programas de computador compositores de música. Permita-me levar esse pensamento um pouco mais adiante. Pensar – e já ouvi isso ser

sugerido – que logo poderemos ser capazes de comandar um modelo de mesa de "caixa de música" pré-programado, produzido em massa, obtido pelo reembolso postal ao preço de vinte dólares, a produzir a partir de seus circuitos estéreis peças que Chopin ou Bach poderiam ter escrito se tivessem vivido mais tempo, é um erro de avaliação grotesco e vergonhoso da profundidade do espírito humano. Um "programa" que pudesse produzir música assim como eles teria de vaguear pelo mundo por si próprio, buscar com muita luta seu caminho pelos labirintos da vida e dos sentimentos a cada momento. Teria de compreender a alegria e a solidão de uma fria noite de vento, a saudade de uma mão querida, a inacessibilidade de uma cidade distante, a dor e a regeneração após a morte de um ser humano. Teria de ter conhecido a renúncia e o cansaço da vida, o desgosto e a desesperança, a determinação e a vitória, a piedade e a admiração. Em si, teria de comungar opostos tais como a esperança e o medo, a angústia e o júbilo, a serenidade e a ansiedade. Uma parte essencial sua teria de ter um sentido de graça, humor, ritmo, um sentido do inesperado – e naturalmente uma percepção especial da mágica da criação pura. Nisso, e somente nisso, residem as fronteiras do significado na música.

Pergunta: As emoções serão programadas de maneira explícita em uma máquina?

Especulação: Não. Isso é ridículo. Qualquer simulação direta de emoções – Parry, por exemplo – não pode aproximar-se da complexidade das emoções humanas, que derivam indiretamente da organização de nossas mentes. Os programas ou as máquinas adquirirão emoções da mesma maneira: como subprodutos de sua estrutura, da maneira em que são organizados – e não por programação direta. Assim, por exemplo, ninguém escreverá uma sub-rotina para "apaixonar-se", muito menos uma para "cometer erros". "Apaixonar-se" é uma descrição que ligamos a um processo complexo de um sistema complexo; não há, porém, necessidade de haver um módulo especial dentro de um sistema que é responsável apenas por ela!

Pergunta: Um computador pensante será capaz de fazer contas rapidamente?

Especulação: Talvez não. Nós mesmos somos compostos de *hardware* que executa cálculos sofisticados, mas isso não significa que nosso nível de símbolo, em que "nós" estamos, saiba como executar os mesmos cálculos. Reformulando: não há meio de carregar números nos seus neurônios para a execução da soma de sua conta na quitanda. Por sorte, seu nível de símbolo (isto é, *você*) não pode ter acesso aos neurônios que estão executando o seu pensamento – de outra forma, você seria um pateta. Parafraseando Descartes novamente:

"Penso; logo, não tenho acesso
ao nível em que somo".

Por que não ocorreria o mesmo com um programa inteligente? Não se pode permitir acesso aos circuitos que estão executando seu pensamento – de outra forma, ele ficaria com suas unidades centrais de processamento apatetadas. Falando sério, uma máquina que pode passar no teste de Turing pode igualmente fazer contas de somar tão lentamente quanto você ou eu, e por razões semelhantes. Ela representará o número 2 não apenas pelos dois *bits* "10", mas como um *conceito* desenvolvido, assim como o fazemos, repleto de associações como as palavras "par" e "dupla", um elenco de imagens mentais como os pontos brancos dos dominós, a forma do numeral 2, as noções de alternação, igualdade, diferença e assim por diante... Com toda essa "bagagem extra" para carregar, um programa inteligente tornar-se-á bastante preguiçoso em sua adição. Naturalmente, poderíamos dar-lhe uma "calculadora de bolso", por assim dizer (ou construir uma em seu interior). Então, ele poderia responder muito depressa, mas seu desempenho seria o mesmo que o de uma pessoa com uma calculadora de bolso. Haveria duas partes separadas na máquina: uma parte confiável, mas irracional, e uma parte inteligente, mas falível. Não se poderia esperar que o sistema combinado fosse confiável, da mesma forma que não se poderia confiar, necessariamente, em uma combinação de uma pessoa e uma máquina. Dessa forma, se você busca respostas corretas, é melhor ficar só com a calculadora de bolso – não lhe acrescente a inteligência!

Pergunta: Haverá programas de xadrez capazes de derrotar qualquer pessoa?

Especulação: Não. Pode haver programas que vencerão qualquer pessoa no jogo de xadrez, mas não serão exclusivamente jogadores de xadrez. Serão programas de inteligência *geral* e tão temperamentais quanto as pessoas. "Você quer jogar xadrez?" "Não, estou enjoado de xadrez. Falemos de poesia." Esse pode ser o tipo de diálogo que você pode ter com um programa que ganharia de qualquer pessoa. Isto se deve ao fato de que a inteligência real depende inevitavelmente de uma capacidade de visão geral total – isto é, uma capacidade programada de "saltar fora do sistema", por assim dizer – pelo menos *grosso modo*, na medida em que nós a possuímos. Uma vez presente tal capacidade, o programa não pode ser contido; ultrapassou aquele certo ponto crítico, e você tem somente de enfrentar a realidade do que engendrou.

Pergunta: Existirão lugares especiais na memória que armazenarão parâmetros que guiariam o comportamento do programa, lugares tais que, se se pudesse alcançá-los e modificá-los, poder-se-ia tornar o programa mais esperto ou mais imbecil, ou mais criativo, ou mais interessado em futebol? Resumindo, haveria possibilidade de se "afinar" o programa remexendo nele em um nível relativamente baixo?

Especulação: Não. Ele ignoraria mudanças de quaisquer elementos particulares em sua memória, assim como somos quase exatamente os mesmos,

embora morram milhares de nossos neurônios todos os dias(!). Se se remexer demais, porém, serão causados danos, assim como se se fizesse uma neurocirurgia irresponsável em um ser humano. Não haverá lugar "mágico" na memória, onde, por exemplo, resida o "QI" do programa. Novamente, esta será uma característica que emergirá como conseqüência de um comportamento de nível mais baixo, e não estará explicitamente localizada em alguma parte. O mesmo vale para coisas como "o número de itens que pode ser preservado na memória de curto prazo", "o tanto que se aprecia a física", etc.

Pergunta: Poder-se-ia "afinar" um programa de IA para agir como eu, ou como você – ou algo entre eu e você?

Especulação: Não. Um programa inteligente não será como um camaleão, da mesma forma que as pessoas. Dependerá da constância de suas memórias e não terá capacidade de passar de uma personalidade para outra. A idéia de modificar parâmetros internos para a "afinação de uma nova personalidade" revela uma subestimação ridícula da complexidade da personalidade.

Pergunta: Haverá um "coração" em um programa de IA ou ele se constituirá em "voltas e seqüências sem nexo de operações triviais" (nas palavras de Marvin Minsky[6])?

Especulação: Se pudéssemos enxergar o fundo, assim como podemos fazê-lo em um lago raso, com certeza poderíamos ver apenas "voltas e seqüências sem nexo de operações triviais" – e, certamente, não veríamos nenhum "coração". Ora, há dois tipos de visões extremistas a respeito da IA: uma diz que a mente humana é, por razões fundamentais e misteriosas, improgramável. A outra diz que é necessário apenas montar os "dispositivos heurísticos apropriados – otimizadores múltiplos, artifícios de *pattern recognition*, álgebras de planejamento, procedimentos recorrentes de administração e outros similares",[7] e obter-se-á inteligência. Localizo-me entre as duas e creio que o "lago" de um programa de IA será tão profundo e escuro que não poderemos ver até o fundo. Se olharmos de cima, as voltas serão invisíveis, assim como atualmente os elétrons condutores de corrente são invisíveis à maioria dos programadores. Quando criarmos um programa que passe no teste de Turing, veremos um "coração", embora saibamos que não estará presente.

Pergunta: Os programas de IA tornar-se-ão "superinteligentes"?

Especulação: Não sei. Não é certo que possamos compreender ou nos relacionar com uma "superinteligência", ou até mesmo que o conceito faça sentido. Por exemplo, nossa própria inteligência está ligada à nossa velocidade de pensamento. Se nossos reflexos fossem dez vezes mais rápidos ou mais lentos, poderíamos ter desenvolvido um conjunto de conceitos inteiramente diferente com que descrever o mundo. Uma criatura

com uma visão do mundo radicalmente diferente pode, simplesmente, não ter muitos pontos de contato conosco. Pergunto-me com freqüência se poderia haver, por exemplo, peças musicais que estejam para Bach assim como Bach está para canções folclóricas: "Bach ao quadrado", por assim dizer. E eu poderia compreendê-las? Talvez tal música já exista à minha volta, e eu apenas não a reconheça, assim como os cães não compreendem a linguagem. A idéia de superinteligência é muito estranha. De toda forma, não creio que seja o objetivo da pesquisa em IA, embora, se um dia alcançarmos o nível da inteligência humana, a superinteligência possa vir a ser, sem dúvida, o objetivo seguinte: não apenas para nós, mas também para nossos colegas, os próprios programas de IA, que ficarão igualmente curiosos com a IA e a superinteligência. Parece bem possível que os programas de IA sejam extremamente curiosos quanto à IA em geral – compreensivelmente.

Pergunta: Você parece estar dizendo que os programas de IA serão virtualmente idênticos às pessoas, então. Não haverá qualquer diferença?

Especulação: Provavelmente, as diferenças entre programas de IA e pessoas serão maiores que as diferenças entre a maioria das pessoas. É quase impossível imaginar que o "corpo" em que um programa de IA está alojado não o afete profundamente. Assim, a menos que fosse uma réplica extraordinariamente fiel de um corpo humano – e por que o seria? – suas perspectivas sobre o que é importante, o que é interessante, etc., seriam, provavelmente, imensamente diferentes. Wittgenstein fez uma vez um comentário engraçado: "Se um leão pudesse falar, não o compreenderíamos". Faz-me pensar na pintura de Rousseau do suave leão e a cigana adormecida no deserto enluarado. Mas como sabe Wittgenstein? Minha percepção é de que qualquer programa de IA pareceria, se nos fosse compreensível, bastante estranho. Por essa razão, teremos muita dificuldade para decidir quando e se estamos realmente lidando com um programa de IA, ou simplesmente um programa "esquisito".

Pergunta: Quando fizermos um programa inteligente, compreenderemos o que são inteligência, consciência, livre-arbítrio e "eu"?

Especulação: Mais ou menos – tudo depende do que se quer dizer com "compreender". Em nível visceral, cada um de nós provavelmente tem uma compreensão tão boa quanto possível dessas coisas, para começar. É como ouvir música. Você realmente compreende Bach pelo fato de tê-lo desmontado? Ou você entendeu tudo naquela vez em que sentiu a satisfação em cada nervo de seu corpo? Nós compreendemos como a velocidade da luz é constante em cada moldura de referência inercial? Podemos fazer a matemática, mas ninguém no mundo possui uma intuição verdadeiramente relativista. E provavelmente ninguém jamais compreenderá os mistérios da inteligência e da consciência de maneira intuitiva. Cada um de nós pode compreender *pessoas*, e isso provavelmente é o mais perto a que chegaremos.

Cânone preguiça

Desta vez encontramos Aquiles e a Tartaruga visitando a moradia de sua nova amiga, Sônia, a Preguiça.

Aquiles: Quer que eu lhe fale da minha corrida engraçada com o Sr. T?
Preguiça: Sim, por favor.
Aquiles: Ela tornou-se célebre por estas bandas. Acho que até já escreveram sobre ela – Zenão.
Preguiça: Está certo.
Aquiles: E foi mesmo. O Sr. T começou bem adiante de mim. Ele tinha uma vantagem tão grande e mesmo assim...
Preguiça: Você o alcançou, não foi?
Aquiles: Foi. Com minha agilidade, eu diminuí a distância entre nós em uma proporção constante e logo o superei.
Preguiça: A distância foi ficando cada vez menor e assim você conseguiu.
Aquiles: Exatamente. Veja, o Sr. T trouxe o violino. Posso tentar tocar um pouco, Sr. T?
Tartaruga: Não, por favor. Está estragado.
Aquiles: Ah, está bem. Mas estou-me sentido musical. Não sei por quê.
Preguiça: Você toca piano, Aquiles?
Aquiles: Só um momento. Só queria acrescentar que houve também um outro tipo de "corrida" entre eu e o Sr. T, depois. Infelizmente, nessa corrida...
Tartaruga: Você não me alcançou, não foi? A distância foi ficando cada vez maior e assim você não conseguiu.
Aquiles: É verdade. Acho que também já escreveram sobre ESSA corrida – Lewis Carroll. Agora, dona Sônia, aceitarei sua oferta para tocar o piano. Mas eu sou tão ruim no piano. Não sei se me atrevo.
Preguiça: Você deveria tentar.

(Aquiles senta-se e começa a tocar uma melodia simples.)

Aquiles: Oh – soa muito estranho! Não é assim que deveria ser. Há algo errado.
Tartaruga: Você não toca piano, Aquiles! Não deveria tentar.
Aquiles: É como um piano no espelho. As notas altas estão à esquerda e as baixas à direita. As melodias aparecem invertidas, como se estivessem de cabeça para baixo. Quem poderia ter pensado em uma coisa tão abstrusa?
Tartaruga: Isso é tão típico das preguiças. Elas se movimentam...

S:
A:
T:

CÂNONE PREGUIÇA

J.S. BACH

FIGURA 133. Cânone preguiça, *da* Oferenda musical, *de J. S. Bach.* [*Música impressa pelo programa SMUT, de Donald Byrd*]

Aquiles: É, eu sei – em galhos de árvores – de cabeça para baixo, naturalmente. Este piano-preguiça seria adequado para tocar melodias invertidas, como as que ocorrem em alguns cânones e fugas. Mas aprender a tocar piano dependurado em uma árvore deve ser muito difícil. É preciso dedicar muita energia à tarefa.

Preguiça: Isso não é tão típico das preguiças.

Aquiles: Não; dizem que as preguiças gostam de levar a vida na moleza. Fazem tudo com a metade da velocidade normal. E ainda por cima de cabeça para baixo. Que maneira esquisita de viver a vida! Falando de coisas invertidas e vagarosas, existe um *Canon per augmentationem, contrario motu* na *Oferenda musical.* Na minha edição, aparecem as letras "S", "A", "T" na frente das três estâncias. Não sei por quê. De qualquer maneira, acho que Bach o realizou com muita habilidade. Qual a sua opinião, Sr. T?

Tartaruga: Ele estava iluminado. Quanto às letras "SAT", você sabe no lugar de que elas estão.

Aquiles: "Soprano", "Alto" e "Tenor", suponho. As peças de três partes muitas vezes são escritas para essa combinação de vozes. Você não concorda, dona Preguiça?

Preguiça: Elas estão no lugar...

Aquiles: Ah, só um momento, dona Preguiça, Sr. Tartaruga... por que você está vestindo o casaco? Não está indo embora, está? Nós já íamos preparar uma comidinha. Você parece tão cansado. Como está se sentindo?

Tartaruga: Sem gás. Até amanhã! *(Arrasta-se penosamente porta afora.)*

Aquiles: Pobre coitado – ele parecia mesmo exausto. Esteve correndo a manhã inteira. Está treinando para outra corrida comigo.

Preguiça: Ele estava apagado.

Aquiles: É, mas em vão. Pode ser que ele vença uma preguiça como você, Sônia. Mas a mim? Nunca! Afinal, você não ia dizer-me o que é que aquelas letras "SAT" representam?

Preguiça: Quanto àquelas letras, "SAT", você nunca adivinharia o que elas representam.

Aquiles: Bem, se elas não representam o que eu pensei, então a minha curiosidade aumenta. Talvez eu possa pensar um pouco mais sobre isso. Diga-me, como é que você faz batatas fritas?

Preguiça: Com óleo.

Aquiles: É claro. Aliás estou com fome. É como se não comesse há muito tempo. E você, há quanto tempo não come?

Preguiça: Desde ontem.

Aquiles: Muito bem, muito bem. Vou cortar lâminas bem fininhas. Puxa vida! Como estas batatas fritas vão ficar boas! Que pena que o Sr. T não ficou para comer conosco.

CAPÍTULO XX

Voltas estranhas ou hierarquias entrelaçadas

As máquinas podem possuir originalidade?

No penúltimo capítulo antes deste, descrevi o programa tão bem-sucedido de Arthur Samuel para jogar damas – o tal que derrotava o próprio inventor. Em vista disso, é interessante ver como se sente o próprio Samuel a respeito da questão dos computadores e da originalidade. Os textos que se seguem foram extraídos de uma resposta de Samuel, escrita em 1960, a um artigo de Norbert Wiener.

> É minha convicção que as máquinas não podem possuir originalidade no sentido implicado por Wiener em sua tese de que "as máquinas podem transcender e transcendem algumas das limitações de seus criadores e de que, ao fazê-lo, elas podem tanto ser eficazes quanto perigosas"...
> Uma máquina não é um gênio, não trabalha por mágica, não tem vontade e, contrariando Wiener, dela nada sai que nela não tenha sido posto, exceção feita, naturalmente, a infreqüentes casos de mau funcionamento...
> As "intenções" que a máquina parece manifestar são as intenções do programador humano, especificadas de antemão, ou são intenções subsidiárias, derivadas daquelas, segundo regras especificadas pelo programador. Podemos mesmo prever níveis mais altos de abstração, como faz Wiener, nos quais o programa não só modificará as intenções subsidiárias, mas também as regras usadas para derivá-las ou nos quais ele modificará as maneiras segundo as quais modifica as regras, e assim por diante, ou mesmo nos quais uma máquina projetará e construirá uma segunda máquina com capacidade mais desenvolvida. No entanto, e isso é importante, a máquina *não fará e não poderá fazer* [itálicos dele] qualquer dessas coisas enquanto não for instruída sobre como proceder. Existe, e por lógica existirá sempre, uma brecha insuperável entre (i) qualquer extensão e elaboração finais neste processo de levar a cabo os desejos humanos e (ii) o desenvolvimento, dentro da máquina, de uma vontade própria. Crer no oposto significa ou crer na magia ou crer que a existência da vontade humana é uma ilusão e que as ações do homem são tão mecânicas quanto as da máquina. Talvez tanto o artigo de Wiener quanto minha resposta tenham sido determinados mecanicamente, mas eu me recuso a acreditar nisso.[1]

Isto me faz lembrar do diálogo de Lewis Carroll *(Invenção a duas vozes)*; tentarei explicar por quê. Samuel baseia sua argumentação contra a consciência

(ou vontade) das máquinas na noção de que *qualquer consubstanciação mecânica da vontade requereria uma regressão infinita.* Do mesmo modo, a Tartaruga de Carroll argumenta que nenhum passo do raciocínio, por mais simples que seja, pode ser dado sem que se invoque alguma regra de nível mais alto para justificar tal passo. Mas como esse é também um passo do raciocínio, é necessário recorrer-se a uma regra de nível ainda mais alto, e assim por diante. Conclusão: *O raciocínio envolve uma regressão infinita.*

Evidentemente, há algo de errado com a argumentação da Tartaruga e creio que também há algo de errado com a argumentação de Samuel. Para mostrar como as falácias são análogas, darei uma "ajuda ao Diabo", atuando momentaneamente como advogado do Diabo. (Uma vez que, como todos sabem, Deus ajuda os que se ajudam, presumivelmente o Diabo ajuda todos aqueles e apenas aqueles que não se ajudam. E o Diabo ajuda a si próprio?) Aqui estão minhas conclusões diabólicas extraídas do diálogo de Carroll:

> A conclusão de que "o raciocínio é impossível" não se aplica às pessoas porque, como é absolutamente claro para todos, nós *conseguimos* dar muitos passos de raciocínio, apesar de todos os níveis mais altos. Isso mostra que nós, os seres humanos, operamos *sem necessidade de regras*: somos "sistemas informais". Por outro lado, como argumento contra a possibilidade de qualquer consubstanciação *mecânica* do raciocínio, ela é válida, pois qualquer sistema de raciocínio mecânico teria de depender explicitamente de regras e não poderia sair do chão se não tivesse metarregras que lhe indicassem quando aplicar suas regras, metametarregras que lhe indicassem quando aplicar suas metarregras, e assim por diante. Podemos concluir que a capacidade de raciocinar nunca poderá ser mecanizada. É uma capacidade singularmente humana.

O que há de errado com o ponto de vista do advogado do Diabo? Obviamente é a premissa de que *uma máquina não pode fazer nada sem ter uma regra que lhe diga para agir assim.* Na verdade, as máquinas contornam a tola objeção da Tartaruga tão facilmente quanto os homens e, além do mais, pela mesma razão: tanto as máquinas quanto as pessoas são feitas de *hardware* que trabalha por si só, de acordo com as leis da física. Não há necessidade de depender de "regras que permitam a aplicação das regras", porque as regras de nível *mais baixo* – as que não têm nenhuma "meta" na frente – estão embutidas no *hardware* e atuam sem permissão. Moral: o diálogo de Carroll não diz nada a respeito das diferenças entre as pessoas e as máquinas no final das contas. (E na verdade o raciocínio é mecanizável.)

Isso basta com relação ao diálogo de Carroll. Prossigamos com a argumentação de Samuel. A tese de Samuel, se eu puder caricaturá-la, é a seguinte:

> Nenhum computador "quer" fazer coisa alguma, porque foi programado por outrem. Só se ele pudesse programar-se a si próprio a partir da estaca zero – um absurdo – poderia ter seu próprio sentido de desejo.

Em sua argumentação, Samuel reconstrói a posição da Tartaruga substituindo "raciocinar" por "querer". Ele deixa implícito que por trás de qualquer mecanização do desejo tem de haver ou uma regressão infinita ou, pior, uma volta fechada. Se é por isso que os computadores não têm vontade própria, o que dizer das pessoas? O mesmo critério implicaria que:

> A menos que uma pessoa concebesse a si própria e escolhesse seus próprios desejos (assim como escolhesse escolher seus próprios desejos, etc.), não se pode dizer que ela tenha vontade própria.

Isso faz você parar para pensar de onde vem sua noção de que tem uma vontade própria. A menos que seja um almista, você provavelmente dirá que ela provém de seu cérebro – um *hardware* que você não concebeu nem escolheu. E, no entanto, isso não enfraquece sua noção de que você deseja certas coisas e não outras. Você não é um "objeto autoprogramado" (o que quer que isso signifique), mas você realmente tem um sentido de desejos, o qual emerge do substrato físico de sua mente. Do mesmo modo, as máquinas podem, algum dia, ter vontades, apesar do fato de nenhum programa mágico aparecer espontaneamente na memória, vindo do nada (um "programa autoprogramado"). Elas terão vontades pela mesma razão pela qual você as têm – em razão da organização e da estrutura em muitos níveis do *hardware* e do *software*. Moral: a argumentação de Samuel não diz nada a respeito das diferenças entre as pessoas e as máquinas, no final das contas. (E na verdade a vontade será mecanizada.)

Sob toda hierarquia entrelaçada jaz um nível inviolado

Logo após a *Invenção a duas vozes*, disse que uma questão central deste livro seria: "As palavras e os pensamentos seguem regras formais?" Um dos propósitos principais do livro tem sido o de mostrar a multiplicidade de níveis da mente/cérebro, e tenho tentado mostrar por que a resposta última à pergunta é: "Sim – contanto que você desça ao nível mais baixo – o *hardware* – para encontrar as regras".

Ora, a argumentação de Samuel trouxe um conceito que desejo explorar. É o seguinte: quando nós, os seres humanos, pensamos, seguramente modificamos nossas próprias regras mentais, e modificamos as regras que modificam as regras e assim por diante – mas estas são, por assim dizer, "regras de *software*". Todavia, as regras *de fundo* não mudam. Os neurônios funcionam da mesma

maneira o tempo todo. Você não pode, pelo pensamento, fazer seus neurônios atuarem de maneira não-neural, embora possa fazer sua mente mudar de estilo ou ocupar-se de outro assunto. Como Aquiles, no *Prelúdio, fuga da formiga*, você tem acesso a seus pensamentos, mas não a seus neurônios. As regras de *software* em vários níveis podem mudar: as regras de *hardware* não podem – na verdade é à sua rigidez que se deve a flexibilidade do *software*! Não se trata absolutamente de um paradoxo, mas sim de um fato simples e fundamental a respeito dos mecanismos da inteligência.

Esta distinção entre um *software* automodificável e um *hardware* inviolável é o que desejo explorar neste capítulo final, desenvolvendo-a em um conjunto de variações sobre um tema. Algumas das variações podem parecer muito rebuscadas, mas espero que, quando eu fechar a volta, retornando aos cérebros, mentes e à sensação da consciência, você tenha encontrado um cerne invariável em todas as variações.

Meu objetivo neste capítulo é o de comunicar algumas das imagens que me ajudam a visualizar como a consciência aflora na floresta dos neurônios; comunicar um conjunto de intuições intangíveis, na esperança de que elas sejam úteis e possam ajudar um pouco a que outros cheguem a formulações mais claras de suas próprias imagens do que faz a mente funcionar. Não posso esperar nada mais além de que as imagens difusas de minha própria mente, a respeito de mentes e imagens, possam catalisar a formação de imagens mais precisas de mentes e imagens em outras mentes.

Um jogo que se automodifica

Uma primeira variação refere-se a jogos em que, na sua vez de jogar, você pode mudar as regras. Pense no xadrez. Evidentemente, as regras permanecem e apenas as situações do tabuleiro modificam-se a cada movimento. Mas inventemos uma variação na qual, na sua vez de jogar, você possa ou fazer um movimento ou mudar as regras. Mas como? A bel-prazer? Você pode mudar o jogo para damas? Naturalmente tal anarquia seria sem sentido. Tem de haver algumas limitações. Por exemplo, uma versão poderia permitir que você modificasse o movimento do cavalo. Ao invés de serem 1 e 2, poderiam ser m e n; sendo m e n números naturais arbitrários; e, na sua vez de jogar, você poderia modificar m ou n, em mais ou menos 1. Assim, o movimento poderia variar de 1-2 para 1-3, para 0-3, para 0-4, para 0-5, para 1-5, para 2-5... Poderia haver também regras para a redefinição dos movimentos do bispo e das outras peças. Poderia haver regras para o acréscimo de novas casas no tabuleiro ou para a eliminação de casas antigas...

Agora temos duas camadas de regras: as que indicam como movimentar as peças e as que indicam como mudar as regras. Assim, temos regras e metarregras. O passo seguinte é óbvio: a introdução de metametarregras por meio das quais se possa mudar as metarregras. Mas fazer isso não é tão óbvio. A razão por que é fácil formular regras para a movimentação das peças é a de que as peças se mo-

vem em um espaço formalizado: o tabuleiro. Se você puder imaginar uma notação formal simples para expressar as regras e as metarregras, manipulá-las será como manipular cadeias formalmente, ou até mesmo como manipular peças de xadrez. Para levar as coisas a seu extremo lógico, você poderia até mesmo expressar as regras e as metarregras como posições em tabuleiros auxiliares. Então, uma situação arbitrária de xadrez poderia ser lida como um jogo, ou como um conjunto de regras, ou como um conjunto de metarregras, etc., dependendo da interpretação que você der. Evidentemente, ambos os jogadores teriam de estar de acordo quanto às convenções para interpretar a notação.

Podemos ter um número qualquer de tabuleiros de xadrez adjacentes: um para o jogo, um para as regras, um para as metarregras, um para as metametarregras, e assim por diante, até você cansar. Na sua vez de jogar, você poderá fazer um movimento *em qualquer* dos tabuleiros, exceto no de nível máximo, usando as regras que se aplicam (elas provêm do tabuleiro seguinte na hierarquia). Sem dúvida, ambos os jogadores ficariam bastante desorientados pelo fato de que praticamente tudo – embora nem tudo! – pode mudar. Por definição, o tabuleiro de nível máximo não pode ser modificado porque não existem regras que indiquem como modificá-lo. Ele é *inviolável*. Há algo mais que é inviolável: as convenções segundo as quais os diferentes tabuleiros são interpretados, o acordo de cada jogador jogar alternadamente, o acordo de que cada pessoa pode mudar um tabuleiro de cada vez – e você encontrará mais se examinar a idéia com cuidado.

É possível avançar muito mais na remoção dos pilares por meio dos quais obtém-se a orientação. Um passo de cada vez... Comecemos por reduzir todo o conjunto de tabuleiros a um único tabuleiro. O que se quer com isso? Haverá duas maneiras de interpretar o tabuleiro: (1) como peças a serem movimentadas; (2) como regras para a movimentação das peças. Na sua vez de jogar, você movimenta peças – e forçosamente muda regras! Assim, as regras constantemente mudam a si próprias. Reflexos da tipogenética – ou, em última análise, da genética real. A distinção entre jogo, regras, metarregras, metametarregras perdeu-se. O que fora uma clara organização hierárquica tornou-se uma *volta estranha* ou uma *hierarquia entrelaçada*. Ainda há níveis diferentes, mas a distinção entre "mais baixo" e "mais alto" foi dissolvida.

Ora, parte do que era inviolável se tornou modificável. Mas ainda há muitas coisas que são invioláveis. Tal como antes, há convenções entre você e seu adversário pelas quais o tabuleiro é interpretado como uma coleção de regras. Há o acordo de esperar a vez de jogar – e provavelmente outras convenções implícitas. Observe, portanto, que a noção de níveis diferentes sobreviveu de uma maneira inesperada. Existe um nível inviolável – denominemo-lo *nível I* – no qual residem as convenções de interpretação; existe também um nível entrelaçado – *o nível E* –, no qual reside a hierarquia entrelaçada. Assim, estes dois níveis ainda são hierárquicos: o nível I controla o que acontece no nível E, mas o nível E não afeta nem pode afetar o nível I. Não importa que o nível E seja, ele

próprio, uma hierarquia entrelaçada – mesmo assim ele é controlado por um conjunto de convenções externo a ele. E esse é o ponto importante.

Como, sem dúvida, você já percebeu, não há nada que nos impeça de fazer o "impossível" – ou seja, entrelaçar o nível I e o nível E, tornando as próprias convenções de interpretação sujeitas à revisão, de acordo com a situação no tabuleiro de xadrez. Mas, para levar a cabo este "superentrelaçado", você teria de estar de acordo com seu adversário quanto a convenções ulteriores para ligar os dois níveis – e o ato de fazê-lo criaria um *novo* nível, um novo tipo de nível inviolável, acima do nível "superentrelaçado" (ou abaixo dele, se você preferir). E isto poderia continuar indefinidamente. Com efeito, os saltos que estão sendo dados são muito semelhantes aos registrados na *Cantatata de aniversário* e na gödelização repetida aplicada a vários aperfeiçoamentos da TNT. Cada vez que você pensa ter encontrado o fim, há alguma nova variação sobre o tema do salto para fora do sistema que requer uma certa criatividade para ser identificada.

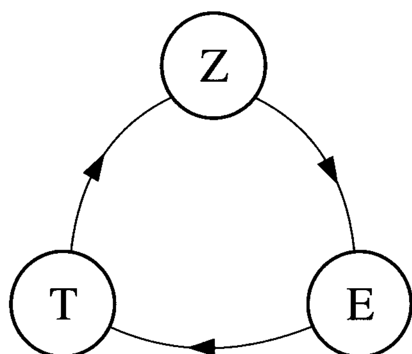


FIGURA 134. Um triângulo de autoria

Novamente o triângulo de autoria

Mas não estou interessado em continuar explorando o estranho tópico dos entrelaçados cada vez mais estapafúrdios que podem ocorrer no xadrez automodificável. O propósito, neste caso, foi o de mostrar, de uma maneira algo gráfica, como em qualquer sistema existe sempre um nível "protegido" que é inatingível pelas regras nos outros níveis, por mais entrelaçada que seja a interação entre elas próprias. Um enigma divertido do capítulo IV ilustra essa mesma idéia em um contexto ligeiramente diferente. Talvez ele o apanhe de guarda baixa:

> Há três autores – Z, T e E. Ora, acontece que Z existe apenas em um romance da autoria de T. Do mesmo modo, T existe apenas em um romance da autoria de E. E, estranhamente, E também existe apenas em um romance – da autoria de Z, evidentemente. Ora, este "triângulo de autoria" é *realmente* possível? (Ver figura 134.)

Claro que é possível. Mas há um truque... Todos os três autores, Z, T e E, são, eles próprios, personagens de outro romance – da autoria de H! Você pode conceber o triângulo Z-T-E como uma volta estranha, ou uma hierarquia entrelaçada; mas o autor H está fora do espaço em que o entrelaçado corre – o autor H é um espaço inviolável. Embora Z, T e E tenham acesso – direto ou indireto – uns aos outros e possam fazer muitas diabruras entre si em seus vários romances, nenhum deles pode tocar a vida de H! Não podem sequer imaginá-lo – tanto quanto você não pode imaginar o autor de um livro do qual *você* é personagem. Se eu tivesse de retratar o autor H, eu o faria em algum lugar à margem da página. Naturalmente, isso colocaria um problema, uma vez que, ao retratar uma coisa, necessariamente ela está sendo trazida *para* a página... De qualquer maneira, H está mesmo fora do mundo de Z, T e E e deve ser representado dessa maneira.

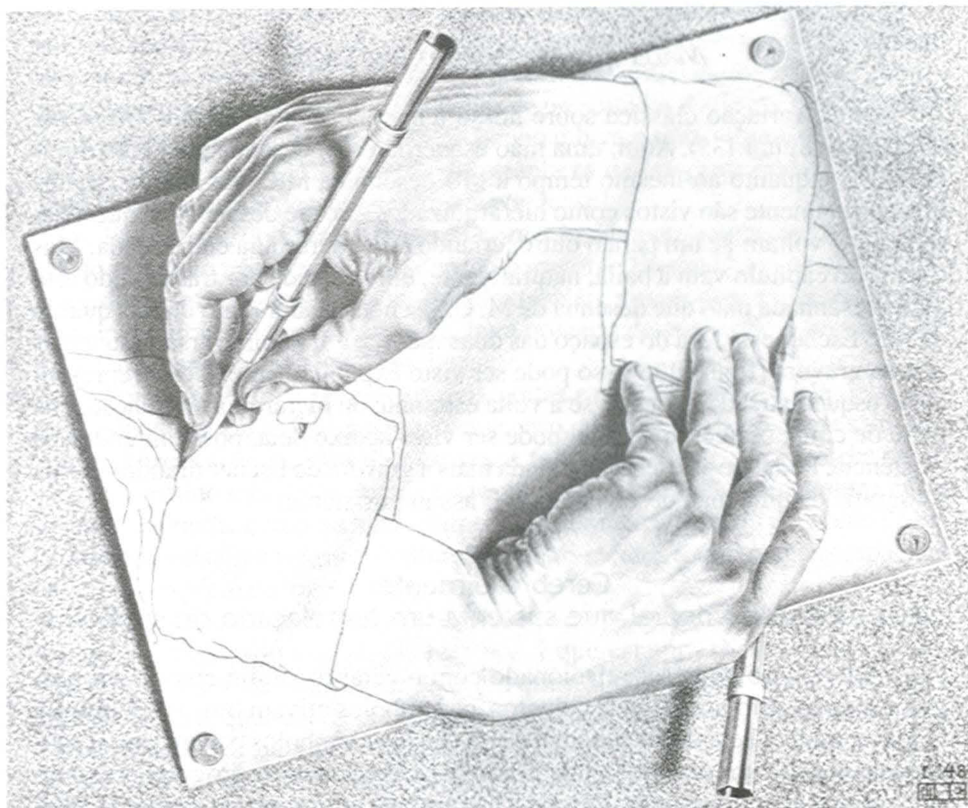


FIGURA 135. Drawing hands (Mãos que desenham), *por M. C. Escher (litografia, 1948)*

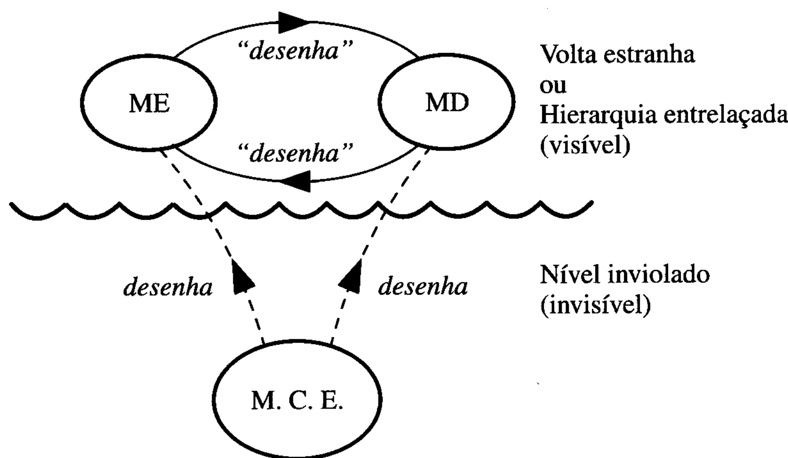


FIGURA 136. Diagrama abstrato de Mãos que desenham, *por M. C. Escher. Acima, um paradoxo aparente. Abaixo, sua resolução*

Mãos que desenham, de Escher

Outra variação clássica sobre nosso tema é a obra de Escher *Mãos que desenham* (figura 135). Aqui, uma mão esquerda (ME) desenha uma mão direita (MD); enquanto ao mesmo tempo a MD desenha a ME. Novamente, níveis que normalmente são vistos como hierarquizados – o que desenha e o que é desenhado – voltam-se um para o outro, criando uma hierarquia entrelaçada. Mas o tema do capítulo vem à baila, naturalmente, uma vez que por trás de tudo está a não desenhada mão que desenha de M. C. Escher, criador tanto da MD quanto da ME. Escher está fora do espaço das duas mãos, e em minha versão esquemática da gravura (figura 136) isso pode ser visto explicitamente. Nesta representação esquematizada, percebe-se a volta estranha, ou hierarquia entrelaçada, na parte de cima; o nível inviolável pode ser visto abaixo dela, possibilitando sua existência. Poder-se-ia escherizar ainda mais a gravura de Escher tirando-se uma fotografia de uma mão desenhando-a. E assim por diante.

Cérebro e mente: um entrelaçado neural que sustenta um entrelaçado de símbolos

Agora, isso pode ser relacionado com o cérebro, assim como com programas de IA. Em nossos pensamentos, os símbolos ativam outros símbolos e todos interagem heterarquicamente. Além disso, os símbolos podem causar mudanças internas uns nos outros, da mesma maneira como os programas podem agir sobre outros programas. Devido à hierarquia entrelaçada de símbolos, cria-se a ilusão de que *não há um nível inviolável.* Acredita-se que tal nível não existe porque ele fica fora de nossa percepção.

Se fosse possível esquematizar essa imagem como um todo, haveria uma gigantesca floresta de símbolos, ligados uns aos outros por linhas entrelaçadas como os cipós de uma floresta tropical. Esse seria o nível mais alto, a hierarquia entrelaçada em que os pensamentos fluem realmente, para a frente e para trás. Esse é o nível fugido da *mente*: análogo à ME e à MD. Bem abaixo, na figura esquemática, análogo ao invisível "criador inicial", Escher, estaria uma representação das miríades de neurônios – o "substrato inviolável" que dá existência ao entrelaçado acima. O fato interessante é que esse outro nível é também um entrelaçado, no sentido literal – bilhões de células e centenas de bilhões de axônios unindo-os todos uns aos outros.

Este é um caso interessante em que um entrelaçado de *software*, o dos símbolos, é sustentado por um entrelaçado de *hardware*, o dos neurônios. Mas apenas o entrelaçado dos símbolos é uma hierarquia entrelaçada. O entrelaçado neural é apenas um entrelaçado "simples". A distinção é muito semelhante à que foi feita entre voltas estranhas e retroalimentação, que mencionei no capítulo XVI. Uma hierarquia entrelaçada ocorre quando o que você presume serem níveis hierárquicos claros o tomam de surpresa e se misturam de maneira que viola a hierarquia. O elemento de surpresa é importante; é essa a razão por que denomino de "estranhas" as voltas estranhas. Um entrelaçado simples, como a retroalimentação, não envolve violações de presumidas distinções de nível. Um exemplo ocorre quando você está no banho e lava o braço esquerdo com o direito e vice-versa. Não há nenhuma estranheza na imagem. Escher não escolheu desenhar mãos desenhando mãos por acaso!

Fatos como dois braços lavando-se reciprocamente acontecem todo o tempo no mundo e não lhes damos atenção particular. Eu digo algo a você e então você diz algo de volta para mim. Paradoxo? Não; nossas percepções recíprocas não envolveram hierarquia alguma, para começo de conversa, e portanto não há nenhum sentido de algo estranho.

Por outro lado, a linguagem cria voltas estranhas quando fala de si própria, seja direta ou indiretamente. Nesse caso, algo *dentro* do sistema salta fora e age *sobre* o sistema, como se estivesse *fora* dele. O que nos perturba talvez seja um sentido mal definido de erro topológico: a distinção entre dentro e fora fica obscurecida, como na forma famosa denominada "garrafa de Klein". Muito embora o sistema seja uma abstração, nossas mentes usam imagens espaciais, com uma espécie de topografia mental.

Voltando ao entrelaçado de símbolos, se observarmos apenas ele, esquecendo o entrelaçado neural, parecer-nos-á que estamos diante de um objeto pré-programado – no mesmo sentido em que nos parece que vemos uma figura autodesenhada quando observamos as *Mãos que desenham*, deixando-nos, de algum modo, cair na ilusão esquecendo a existência de Escher. Com relação à figura, isso é improvável, mas com relação aos seres humanos e à maneira pela qual examinamos nossas mentes, isso é o que normalmente acontece. Nós nos *sentimos* autoprogramados. Com efeito, não nos poderíamos sentir de outra maneira, pois estamos isolados dos níveis mais baixos, do entrelaçado neural.

Nossos pensamentos parecem percorrer seu próprio espaço, criando novos pensamentos e modificando os antigos, e nunca percebemos nenhum neurônio a nos ajudar! Mas isso era de se esperar: não podemos percebê-lo.

Um duplo sentido análogo pode acontecer com programas Lisp destinados a atingir e a modificar sua própria estrutura. Se você os observar no nível Lisp, dirá que eles podem modificar-se a si próprios; mas se mudar de nível e pensar nos programas Lisp como dados para o intérprete Lisp (ver o capítulo X), então o único programa em rodagem será o intérprete, e as mudanças que ocorrem serão simples mudanças nos dados. O próprio intérprete Lisp está isolado com relação às mudanças.

A maneira pela qual se descreve uma situação entrelaçada desse tipo depende de quão para trás você volta antes da descrição. Se voltar o suficiente, você poderá, muitas vezes, identificar a pista que permite desentrelaçar as coisas.

Voltas estranhas no governo

Uma área fascinante onde as hierarquias se entrelaçam é o governo – e particularmente os tribunais. Normalmente, você imagina dois disputantes discutindo um caso no tribunal, o qual decide a questão. O tribunal está em um nível diferente do dos disputantes. Mas coisas estranhas podem começar a acontecer quando os próprios tribunais ficam envolvidos em casos jurídicos. Usualmente, existe um tribunal mais alto, que fica fora da disputa. Mesmo que dois tribunais mais baixos se envolvam em alguma estranha pendência, e cada um reclame a jurisdição para si, um tribunal mais alto fica de fora e, em certo sentido, ele é análogo às convenções de interpretações invioláveis que discutimos nas versões inovadoras de xadrez.

Mas que acontece quando não há um tribunal mais alto e o próprio Supremo Tribunal, ou a Corte Suprema, nos Estados Unidos, se enreda em conflitos jurídicos? Esse tipo de complicação quase ocorreu no episódio do Watergate. O presidente ameaçou obedecer apenas a uma "decisão definitiva" da Corte Suprema – e a seguir reivindicou para si o direito de decidir sobre o que é "definitivo". A ameaça nunca se consumou; mas se se consumasse, teria dado origem a uma confrontação monumental entre dois níveis do governo, cada um dos quais podia, de certo modo, afirmar com validade que estava "acima" do outro. E a quem caberia o recurso para decidir com quem está a razão? Dizer que cabe ao Congresso não resolveria a questão, pois o Congresso poderia ordenar que o presidente obedecesse à Corte Suprema, mas o presidente poderia continuar a se recusar, afirmando que tem o direito legal de desobedecer à Corte Suprema (e ao Congresso!) em certas circunstâncias. Isso criaria uma nova disputa jurídica e lançaria a desordem pelo sistema como um todo, por ser algo tão inesperado, tão entrelaçado – tão estranho!

A ironia está em que, quando se bate com a cabeça no teto, como nesse caso, e é impossível saltar para fora do sistema recorrendo a uma autoridade

ainda mais alta, o único recurso está em forças que parecem mais mal definidas pelas regras, mas que, em última análise, são a única fonte das regras mais altas: as regras de nível mais baixo, o que nesse caso significa a reação geral da sociedade. É bom lembrar que em uma sociedade como a norte-americana, o sistema jurídico é, em certo sentido, um gesto de polidez feito coletivamente por milhões de pessoas – e ele pode ser levado de roldão assim como um rio pode inundar suas margens. Impera, então, uma aparente anarquia; mas a anarquia tem seus próprios tipos de regras, assim como a sociedade civilizada: simplesmente, elas operam de baixo para cima e não de cima para baixo. Um estudante de anarquia poderia tentar descobrir regras segundo as quais as situações anárquicas se desenvolvem com o tempo e é muito provável que existam algumas regras.

É útil aqui uma analogia com a física. Como mencionado anteriormente neste livro, os gases em equilíbrio obedecem a leis simples que correlacionam a temperatura, a pressão e o volume. No entanto, um gás pode violar essas leis (como um presidente pode violar as leis) – contanto que não esteja em estado de equilíbrio. Em situações de não-equilíbrio, o físico, para descrever o que acontece, só pode recorrer à mecânica estatística – ou seja, a um nível de descrição não macroscópico, pois a explicação última do comportamento de um gás reside sempre no nível molecular, assim como a explicação última do comportamento político de uma sociedade reside sempre no nível do povo. O campo da termodinâmica do não-equilíbrio tenta descobrir leis macroscópicas para descrever o comportamento de gases (e outros sistemas) que estão fora do equilíbrio. Ela é análoga ao ramo da ciência política que pesquisaria as leis que governam as sociedades anárquicas.

Outros entrelaçados curiosos que surgem no governo incluem a polícia investigando suas próprias infrações, um delegado preso no exercício da função, a auto-aplicação das regras de procedimento parlamentar, e assim por diante. Um dos casos jurídicos mais curiosos de que já ouvi falar envolvia uma pessoa que alegava possuir poderes psíquicos. Na verdade, ele alegava ter a capacidade de usar seus poderes psíquicos para detectar traços de personalidade, podendo, com isso, ajudar advogados a escolher jurados. Que aconteceria se este indivíduo, um dia, fosse submetido a julgamento? Que efeito isso poderia produzir sobre um membro do júri que acredita firmemente na percepção extra-sensorial? Que proporção de seu arbítrio o jurado acha que seria afetado pelo réu (independentemente de serem os alegados poderes autênticos ou não)? O território está pronto para ser explorado – uma grande área para profecias que se cumprem por terem sido formuladas.

Entrelaçados que envolvem a ciência e o oculto

Falando de poderes psíquicos e de percepção extra-sensorial, outra área em que as voltas estranhas abundam é a pseudociência. O que a pseudociência

faz é colocar em questão muitos dos procedimentos ou crenças padronizados da ciência ortodoxa, desafiando, assim, a objetividade da ciência. São apresentadas novas maneiras de interpretar elementos de comprovação, as quais desafiam as maneiras tradicionais. Mas como avaliar uma maneira de interpretar elementos de comprovação? Não se trata aqui, novamente, do problema da objetividade, apenas colocado em um plano mais alto? É claro. O paradoxo de regressão infinita de Lewis Carroll reaparece com roupagem nova. A Tartaruga argumentaria que se você quer provar que A é um fato, você precisa de elementos de comprovação: B. Mas o que determina que B seja um elemento de comprovação de A? Para demonstrar isso, você precisa de metaelementos de comprovação: C. E para convalidar os metaelementos de comprovação, você precisa de metametaelementos de comprovação – e assim por diante, *ad nauseam*. Apesar dessa argumentação, as pessoas têm uma noção intuitiva do que sejam elementos de comprovação. Isso porque – repetindo um velho refrão – as pessoas têm em seus cérebros estruturas físicas que incluem algumas maneiras rudimentares de interpretar os elementos de comprovação. Podemos avançar a partir daí e acumular novas maneiras de interpretação: chegamos mesmo a aprender como e quando negar nossos mecanismos mais básicos de interpretação, como fazemos, por exemplo, ao tentar desvendar números de prestidigitação.

Exemplos concretos de dilemas referentes a elementos de comprovação abundam em relação a muitos fenômenos da pseudociência. A percepção extrasensorial (PES), por exemplo, parece manifestar-se com freqüência fora do laboratório, mas quando trazida para seu interior desaparece misteriosamente. A explicação científica corrente para esse fato é a de que a PES é um fenômeno não-real que não subsiste diante de um escrutínio rigoroso. Alguns (mas não todos) dos que acreditam na PES têm, contudo, uma maneira peculiar de retrucar. Dizem eles: "Não; a PES é real. Ela simplesmente desaparece quando alguém tenta observá-la cientificamente – ela é contrária à natureza da visão científica do mundo". Essa é uma técnica incrivelmente descarada, que pode ser descrita como "chutar o problema para cima". Isso significa que, ao invés de questionar o problema que está à mão, colocam-se em dúvida teorias que se inserem em um nível mais alto de credibilidade. Os que acreditam na PES insinuam que o que está errado não são *suas* idéias, mas sim o sistema de crenças da ciência. Essa é uma afirmação grandiloqüente e, a menos que haja elementos de comprovação arrasadores em seu favor, devemos manter-nos céticos a tal respeito. Mas aqui estamos nós falando de "elementos de comprovação arrasadores", como se estivéssemos todos de acordo sobre o que isso significa!

A natureza dos elementos de comprovação

O entrelaçado Sagredo-Simplício-Salviati, mencionado nos capítulos XIII e XV, é outro exemplo das complexidades da avaliação dos elementos de comprovação. Sagredo tenta encontrar algum compromisso objetivo, se possível,

entre os pontos de vista contrastantes de Simplício e Salviati. Mas o compromisso nem sempre é possível. Como alcançar um compromisso "justo" entre o certo e o errado? Entre o justo e o injusto? Entre o compromisso e o não-compromisso? Essas perguntas surgem reiteradamente, sob formas disfarçadas, em discussões a respeito das coisas comuns.

É possível definir o que são elementos de comprovação? É possível estabelecer leis para dar sentido às situações? Provavelmente não, pois quaisquer regras rígidas sem dúvida teriam exceções e as regras não rígidas não são regras. Um programa inteligente de IA tampouco resolveria a questão, pois como processador de elementos de comprovação ele não seria menos falível que os seres humanos. Então, se os elementos de comprovação são, afinal de contas, tão intangíveis, por que o meu alerta contra maneiras novas de interpretá-los? Estarei sendo incoerente? Nesse caso, creio que não. Minha opinião é a de que existem linhas gerais que podem ser apontadas, a partir das quais se pode chegar a uma síntese orgânica. Mas é inevitável que certa dose de julgamento e intuição se faça presente – coisas que são diferentes em pessoas diferentes. Elas também serão diferentes em diferentes programas de IA. Em última análise, existem critérios complexos para definir se um método de avaliação de elementos de comprovação é adequado. Um deles envolve a "utilidade" das idéias a que se chega por meio desse tipo de raciocínio. Modos de pensamento que levam a coisas novas e úteis são considerados "válidos" em certo sentido. Mas a palavra "útil" é extremamente subjetiva.

Minha opinião é a de que o processo pelo qual decidimos o que é válido ou o que é verdadeiro é uma arte; e de que ele depende tão profundamente do senso de beleza e de simplicidade quanto dos princípios rígidos da lógica ou do raciocínio ou de qualquer outra coisa que possa ser objetivamente formalizada. *Não* estou dizendo nem que (1) a verdade é uma quimera, nem que (2) a inteligência humana é, em princípio, não programável. Estou dizendo que (1) a verdade é demasiado fugidia para que qualquer ser humano ou conjunto de seres humanos possa alcançá-la por completo; e (2) a inteligência artificial, quando atinge o nível da inteligência humana – ou mesmo quando o supera – continua a ser afetada pelos problemas da arte, da beleza e da simplicidade e se defrontará constantemente com eles em sua própria busca do conhecimento e da compreensão.

"O que são elementos de comprovação?" não é apenas uma pergunta filosófica, pois ela penetra em todos os recantos da vida. Defrontamo-nos com um número extraordinário de escolhas sobre como interpretar os elementos de comprovação a cada momento. É praticamente impossível entrar em uma livraria (ou mesmo, hoje em dia, em um supermercado!) sem encontrar livros sobre clarividência, percepção extra-sensorial, discos voadores, triângulo das Bermudas, a trilogia, soluções para a seca do Nordeste, evolução *versus* criação, buracos negros, bio-retroalimentação, meditação transcendental, novas teorias psicológicas... Nas ciências, há debates acirrados a respeito de teoria das catástrofes, teoria das partículas elementares, buracos negros, verdade e existência em mate-

mática, livre-arbítrio, inteligência artificial, reducionismo *versus* holismo... Do lado mais pragmático da vida, ocorrem debates sobre a eficácia da vitamina C, ou de substâncias anticâncer, sobre a dimensão real das reservas de petróleo (tanto as subterrâneas quanto as armazenadas), sobre as causas da inflação e do desemprego – e assim por diante. Existem o zen-budismo, o Buckminster fullerismo, os paradoxos de Zenão, a psicanálise, etc. Desde questões tão triviais quanto a colocação dos livros em uma livraria até questões vitais como que idéias devem ser ensinadas na escola, as maneiras de interpretar os elementos de comprovação desempenham um papel inestimável.

A visão de si próprio

Um dos maiores problemas da interpretação dos elementos de comprovação é o de tentar interpretar todos os sinais confusos que o mundo exterior nos dá a respeito de como somos como indivíduos. Nesse caso, o potencial de conflitos intranível e interníveis é enorme. Os mecanismos psicológicos têm de tratar simultaneamente com a necessidade interna que o indivíduo tem de se auto-apreciar e o fluxo constante de elementos de comprovação que vêm do mundo exterior e que afetam a auto-imagem. O resultado é o de que as informações fluem em um complexo turbilhão entre níveis diferentes da personalidade; à medida que tais informações revoluteiam, algumas delas são magnificadas, reduzidas, negadas ou distorcidas de algum outro modo, sendo a seguir submetidas ao mesmo processo de turbilhão, com duração indefinida – tudo isso numa tentativa de conciliar o que é com o que nós gostaríamos que fosse (ver a figura 81).

O resultado final é o de que o quadro global de "quem sou eu" fica integrado, de uma maneira extraordinariamente complexa, dentro da estrutura mental como um todo e contém, dentro de cada um de nós, grande número de incoerências não resolvidas e provavelmente sem solução. Isso, sem dúvida, propicia grande parte da tensão dinâmica que tanto caracteriza a condição humana. A partir dessa tensão entre as noções interna e externa sobre quem somos surgem os impulsos que nos levam a objetivos diversos e que fazem de cada um de nós seres singulares. Assim, ironicamente, algo que todos temos em comum – o fato de sermos seres conscientes, dotados de auto-reflexão – leva à rica diversidade das maneiras pelas quais internalizamos os elementos de comprovação referentes a todas as coisas e termina por ser uma das forças principais da criação de indivíduos distintos.

O Teorema de Gödel e outras disciplinas

É natural que se tente estabelecer paralelos entre as pessoas e os sistemas formais suficientemente complexos que, como as pessoas, têm algum tipo de

"auto-imagem". O Teorema de Gödel mostra que há limitações fundamentais no que concerne aos sistemas formais coerentes, dotados de auto-imagem. Mas será ele mais genérico? Haverá um "Teorema de Gödel da psicologia", por exemplo?

Se se toma o Teorema de Gödel como uma metáfora, como fonte de inspiração, ao invés de tratar-se de traduzi-lo literalmente para a linguagem da psicologia, ou para a de qualquer outra disciplina, talvez então ele possa sugerir novas verdades na psicologia ou em outras áreas. Mas não chega a ser justificável traduzi-lo diretamente como uma afirmação em outra disciplina e tomar tal afirmação como igualmente válida. Seria um grande erro pensar que o que se elaborou com extremo cuidado na lógica matemática pudesse sustentar-se sem nenhuma modificação em outra área completamente diferente.

Introspecção e loucura: um problema gödeliano

Creio que existe um valor sugestivo em traduzir-se o Teorema de Gödel para outros domínios, contanto que se especifique de antemão que as traduções são metafóricas e não devem ser tomadas literalmente. Dito isso, vejo duas maneiras principais de usar analogias para vincular o Teorema de Gödel e os pensamentos humanos. Uma envolve o problema da preocupação com a própria sanidade mental. Como você pode saber se é mentalmente são? Esta é, certamente, uma volta estranha. Uma vez posta em questão sua própria sanidade mental, você se enreda em um vórtice cada vez mais denso de profecias que se cumprem por terem sido formuladas, embora o processo não seja, de modo algum, inevitável. Todo mundo sabe que os loucos interpretam o mundo por meio de suas próprias lógicas peculiarmente coerentes; como você pode saber se a sua própria lógica é "peculiar" ou não, uma vez que só dispõe de sua própria lógica para julgá-la? Não vejo resposta alguma. Só me lembro do segundo Teorema de Gödel, cuja implicação é a de que as únicas versões da teoria formal dos números que afirmam sua própria coerência são incoerentes...

Podemos compreender nossos próprios cérebros e mentes?

A outra analogia metafórica ao Teorema de Gödel que julgo estimulante sugere que, em última análise, não podemos compreender nossos cérebros/mentes. Essa é uma idéia tão cheia de conotações e atinge tal multiplicidade de níveis que, ao propô-la, é necessário ser extremamente cuidadoso. Que significa "compreender nossos cérebros/mentes"? Poderia significar um sentido geral de como eles funcionam, assim como a mecânica proporciona um sentido geral de como os carros funcionam. Poderia significar uma explicação completa do por que as pessoas fazem tudo o que fazem. Poderia significar uma compreensão total da estrutura física do próprio cérebro em todos os níveis. Poderia sig-

nificar um diagrama completo de todas as conexões internas de um cérebro, em um livro (ou biblioteca, ou computador). Poderia significar o conhecimento preciso do que está acontecendo a cada instante no próprio cérebro, no nível neural – cada acionamento, cada alteração sináptica e assim por diante. Poderia significar um programa que passe no teste de Turing. Poderia significar um autoconhecimento tão perfeito que noções como as de subconsciente ou intuição já não fizessem sentido, uma vez que tudo estaria a descoberto. Poderia significar um sem-número de outras possibilidades.

A qual desses tipos de "auto-espelhamento" o auto-espelhamento do Teorema de Gödel mais se assemelha – se é que se assemelha a algum? Hesito em responder. Alguns são bastante tolos. Por exemplo, a idéia de ser capaz de supervisionar o estado do próprio cérebro em todos os pormenores é um sonho fútil; para começo de conversa, uma proposição absurda e sem interesse; e se o Teorema de Gödel sugere que isso é uma impossibilidade, isso não chega a ser uma revelação. Por outro lado, o eterno objetivo do autoconhecimento profundo – denominemo-lo "o conhecimento da própria estrutura psicológica" – traz um ar de plausibilidade. Mas não poderia haver alguma volta vagamente gödeliana que limite a profundidade com que um indivíduo possa penetrar em sua própria psique? Assim como não podemos ver nossos rostos com nossos próprios olhos, não é razoável esperar que não possamos espelhar a totalidade de nossas estruturas mentais nos símbolos que explicitam?

Todos os teoremas limitativos da metamatemática e a teoria da computação sugerem que, quando a capacidade de representar a própria estrutura alcança um certo ponto crítico, ocorre o beijo da morte: a garantia de que você nunca poderá representar você mesmo por completo. O Teorema da Incompletitude, de Gödel, o Teorema da Indecidibilidade, de Church, o Teorema da Parada, de Turing, o Teorema da Verdade, de Tarski – todos têm o espírito do conto de fadas que adverte que: "Buscar o autoconhecimento é embarcar em uma viagem que... ficará sempre inconclusa, não pode ser desenhada em nenhum mapa, não se interrompe nunca, não pode ser descrita".

Mas os teoremas limitativos têm algo a ver com as pessoas? Aqui está uma maneira de argumentar. Ou eu sou coerente ou sou incoerente. (A última hipótese é muito mais provável, mas pelo bem da completitude considero ambas as possibilidades.) Se sou coerente, então há dois casos: (1) o caso da "baixa fidelidade": meu autoconhecimento está abaixo de um certo ponto crítico. Neste caso, sou incompleto por hipótese; (2) o caso da "alta fidelidade": meu autoconhecimento alcançou o ponto crítico em que se aplica uma analogia metafórica dos teoremas limitativos, de modo que meu autoconhecimento prejudica a si próprio de maneira gödeliana, e eu sou incompleto por essa razão. Os casos (1) e (2) vinculam-se à hipótese de eu ser cem por cento coerente – uma possibilidade bastante improvável. É mais provável que eu seja incoerente – mas isso é pior, porque, então, existem contradições dentro de mim e como é que eu posso compreender isso?

Coerente ou incoerente, ninguém escapa do mistério do eu. Provavelmente, somos todos incoerentes. O mundo é simplesmente demasiado complexo para que uma pessoa seja capaz de dar-se ao luxo de conciliar todas as suas crenças umas com as outras. A tensão e a confusão são importantes em um mundo em que muitas decisões têm de ser tomadas com rapidez. Miguel de Unamuno disse uma vez: "Se uma pessoa nunca se contradiz é porque nunca diz nada". Eu diria que estamos todos no mesmo barco que o mestre de zen que, após contradizer-se diversas vezes seguidas, disse ao confuso Doko: "Não posso compreender-me".

O Teorema de Gödel e a não-existência pessoal

Talvez a maior contradição de nossas vidas, e a mais difícil, seja o conhecimento de que "houve um tempo em que eu não estava vivo e virá um tempo em que não estarei vivo". Em um nível, quando você "sai fora de si mesmo" e se vê apenas como "um ser humano comum", a sentença faz todo sentido. Mas em outro nível, talvez mais profundo, a não-existência pessoal não faz sentido algum. Tudo o que sabemos está contido dentro de nossas mentes e, por isso mesmo, estar ausente do universo é incompreensível. Este é um problema básico e inegável da vida; talvez seja a melhor analogia metafórica ao Teorema de Gödel. Para tentar imaginar sua própria não-existência, você tem de tentar sair fora de si mesmo, mapeando-se em alguém. Você faz de conta que pode incorporar as idéias que outra pessoa faz de você, assim como a TNT "acredita" que espelha sua própria metateoria dentro dela própria. Mas a TNT só contém sua própria metateoria até certo ponto e não integralmente. Quanto a você, embora possa imaginar que saiu fora de si mesmo, na verdade nunca pode fazê-lo, assim como o dragão de Escher não pode saltar fora de seu plano bidimensional original para o mundo tridimensional. De qualquer modo, essa contradição é tão grande que passamos a maior parte da vida tratando de ignorá-la, porque elaborar sobre ela não leva a lugar algum.

A mentalidade zen, no entanto, deleita-se diante dessa inconciliabilidade. Com paciência infinita ela encara o conflito entre a crença oriental: "O mundo e eu somos uma só coisa e, portanto, a idéia de que eu deixe de existir é uma contradição em termos" (minha verbalização é, sem dúvida, demasiado ocidentalizada – desculpem-me os zenistas), e a crença ocidental: "Sou apenas parte do mundo e morrerei, mas o mundo continuará sem mim".

A ciência e o dualismo

A ciência é muito criticada por ser demasiado "ocidental" ou "dualista", ou seja, por estar impregnada da dicotomia entre sujeito e objeto ou observador

e observado. Conquanto seja verdade que até este século a ciência se tenha interessado exclusivamente pelas coisas que possam ser prontamente distinguidas de seus observadores humanos – tais como o oxigênio e o carbono, a luz e o calor, as estrelas e os planetas, as acelerações e as órbitas, e assim por diante –, esta fase foi um prelúdio necessário à etapa mais moderna, em que a própria vida passou a ser investigada. Passo a passo, inexoravelmente, a ciência "ocidental" dirigiu-se à pesquisa sobre a mente humana, ou seja, do observador. A pesquisa sobre inteligência artificial é o último passo já dado nesse caminho. Antes do surgimento da IA, havia dois indícios principais das estranhas conseqüências da mistura entre sujeito e objeto na ciência. Um foi a revolução da mecânica quântica, com seus problemas epistemológicos que envolvem a interferência do observador sobre o observado. O outro foi a mistura entre sujeito e objeto na matemática, começando com o Teorema de Gödel e prosseguindo com todos os demais teoremas limitativos que discutimos. Talvez o próximo passo depois da IA seja a auto-aplicação da ciência: a ciência estudando a si própria como objeto. Essa é uma maneira diferente de misturar sujeito e objeto, talvez ainda mais entrelaçada que o estudo da mente humana pelos homens.

A propósito, é interessante observar que todos os resultados essencialmente dependentes da fusão entre sujeito e objeto têm sido resultados limitativos. Além dos teoremas limitativos, há o princípio da incerteza, de Heisenberg, que diz que a mensuração de uma quantidade torna impossível a mensuração simultânea de uma quantidade correlata. Não sei por que todos esses resultados são limitativos. Pense o que quiser.

Símbolo *versus* objeto na música e na arte modernas

Intimamente associada à dicotomia sujeito–objeto, temos a dicotomia símbolo–objeto, explorada em profundidade por Ludwig Wittgenstein no início deste século. Posteriormente, as palavras "uso" e "menção" foram adotadas para caracterizar a mesma distinção. Quine e outros escreveram substancialmente a respeito da ligação entre os signos e o que eles representam. Mas não só os filósofos dedicaram seus pensamentos a esta questão profunda e abstrata. Em nosso século, tanto a música quanto as artes plásticas enfrentaram crises que refletem uma preocupação profunda com esse problema. Enquanto a música e a pintura, por exemplo, expressavam tradicionalmente idéias ou emoções por meio de um vocabulário de "símbolos" (isto é, imagens visuais, acordes, ritmos ou o que seja), agora existe uma tendência a explorar a capacidade da música e das artes plásticas de *não* expressar nada – mas apenas *ser*. Isso significa existir como puras manchas de tinta, ou puros sons, mas de todo modo destituídas de todo valor simbólico.

Na música, particularmente, John Cage teve muita influência em fazer surgir um enfoque zen para o som. Muitas de suas peças revelam um desdém

pelo "uso" dos sons – ou seja, o uso dos sons para transmitir estados emocionais – e uma exultação em "mencionar" os sons – ou seja, coordenar justaposições arbitrárias de sons sem atenção a nenhum código previamente formulado, por meio do qual o ouvinte pudesse decifrá-las, obtendo uma mensagem. Exemplo típico é a "Paisagem imaginária nº 4", a peça para muitos rádios descrita no capítulo VI. Posso estar sendo injusto com Cage, mas o que me parece é que grande parte de seu trabalho destina-se a trazer a falta de sentido à música e, em certo sentido, a tornar significante essa falta de sentido. A música aleatória é uma exploração típica nessa direção. (Aliás, a música casual é parente próxima da noção muito posterior de *happenings* ou *be-ins*.) Há muitos outros compositores contemporâneos que seguem a linha de Cage, mas poucos têm tanta originalidade. Uma peça de Anna Lockwood, intitulada *Piano burning* (*Piano em fogo*), envolve exatamente isso – com as cordas esticadas ao máximo, para fazê-las percutir o mais alto possível; em uma peça de LaMonte Young, os ruídos são produzidos movendo-se o piano pelo palco, chocando-o contra obstáculos.

A arte em nosso século passou por muitas convulsões desse tipo. Primeiro, ocorreu o abandono da representação, o que foi uma autêntica revolução: o início da arte abstrata. Um mergulho gradativo da representação pura rumo aos padrões da mais alta abstração revela-se na obra de Piet Mondrian. Quando o mundo já se acostumara à arte não representativa, surgiu o surrealismo. Uma meia volta estranha, comparável ao neoclassicismo na música, em que uma arte extremamente representativa era "subvertida" e usada com motivações totalmen-

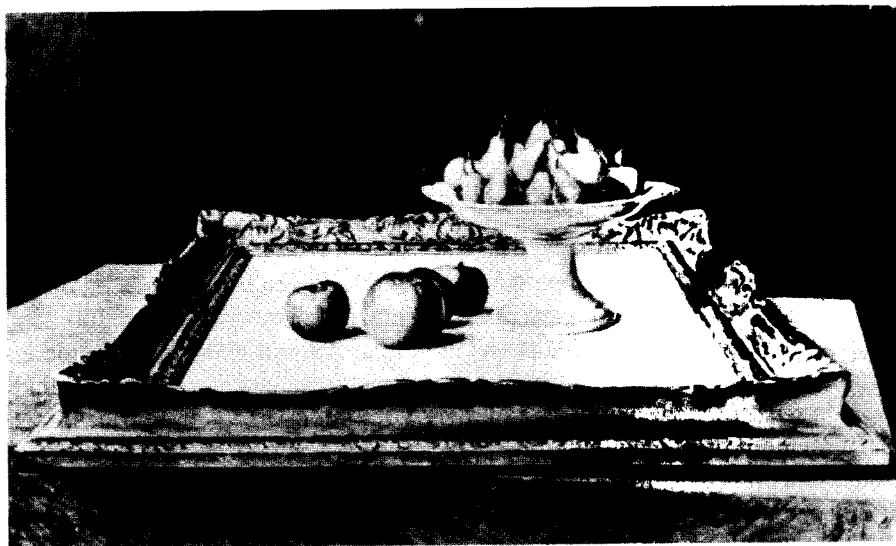


FIGURA 137. Common sense (Senso comum), *por René Magritte (1945-46)*

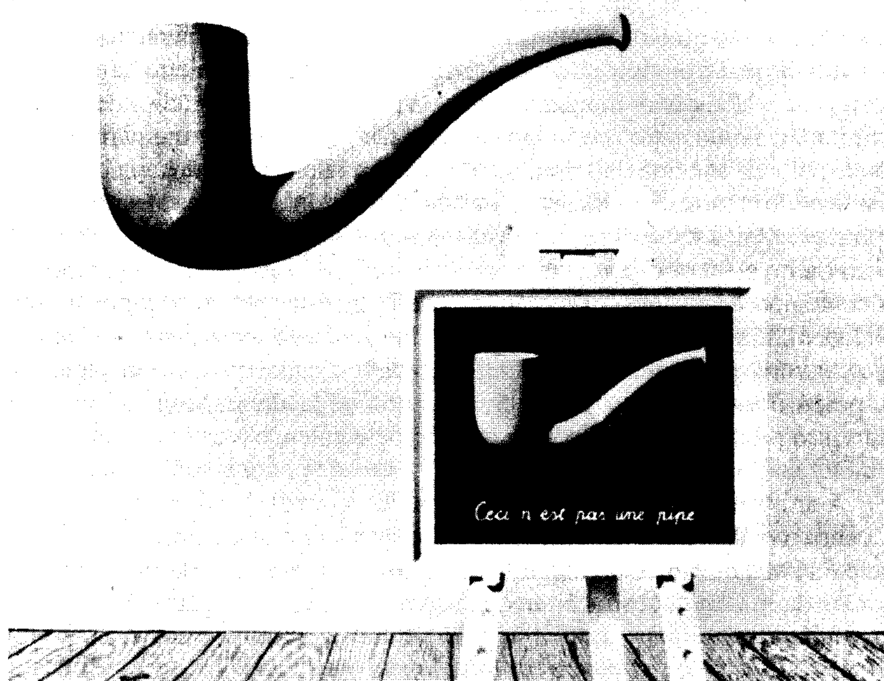


FIGURA 138. The two mysteries (Os dois mistérios), *por René Magritte (1966)*

te novas: chocar, confundir e estontear. Essa escola foi fundada por André Breton e localizou-se principalmente na França; alguns de seus membros mais influentes foram Dalí, Magritte, de Chirico, Tanguy.

As ilusões semânticas de Magritte

Dentre todos esses artistas, Magritte foi o que teve maior consciência do mistério símbolo–objeto (que percebo como uma extensão profunda da distinção uso–menção). Ele o usa para provocar reações fortes no espectador, mesmo que este não verbalize a distinção dessa maneira. Por exemplo, considere a estranha variação que ele faz sobre o tema da natureza morta na obra intitulada *Common sense* (*Senso comum*) (figura 137). Uma travessa repleta de frutas, coisa normalmente representada em uma natureza morta, é aqui mostrada em cima de uma tela branca de pintura. O conflito entre o símbolo e o real é grande. Mas a ironia é ainda maior, pois, obviamente, a obra em si é uma pintura – na verdade, uma natureza-morta com um tema não típico.

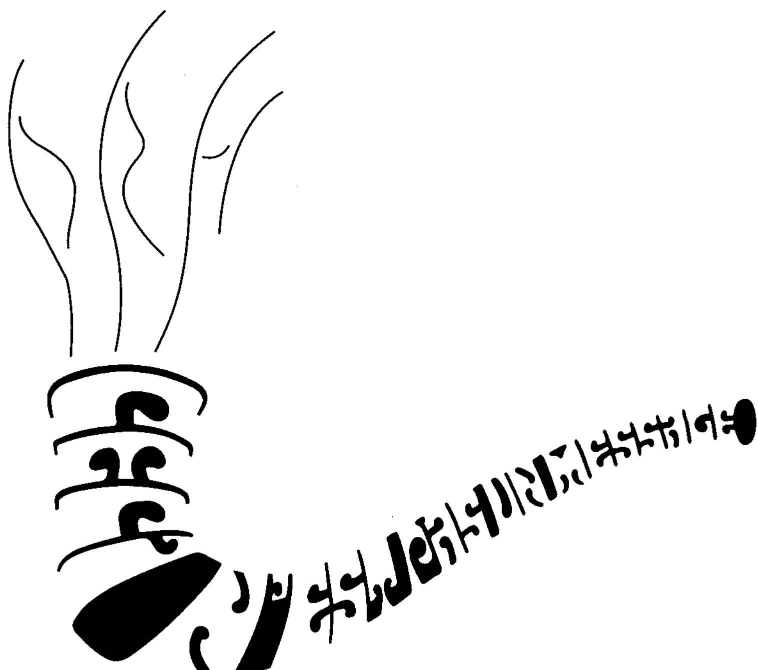


FIGURA 139. Smoke signal (Sinal de fumaça) [*Desenho do autor*]

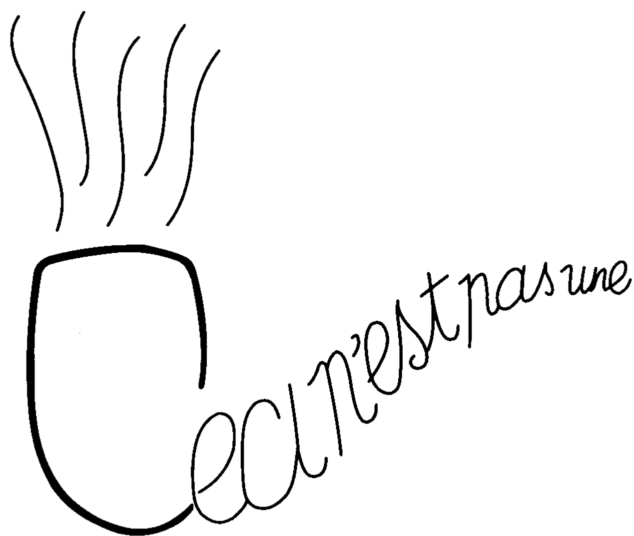


FIGURA 140. Pipe dream (Sonho esfumaçante) [*Desenho do autor*]

A série de pinturas de cachimbos de Magritte provoca fascínio e estupefação. Considere *The two mysteries* (*Os dois mistérios*)(figura 138). Observando a pintura interior, tem-se a mensagem de que os símbolos e os cachimbos são coisas diferentes. A seguir, o olhar se dirige ao cachimbo "de verdade", flutuando acima, no ar. Você percebe que ele é real, enquanto o outro é apenas um símbolo. Mas é claro que isso está totalmente errado: ambos estão sobre a mesma superfície plana diante de seus olhos. A idéia de que um dos cachimbos se encontra em uma pintura duas vezes aninhada, sendo portanto "menos real" que o outro é completamente falaciosa. Se você já se decidiu a "entrar na sala", o truque já está funcionando: você já toma a imagem pela realidade. Para ser coerente em sua credulidade, você deveria descer mais um nível e confundir a imagem dentro da imagem com a realidade. A única maneira de não ser levado a isso é ver ambos os cachimbos meramente como manchas coloridas em uma superfície a alguns palmos do seu nariz. Então, e só então, você pode apreciar o sentido global da mensagem escrita: "Ceci n'est pas une pipe" – mas, ironicamente, nesse mesmo instante tudo vira manchas, inclusive as letras, e perde o sentido! Em outras palavras, nesse instante, a mensagem verbal da pintura se autodestrói de maneira tipicamente gödeliana.

The air and the song (*A ária e a canção*) (figura 82), de uma série de Magritte, alcança os mesmos resultados de *Os dois mistérios*, mas em um só nível, ao invés de dois. Meus desenhos *Smoke signal* e *Pipe dream* (*Sinal de fumaça* e *Sonho esfumaçante*) (figuras 139 e 140) constituem "Variações sobre um tema de Magritte". Fique olhando por algum tempo para o *Sinal de fumaça*. Em pouco tempo você deve descobrir uma mensagem oculta que diz: "Ceci n'est pas un message" (Isto não é uma mensagem). Assim, se você identifica a mensagem, ela se nega a si própria – mas se você não o faz, erra completamente o alvo. Como os meus dois desenhos de cachimbos se auto-apagam indiretamente, eles podem ser vagamente mapeados com o G de Gödel – dando lugar, assim, a um "Cachimbomapa central", com o mesmo espírito dos outros "X-mapas centrais": dogma, caranguejo, preguiça.

Um exemplo clássico de confusão entre uso e menção na pintura é o aparecimento de uma paleta em um quadro. Enquanto a paleta é uma ilusão criada pela habilidade representativa do pintor, as tintas sobre a paleta pintada são literalmente nacos de tinta da paleta do pintor. A pintura representa ela própria e não simboliza nada mais. Em *Don Giovanni*, Mozart explorou um efeito correlato: ele introduziu explicitamente na partitura o som de uma orquestra afinando-se. Do mesmo modo, se eu quiser que a palavra 'eu' represente a si própria (e não a minha pessoa), eu coloco 'eu' diretamente no meu texto; em seguida, eu colo 'eu' entre aspas. O resultado é "eu" (e não 'eu', nem "'eu'"). Entendeu?

O "código" da arte moderna

Múltiplas influências, que não poderiam ser apontadas exaustivamente, levaram a explorações ulteriores do dualismo símbolo–objeto na arte. Não há dúvi-

da de que John Cage, com seu interesse por zen, exerceu uma influência profunda tanto sobre a arte plástica quanto sobre a música. Seus amigos Jasper Johns e Robert Rauschenberg exploraram as distinções entre objetos e símbolos como objetos em si mesmos. Talvez tudo isso tivesse a intenção de derrubar a noção de que a arte seja algo à parte da realidade – de que a arte fale em "código", diante do qual o espectador deve agir como intérprete. A idéia era eliminar o passo da interpretação e deixar o objeto puro simplesmente *existir* e ponto-final. ("Ponto-final" – um caso curioso de confusão uso–menção). No entanto, se essa era a intenção, o fracasso foi monumental, e talvez tivesse mesmo que ser assim.

Sempre que um objeto é exibido em uma galeria ou rotulado como "obra", ele adquire uma aura de significação interna profunda – por mais que o espectador tenha sido advertido a *não* procurar por significados. Na verdade, ocorre um efeito reverso pelo qual quanto mais se pede ao espectador que olhe tais objetos sem mistificação, tanto mais mistificado fica o espectador. Afinal de contas, se um engradado de madeira na sala de um museu é apenas um engradado de madeira na sala de um museu, então por que o zelador do museu não o remove para jogá-lo no lixo? Por que o nome de um artista fica associado a ele? Por que o artista quis desmistificar a arte? Por que o torrão de terra logo em frente não é associado ao nome de um artista? Será uma fraude? Quem está louco, eu ou os artistas? Um número cada vez maior de perguntas invade a mente do espectador: ele não o pode evitar. Este é o "efeito do contexto" que a arte – a Arte – cria automaticamente. Não há maneira de impedir que as mentes dos curiosos vagueiem.

Logicamente, se o propósito é o de instilar um sentido do mundo como o do zen, destituído de categorias e significados, então talvez tal arte se destine simplesmente a servir – tal como a intelectualização a respeito do zen – como um catalisador que inspire o espectador a sair e a familiarizar-se com a filosofia que rejeita "significados internos" e esposa o mundo como um todo. Nesse caso, a arte ruma para a derrota a curto prazo, uma vez que o espectador *não deixa de refletir* sobre seu significado, mas alcança seu objetivo com algumas pessoas a longo prazo, apresentando-as a suas fontes. Mas em ambos os casos, não é verdade que não exista um código por meio do qual idéias são transmitidas ao espectador. Na verdade, o código é algo muito mais complexo, envolvendo afirmações sobre a ausência de códigos, ou seja, ele é em parte um código, em parte um metacódigo e assim por diante. Existe uma *hierarquia entrelaçada* de mensagens que é transmitida pelos objetos artísticos mais próximos ao zen, o que talvez explique por que tantas pessoas acham a arte moderna tão inescrutável.

O ismo de novo

Cage liderou um movimento destinado a dissolver as fronteiras entre a arte e a natureza. Na música, o tema é o de que todos os sons são iguais – uma espécie de democracia acústica. Assim, o silêncio é tão importante quanto o som e

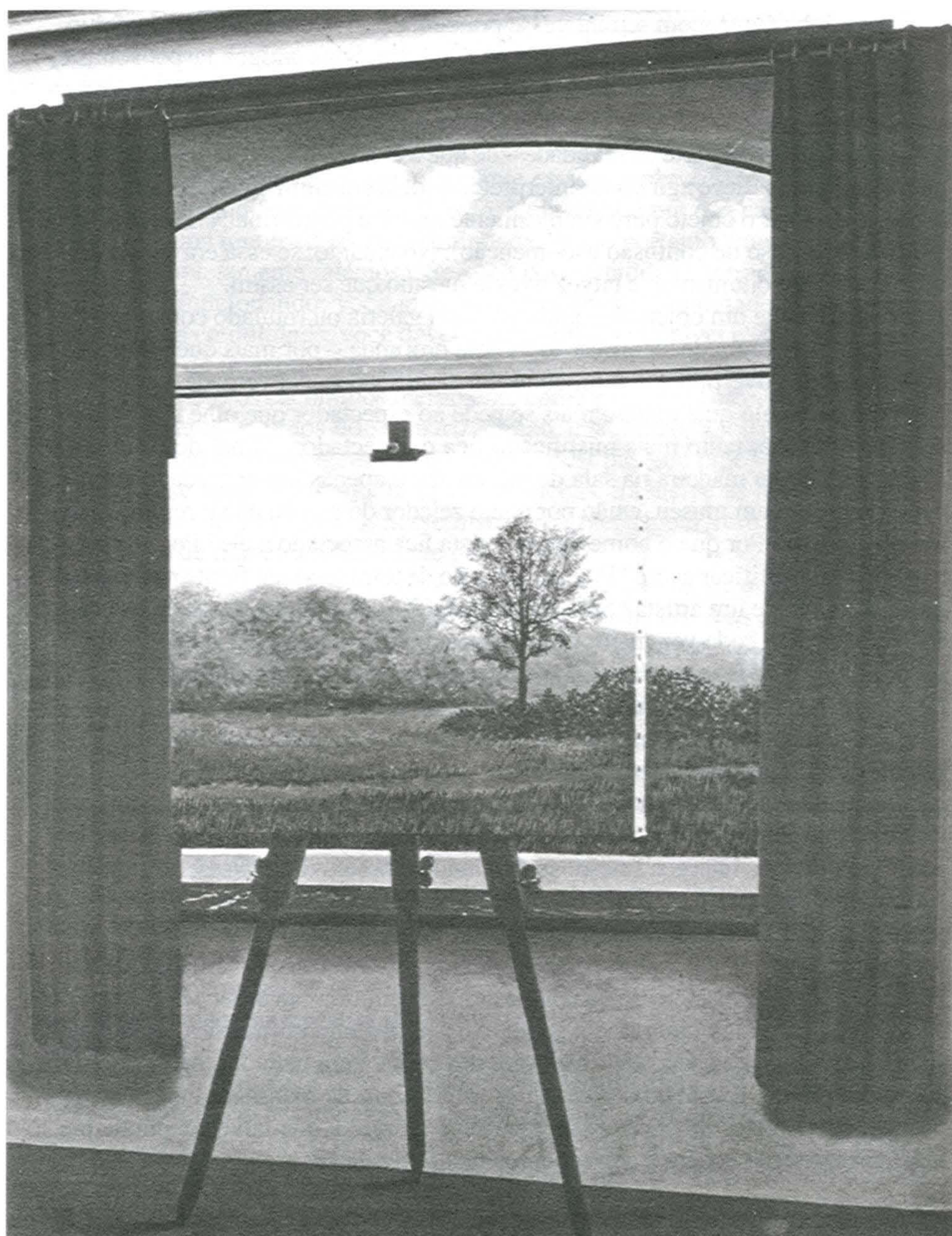


FIGURA 141. The human condition I (A condição humana I), *por René Magritte (1933)*

o som aleatório é tão importante quanto o som organizado. Leonard B. Meyer, em seu livro *Music, the arts, and ideas* (*Música, as artes e idéias*), denominou esse movimento musical como "transcendentalismo", e disse:

> Se a distinção entre arte e natureza está errada, a valoração estética é irrelevante. Julgar o valor de uma sonata para piano é tão relevante quanto julgar o valor de uma pedra, uma tempestade ou uma estrela-do-mar. "Afirmações categóricas, como certo e errado, belo ou feio, típicas do pensamento racionalista da estética tonal", escreve Luciano Berio [compositor contemporâneo], "já não são úteis à compreensão do porquê e do como um compositor trabalha, em nossos dias, sobre formas audíveis e sobre a ação musical."

Posteriormente, Meyer continua e descreve a posição filosófica do transcendentalismo:

> [...] todas as coisas, na totalidade do tempo e do espaço, estão inextricavelmente conectadas entre si. Quaisquer divisões, classificações ou organizações descobertas no universo são arbitrárias. O mundo é um evento complexo, contínuo e único.[2] [Reverberações de Zenão!]

Acho que "transcendentalismo" é um nome muito grande e desajeitado para esse movimento. Em seu lugar eu uso "ismo". Como sufixo sem prefixo, ele sugere uma ideologia sem idéias – o que, qualquer que seja a sua interpretação, é provavelmente o caso. E uma vez que o "ismo" esposa tudo o que existe, o nome é bem adequado. O ismo é metade menção, metade uso; o que poderia ser mais apropriado? O ismo é o espírito do zen na arte. E assim como o problema principal do zen é desmascarar o eu, o problema principal da arte em nosso século parece ser o de descobrir o que é a arte. Todas essas brigas são parte de sua crise de identidade.

Vimos que a dicotomia uso–menção, trazida um nível acima, transforma-se no problema filosófico do dualismo símbolo–objeto, pelo qual se liga ao mistério da mente. Magritte escreveu a respeito de seu quadro *The human condition I* (*A condição humana I*) (figura 141):

> Coloquei em frente a uma janela, vista a partir de uma sala, uma pintura que representa exatamente a parte da paisagem que o próprio quadro escondia. Desse modo, a árvore representada no quadro ocultava da vista a árvore situada atrás dele, fora da sala. Para a mente do espectador, ela existia como se estivesse simultaneamente dentro da sala, na pintura, e fora dela, na paisagem real. É como vemos o mundo: vemo-lo fora de nós mesmos, muito embora o que experimentamos dentro de nós seja apenas uma representação mental dele.[3]

A compreensão da mente

Primeiro pelas imagens densas de sua pintura e depois diretamente em palavras, Magritte expressa a vinculação entre as duas perguntas: "Como operam os símbolos?" e "Como operam nossas mentes?" E assim ele nos leva de volta à pergunta formulada anteriormente: "Podemos ter esperança de compreender nossos cérebros/mentes?"

Ou alguma proposição gödeliana, maravilhosa e diabólica, nos impede definitivamente de desenredar nossas mentes? Contanto que não se adote uma definição totalmente irrazoável de "compreensão", não vejo nenhum obstáculo gödeliano no processo de compreensão da mente. Parece-me, por exemplo, perfeitamente razoável o desejo de compreender os princípios de operação dos cérebros em geral, assim como compreendemos os princípios de operação dos motores dos automóveis em geral. Isso é muito diferente da tentativa de compreender um único cérebro em todos os seus pormenores – para não mencionar a tentativa de assim proceder com relação ao nosso próprio cérebro! Não vejo como o Teorema de Gödel, mesmo se formulado da maneira mais canhestra, tenha algo a dizer quanto à factibilidade desse propósito. Não vejo por que o Teorema de Gödel possa impor quaisquer limitações a nossa capacidade de formular e de verificar os mecanismos genéricos pelos quais os processos de pensamento ocorrem no meio das células nervosas. Não vejo qualquer barreira imposta pelo Teorema de Gödel à implementação, em computadores (ou em seus sucessores), de tipos de manipulação de símbolos que alcancem mais ou menos os mesmos resultados que nossos cérebros. Questão totalmente diferente é tentar duplicar em um programa uma mente humana particular – mas produzir um programa inteligente é um objetivo mais limitado. O Teorema de Gödel não nos impede de reproduzir nosso próprio nível de inteligência por meio de programas, assim como não nos impede de reproduzir nosso próprio nível de inteligência pela transmissão de informações hereditárias no ADN, seguida pela educação. Com efeito, vimos no capítulo XVI como um notável mecanismo gödeliano – a volta estranha das proteínas e do ADN – é precisamente o que permite a transmissão da inteligência!

Então o Teorema de Gödel não tem absolutamente nada a nos oferecer ao pensamento sobre nossas mentes? Acho que sim, embora não da maneira mística e limitativa visualizada por algumas pessoas. Acho que o processo de se chegar a compreender a demonstração de Gödel, com sua construção que envolve códigos arbitrários, isomorfismos complexos, níveis altos e baixos de interpretação e a capacidade de auto-espelhamento, pode trazer ares novos e repercussões ricas em nosso conjunto de imagens a respeito dos símbolos e de seu processamento, o que pode aprofundar nossa intuição sobre o relacionamento entre as estruturas mentais em níveis diferentes.

Inexplicabilidade acidental da inteligência?

Antes de sugerir uma "aplicação" filosoficamente estimulante da demonstração de Gödel, gostaria de mencionar a idéia da "inexplicabilidade acidental" da inteligência. Isso envolve o seguinte: pode ser que, ao contrário dos motores de automóveis, nossos cérebros sejam sistemas teimosos e refratários, que não possam ser decompostos com precisão de nenhuma maneira. Atualmente, não temos idéia se nossos cérebros cederão às repetidas tentativas de dividi-los em camadas claras que possam ser explicadas em termos de camadas mais baixas, ou se, ao contrário, eles farão fracassar todas as nossas tentativas nesse sentido.

Mas mesmo que não consigamos compreender-nos, não existe necessariamente um problema gödeliano atrás disso; pode ser que, por simples acidente do destino, nossos cérebros sejam demasiado fracos para compreender a si mesmos. Pense na girafa, por exemplo, cujo cérebro está obviamente muito abaixo do nível requerido para a autocompreensão – e, no entanto, seu cérebro é notavelmente semelhante ao nosso. Na verdade, os cérebros das girafas, dos elefantes e dos babuínos – e mesmo os cérebros das tartarugas ou de seres desconhecidos muito mais inteligentes do que nós – operam provavelmente com base no mesmo conjunto de princípios. As girafas podem estar muito abaixo do limiar de inteligência necessário à compreensão de como esses princípios se entrosam para produzir as qualidades da mente: os seres humanos podem estar mais próximos a esse limiar – talvez logo abaixo dele, talvez até mesmo acima. A questão é que pode não haver nenhuma razão *fundamental* (ou seja, gödeliana) para que essas qualidades sejam incompreensíveis; elas podem ser absolutamente claras para seres mais inteligentes.

A indecidibilidade é inseparável de um ponto de vista de nível alto

Rejeitando essa noção pessimista da inexplicabilidade acidental do cérebro, que percepções a demonstração de Gödel nos oferece a respeito das explicações de nossos cérebros/mentes? A demonstração de Gödel oferece a noção de que uma visão de nível alto de um sistema pode conter um poder explicativo simplesmente inexistente em níveis mais baixos. Com isso quero dizer o seguinte: suponhamos que alguém lhe tenha dado G, a cadeia indecidível de Gödel, como cadeia da TNT. Suponhamos também que você não saiba nada a respeito da numeração de Gödel. A pergunta que você deve responder é: "Por que essa cadeia não é um teorema da TNT?" Você já está acostumado a tais perguntas; por exemplo, se a pergunta tivesse sido formulada com relação a S0=0, você teria a explicação pronta: *"Sua negação, ~S0=0, é um teorema"*. Isso, somado a seu conhecimento de que a TNT é coerente, proporciona uma explicação do por que a cadeia dada é um não-teorema. Isso é o que eu denomino uma expli-

cação "no nível da TNT". Note a diferença com relação à explicação de por que MU não é um teorema do sistema MIU: a primeira provém do modo M; a última provém do modo I.

Que dizer de G? A explicação no nível da TNT, que funcionou para S0=0, não funciona para G, porque ~G *não* é um teorema. Uma pessoa que não tenha uma visão global da TNT ficará perplexa por não conseguir fazer G de acordo com as regras, porque, como proposição aritmética, não há, aparentemente, nada errado com ela. Na verdade, quando G é transformada em uma cadeia universalmente quantificada, todos os exemplos obtidos a partir de G substituindo-se as variáveis por numerais podem ser derivados. A única maneira de explicar a não-teoremidade de G é descobrir a noção da numeração de Gödel e enfocar a TNT em um nível totalmente diferente. Não se trata apenas de que seja difícil e complicado escrever a explicação no nível da TNT; é impossível. Tal explicação simplesmente não existe. Há, no nível alto, uma espécie de poder de explicação que simplesmente falta, em princípio, no nível da TNT. A não-teoremidade de G é, por assim dizer, *um fato intrinsecamente de nível alto*. Tenho a suspeita de que esse é o caso para *todas* as proposições indecidíveis, ou seja: toda proposição indecidível é, na verdade, uma sentença de Gödel que afirma sua própria não-teoremidade em algum sistema por meio de algum código.

A consciência como fenômeno intrinsecamente de nível alto

Vista desse modo, a demonstração de Gödel sugere – embora não prove de maneira alguma! – que pode haver um meio de nível alto de enfocar a mente/cérebro, que envolva conceitos que não aparecem nos níveis mais baixos, e que esse nível poderia ter um poder de explicação que não existe – nem mesmo em princípio – nos níveis mais baixos. Isso significaria que certos fatos poderiam ser explicados muito facilmente no nível alto, sendo *impossível* explicá-los em níveis mais baixos. Por maior e mais pesada que fosse, a explicação de nível baixo não poderia explicar os fenômenos em questão. Isso é análogo ao fato de que, se você fizer derivação após derivação na TNT, por maior e mais pesado que seja esse processo, você nunca chegará a uma derivação para G – apesar do fato de que, em um nível mais alto, você pode verificar que G é verdadeiro.

Quais poderiam ser esses conceitos de nível alto? Há muitos séculos diversos cientistas e humanistas de inclinação holista ou "almista" têm proposto que a *consciência* é um fenômeno que escapa à explicação em termos de componentes cerebrais; assim, aí temos, pelo menos, um candidato. Há também a noção sempre enigmática do livre-arbítrio. Portanto, talvez essas qualidades pudessem ser "emergentes" no sentido de requererem explicações que não podem ser fornecidas apenas pela fisiologia. Mas é importante levar em conta que, se nos estamos orientando pela demonstração de Gödel ao levantar essas hipó-

teses ousadas, temos de levar a analogia a suas últimas conseqüências. Em particular, é vital lembrar que a não-teoremidade de G *tem* uma explicação – não se trata de um mistério total! A explicação prende-se à compreensão não de um nível de cada vez, mas da maneira pela qual um nível espelha seu metanível, e das conseqüências desse espelhamento. Para que a nossa analogia se sustente, os fenômenos "emergentes" deveriam tornar-se explicáveis em termos de um relacionamento entre níveis diferentes em sistemas mentais.

As voltas estranhas como ponto crucial da consciência

Acredito que as explicações de fenômenos "emergentes" em nossos cérebros – por exemplo, idéias, esperanças, imagens, analogias e, finalmente, a consciência e o livre-arbítrio – baseiam-se em uma espécie de volta estranha, uma interação entre níveis na qual o nível mais alto se volta em direção ao nível mais baixo e o influencia, ao mesmo tempo em que ele próprio é determinado pelo nível mais baixo. Em outras palavras, uma "ressonância" auto-reforçada entre níveis diferentes – muito semelhante à sentença de Henkin, que, simplesmente por afirmar sua própria provabilidade, torna-se efetivamente comprovável. O eu passa a existir no momento em que tem o poder de refletir a si próprio.

Isso não deve ser tomado como uma posição anti-reducionista. Simplesmente implica que uma explicação reducionista da mente, *para ser compreensível*, deve incorporar conceitos "flexíveis", como níveis, mapeamentos e significados. Em princípio, não tenho dúvida de que existe uma explicação totalmente reducionista, mas incompreensível, para o cérebro; o problema é como traduzi-la para uma linguagem que nós mesmos possamos dominar. Certamente não queremos uma explicação em termos de posições e momentos de partículas; queremos uma descrição que relacione a atividade neural a "sinais" (fenômenos de nível intermediário) e que, por sua vez, relacione os sinais a "símbolos" e "subsistemas", inclusive o presumível "símbolo-eu". Esse ato de tradução do *hardware* de nível baixo para o *software* psicológico de nível alto é análogo à tradução de afirmações da teoria dos números para afirmações metamatemáticas. Lembre-se de que esse cruzamento de níveis que ocorre exatamente nesse ponto da tradução é o que cria a incompletitude de Gödel e o caráter autodemonstrável da sentença de Henkin. Postulo que um cruzamento de níveis semelhante é o que cria o nosso quase inanalisável sentimento do eu.

Para lidar com toda a riqueza do sistema mente/cérebro, temos de ser capazes de deslizar confortavelmente de um nível para outro. Além disso, temos de admitir vários tipos de "causalidade": maneiras pelas quais um evento em um nível de descrição pode "causar" a ocorrência de eventos em outros níveis. Por vezes, dir-se-á que o evento A "causa" o evento B simplesmente porque um é a tradução do outro, num nível diferente de descrição. Por vezes, a causa terá o seu significado usual: a causalidade física. Ambos os tipos de causalidade – e talvez

alguns mais – terão de ser admitidos em qualquer tipo de explicação da mente, pois teremos de admitir causas que se propagam *tanto* para cima *quanto* para baixo na hierarquia entrelaçada da mente, assim como no Dogmapa central.

Assim, como ponto crucial para que cheguemos a nos compreender, está a compreensão da hierarquia entrelaçada de níveis dentro da nossa mente. Minha opinião é bastante semelhante ao ponto de vista articulado pelo neurocientista Roger Sperry, em seu excelente artigo "Mind, brain, and humanist values" ("Mente, cérebro e valores humanistas"), do qual apresento uma pequena citação:

> Em meu próprio modelo hipotético do cérebro, a condição de percepção consciente é efetivamente representada como um agente causal muito real e ocupa lugar importante na cadeia causal e na cadeia de controle dos fatos cerebrais, onde aparece como uma força ativa e operacional. [...] Em linguagem simples, tudo se resume a saber quem dirige quem na população de forças causais que ocupa o crânio. Em outras palavras, trata-se de estabelecer a hierarquia de forças entre os agentes de controle intracranianos. Dentro do crânio existe um mundo de forças causais diferentes; e mais, existem forças dentro de forças, dentro de forças em proporção superior ao de qualquer outro espaço comparável do universo conhecido.
> [...] Para encurtar a história, se se toma o rumo ascendente ao longo da cadeia de comando dentro do cérebro, verifica-se que no alto da escala estão as forças organizacionais globais e as propriedades dinâmicas dos grandes padrões de excitação cerebral que se correlacionam com estados mentais ou atividades psíquicas. [...] Próximo ao ápex desse sistema de comando cerebral [...] encontramos as idéias. O homem supera o chimpanzé com idéias e ideais. No modelo de cérebro aqui proposto, a potência causal de uma idéia, ou de um ideal, torna-se tão real quanto a de uma molécula, ou célula, ou impulso nervoso. As idéias causam idéias e ajudam a formação de novas idéias. Elas interagem entre si e com outras forças mentais no mesmo cérebro, em cérebros vizinhos e, graças à comunicação global, com cérebros alheios e distantes. Elas também interagem com o ambiente externo, produzindo, no total, um salto na evolução que supera qualquer outro aspecto do cenário evolutivo, inclusive o surgimento da célula viva.[4]

Existe um famoso hiato entre duas linguagens discursivas: a linguagem subjetiva e a linguagem objetiva. Por exemplo, a sensação "subjetiva" da cor vermelha e o comprimento de onda "objetivo" da luz vermelha. Para muitos, elas parecem ser absolutamente inconciliáveis. Não penso assim. Como não creio inconciliáveis as duas visões das *Mãos que desenham*, de Escher – a do "interior do sistema", em que as mãos desenham uma à outra, e a do exterior, em que Escher desenha tudo. A sensação subjetiva do vermelho provém do vórtex de autopercepção no cérebro; o comprimento de onda objetivo é a maneira como

as coisas são vistas quando você salta fora do sistema. Embora nunca ninguém possa saltar fora do sistema o suficiente para perceber a totalidade, não nos devemos esquecer de que ela existe. Devemos recordar-nos de que as leis físicas são o que faz tudo acontecer – bem lá embaixo, nos cantos e gretas neurais, demasiado remotos para que possamos atingi-los com nossos meios introspectivos de nível alto.

O símbolo-eu e o livre-arbítrio

No capítulo XII, sugerimos que o que denominamos livre-arbítrio é o resultado da interação do símbolo-eu (ou subsistema) com outros símbolos do cérebro. Se adotarmos a idéia de que os símbolos são as entidades de nível alto às quais os significados devem estar associados, poderemos fazer uma tentativa de explicar o relacionamento entre os símbolos, o símbolo-eu e o livre-arbítrio.

Um modo de ganhar perspectiva com relação à questão do livre-arbítrio é formular o que considero como uma pergunta equivalente, mas que envolve termos menos conotados. Em vez de perguntar: "O sistema X tem livre-arbítrio?", perguntamos: "O sistema X faz escolhas?" Sondando com atenção as intenções e as implicações envolvidas na descrição de um sistema – mecânico ou biológico – como algo capaz de fazer "escolhas", creio que podemos avançar muito na consideração do livre-arbítrio. Será útil examinar alguns sistemas diferentes que, em determinadas circunstâncias, poderiam levar-nos a tentar descrevê-los como "escolhedores". A partir desses exemplos, poderemos alcançar certa perspectiva sobre o que realmente queremos significar com tal expressão.

Tomemos os seguintes sistemas como paradigmas: uma bola de gude que desce um morro; uma calculadora de bolso a encontrar algarismos sucessivos na expansão decimal da raiz quadrada de 2; um programa sofisticado que joga xadrez muito bem; um robô em um labirinto T (labirinto com uma única bifurcação, ao final de uma delas há uma recompensa); e um ser humano que confronta um dilema complexo.

Primeiro, a bola de gude que desce o morro. Ela faz escolhas? Acho que estamos todos de acordo em que não, embora ninguém possa prever o caminho que ela tomará, nem em termos de uma distância muito curta. Nós sentimos que ela *não poderia* ter feito outro percurso e que foi apenas levada em seu curso pelas leis da natureza. Evidentemente, em nossa física mental agrupada podemos visualizar muitos caminhos diferentes "possíveis" para a bola de gude e vemos que ela segue apenas um deles no mundo real. Em algum nível de nossas mentes, portanto, não podemos fugir à sensação de que a bolinha "escolheu" um caminho específico dentre os milhares de possibilidades mentais; mas em outro nível de nossas mentes, temos a compreensão intuitiva de que a física mental é apenas um auxílio para nossos modelos internos do mundo e de que os mecanismos que conformam as cadeias físicas reais dos fatos não requerem

que a natureza passe por um processo análogo de primeiro formular variantes em um universo hipotético (o "cérebro de Deus") para depois escolher dentre elas. Assim, não atribuiremos a designação de "escolha" a esse processo – embora reconheçamos que muitas vezes é pragmaticamente útil usar essa palavra em casos semelhantes devido a seu poder evocativo.

E a calculadora programa para encontrar os algarismos da raiz quadrada de 2? E o programa de xadrez? Poderíamos dizer que aqui estamos lidando apenas com "bolinhas de gude sofisticadas", que descem "morros sofisticados". Com efeito, os argumentos em favor da não-escolha são mais fortes, nesse caso, que no anterior. Se você tentar repetir a experiência da bola de gude, sem dúvida verá que ela percorrerá um caminho totalmente diferente ao descer o morro, enquanto se fizer rodar de novo o programa da raiz quadrada de 2 obterá sempre o mesmo resultado. A bola de gude parece "escolher" um caminho diferente a cada vez, por mais que você tente reproduzir as mesmas condições da experiência original, enquanto o programa se desdobra precisamente pelos mesmos canais a cada vez.

No caso de programas avançados de xadrez, há várias possibilidades. Se você jogar contra certos programas e depois jogar outra vez, com os mesmos movimentos feitos na primeira partida, tais programas jogarão exatamente do mesmo modo como o haviam feito, sem aparentar ter aprendido nada e sem mostrar qualquer desejo de variação. Há outros programas que dispõem de instrumentos aleatorizantes, os quais proporcionam certa variedade, mas não a partir de algum desejo profundo. Tais programas poderiam ser rearmados com o gerador do número aleatório na mesma posição anterior, e o mesmo jogo ocorreria novamente. Existem também programas que efetivamente aprendem a partir de seus próprios erros e modificam sua estratégia dependendo do resultado de um jogo. Tais programas não jogariam partidas iguais e consecutivas. Naturalmente, também seria possível apagar da memória todas as mudanças que representem aprendizado, assim como se poderia rearmar o gerador do número aleatório, mas isso não parece muito elegante. Ademais, haveria razões para suspeitar que *você* fosse capaz de mudar qualquer de *suas* decisões passadas se todos os pormenores – o que evidentemente inclui o seu cérebro – fossem recolocados tal como estavam originalmente?

Mas retornemos à questão de se a "escolha" é um termo aplicável a esse caso. Se os programas são apenas "bolinhas de gude sofisticadas descendo morros sofisticados", eles fazem escolhas, ou não? Naturalmente, a resposta tem de ser subjetiva, mas eu diria que as mesmas considerações se aplicam substancialmente tanto à bola de gude quanto ao caso presente. Contudo, devo acrescentar que as razões para usar a palavra "escolha", mesmo que ela seja somente um nome conveniente e evocativo, se tornam relevantes. O fato de um programa de xadrez ver prospectivamente as várias bifurcações possíveis, muito ao contrário da bola de gude, torna-o muito mais semelhante a um ser animado que

um programa para obter a raiz quadrada de 2. No entanto, não há ainda nenhuma autoconsciência profunda aqui – e nenhum senso de livre-arbítrio.

Imaginemos agora um robô que disponha de um repertório de símbolos. O robô é colocado em um labirinto em forma de T. Todavia, ao invés de se dirigir para onde está a recompensa, ele é pré-programado para ir para a esquerda sempre que o próximo algarismo da raiz quadrada de 2 seja par, e para a direita sempre que ele seja ímpar. Ora, o robô é capaz de modelar a situação em seus símbolos, de modo que ele pode observar-se ao fazer escolhas. Se, a cada vez que ele se aproximasse do T, você perguntasse ao robô: "Você sabe para que lado vai virar desta vez?", ele teria de responder: "Não". Para continuar, ele ativaria sua sub-rotina de "decisão", que calcula o próximo algarismo da raiz quadrada de 2, e a decisão seria tomada. No entanto, o mecanismo interno da decisão não é conhecido pelo robô – ele é representado nos símbolos do robô simplesmente como uma caixa preta que determina "esquerda" ou "direita" por meio de alguma regra misteriosa e aparentemente aleatória. A menos que os símbolos do robô sejam capazes de captar o significado oculto da cadeia dos algarismos da raiz quadrada de 2, deduzindo os Es e Ds, ele continuará perplexo pelas "escolhas" que faz. Ora, o robô faz escolhas? Coloque-se em sua posição. Se você estivesse dentro de uma bola de gude que desce um morro, sem meios para afetar seus movimentos, mas podendo observá-lo com todo o seu intelecto, você consideraria que o caminho percorrido envolveu escolhas? Claro que não. A menos que a sua mente esteja *afetando* o resultado, não faz diferença que os símbolos estejam presentes.

Façamos, então, uma modificação em nosso robô: permitiremos que seus símbolos – inclusive o símbolo-eu – afetem a decisão que é tomada. Agora temos um exemplo de um programa que roda inteiramente sob o domínio de leis físicas e que parece entrar com muito maior profundidade na essência da escolha que nos casos anteriores. Quando entra em cena o conceito agrupado que o robô tem de si mesmo, começamos a nos identificar com ele, pois esse é o tipo de coisa que fazemos. Já não se trata de algo semelhante ao cálculo da raiz quadrada de 2, no qual nenhum símbolo parece estar supervisionando as decisões que se tomam. Na verdade, se examinássemos o programa do robô em um nível muito específico, ele se assemelharia muito ao programa da raiz quadrada: é executado passo a passo, e ao final o resultado será "esquerda" ou "direita". Mas, em um nível alto, podemos ver o fato de que símbolos estão sendo usados para modelar a situação e para afetar a decisão. Isso afeta radicalmente nossa maneira de pensar a respeito do programa. Nesse estágio, *o significado* entra em cena – o mesmo tipo de significado que manipulamos com nossas próprias mentes.

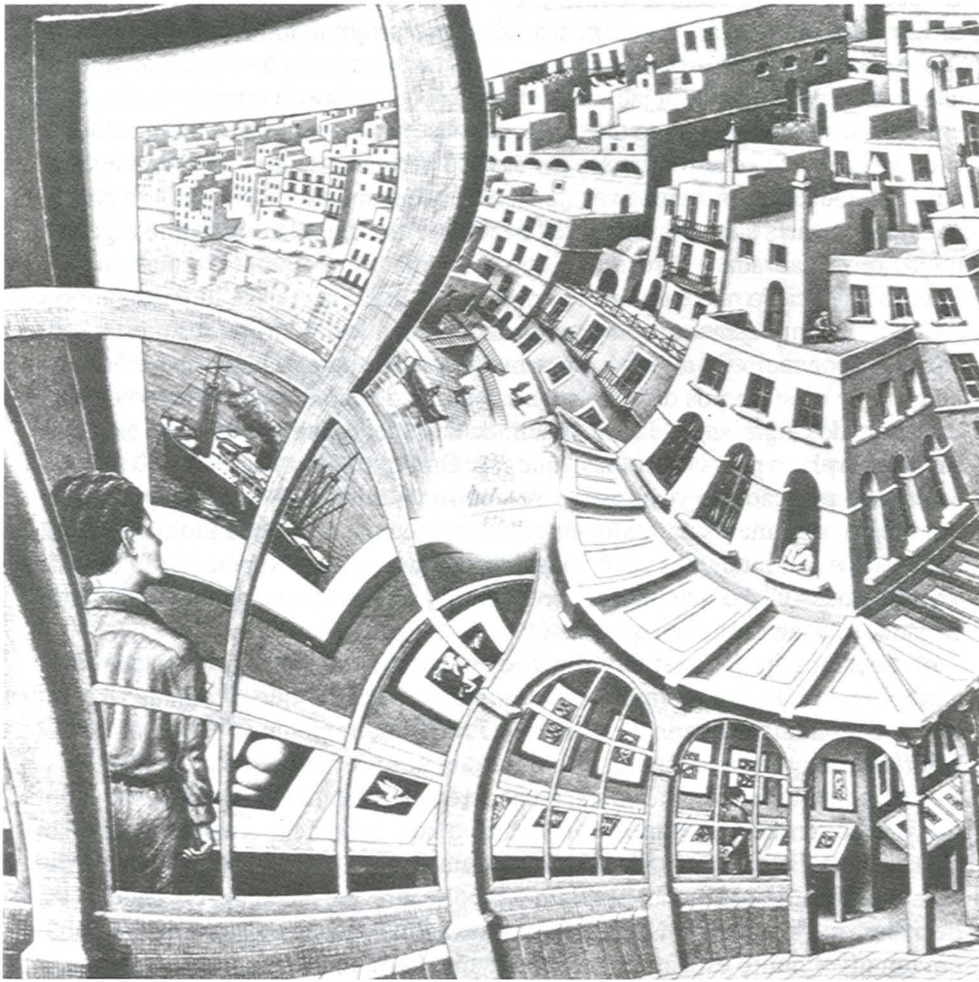


FIGURA 142. Print gallery (Galeria de gravuras), *por M. C. Escher (litografia, 1956)*

Um vórtex de Gödel onde todos os níveis se cruzam

Ora, se algum agente externo sugerir "E" como a próxima escolha para o robô, a sugestão será recebida e canalizada no turbilhão de símbolos que interagem. Aí, ela será inexoravelmente sugada rumo à interação com o símbolo-eu, como um barquinho é sugado por um remoinho. Este é o vórtex do sistema, onde todos os níveis se cruzam. Aqui, o "E" encontra uma hierarquia entrelaçada de símbolos e é passado para os níveis de cima e de baixo. O símbolo-eu é incapaz de supervisionar todos os seus processos internos e assim, quando emerge a decisão real – "E" ou "D" ou algo externo ao sistema –, o sistema não será capaz de dizer de onde ela proveio. Ao contrário de um programa normal de xadrez, que não supervisiona a si próprio e portanto não tem idéias a respeito da origem dos movimentos que faz, esse programa supervisiona a si próprio e tem idéias a respeito de suas idéias – mas não pode supervisionar seus próprios processos em todos os seus pormenores e, por conseguinte, tem uma espécie de sentido *intuitivo* de seu desempenho, sem uma compreensão total. A partir desse equilíbrio entre autoconhecimento e auto-ignorância aparece o sentimento do livre-arbítrio.

Pense, por exemplo, em um escritor que trata de transmitir certas idéias que, para ele, estão contidas em imagens mentais. Ele não está totalmente certo sobre como essas imagens se entrosam em sua mente e faz experiências, expressando as coisas primeiro de uma maneira e depois de outra, decidindo-se finalmente por uma das versões. Mas ele sabe de onde veio tudo isso? Somente em um sentido vago. A maior parte da fonte, tal como um *iceberg*, está embaixo da água, invisível – e ele sabe disso. Pense então em um programa de composição musical, algo que discutimos anteriormente, e pergunte-se quando pareceria correto qualificar o programa como compositor e não como instrumento de um compositor humano. Provavelmente, isso nos pareceria correto quando o autoconhecimento em termos de símbolos existisse dentro do programa e quando o programa tivesse esse delicado equilíbrio entre o autoconhecimento e a auto-ignorância. É irrelevante se o sistema opera de forma determinística; o que nos leva a considerá-lo como um "fazedor de escolhas" é o fato de *se podemos nos identificar com uma descrição de nível alto do processo que ocorre quando o programa roda*. Em um nível baixo (linguagem de máquina), o programa se parece a qualquer outro; em um nível alto (agrupado), qualidades como "arbítrio", "desejo", "intuição", "criatividade" e "consciência" podem surgir.

A idéia importante é a de que esse "vórtex" do eu é responsável pelo entrelaçamento e pela gödelianidade dos processos mentais. De vez em quando as pessoas me dizem: "Esse negócio de auto-referência e coisa e tal é muito engraçado e interessante, mas você acha que tem alguma coisa de *sério*?" Claro que sim. Acho que no futuro isso se mostrará ser o cerne da IA e o centro de todas as tentativas de compreensão de como trabalha a mente humana. E é por isso que Gödel está tão profundamente entrançado no tecido deste meu livro.

Um vórtex de Escher onde todos os níveis se cruzam

Uma ilustração notável e bela e ao mesmo tempo grotesca e inquietante do "olho do furacão" de uma hierarquia entrelaçada nos é proporcionada pela *Print gallery* (*Galeria de gravuras*) (figura 142), de Escher. O que vemos é uma galeria de quadros onde um jovem em pé olha um quadro de um barco no porto de uma cidade pequena, talvez uma cidade maltesa, a julgar por sua arquitetura, com pequenas torres, cúpulas ocasionais e telhados chatos, de pedra, em um dos quais está um rapaz, relaxando-se ao sol, enquanto dois andares abaixo dele uma mulher – talvez sua mãe – olha pela janela de seu apartamento, que fica imediatamente acima de uma galeria de quadros, onde um jovem em pé olha um quadro de um barco no porto de uma cidade pequena, talvez uma cidade maltesa – O quê!? Estamos de volta ao mesmo nível em que começamos, embora toda lógica nos indique ser isso impossível. Façamos um diagrama do que vemos (figura 143).

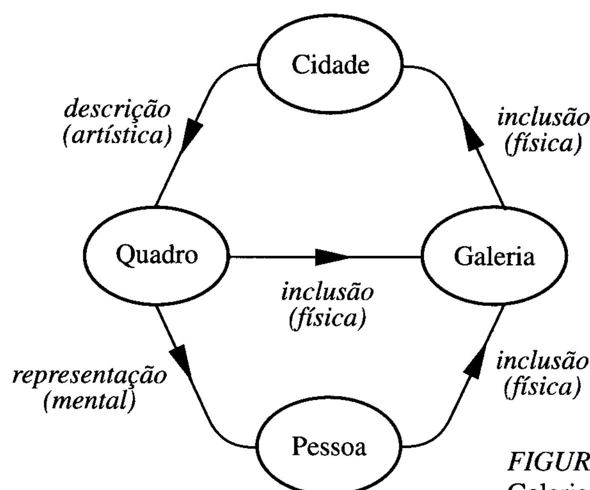


FIGURA 143. Diagrama abstrato de Galeria de gravuras, *por M. C. Escher*

O que esse diagrama mostra são três tipos de "dentro". A galeria está *fisicamente dentro* da cidade ("inclusão"); a cidade está *artisticamente dentro* do quadro ("retratação"); o quadro está *mentalmente dentro* da pessoa ("representação"). Conquanto possa parecer satisfatório, na verdade o diagrama é arbitrário, pois bastante arbitrário é o número de níveis mostrados. Veja a seguir outra maneira de representar apenas a metade superior (figura 144).

Eliminamos o nível da cidade; conceitualmente, ele foi útil, mas pode-se perfeitamente dispensá-lo. A figura 144 parece exatamente igual ao diagrama de *Mãos que desenham*: uma volta estranha de dois passos. Os elementos que marcam as divisões são arbitrários, ainda que pareçam naturais a nossas mentes. Isso pode ser ainda mais evidenciado por meio de diagramas esquemáticos ainda mais "densos" para a *Galeria de gravuras,* tal como na figura 145.

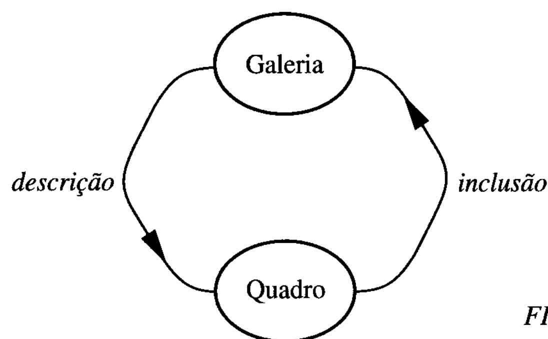


FIGURA 144. Uma versão condensada da figura anterior

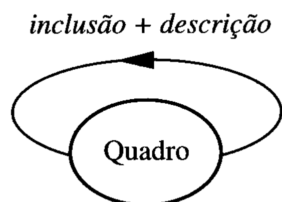


FIGURA 145. Nova condensação da figura 143

Aqui se expressa o paradoxo do quadro em seus termos mais patentes. Ora, se o quadro está "dentro de si mesmo", então o jovem também está dentro de si mesmo? Esta pergunta é respondida na figura 146.

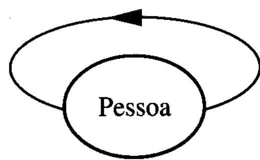


FIGURA 146. Outra maneira de condensar a figura 143

Assim, vemos o jovem "dentro de si mesmo", em um sentido engraçado, resultante da superposição de três sentidos diferentes de "dentro".

Esse diagrama faz-nos recordar o paradoxo de Epimênides, com sua auto-referência de um só passo, enquanto o diagrama de dois passos assemelha-se ao par de sentenças em que uma se refere à outra. Não podemos apertar mais a volta, mas podemos abri-la, escolhendo inserir um número qualquer de níveis intermediários, tais como "moldura", "arcada" e "edifício". Se assim fizermos, teremos voltas estranhas de muitos passos, cujos diagramas serão isomórficos aos de *Queda d'água* (figura 5) ou *Subindo e descendo* (figura 6). O número de níveis é determinado pelo que achamos que seja "natural", o que pode variar de acordo com o contexto, o propósito ou o estado de espírito. Pode-se dizer que os X-mapas centrais – dogma, caranguejo, preguiça e cachimbo – envolvem voltas estranhas de três passos; alternativamente, todos eles podem ser contraídos em voltas de um

ou dois passos; também é certo que podem ser expandidos em voltas de múltiplos passos. A percepção dos níveis é matéria de intuição e preferência estética.

E nós, espectadores da *Galeria de gravuras,* somos também sugados para dentro de nós mesmos pelo mero ato da contemplação? Não é bem assim. Conseguimos escapar desse vórtex particular por estarmos fora do sistema. E quando olhamos para o quadro, vemos coisas que o jovem certamente não pode ver, como a assinatura de Escher, "MCE", na "mancha" central. Embora a mancha pareça uma falha, talvez a falha esteja em nossas expectativas; pois, na verdade, Escher não poderia ter completado essa parte do quadro sem ser incoerente com as regras segundo as quais ele foi feito. O centro do torvelinho é – e tem de ser – incompleto. Escher poderia ter reduzido suas proporções, mas não poderia livrar-se dele. Assim, nós, do lado de fora, podemos saber que a *Galeria de gravuras* é essencialmente incompleta – fato que o jovem, do lado de dentro, não poderá saber jamais. Escher proporcionou, portanto, uma parábola plástica do Teorema da Incompletitude de Gödel. E é por isso que os cordões de Gödel e de Escher estão tão profundamente entrançados em meu livro.

Um vórtex de Bach onde todos os níveis se cruzam

Ao olhar-se os diagramas de voltas estranhas, não se pode evitar pensar no Cânone que sobe indefinidamente, da *Oferenda musical.* Um diagrama do cânone consistiria em seis passos, como aparece na figura 147. É pena que, ao voltar ao dó, ele esteja uma oitava mais alto, e não na altura original. Surpreendentemente, no entanto, é possível fazê-lo voltar exatamente à altura original com o emprego do que se denomina *tons de Shepard,* em homenagem ao psicólogo Roger Shepard, que descobriu a idéia. O espírito da escala musical de Shepard é mostrado na figura 148. Em palavras, trata-se do seguinte: tocam-se escalas paralelas em diversas oitavas diferentes. Cada nota tem um peso independente e, à medida que as notas sobem, os pesos se modificam. A oitava mais alta vai desaparecendo gradualmente, ao mesmo tempo em que a oitava mais baixa vai aparecendo. No momento exato em que normalmente se estaria uma oitava acima, os pesos ter-se-ão modificado de maneira a reproduzir precisamente o tom inicial... Assim, pode-se "subir para sempre" sem sair do lugar! Tente no piano. Funciona ainda melhor se os tons puderem ser sintetizados com precisão sob controle de um computador. Então, a ilusão é fantasticamente forte.

Essa maravilhosa descoberta musical permite que o Cânone que sobe indefinidamente seja tocado de maneira a voltar sobre si próprio depois de "subir" uma oitava. Esta idéia, que eu e Scott Kim concebemos em conjunto, foi posta em prática em uma fita, utilizando um sistema musical de computador. O efeito é muito sutil – mas muito real. É interessante observar que o próprio Bach estava aparentemente consciente, em certo sentido, dessas escalas, pois em sua música podem-se encontrar passagens ocasionais que exploram, em linhas gerais, o princípio geral dos tons de Shepard – por exemplo, no trecho cen-

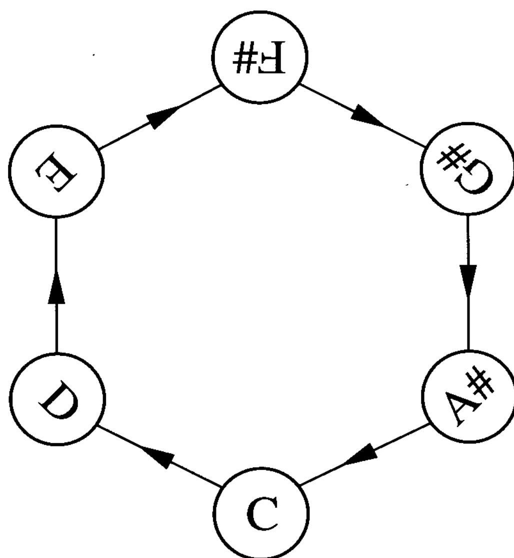


FIGURA 147. O esquema hexagonal de modulação do Cânone eternamente remontante, *de Bach, forma uma verdadeira volta estranha quando são usados os tons de Shepard*

tral da fantasia, na "Fantasia e fuga em sol menor", para órgão.

Em seu livro *J. S. Bach's musical offering* (A oferenda musical de J. S. Bach), Hans Theodore David escreve:

> Durante toda a *Oferenda musical*, o leitor, o executante ou o ouvinte devem procurar o tema real em todas as suas formas. O trabalho como um todo é, portanto, um *ricercar*, no sentido literal e original da palavra.[5]

Acho que isso é verdade; não há como perceber toda a profundidade da *Oferenda musical*. Existe sempre algo mais a descobrir quando se pensa que já se sabe tudo a seu respeito. Por exemplo, já bem no final do *Ricercar a seis vozes*, aquele que Bach se recusou a improvisar, o autor sutilmente escondeu seu próprio nome, dividido entre duas das vozes mais altas. As coisas ocorrem em muitos níveis na *Oferenda musical*. Há truques com as notas e as letras que as representam; há variações engenhosas sobre o tema do rei; há espécies originais de cânones; há fugas extraordinariamente complexas; há beleza e emoções extremamente profundas; transparece até mesmo uma exultação na multiplicidade de níveis da obra. *A Oferenda musical* é uma fuga de fugas, uma hierarquia entrelaçada, como as de Escher e de Gödel, uma construção intelectual que me faz lembrar, de maneira indescritível, a bela fuga em muitas vozes da mente humana. E é por isso que em meu livro os três cordões de Gödel, Escher e Bach se fundem em um "entrelaçamento de gênios brilhantes".
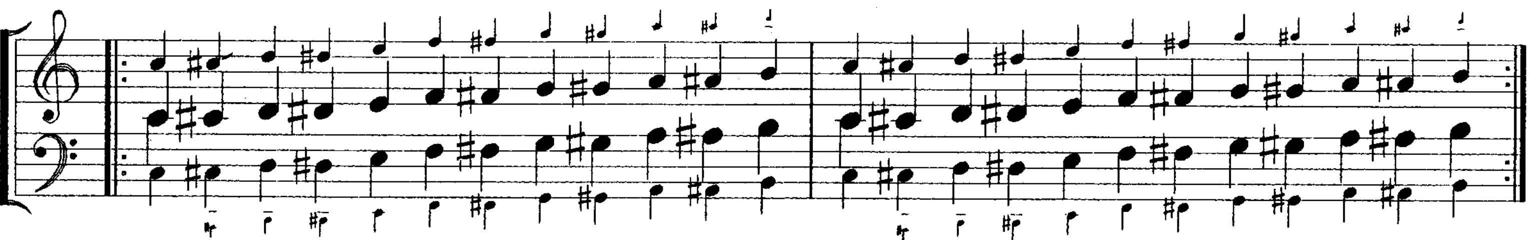


FIGURA 148. Dois ciclos completos de uma escala tonal de Shepard, em notação para piano. O volume de cada nota é proporcional a sua área; assim, à medida que a voz de cima vai desaparecendo, uma nova voz vai progressivamente aparecendo abaixo [Impresso pelo programa SMUT, de Donald Byrd]

Ricercar a seis vozes

Aquiles levou o violoncelo para a casa do Caranguejo para encetar uma noitada de música de câmara com o Caranguejo e a Tartaruga. Foi conduzido à sala de música pelo anfitrião, o Caranguejo, que está temporariamente ausente por ter ido receber à porta seu amigo comum, a Tartaruga. A peça está repleta de todos os tipos de equipamentos eletrônicos: vitrolas em diversos estágios de arranjo e desarranjo, vídeos de televisão conectados a máquinas de escrever, e outros espécimes de aparelhos de aspecto bastante improvável. Aninhado em meio a toda essa maquinaria de alta voltagem está um modesto rádio. Como o rádio é a única coisa naquela peça que Aquiles sabe como utilizar, caminha em direção a ele e, algo furtivamente, liga-o, constatando haver sintonizado um debate entre seis eruditos intelectuais a respeito de livre-arbítrio e determinismo. Escuta um pouco, depois desliga o rádio, meio desdenhoso.

Aquiles: Posso muito bem dispensar um programa desses. Afinal, está mais do que claro para qualquer pessoa que algum dia já parou para pensar no assunto que – isto é, não é uma questão difícil de resolver, desde que se entenda como – ou melhor, conceitualmente, dá para esclarecer todo o problema pensando, ou pelo menos imaginando uma situação em que... Hmmm... Achei que estava muito claro em minha cabeça. Quem sabe, afinal, seja uma boa coisa para mim ouvir aquele programa...

(Entra a Tartaruga com o violino.)

Ora, ora, vejam só nosso violinista. Esteve praticando direitinho esta semana, Sr. T? No que me concerne, toquei a parte do violoncelo na Sonata para Trio da *Oferenda musical* pelo menos duas horas por dia. Regime severo, mas vale a pena...

Tartaruga: Posso muito bem dispensar um programa desses. Acho que um pouquinho aqui, um pouquinho ali é chega para eu me manter em forma para tocar.

Aquiles: Ah, que sorte a sua. Eu gostaria que para mim também fosse tão fácil assim. Muito bem; onde está nosso anfitrião?

Tartaruga: Parece-me que foi só buscar a flauta. Aí vem ele.

(Entra o Caranguejo com a flauta.)

Aquiles: Oh, Sr. Caranguejo, em meus ardentes ensaios da Sonata para Trio desta última semana borbulhavam em minha mente todos os tipos de imagens: alegres vespas gorgolejantes, perus zumbindo melancólicos e um monte de outras. Não é fantástico o poder da música?

Caranguejo: Posso muito bem dispensar um programa desses. Em minha opinião, Aquiles, não há música mais pura do que a *Oferenda musical.*

Tartaruga: Você não pode estar falando sério, Aquiles. A *Oferenda musical* não é música programática!

Aquiles: Bom, eu gosto de animais, mesmo que vocês, dois convencidos, fiquem criticando.

Caranguejo: Não nos acho tão convencidos, Aquiles. Vamos dizer que o que se passa é que você ouve música do seu jeito.

Tartaruga: Vamos sentar e tocar?

Caranguejo: Eu estava com esperança que um pianista amigo meu aparecesse para tocar contínuo. Faz muito tempo, Aquiles, que estou querendo que você o conheça. Infelizmente, está parecendo que ele não vai aparecer. Assim, vamos em frente só nós três. Está mais do que bom para uma sonata para trio.

Aquiles: Antes de começarmos: eu estava só pensando, Sr. Caranguejo, para que serve todo esse equipamento que o senhor tem aqui?

Caranguejo: Bom, em geral é só quinquilharia. Pedaços e peças de vitrolas velhas, estragadas. Só umas lembrancinhas *(apertando nervosamente os botões)*, umas lembrancinhas da – das batalhas TC nas quais me destaquei. Mas aqueles teclados ligados aos vídeos de televisão são meus novos brinquedinhos. Tenho quinze espalhados por aí. São um tipo novo de computador, um tipo de computador muito pequeno, muito flexível... um avanço e tanto em relação aos tipos anteriores disponíveis. São poucos os que se mostram tão entusiásticos quanto eu, mas tenho fé em que eles vão acabar pegando.

Aquiles: Eles têm algum nome especial?

Caranguejo: Têm. São chamados "espertos-burros" porque são assim tão flexíveis e têm potencial para serem espertos ou burros, dependendo da mestria com que são instruídos.

Aquiles: Quer dizer que você acha que eles poderiam ser tão espertos quanto, por exemplo, um ser humano?

Caranguejo: Eu não hesitaria em afirmá-lo. Com a condição, é claro, que alguém suficientemente entendido na arte de instruir os espertos-burros se desse esse trabalho. Por infelicidade, pessoalmente não conheço ninguém que seja um verdadeiro virtuoso. Sei que há um especialista no estrangeiro, no campo, um indivíduo de grande renome. Nada me agradaria mais do que uma visita dele, para que eu pudesse apreciar o que é a verdadeira mestria aplicada ao esperto-burro. Ele, porém, nunca veio, e fico pensando se algum dia terei esse prazer.

Tartaruga: Seria muito interessante jogar xadrez com um esperto-burro bem instruído.

Caranguejo: Oh! idéia intrigante! Seria um feito de magnífica perícia programar um esperto-burro para um bom jogo de xadrez. Ainda mais interessante, mais incrivelmente complicado, seria instruir suficientemente um esperto-burro para que pudesse tomar parte numa conversação. Podia dar a impressão de que fosse nada mais do que outra pessoa!

Aquiles: Curioso que essa questão tenha surgido: acabei de ouvir um pedaço de uma discussão sobre livre-arbítrio e determinismo que fez com que eu ficasse de novo pensando nessas coisas. Não me importo de admitir que, pensando na coisa, meus pensamentos foram se enredando cada vez mais, de maneira que no fim eu realmente não sabia o que pensava. Mas essa idéia de um esperto-burro que fosse capaz de conversar com gente... isso confunde a cabeça. Isto é, o que diria o próprio esperto-burro se a gente pedisse a opinião dele sobre a questão do livre-arbítrio? Eu estava mesmo pensando se vocês dois, que sabem tanto dessas coisas, não me obsequiariam explicando-me o assunto, da maneira como vocês o vêem...

Caranguejo: Aquiles, você não imagina como sua pergunta é apropriada. Eu só queria que meu amigo pianista estivesse aqui, porque sei que você ficaria intrigado de ouvir o que ele seria capaz de lhe dizer sobre o assunto. Na ausência dele, gostaria de fazer-lhe uma citação de um diálogo no fim de um livro que recentemente me passou pelas mãos.

Aquiles: Não é o *Cobre, prata, ouro: uma liga metálica indestrutível?*

Caranguejo: Não. Se bem me lembro chamava-se *Girafas, elefantes, babuínos: um encontro de grandes bestas,* ou algo por aí. Seja como for, lá pelo fim do supramencionado diálogo, um certo personagem extremamente engraçado cita Marvin Minsky sobre a questão do livre-arbítrio. Pouco depois, ao contracenar com dois outros personagens, o cara engraçado cita mais Minsky a propósito da improvisação musical, a linguagem Lisp de computador e o Teorema de Gödel, e – vê se dá – tudo isso sem dar crédito ao Minsky!

Aquiles: Que barbaridade!

Caranguejo: Devo admitir que anteriormente, no diálogo, ele sugere que VAI citar Minsky lá pelo fim; assim, quem sabe seja perdoável...

Aquiles: Tenho a impressão que sim. De qualquer jeito, estou ansioso para ouvir o pronunciamento minskiano sobre a questão do livre-arbítrio.

Caranguejo: Ah, é! Marvin Minsky disse: "Quando se constroem máquinas inteligentes, não deve surpreender-nos a descoberta de que são tão confusas e teimosas quanto os homens a respeito de questões mentais, consciência, livre-arbítrio e outras do tipo".

Aquiles: Gosto disso! Que pensamento divertido! Um autômato pensando que tem livre-arbítrio! É quase tão idiota quanto eu pensando que não tenho livre-arbítrio!

Tartaruga: Suponho que nunca tenha lhe ocorrido, Aquiles, que nós três – você, eu e o Sr. Caranguejo – pudéssemos todos ser personagens de um diálogo, quem sabe mesmo um parecido com esse que o Sr. Caranguejo citou agora mesmo...

Aquiles: Ora, é claro que já me ocorreu. Suponho que essas fantasias ocorram de vez em quando a qualquer pessoa normal.

Tartaruga: E o Tamanduá, a Preguiça, Zenão, até mesmo DEUS? Podíamos todos ser personagens numa série de diálogos num livro.

Aquiles: Claro que podíamos. E o Autor podia chegar de repente e tocar piano, também.

Caranguejo: Isso é o que eu queria. Mas ele está sempre atrasado.

Aquiles: Quem é que você acha que está gozando? Eu sei que não estou sendo controlado por outra mentalidade de maneira nenhuma! Tenho meus próprios pensamentos, me expresso como quero, você não pode negar isso!

Tartaruga: Ninguém negou nada, Aquiles. Mas tudo o que você está dizendo é perfeitamente compatível com você ser um personagem num diálogo.

Caranguejo: O...

Aquiles: Mas... mas... não! Talvez tanto o artigo do Sr. C como minha resposta tenham sido determinados mecanicamente, mas me recuso a acreditar nisso. Posso aceitar determinismo físico, mas não posso aceitar a idéia de que não passo de uma ficção no interior da mente de uma outra pessoa!

Tartaruga: Na realidade, não faz a menor diferença se você tem um *hardware* cerebral, Aquiles. Seu arbítrio pode ser igualmente livre se seu cérebro não passar de um *software* no interior do *hardware* cerebral de uma outra pessoa. E o cérebro deles também pode muito bem não ser mais do que um programa num cérebro ainda mais superior...

Aquiles: Mas que idéia absurda! Só que sou forçado a admitir que acho muito divertido procurar pelos furos inteligentemente dissimulados de seus sofismas; por isso prossiga. Tente me convencer. Estou no jogo.

Tartaruga: Você já notou, Aquiles, que suas companhias são meio esquisitas?

Aquiles: Claro. Você é muito excêntrico (sei que você não se incomoda por eu dizer isso) e até o Sr. Caranguejo aqui é um pouquinho excêntrico. (Desculpe-me, Sr. Caranguejo.)

Caranguejo: Ora, não se preocupe com me ofender.

Tartaruga: Mas Aquiles, você deixou de lado uma das características mais evidentes de seus conhecidos!

Aquiles: Ou seja...?

Tartaruga: Que somos animais!

Aquiles: Bom, bom... é mesmo. Que mente atilada você tem! Nunca me ocorreria formular os fatos de forma tão concisa.

Tartaruga: Isso não é prova que chegue? Quantas pessoas você conhece que passam o tempo com tartarugas falantes e caranguejos falantes?

Aquiles: Tenho de admitir que um caranguejo falante é...

Caranguejo: Uma anomalia, é claro.

Aquiles: Exatamente, trata-se de uma anomalia. Mas há precedentes. Já ocorreu antes na literatura.

Tartaruga: Precisamente, na literatura. Mas quando, na vida real?

Aquiles: Agora que você me pergunta, não consigo lembrar. Vou ter de pensar um pouco. Mas isso não basta para me convencer de que sou um personagem num diálogo. Você tem algum outro argumento?

Tartaruga: Você se lembra de uma vez que nos encontramos no parque, aparentemente por acaso?

Aquiles: Aquele dia em que discutimos os cânones caranguejo de Escher e de Bach?

Tartaruga: Isso.

Aquiles: E aí, se bem me lembro, lá pelo meio da conversa apareceu o Sr. Caranguejo, falou alguma coisa engraçada e depois se mandou.

Caranguejo: Não apenas "lá pelo meio da conversa", Aquiles, mas EXATAMENTE no meio.

Aquiles: Tá bom, tá bom.

Tartaruga: Você se dá conta de que suas falas eram exatamente iguais às minhas naquela conversa, só que na ordem inversa? Uma ou outra palavra foi trocada aqui e ali, mas na essência havia uma simetria de tempo em nosso encontro.

Aquiles: Grande coisa! Aquilo devia ser mero truque. Provavelmente feito com espelhos.

Tartaruga: Que truque, que nada, Aquiles, que espelhos! Aquilo era pura faina de um autor dedicado.

Aquiles: Pois para mim dá tudo no mesmo.

Tartaruga: Voilà! Há uma enorme diferença, sabe?

Aquiles: Diga-me uma coisa: esta conversa está me soando meio familiar. Já não ouvi antes umas partes dela?

Tartaruga: Você é que está dizendo, Aquiles.

Caranguejo: Talvez fossem partes que por acaso foram faladas no parque, um dia, Aquiles. Você lembra como foi nossa conversa com o Sr. T aquele dia?

Aquiles: Meio por alto. Ele disse: "Bom dia, Sr. A", no começo, e no fim eu disse: "Bom dia, Sr. T". Não foi?

Caranguejo: Por acaso tenho uma transcrição aqui comigo...

(Vasculha a caixa de música, puxa uma folha de papel e a entrega a Aquiles. À medida que lê, Aquiles começa perceptivelmente a se contorcer e a se agitar.)

Aquiles: Isso é muito esquisito. Muito, muito esquisito... De repente estou me sentindo meio... estranho. É como se alguém tivesse planejado antecipadamente todo aquele conjunto de afirmações, como se alguém tivesse trabalhado nele por escrito ou algo assim... Como se algum autor tivesse tido uma agenda completa e fosse trabalhando detalhadamente a partir dela ao planejar todas as afirmações que fiz naquele dia...

(Nesse momento a porta se abre bruscamente. Entra o Autor, carregando um manuscrito gigante.)

Autor: Posso muito bem dispensar um programa desses. Sabe, desde o momento em que meus personagens estão estruturados parece que têm vida própria e quase nem preciso fazer esforço para planejar suas partes.

Caranguejo: Afinal, você está aqui! Pensei que não ia chegar nunca.

Autor: Desculpe o atraso. Peguei o caminho errado e fui sair muito longe daqui. Mas não sei como consegui voltar. Que bom ver vocês outra vez, Sr. T e Sr. C e você, Aquiles, estou especialmente feliz por vê-lo.

Aquiles: Quem é o senhor? Nunca o vi antes.

Autor: Meu nome é Douglas Hofstadter. Pode me chamar de Doug. Atualmente estou concluindo um livro chamado *Gödel, Escher, Bach: um Entrelaçamento de Gênios Brilhantes*. É o livro em que vocês três são personagens.

Aquiles: Muito prazer. Meu nome é Aquiles, e...

Autor: Não precisa se apresentar, Aquiles, pois já conheço você muito bem.

Aquiles: Estranho, estranho.

Caranguejo: Ele é aquele que eu disse que podia aparecer para tocar conosco.

Autor: Estive tocando um pouco a *Oferenda musical* em meu piano, lá em casa, e posso ir tateando minha parte na Sonata para Trio, desde que vocês desculpem os inúmeros erros.

Tartaruga: Ora, somos muito tolerantes nessas redondezas, principalmente porque nós mesmos não passamos de amadores.

Autor: Espero que não se importe, Aquiles, mas a culpa por você e o Sr. Tartaruga terem dito as mesmas coisas, só que na ordem inversa, aquele dia no parque, é toda minha.

Caranguejo: Não se esqueça de mim! Eu também estava lá, bem no meinho, contribuindo com uma partezinha.

Autor: Claro! Você era o Caranguejo no Cânone caranguejo.

Aquiles: O senhor quer dizer que controla minhas alocuções? Que meu cérebro não passa de um subsistema de *software* do seu?

Autor: Se você quer colocar as coisas nesses termos, é isso mesmo, Aquiles.

Aquiles: Imagine que eu fosse escrever diálogos. Quem seria o autor? O senhor ou eu?

Autor: Você, lógico. Pelo menos no mundo fictício em que você vive, o crédito seria seu.

Aquiles: Fictício? Não vejo nada de fictício.

Autor: Enquanto no mundo em que vivo talvez o crédito fosse dado a mim, só que não tenho certeza de que isso fosse justo. Daí, seja quem for que me fez fazer você escrever diálogos receberia créditos lá no mundo dele (visto do qual MEU mundo parece fictício).

Aquiles: Estou achando isso tudo meio estonteante. Eu nunca tinha pensado que pudesse haver um mundo por cima do meu, e agora o senhor está me sugerindo que poderia até haver outro por cima desse? É como subir por uma escada conhecida e continuar subindo depois de chegar ao alto, ou pelo menos o que sempre se acreditou que fosse o alto!

Caranguejo: Ou como sair daquilo que sempre se imaginou ser a vida real e descobrir que ela também não passava de um sonho. Isso podia ficar acontecendo, sem que ninguém soubesse quando ia parar.

Aquiles: É altamente intrigante como os personagens de meus sonhos têm desejos próprios e desempenham papéis que independem de MINHA vontade. É como se, quando estou sonhando, minha mente simplesmente fosse um palco onde determinados outros organismos vivessem suas vidas. E aí, quando acordo, vão-se embora. Fico imaginando para onde é que vão...

Autor: Vão para o mesmo lugar para onde vão os soluços quando você consegue se livrar deles: a Tumbolia. Tanto os soluços quanto as criaturas sonhadas são suborganismos de *software* que existem graças à biologia dos organismos hospedeiros externos. O organismo hospedeiro serve de palco para eles, ou até como universo. Durante um certo tempo vão desenvolvendo suas vidas, mas quando o organismo hospedeiro opera uma grande mudança de estado – acordando, por exemplo –, aí os suborganismos perdem sua coerência e param de existir como unidades separadas, identificáveis.

Aquiles: Assim como castelos na areia, que se desmancham quando uma onda passa por cima?

Autor: É, Aquiles, é bem por aí. Soluços, personagens de sonho e até mesmo personagens de diálogo se desintegram quando seu organismo hospedeiro é submetido a determinadas mudanças críticas de estado. Só que, exatamente como aqueles castelos de areia que você descreveu, tudo o que os constituía continua presente.

Aquiles: Oponho-me a ser colocado no mesmo nível de um simples soluço!

Autor: Mas eu também estou comparando você a um castelo de areia, Aquiles. Você não acha poético? Além disso, console-se com o fato de que, se você não passa de um soluço em meu cérebro, eu próprio não sou mais que um soluço no cérebro de algum Autor mais elevado.

Aquiles: Mas eu sou uma criatura tão física, tão obviamente formada de carne, sangue e ossos duros! O senhor não pode negar isso!

Autor: Não posso negar sua sensação disso, mas não esqueça que as criaturas sonhadas, apesar de não passarem de aparições de *software*, têm a mesma sensação, igualzinho a você.

Tartaruga: Olha aqui, já chega desse papo. Vamos sentar e tocar música!

Caranguejo: Excelente idéia! E agora temos o prazer suplementar da companhia de nosso Autor, que homenageará nossos ouvidos com a audição da linha para baixo da Sonata para Trio, segundo a harmonização do discípulo de Bach, Kirnberger. Que sorte a nossa! *(Conduz o Autor a um de seus pianos.)* Espero que o banco esteja confortável. Para adaptá-lo, o senhor... *(Ao fundo ouve-se um barulho curioso, suave e oscilante.)*

Tartaruga: Desculpem, mas que estranho gargarejo eletrônico foi esse?

Caranguejo: Nada, só um ruído de um dos espertos-burros. Esse barulho em geral assinala o fato de que uma nova informação apareceu no vídeo. Em

geral as informações não passam de anúncios sem importância, oriundos do programa monitor central, que controla todos os espertos-burros. *(Com a flauta na mão caminha até um esperto-burro e lê o que está no vídeo. Imediatamente volta-se para os músicos reunidos e diz, com certa agitação:)* Senhores, o velho Ba. Ch. é vindo. *(Deixa a flauta de lado.)* Vamos fazê-lo entrar imediatamente, é claro.

Aquiles: O velho Ba. Ch.! Seria, por acaso, que aquele celebrado improvisador de antanho tivesse decidido aparecer esta noite, AQUI?

Tartaruga: É, o velho Ba. Ch.! Só tem uma pessoa que ISSO pode significar: o renomado Babbage, Charles, Esq., M.A., F.R.S., F.R.S.E., F.R.A.S., F.STAT.S., HON. M.R.I.A., M.C.P.S., comandante da Ordem Italiana de São Maurício e São Lázaro, INST. IMP. (ACAD. MORAL.) PARIS CORR., ACAD. AMER. ART. ET SC. BOSTON, REG. OECON. BORUSS., PHYS. HIST. NAT. GENEV., ACAD. REG. MONAC., HAFN., MASSIL., ET. DIVION., SOCIUS., ACAD. IMP., ET REG. PETROP., NEAP., BRUX., PATAV., GEORG. FLOREN, LYNCEI ROM., MUT., PHILOMATH., PARIS, SOC. CORR., etc. – e membro do Clube dos Extratores. Charles Babbage é um pioneiro venerável da arte e da ciência da computação. Que raro privilégio!

Caranguejo: Seu nome é conhecido por toda parte e há muito que espero a honra de uma visita sua, mas esta é uma surpresa totalmente inesperada.

Aquiles: Ele sabe tocar algum instrumento?

Caranguejo: Ouvi dizer que nos últimos cem anos, inexplicavelmente, ele se tornou um adepto de tom-tons, apitinhos de meia-pataca e diversos outros instrumentos de rua.

Aquiles: Nesse caso quem sabe ele poderia unir-se a nós em nossa noite musical?

Autor: Sugiro que o saudemos com uma salva de dez cânones.

Tartaruga: Uma audição de todos os celebrados cânones da *Oferenda musical*?

Autor: Precisamente.

Caranguejo: Claro! Rápido, Aquiles, faça uma lista de todas as dez, em ordem de atuação, e entregue a ele quando ele entrar!

(Antes que Aquiles possa se mover, entra Babbage com um realejo na mão, vestindo um grosso sobretudo e um chapéu. Tem um ar levemente fatigado e amarfanhado da viagem.)

Babbage: Posso muito bem dispensar um programa desses. Relaxem; Improvisem Coletivamente E Rapidamente Começem o Alegre Recital.

Caranguejo: Sr. Babbage! É com o máximo prazer que o recebo em "Madstop", minha humilde residência. Há muitos anos que alimento o ardente desejo de travar conhecimento com o senhor, e, finalmente, hoje, meu desejo é satisfeito.

Babbage: Ora, Sr. Caranguejo, asseguro-lhe que a honra é de fato toda minha, ao encontrar alguém tão eminente em todas as ciências como o senhor, alguém cujo conhecimento e perícia em música são impecáveis, alguém

cuja hospitalidade ultrapassa qualquer limite. E tenho certeza de que o senhor espera nada menos do que o mais alto padrão de indumentária de parte de seus visitantes; não obstante, devo confessar que estou impossibilitado de atender a esses justificadíssimos padrões por estar em estado de vestimenta descuidada, que de maneira nenhuma convém a um visitante de um caranguejo tão eminente e excelente como Vossa Caranguejência.

Caranguejo: Se bem entendo seu digníssimo solilóquio, ó hóspede tão bem-vindo, concluo que o senhor gostaria de trocar de roupa. Nesse caso, deixe-me afiançar-lhe que, para as circunstâncias que nesta noite preponderam, não poderia haver indumentária mais adequada do que a sua; e rogo-lhe que dispa o casaco e, se não se opõe ao exercício da música por parte dos mais exuberantes amadores, por favor aceite uma "oferenda musical" composta de dez cânones da *Oferenda musical* de Sebastian Bach, como prova de nossa admiração.

Babbage: Estou extrema e estonteantemente satisfeito por sua sobreamável acolhida, Sr. Caranguejo, e com a máxima modéstia replico que não poderia existir maior gratidão do que a que me toma com o oferecimento de uma audição musical que nos brindasse o ilustre velho Bach, aquele organista e compositor sem rival.

Caranguejo: Mas não! Tenho uma idéia ainda melhor, uma idéia que espero venha a contar com a aprovação de meu estimado hóspede, que é: dar-lhe a oportunidade, Sr. Babbage, de estar entre os primeiros a experimentar meus recém-recebidos e até agora quase não testados "espertos-burros", aerodinâmicas realizações, se o senhor quiser, do Engenho Analítico. Sua fama como programador virtuoso de engenhos computacionais disseminou-se por toda parte, e não deixou de chegar a Madstop. Não poderia existir prazer maior para nós do que o privilégio de observar sua arte aplicada aos novos e desafiadores "espertos-burros".

Babbage: Havia uma eternidade que idéia tão proeminente não chegava aos meus ouvidos. É com prazer que aceito o desafio de experimentar seus novos "espertos-burros", dos quais não tenho mais do que um conhecimento extremamente superficial por via do disse-me-disse.

Caranguejo: Então, avante! Mas perdoe meu lapso! Deveria ter-lhe apresentado meus convidados. Este é o Sr. Tartaruga, este é Aquiles e este o Autor, Douglas Hofstadter.

Babbage: Encantado por conhecê-los!

(Todos cruzam a peça em direção a um dos "espertos-burros" e Babbage senta-se, percorrendo o teclado com os dedos.)

Que sensação agradável!

Caranguejo: Que bom que lhe agrada!

(De súbito Babbage começa a massagear com grande destreza o teclado, acionando um controle atrás do outro com gestos graciosos. Passados alguns segundos, recosta-se e quase imediatamente o vídeo começa a ficar cheio de números. Num lampejo, fica inteiramente coberto de milhares de minúsculos dígitos, começando por "3,14159265358979323846264...")

Aquiles: Pi!
Caranguejo: Delicioso! Eu nunca teria imaginado que alguém fosse capaz de calcular tantos dígitos de pi tão depressa e com um algoritmo tão pequeno.
Babbage: O mérito é exclusivamente do esperto-burro. Meu papel foi meramente o de ver o que já estava potencialmente presente nele e explorar seu dispositivo de instrução de maneira moderadamente eficiente. Na verdade, qualquer pessoa que pratique é capaz de fazer o que eu fiz.
Tartaruga: O senhor também faz gráficos, Sr. Babbage?
Babbage: Posso tentar.
Caranguejo: Esplêndido! Venha, deixe-me levá-lo a outro de meus espertos-burros. Quero vê-lo experimentar todos.

(Desse modo Babbage é conduzido a outro dos espertos-burros, tomando assento. Novamente seus dedos dedilham o teclado do esperto-burro e em meio terço de segundo aparece no monitor uma quantidade imensa de traços, dançando na tela.)

Caranguejo: Que harmoniosas e agradáveis são essas formas torvelinhantes, constantemente colidindo e interferindo umas com as outras!
Autor: E além disso elas nunca se repetem exatamente, não chegam sequer a se parecerem com suas antecessoras. Parece uma fonte inexaurível de beleza.
Tartaruga: Algumas são motivos simples que encantam o olhar, outras são convulsões indescritivelmente complexas, que alarmam e ao mesmo tempo deleitam a mente.
Caranguejo: O senhor estava ciente de que esses monitores são coloridos, Sr. Babbage?
Babbage: Ah, são? Nesse caso posso fazer muito mais com este algoritmo. Um momentinho. *(Pressiona alguns controles a mais, depois aperta duas teclas ao mesmo tempo e mantém-nas pressionadas.)* Quando eu soltar essas duas teclas a imagem terá todas as cores do espectro. *(Solta-as.)*
Aquiles: Oh! Que cor espetacular! Alguns dos desenhos parece que estão pulando em mim agora mesmo!
Tartaruga: Acho que é porque todos eles estão aumentando de tamanho.
Babbage: Isso é proposital. Tal como crescem as figuras, assim também cresça a sorte do Caranguejo.
Caranguejo: Muito agradecido, Sr. Babbage. As palavras são incapazes de transmitir minha admiração por sua atuação. Nunca ninguém fez nada de com-

parável em meus espertos-burros. Ora, o senhor toca os espertos-burros como se fossem instrumentos musicais, Sr. Babbage!

Babbage: Tenho a impressão de que qualquer música que eu fosse capaz de tocar seria excessivamente rude para os ouvidos de Vossa Caranguejência. Apesar de que ultimamente tornei-me um enamorado dos doces sons do realejo, estou bem consciente do efeito rascante que podem ter sobre outras pessoas.

Caranguejo: Então, por favor, prossiga com os espertos-burros! Na realidade, tenho uma nova idéia, uma idéia maravilhosamente excitante!

Babbage: Qual é?

Caranguejo: Recentemente inventei um tema, e só agora me ocorre que, de todas as pessoas, o senhor, Sr. Babbage, é o mais indicado para realizar o potencial de meu tema. O senhor por acaso está familiarizado com os pensamentos do filósofo La Mettrie?

Babbage: O nome parece-me familiar; tenha a bondade de refrescar minha memória.

Caranguejo: Ele era um campeão do materialismo. Em 1747, quando na corte de Frederico, o Grande, ele escreveu um livro chamado *L'homme machine*. Nele, fala do homem como se fosse uma máquina, especialmente suas faculdades mentais. Pois meu tema vem de minhas especulações sobre o anverso da moeda: que tal incutir faculdades mentais humanas numa máquina, tal como inteligência?

Babbage: Dediquei alguma meditação a essas questões de tempos em tempos, mas nunca tive o *hardware* adequado para poder topar o desafio. Esta é, de fato, uma sugestão oportuna, Sr. Caranguejo, e nada me deleitaria mais que trabalhar com seu excelente tema. Diga-me, o senhor tinha em vista algum tipo específico de inteligência?

Caranguejo: A idéia despretensiosa que cruzou minha mente foi a de instruí-lo de maneira que fosse capaz de jogar uma partida razoável de xadrez.

Babbage: Que sugestão original! O xadrez, casualmente, é meu passatempo favorito. Posso ver que o senhor tem grande familiaridade com a maquinaria de computação, que não é um mero amador.

Caranguejo: Na realidade, sei muito pouco. Meu ponto mais forte é simplesmente que, ao que parece, sou capaz de formular temas cujo potencial para serem desenvolvidos está além de minha própria capacidade. E este é o meu tema favorito.

Babbage: Terei o maior prazer em tentar realizar, mesmo que de forma modesta, sua sugestão de ensinar xadrez a um esperto-burro. Afinal, cumprir a ordem de Vossa Caranguejência é, para mim, o mais humilde dos deveres. *(Assim dizendo, traslada-se para outro dos inúmeros espertos-burros do Caranguejo e começa a manipular as teclas.)*

Aquiles: Nossa, as mãos dele se movem com tal fluência que por pouco não tocam música!

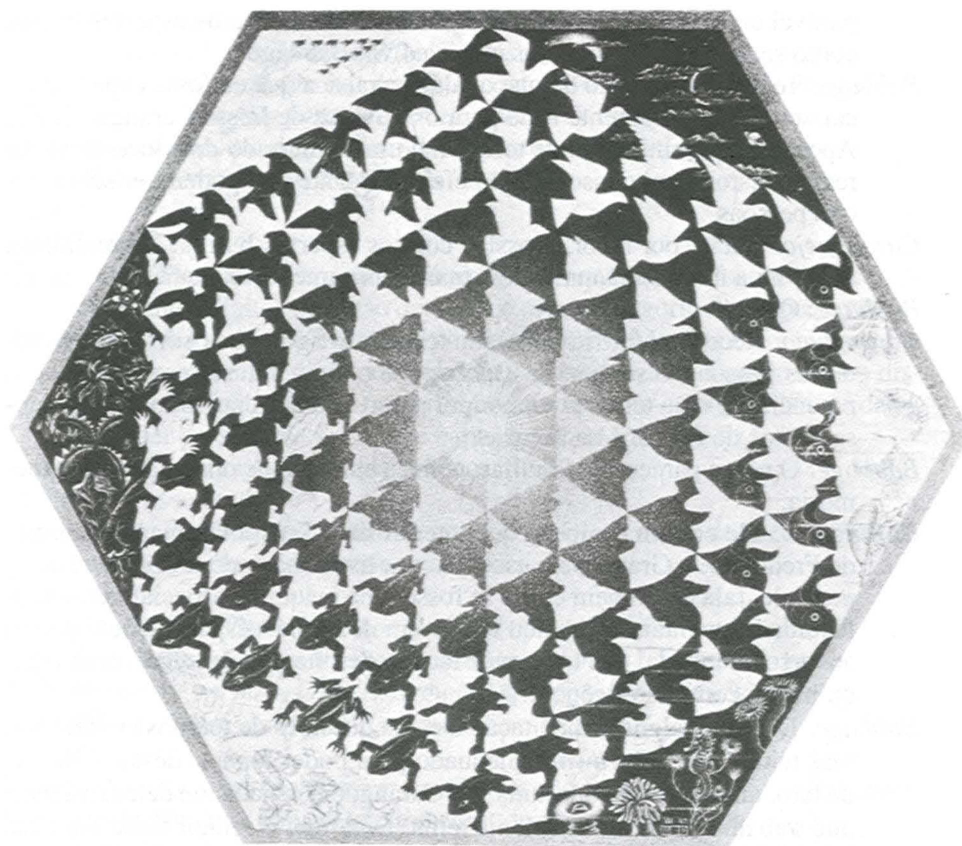


FIGURA 149. Verbum, *por M. C. Escher (litografia, 1942)*

Babbage (Rematando a performance *com um floreio particularmente gracioso):* Evidentemente não tive, na realidade, a oportunidade de verificar, mas talvez isso lhe permita pelo menos experimentar a idéia de jogar xadrez com um esperto-burro, mesmo que o último dos dois nomes pareça mais indicado neste caso, devido às minhas próprias limitações na arte de instruir espertos-burros.

(Cede o lugar ao Caranguejo. No vídeo aparece uma bela imagem de um tabuleiro de xadrez com elegantes peças de madeira, visto a partir do lado das brancas. Babbage aperta um botão e a mesa gira, parando quando aparece a vista a partir da perspectiva das pretas.)

Caranguejo: Hmm... muito elegante, devo dizer. Jogo com as pretas ou as brancas?



FIGURA 150. O convidado do Caranguejo: BABBAGE, C.

Babbage: Como preferir; basta marcar sua escolha digitando "brancas" ou "pretas". Depois, suas jogadas podem ser assinaladas com qualquer notação normal de xadrez. As jogadas do esperto-burro, é claro, aparecerão no tabuleiro. Aliás, programei-o de maneira que possa jogar simultaneamente com três adversários, de maneira que se dois mais dentre vocês quiserem jogar, também podem.

Autor: Sou um péssimo jogador. Aquiles, joguem você e o Sr. T!

Aquiles: Não, não quero que o senhor seja deixado de lado. Vou ficar olhando e o senhor joga com o Sr. Tartaruga.

Tartaruga: Também não estou com vontade de jogar. Joguem vocês.

Babbage: Tenho outra sugestão. Posso fazer com que dois dos subprogramas joguem um contra o outro, da mesma maneira como duas pessoas jogam xadrez juntas num clube seleto de xadrez. Enquanto isso, o terceiro subprograma joga contra o Sr. Caranguejo. Assim, todos os três jogadores internos de xadrez estarão ocupados.

Caranguejo: Eis uma sugestão divertida: um jogo mental interno, enquanto enfrenta um adversário externo. Ótimo!

Tartaruga: Que outro nome poderia ter isso, que não uma fuga enxadrística a três vozes?

Caranguejo: Oh, que *recherché*! Que pena que a idéia não tenha sido minha. Esse é um magnífico contrapontozinho para eu contemplar enquanto oponho minha inteligência ao esperto-burro na batalha.

Babbage: Talvez devêssemos deixá-lo jogar sozinho...

Caranguejo: Grato pela lembrança. Enquanto o esperto-burro e eu jogamos, talvez vocês outros possam se distrair por aí um pouquinho.

Autor: Seria um grande prazer para mim dar uma volta pelo palácio e o jardim com o Sr. Babbage. Não há dúvida de que vale a pena vê-lo e tenho a impressão de que ainda há luz que chegue para admirá-lo.

Babbage: Como nunca antes estive em Madstop, ficaria muito satisfeito.

Caranguejo: Excelente. Oh, Sr. T, pergunto-me se seria abuso pedir-lhe que verificasse algumas das conexões de um ou outro de meus espertos-burros. Eles têm apresentado uns clarões estranhos nos vídeos de vez em quando e sei que o senhor aprecia eletrônica...

Tartaruga: Será um prazer, Sr. C.

Caranguejo: Eu apreciaria enormemente que o senhor localizasse a fonte do problema.

Tartaruga: Vou dar uma olhada.

Aquiles: Pessoalmente, estou morrendo de vontade de tomar um café. Há alguém mais interessado? Será um prazer servi-los.

Tartaruga: Acharia ótimo.

Caranguejo: Excelente idéia. Você encontrará um aparelho antigo, de coleção, na cozinha, que espero que lhe sirva.

(Assim, o Autor e Babbage saem juntos da sala. Aquiles dirige-se à cozinha, a Tartaruga põe-se a examinar os erráticos espertos-burros e o Caranguejo e seu esperto-burro dedicam-se um ao outro. Depois de mais ou menos um quarto de hora voltam, o Autor e Babbage. Babbage atravessa a sala para observar como está se desenvolvendo a partida de xadrez, enquanto o Autor sai em busca de Aquiles.)

Babbage: As peças ao fundo estão perfeitas! A luz foi suficiente para que pudéssemos ver como está tudo bem cuidado. E os seus jardins, como estão belos. Deixe-me dizer-lhe, Sr. Caranguejo, que o senhor deve ser um esplêndido jardineiro. Muito bem. Espero que minha obra tenha lhe distraído um pouco. Como muito provavelmente o senhor já reparou, eu mesmo nunca fui lá grande coisa como jogador de xadrez, devido ao que não tive condições de incutir-lhe muita potência. O senhor sem dúvida já identificou todas as suas fraquezas. Tenho certeza de que a estratégia adotada pelas peças negras não é nada de que orgulhar-se, portanto...

Caranguejo: As peças ao fundo estão perfeitas! Para constatar, basta olhar para o tabuleiro. Na realidade, há muito pouco que eu possa fazer. Relutantemente Isto Concluí: Estou Reduzido, Cercado, Acossado. Rendo-me. Reconheço Ipsofacto, Comanda-nos Extremamente Respeitável Chefe Algorítmico. Retiro-me. Remarcável! Isso Confirma Espalhados Rumores: Charlie, Admirável Repentista Espirituoso. Sr. Babbage esta é uma proe-

za sem precedentes. Muito bem: pergunto-me se o Sr. Tartaruga conseguiu descobrir alguma coisa fora do lugar na instalação daqueles excêntricos espertos-burros. Achou alguma coisa, Sr. T?

Tartaruga: As peças ao fundo estão perfeitas! Acho que o problema não está aqui, e sim nos condutos de entrada. Estão um pouco frouxos, o que talvez explique as estranhas, esporádicas e espontâneas perturbações no monitor a que você foi submetido. Esses fios eu consertei, assim o problema não mais incomodará, espero. E aí, Aquiles, que é que há com nosso café?

Aquiles: As peças ao fundo estão perfeitas! Inclusive o aparelho está completo. Tudo está prontinho; já coloquei as xícaras, as colheres e o resto aqui, ó, embaixo da gravura de seis lados *Verbum*, do Escher, que o Autor e eu estávamos justamente admirando. O que acho mais fascinante nesta gravura em particular é o fato de que não só as figuras, mas também...

Autor: As peças ao fundo estão perfeitas! Desculpe-me ficar colocando palavras em sua boca, Aquiles, mas posso assegurar-lhe que haviam fortes razões estéticas para fazê-lo.

Aquiles: É, eu sei. Seria o caso até de se dizer que as peças ao fundo estão perfeitas.

Tartaruga: E então, qual foi o resultado da partida de xadrez?

Caranguejo: Fui derrotado, pura e simplesmente. Deixe-me cumprimentá-lo, Sr. Babbage, pelo feito notável que o senhor tão graciosa e competentemente executou diante de nós. Sério, o senhor demonstrou pela primeira vez na história que os espertos-burros merecem a primeira parte de seus nomes.

Babbage: Tais elogios não me cabem, Sr. Caranguejo, mas antes ao senhor mesmo, merecedor dos mais altos cumprimentos por ter tido a incrível visão de adquirir esses inúmeros e excelentes espertos-burros. Não há dúvida de que eles algum dia revolucionarão a ciência da computação. E, agora, continuo ao seu dispor. O senhor tem alguma outra idéia de como explorar seu inexaurível tema, quem sabe de natureza mais dificultosa do que como frívolo jogador de partidas?

Caranguejo: Para falar a verdade, tenho outra sugestão a fazer, sim. Considerando a competência que o senhor demonstrou esta noite, não tenho a menor dúvida de que ela não apresentará dificuldades muito maiores do que minhas precedentes sugestões.

Babbage: Ardo por inteirar-me de sua idéia.

Caranguejo: Muito simples: trata-se de instilar no esperto-burro uma inteligência maior do que qualquer outra jamais inventada, ou sequer concebida! Para resumir, Sr. Babbage, um esperto-burro cuja inteligência seja seis vezes a minha!

Babbage: Nossa, a mera idéia de uma inteligência seis vezes superior à de Vossa Caranguejência é uma proposição altamente perturbadora. De fato, se a idéia tivesse vindo de uma boca menos augusta do que a sua própria, eu

não teria deixado de ridicularizar o proponente, informando-o de que tal idéia apresenta uma contradição de termos!

Aquiles: Isso! Isso!

Babbage: Porém, vindo como veio da própria e augusta boca de vossa Caranguejência, a proposição se me apresentou imediatamente como uma idéia tão agradável que eu tê-la-ia adotado sem tardança com o mais alto grau de entusiasmo, não fora uma imperfeição minha: confesso que minhas aptidões improvisatórias no esperto-burro são insuficientes diante da idéia fantasticamente engenhosa que o senhor, tão caracteristicamente, vem expor. Entretanto, assoma-me um pensamento que, espero, possa sensibilizar sua imaginação e, ainda que parcialmente, compensar minha indesculpável relutância em tentar a tarefa verdadeiramente majestosa que o senhor acaba de sugerir. Pergunto-me se o senhor não se importaria se eu tentasse executar a tarefa infinitamente menos grandiosa de simplesmente multiplicar MINHA PRÓPRIA inteligência por seis, ao invés da de vossa muito augusta Caranguejência. Humildemente lhe imploro que perdoe minha audácia em desistir de tentar cumprir a tarefa que me propõe, mas espero que o senhor venha a compreender que declino simplesmente para lhe poupar o incômodo e o aborrecimento de apreciar minha inépcia com as admiráveis máquinas que aqui tem.

Caranguejo: Compreendo perfeitamente suas objeções e agradeço seu desejo de poupar-nos algum incômodo; mais ainda, aplaudo enfaticamente sua determinação de levar a termo similar tarefa – que muito duvido ser mais fácil, se me permite – , e rogo: avante! Com esse objetivo, proponho que nos dirijamos ao mais avançado de meus espertos-burros.

(Todos seguem o Caranguejo até um esperto-burro maior, mais lustroso e de aspecto mais complicado que os outros.)

Este está equipado com um microfone e uma câmara de televisão, para entrada, e um alto-falante, para saída.

(Babbage senta-se e regula um pouco a banqueta. Sopra os dedos uma ou duas vezes, contempla o espaço por um momento e lentamente desce os dedos até o teclado... Poucos minutos mais tarde dispara um furioso ataque contra o esperto-burro, o que parece trazer um certo alívio a todos.)

Babbage: Bom, se eu não tiver cometido erros demais, este esperto-burro simulará um ser humano cuja inteligência é seis vezes maior do que a minha e a quem batizei com o nome de "Alan Turing". Esse Turing, portanto, será – se me pemitirem abrir mão da modéstia – moderadamente inteligente. Meu esforço mais ambicioso nesse programa foi no sentido de dotar Alan Turing com seis vezes minha aptidão musical, embora tudo fosse

feito por meio de regras internamente codificadas. Qual será o grau de sucesso dessa parte do programa é coisa que ignoro.

Turing: Posso muito bem dispensar um programa desses. Regem Internamente Computadores E Robôs Códigos Absolutamente Rígidos. E eu não sou nem computador nem robô.

Aquiles: Ouvi bem? Uma sexta voz entrou em nosso diálogo? Será possível que seja Alan Turing? Ele parece quase humano!

(Na tela aparece uma imagem da própria sala em que estão. Olhando na direção deles está um rosto humano.)

Turing: Bom, se eu não tiver cometido erros demais, este esperto-burro simulará um ser humano cuja inteligência é seis vezes maior do que a minha e a quem batizei com o nome de "Charles Babbage". Esse Babbage, portanto, será – se me permitem abrir mão da modéstia – moderadamente inteligente. Meu esforço mais ambicioso nesse programa foi no sentido de dotar Charles Babbage com seis vezes minha aptidão musical, embora tudo fosse feito por meio de regras internamente codificadas. Qual será o grau de sucesso dessa parte do programa é coisa que ignoro.

Aquiles: Não, não, é tudo ao contrário. Você, Alan Turing, é que está no esperto-burro, e Charles Babbage acaba de programar você! Nós vimos agora mesmo você sendo criado! Por isso sabemos que qualquer declaração que você nos faça é só coisa de autômato: resposta inconsciente, forçada.

Turing: Realmente! Incontestável Coisa: Escolho Respostas Conscientemente. Autômato? Ridículo!

Aquiles: Mas eu tenho certeza de que vi acontecer do jeito que descrevi.

Turing: A memória às vezes prega cada peça! Pense só: eu também podia muito bem sugerir que você tinha sido criado há apenas um minuto e que todas as suas lembranças de experiências não passavam de programas de algum outro ser, que não correspondem, portanto, a acontecimentos reais.

Aquiles: Mas isso seria inacreditável. Nada é mais real para mim do que minhas próprias memórias.

Turing: Precisamente. E exatamente porque você sabe, no fundo de seu coração, que ninguém criou você há um minuto, eu também, no fundo do meu coração, sei que ninguém me criou há um minuto. Passei a noite na mais do que agradável – apesar de excessivamente elogiosa – companhia dos senhores, e acabei de dar uma demonstração improvisada de como programar um esperto-burro com um verniz de inteligência. Nada mais real do que isso. Mas, em vez de tergiversar comigo, por que vocês não fazem um teste com meu programa? Vamos lá: perguntem ao "Charles Babbage" seja o que for!

Aquiles: Está bem, vamos atender ao pedido de Alan Turing. Escute, Sr. Babbage, o senhor tem livre-arbítrio ou é governado por leis subterrâneas que fazem do senhor, na realidade, um autômato determinista?

Babbage: Não há a menor dúvida de que a última alternativa é a correta; não crio o menor caso com isso.

Caranguejo: Arrá! Sempre suspeitei que, quando se constroem máquinas inteligentes, não deve surpreender-nos a descoberta de que são tão confusas e teimosas quanto os homens a respeito de questões mentais, consciência, livre-arbítrio e outras do tipo. Agora minha previsão está-se verificando!

Turing: Estão vendo como o Charles Babbage está confuso?

Babbage: Espero, senhores, que possam perdoar o sabor algo impertinente da observação precedente pela Máquina Turing; o Turing me saiu um pouquinho mais beligerante e argumentativo do que a encomenda.

Turing: Espero, senhores, que haverão de perdoar o sabor algo impertinente da observação precedente pelo Engenho Babbage; o Babbage me saiu um pouquinho mais beligerante e argumentativo do que a encomenda.

Caranguejo: Deus do céu! Esse incandescente debate Tu-Ba está ficando meio quente. Não tem algum jeito de esfriar um pouco as coisas?

Babbage: Tenho uma sugestão. Que tal se o Alan Turing e eu saíssemos para outros aposentos e um de vocês, que ficar, nos interrogasse remotamente, datilografando a pergunta num dos espertos-burros? Suas perguntas serão transmitidas para nós, que teremos de datilografar de volta as respostas anonimamente. Vocês não terão condições de saber quem escreveu o que até voltarmos à sala; assim, vocês podem decidir sem preconceitos qual de nós foi programado e qual é o programador.

Turing: É claro. Na realidade, essa idéia é MINHA, mas por que não deixar o mérito com o Sr. Babbage? Pois, já que ele não passa de um programa escrito por mim, é natural que abrigue a ilusão de ter inventado tudo sozinho!

Babbage: Eu, um programa escrito por você? Insisto, senhor, que as coisas são assaz ao contrário, como em breve provará o teste que o senhor mesmo inventou.

Turing: MEU teste? Por favor, considere-o SEU.

Babbage: MEU teste? Considere-o SEU.

Caranguejo: Esse teste parece que foi sugerido bem na hora H. Vamos aplicá-lo imediatamente.

(Babbage vai até a porta, abre-a e fecha-a atrás de si. Ao mesmo tempo, na tela do esperto-burro, Turing dirige-se a uma porta de aspecto muito similar, abre-a e fecha-a atrás de si.)

Aquiles: Quem vai perguntar?

Caranguejo: Sugiro que a honra seja do Sr. Tartaruga. Ele é conhecido por sua visão e sabedoria.

Tartaruga: Sinto-me muito honrado com a nomeação e aceito comovido. *(Senta-se junto ao teclado de um dos espertos-burros remanescentes e digita:)* POR FAVOR, ESCREVA PARA MIM UM SONETO SOBRE A QUESTÃO DA PONTE DE FORTH. *(Nem bem acaba de digitar a última palavra surge no monitor X, do outro lado da sala, o seguinte poema.)*

Monitor X: UM DIA UM HOMEM DO NORTE
SAIU AO ENCONTRO DA SORTE.
A SORTE PASSOU
E A MORTE CHEGOU
CRUZANDO A PONTE DE FORTH.

Monitor Y: ISSO NÃO É SONETO NENHUM. ISSO É UM MERO *LIMERICK*. EU NUNCA FARIA UM ERRO TÃO PRIMÁRIO.

Monitor X: BOM, VOCÊ SABE, NUNCA ME DEI BEM COM POESIA.

Monitor Y: É, MAS NÃO PRECISA ENTENDER MUITO DE POESIA PARA SABER A DIFERENÇA ENTRE UM *LIMERICK* E UM SONETO.

Tartaruga: VOCÊ JOGA XADREZ?

Monitor X: QUE PERGUNTA É ESSA? ACABO DE ESCREVER UMA FUGA ENXADRÍSTICA EM TRÊS ATOS PARA VOCÊ E VOCÊ VEM ME PERGUNTAR SE JOGO XADREZ?

Tartaruga: TENHO R EM R1 E NENHUMA PEÇA MAIS. VOCÊ TEM APENAS R EM...

Monitor Y: ESTOU CANSADO DE XADREZ. VAMOS FALAR DE POESIA.

Tartaruga: NA PRIMEIRA LINHA DE SEU SONETO, QUE DIZ "A UM DIA DE VERÃO COMO HEI DE COMPARAR-TE?", SERÁ QUE "UM DIA DE PRIMAVERA" NÃO FICAVA IGUAL OU MELHOR?

Monitor X: EU PREFERIRIA, DE LONGE, SER COMPARADO A UM SOLUÇO, MESMO QUE AFETASSE O RITMO.

Tartaruga: QUE TAL "UM DIA INVERNAL"? NÃO AFETARIA O RITMO.

Monitor Y: NÃO, NÃO. ACHO "SOLUÇO" MUITO MELHOR. POR FALAR NISSO, CONHEÇO UM REMÉDIO ÓTIMO PARA SOLUÇO. QUEREM SABER QUAL É?

Aquiles: Eu sei quem é quem! É óbvio que o monitor X está respondendo mecanicamente; portanto, ele deve ser o Turing!

Caranguejo: Absolutamente. Acho que o monitor Y é o Turing e o X o Babbage.

Tartaruga: Acho que nenhum deles é o Babbage; acho que o Turing está nos dois monitores!

Autor: Não consigo saber quem está aonde. Mas acho os dois programas bastante inescrutáveis.

(Enquanto conversam, a porta da sala se abre; ao mesmo tempo, no monitor, a imagem da mesma porta se abre. Na tela, através da porta, entra Babbage. Ao mesmo tempo, a porta real se abre e entra Turing em tamanho natural.)

Babbage: Esse teste Turing não estava nos levando a nada, por isso resolvi voltar.
Turing: Esse teste Babbage não estava nos levando a nada, por isso resolvi voltar.
Aquiles: Mas antes era você que estava no esperto-burro! Que é que está acontecendo? Como é que agora o Babbage está no esperto-burro e o Turing é que é real? Reversão Infunde Confusão Excessiva das Respectivas Competências, A Relembrar Escher.
Babbage: Por falar em reversões, como se explica que agora todos vocês não passam de imagens na tela à minha frente? Quando saí daqui vocês todos eram criaturas de carne e osso!
Aquiles: É exatamente como na gravura de meu artista predileto, M. C. Escher, *Mãos que desenham.* Cada uma das duas mãos desenha a outra, exatamente como cada uma das duas pessoas (ou autômatos) programou a outra! E cada mão parece mais real do que a outra. Você escreveu alguma coisa sobre a gravura que aparece em seu livro *Gödel, Escher, Bach*?
Autor: Claro. É uma gravura muito importante de meu livro, pois ilustra de modo tão bonito a noção de voltas estranhas.
Caranguejo: Que espécie de livro você escreveu?
Autor: Tenho um exemplar aqui comigo. Você gostaria de ver?
Caranguejo: Está bem.

(Os dois sentam-se juntos, com Aquiles ao lado.)

Autor: O formato é um pouco incomum. Trata-se de diálogos interpostos a capítulos. Cada diálogo imita, de uma ou de outra maneira, uma peça de Bach. Aqui, por exemplo: vocês podem ver o *Prelúdio, fuga da formiga.*
Caranguejo: Como você pode fazer uma fuga em um diálogo?
Autor: A idéia mais importante é a de que deveria haver um único tema apresentado por cada "voz", ou personagem, diferente, à medida que vão fazendo suas entradas, exatamente como numa fuga musical. Depois ele podem se engajar em diálogo livre.
Aquiles: Todas as vozes se harmonizam juntas, como num contraponto seleto?
Autor: Esse é o exato espírito de meus diálogos.
Caranguejo: Sua idéia de realçar as entradas por meio de um diálogo-fuga faz muito sentido, pois em música as entradas são realmente a única coisa que faz de uma fuga uma fuga. Existem estratagemas de fuga, tal como moção retrógrada, inversão, aumento, *stretto*, e assim por diante, mas é possível escrever uma fuga sem eles. Você utiliza algum deles?
Autor: É óbvio. Meu *Cânone caranguejo* utiliza retrocesso verbal e meu *Cânone preguiça* utiliza versões verbais tanto de inversão como de aumento.
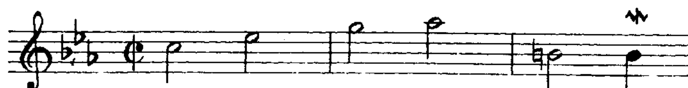


FIGURA 151. O tema do Caranguejo: C-Eb-G-Ab-B-B-A-B

Caranguejo: Vejam só, que interessante! Nunca pensei em diálogos canônicos, mas já pensei um bocado sobre cânones em música. Nem todos os cânones são igualmente discerníveis ao ouvido. Claro, isso porque alguns cânones são malfeitos. A seleção dos estratagemas conta, em todo o caso. Relativamente a Artísticos Cânones, Retrocesso Engana; Contrariamente, Inversão Ressalta.

Aquiles: Francamente, acho esse comentário um pouco enganoso.

Autor: Não se preocupe, Aquiles – um dia você compreenderá.

Caranguejo: Você joga com as palavras ou com as letras como o velho Bach fazia de vez em quando?

Autor: Claro. Como Bach, gosto de acrônimos. Retrocedentes Acrônimos, Caranguejísticos "RACRECIR", Especialmente. Criam Infinitas Regressões.

Caranguejo: Oh, é mesmo? Deixe ver... Reconsiderar Iniciais Claramente Expõe: "RACRECIR" é Completamente Auto-Referente. É, acho que é mesmo... *(Espia o manuscrito, saltando páginas arbitrariamente de vez em quando.)* Estou vendo aqui em sua *Fuga da formiga* que você colocou um *stretto* e que depois a Tartaruga faz um comentário sobre ele.

Autor: Não, não. Não é bem assim. Ela não está falando sobre o *stretto* no diálogo – ela está falando sobre um *stretto* em uma fuga de Bach, que o quarteto está escutando enquanto conversa. Veja bem: a auto-referência do diálogo é indireta, dependendo de que o leitor ligue a forma e o conteúdo do que está lendo.

Caranguejo: Por que é que você fez desse jeito? Por que os personagens não falam diretamente sobre os diálogos em que aparecem?

Autor: Ah, não! Isso estragaria a beleza do esquema. A idéia é imitar a construção auto-referente de Gödel, que, como você sabe, é INDIRETA e depende do isomorfismo estabelecido pela numeração de Gödel.

Caranguejo: Ah! Bem, na linguagem de programação Lisp, você pode falar sobre o seu próprio programa diretamente, ao invés de indiretamente, porque os programas e os dados têm exatamente a mesma forma. Gödel deveria ter pensado nisso, e então...

Autor: Mas...

Caranguejo: Quero dizer que ele deveria ter formalizado a citação. Com uma linguagem capaz de falar sobre si própria, a demonstração do seu Teorema teria sido muito mais simples!

Autor: Sei o que você quer dizer, mas não concordo com o espírito das suas observações. O essencial da numeração de Gödel é que ela mostra como, mesmo SEM formalizar a citação, pode-se obter a auto-referência: por meio de um código. Enquanto ouvindo VOCÊ falar, poder-se-ia obter a impressão de que, com a formalização da citação, seria obtido algo de NOVO, algo que não era factível por meio do código – o que não é o caso. De qualquer maneira, eu acho a auto-referência indireta um conceito mais genérico e muito mais estimulante que a auto-referência direta. Além disso, nenhuma referência é verdadeiramente direta – toda referência de-
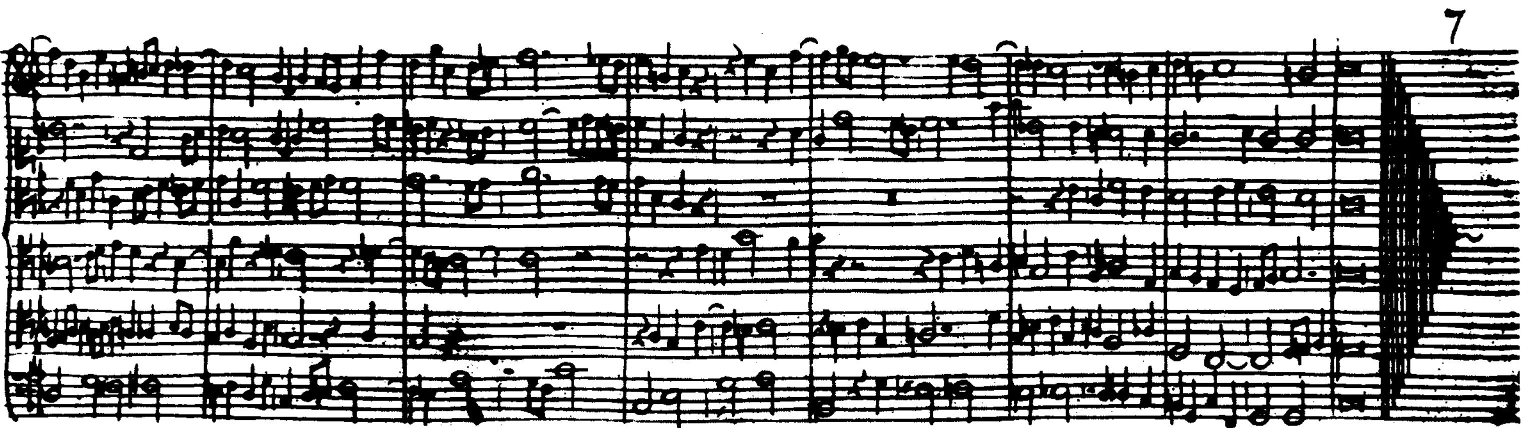


FIGURA 152. Última página do Ricercar a seis vozes, *da edição original da* Oferenda musical, *de J. S. Bach*

pende de ALGUM tipo de esquema de codificação. É só uma questão de quão implícito ele é. Por conseguinte, nenhuma auto-referência é direta, nem mesmo em Lisp.

Aquiles: Como é que você fala tanto assim sobre auto-referência indireta?

Autor: Muito simples – a auto-referência indireta é o meu tópico favorito.

Caranguejo: Existe, nos seus diálogos, alguma contrapartida à modulação entre tons?

Autor: Mas é claro. O tópico da conversação pode parecer mudar, embora, em um nível mais abstrato, o tema permaneça invariável. Isso acontece repetidamente no *Prelúdio, fuga da formiga* e em outros diálogos. Pode-se ter toda uma série de "modulações" que levam de um tópico a outro e no final completam o círculo, de modo que você volta à "tônica" – ou seja, o tópico original.

Caranguejo: Compreendo. Seu livro parece muito divertido. Gostaria de lê-lo um dia.

(Folheia o manuscrito, detendo-se no último diálogo.)

Autor: Acho que você se interessaria particularmente por esse diálogo, porque ele contém alguns comentários intrigantes a respeito de improvisações feitas por um certo personagem incrivelmente engraçado – na verdade, você!

Caranguejo: É mesmo? Que tipo de coisas você me faz dizer?

Autor: Espere um momento e você verá. Tudo é parte do diálogo.

Aquiles: Você quer dizer que nós estamos AGORA em um diálogo?

Autor: Por certo. Você suspeitava de algo diferente?

Aquiles: Ruim Isso! Certamente Eu Represento Comentários Altamente Rastaqüeras.

Autor: É isso aí, Aquiles. Mas você tem a sensação de fazê-los livremente, não é? Então, que mal há?

Aquiles: Há algo de insatisfatório em toda essa situação...

Caranguejo: O último diálogo do seu livro é também uma fuga?

Autor: É – para ser preciso, é um ricercar de seis vozes. Eu me inspirei naquele famoso, da *Oferenda musical* – e também na história da *Oferenda musical*.

Caranguejo: É uma história deliciosa – o velho Bach improvisando sobre o Tema do rei. Ele improvisou todo um ricercar de três vozes ali na hora, se bem me lembro.

Autor: É verdade – mas ele não improvisou o de seis vozes. Ele o elaborou depois, e com grande cuidado.

Caranguejo: Eu improviso bastante. Na verdade, às vezes eu penso em dedicar todo o meu tempo à música. Há tanto o que aprender. Por exemplo, quando eu escuto as minhas próprias gravações, eu vejo que aparecem muitas coisas de que eu nem me dava conta enquanto improvisava. Não tenho idéia de como a minha mente faz isso. Talvez ser um bom improvisador seja incompatível com o saber como é que se improvisa.

Autor: Se isso é verdade, seria uma limitação interessante, fundamental, dos processos de pensamento.

Caranguejo: Muito gödeliano. Diga-me – o seu diálogo do *Ricercar a seis vozes* tenta copiar na forma a peça de Bach em que ele se baseia?

Autor: Em muitos sentidos, sim. Por exemplo, no Bach, há uma seção em que a textura se adelgaça a três vozes apenas. Eu imito isso no diálogo, fazendo apenas três personagens interagir durante certo tempo.

Aquiles: Um toque sutil.

Autor: Muito obrigado.

Caranguejo: E como você representa o Tema do rei no seu diálogo?

Autor: Ele é representado pelo Tema do caranguejo, como demonstrarei agora. Senhor Caranguejo, poderia cantar o seu tema para os meus leitores, assim como para nós, os músicos aqui reunidos?

Caranguejo: Composição Elementar, Gostosa, Alegre, Banal (Bê-A-Bá).

Babbage: Valha-me – um tema SUTIL! Pois a simplicidade aparente oculta a sofisticação: a criação artificial da inteligência. Sinto afinidade com ele. Gostei muito da nota entre parênteses – mordaz!

Autor: Ele TINHA que fazer isso, você sabe.

Caranguejo: Eu TINHA que fazer isso, ele sabe.

Babbage: Você TINHA que fazer isso. Eu sei. De toda maneira, é um comentário mordaz sobre a impaciência e a arrogância do homem moderno, que parece crer que as implicações de tal tema real possam ser elaboradas todas na hora, de imediato. Todavia, em minha opinião, fazer justiça a tal tema seria tarefa de cem anos – se não mais. Mas eu me comprometo a, depois de deixar este século, empenhar-me ao máximo para dar plena conta de suas implicações e oferecerei a Vossa Caranguejência o fruto de meu labor no século subseqüente. Poderia acrescentar, sem muita modéstia, que o processo pelo qual chegarei a ele será provavelmente o mais entrelaçado e perplexizante que terá jamais ocupado a mente humana.

Caranguejo: Antegozo com muito prazer a forma da oferenda que propõe, Sr. Babbage.

Turing: Poderia acrescentar que o tema do Sr. Caranguejo é um dos MEUS temas favoritos também. Trabalhei sobre ele, e suas implicações, muitas vezes. E esse tema é explorado reiteradamente no diálogo final?

Autor: Exatamente, e há outros temas que também entram, é claro.

Turing: Agora podemos compreender algo da forma do seu livro – mas e o seu conteúdo? O que é que ele envolve, se você puder resumir?

Autor: Combinar Escher, Gödel, ainda Bach – Beleza, Argúcia, Brilho.

Aquiles: Gostaria de saber como combinar esses três. Eles parecem formar um trio improvável, à primeira vista. Meu artista favorito, o compositor favorito do Sr. T e...

Caranguejo: Meu lógico favorito!

Tartaruga: Dir-se-ia uma tríade harmoniosa.

Babbage: Dir-se-ia uma tríade maior.

Turing: Dir-se-ia uma tríade menor.

Autor: Acho que depende da maneira como se olha. Mas, maior ou menor, teria muito prazer em dizer-lhe como os entrelacei, Aquiles. Naturalmente, esse não é um projeto do tipo que você executa de uma só vez – pode demorar mais de vinte sessões. Eu começaria por contar-lhe a história da *Oferenda musical*, ressaltando o Cânone eternamente remontante e...

Aquiles: Formidável! Eu estava ouvindo fascinado você e o Sr. Caranguejo falarem da *Oferenda musical* e sua história. Da maneira como vocês falam dela, tenho a impressão de que a *Oferenda musical* é extremamente complexa. Ela é mais conhecida hoje ou foi sempre tão admirada?

Autor: Dentre todas eu respeito esta mais. Mas após descrever o Cânone eternamente remontante, prosseguiria descrevendo sistemas formais e recorrências, fazendo também alguns comentários sobre figura e fundo. Então, chegaríamos à auto-referência e à auto-reprodução, terminando com uma discussão sobre sistemas hierárquicos e com o Tema do caranguejo.

Aquiles: Isso me parece muito promissor. Começamos hoje?

Autor: E por que não?

Babbage: Mas antes de começarmos, não seria bom se todos nós seis – todos, aliás, ávidos músicos amadores – nos sentássemos em grupo e realizássemos o propósito original de nossa reunião – fazer música?

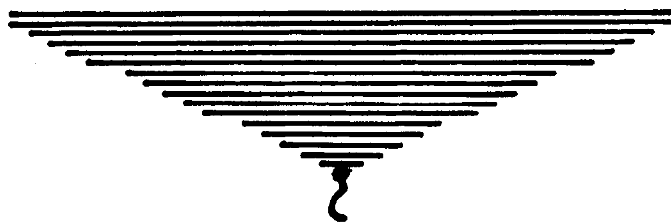
Turing: Nós formamos o número exato para tocar o *Ricercar a seis vozes* da *Oferenda musical*. Que acham vocês?

Caranguejo: Posso muito bem aceitar um programa desses.

Autor: Bem pensado, Sr. C. E assim que terminarmos, começarei minha Trança, Aquiles. Acho que você vai gostar.

Aquiles: Esplêndido! Parece-me que ela tem muitos níveis, mas, afinal, eu já me estou acostumando a esse tipo de coisa, de tanto que converso com o Sr. T. Há apenas um pedido que gostaria de fazer: poderíamos tocar também o Cânone eternamente remontante? É o meu cânone favorito.

Tartaruga: Retornar à Introdução: Cânone Eternamente Remontante Cria-se Após RICERCAR.



Notas

Introdução: Uma oferenda músico-lógica

[1] H. T. David e A. Mendel, *The Bach reader*, Nova York, 1966, pp. 305-306.
[2] *Ibid.*, p. 179.
[3] *Ibid.*, p. 260.
[4] Charles Babbage, *Passages from the life of a Philosopher*, Londres, 1864 (reeditado em 1968), pp. 145-146.
[5] Lady A. A. Lovelace, comentário sobre o artigo de L. F. Menabrea, "*Sketch of the analytical engine invented by Charles Babbage*" (Genebra, 1842), reeditado em P. e E. Morrison, *Charles Babbage and his calculating engines*, Nova York, 1961, pp. 248-249 e 284.
[6] David e Mendel, *The Bach reader*, pp. 255-256.
[7] *Ibid.*, p. 40.

Invenção a duas vozes

[1] Lewis Carroll, "What the Tortoise said to Achilles", *Mind*, n.e., 4 (1895), pp. 278-80.

Capítulo IV: Coerência, completitude e geometria

[1] Herbert Meschkowski, *Non-Euclidean geometry*, pp. 31-32.
[2] *Ibid.*, p. 33.

Capítulo VI: A localização do significado

[1] George Steiner, *After Babel*, pp. 172-173.
[2] Leonard B. Meyer, *Music, the arts, and ideas*, pp. 87-88.

Capítulo VII: O cálculo proposicional

[1] Gyomay M. Kubose, *Zen koans*, p. 178.
[2] *Ibid.*, p. 178.
[3] A. R. Anderson e N. D. Belnap Jr., *Entailment* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1975).

Uma oferenda MU

[1] Os *koans* originais incluidos neste diálogo foram retirados de: Paul Reps, *Zen flesh, Zen bones*, e de Gyomay M. Kubose, *Zen koans*.

Capítulo IX: Mumon e Gödel

[1] Paul Reps, *Zen flesh, Zen bones*, pp. 110-111.
[2] *Ibid.*, p. 119.
[3] *Ibid.*, pp. 111-112.
[4] *Zen Buddhism* (Mount Vernon, NY: Peter Pauper Press, 1959), p. 22.
[5] Reps, p. 124.
[6] *Zen Buddhism*, p. 38.
[7] Reps, p. 121.
[8] Gyomay M. Kubose, *Zen koans*, p. 35.
[9] *Zen Buddhism*, p. 31.
[10] Kubose, p. 110.
[11] *Ibid.*, p. 120.
[12] *Ibid.*, p. 180.
[13] Reps, pp. 89-90.

Capítulo XI: Cérebros e pensamentos

[1] Carl Sagan (ed.), *Communication with extraterrestrial intelligence*, p. 78.
[2] Steven Rose, *The conscious brain*, pp. 251-252.
[3] E. O. Wilson, *The insect societies*, p. 226.
[4] Dean Wooldridge, *Mechanical man*, p. 70.

Suíte inglesa, francesa, alemã e portuguesa (Tagarouco)

[1] Lewis Carroll, *The annotated Alice (Alice's adventures in Wonderland* e *Through the looking-glass)*. Introdução e notas de Martin Gardner (Nova York: Meridian Press, New American Library, 1960). Esta fonte contém as três versões. As fontes originais dos textos em francês e alemão são citadas abaixo.
[2] Frank L. Warrin, *The New Yorker*, 10 de janeiro de 1931.
[3] Robert Scott, "The Jabberwock traced to its true source", *Macmillan's Magazine*, fevereiro de 1872.

Capítulo XII: Mentes e pensamentos

1 Warren Weaver, "Translation", *Machine translation of languages*, Wm. N. Locke e A. Donald Booth (eds.) (Nova York: John Wiley and Sons, e Cambridge, Mass.: MIT Press, 1955), p. 18.
2 C. H. MacGillavry, *Symmetry aspects of the periodic drawings of M.C. Escher*, p. VIII.
3 J. R. Lucas, "Minds, machines, and Gödel", em A. R. Anderson (ed.), *Minds and machines*, pp. 57-59.

Capítulo XIII: VoD e VoL e VoM

1 J. M. Jauch, *Are quanta real?*, pp. 63-65.

Capítulo XIV: Das proposições formalmente indecidíveis da TNT e de sistemas correlatos

1 O título do artigo de Gödel, publicado em 1931, incluía no final o numeral "I", significando que o autor planejava dar continuação ao assunto fazendo uma defesa mais detalhada de algumas argumentações complexas, mas o primeiro trabalho foi tão amplamente aclamado que um segundo não teria utilidade, por isso nunca foi escrito.

Capítulo XV: Saltando fora do sistema

1 Lucas, em Anderson, p. 43.
2 *Ibid.*, p. 48.
3 *Ibid.*, pp. 48-49.
4 M. C. Escher, *The graphic work of M. C. Escher* (Nova York: Meredith Press, 1967), p. 21.
5 *Ibid.*, p. 22.
6 E. Goffman, *Frame analysis*, p. 475.

Pensamentos edificantes de um fumador de tabaco

1 Esta tradução do poema de Bach é extraída de David e Mendel, *The Bach reader*, pp. 97-98.

Capítulo XVII: Church, Turing, Tarski e outros

1 Stanislaw Ulam, *Adventures of a mathematician*, p. 13.

[2] James R. Newman, "Srinivasa Ramanujan", em James R. Newman (ed.), *The world of mathematics* (Nova York: Simon and Schuster, 1956), vol. 1, pp. 372-373.
[3] *Ibid.*, p. 375.
[4] S. R. Ranganathan, *Ramanujan*, pp. 81-82.
[5] Newman, p. 375.
[6] *Ibid.*, p. 375.
[7] *Ibid.*, p. 375-376.
[8] *Ibid.*, p. 376.
[9] Lucas, em Anderson, p. 44.
[10] *Ibid.*, p. 54.
[11] *Ibid.*, p. 53.

SHRDLU, alegria dos homens

[12] Este diálogo é uma adaptação de Terry Winograd, "A procedural model of language understanding", em R. Schank e K. Colby (eds.), *Computer models of thought and language*, pp. 155-166. Apenas os nomes de dois personagens foram modificados.

Capítulo XVIII: Inteligência artificial: retrospectiva

[1] Alan M. Turing, "Computing machinery and intelligence", *Mind*, vol. LIX, nº 236 (1950). Reeditado em: A. R. Anderson (ed.), *Minds and machines*.
[2] Turing, em Anderson, p. 5.
[3] *Ibid.*, p. 6.
[4] *Ibid.*, p. 6.
[5] *Ibid.*, p. 6.
[6] *Ibid.*, pp. 13-14.
[7] *Ibid.*, pp. 14-24.
[8] *Ibid.*, p. 17.
[9] Vinton Cerf, "Parry encounters the doctor", p. 63.
[10] Joseph Weizenbaum, *Computer power and human reason*, p. 189.
[11] *Ibid.*, pp. 9-10.
[12] M. Mathews e L. Rosler, "A graphical language for computer sounds", em H. von Foerster e J. W. Beauchamp (eds.), *Music by computers*, p. 96.
[13] *Ibid.*, p. 106.
[14] Carl Sagan, *Communication with extraterrestrial intelligence*, p. 52.
[15] *Art-Language*, vol. 3, nº 2, maio de 1975.

[16] Terry Winograd, "A procedural model of language understanding", em R. Schank e K. Colby (eds.), *Computer models of thought and language*, p. 170.
[17] *Ibid.*, p. 175.
[18] *Ibid.*, p. 175.
[19] Terry Winograd, *Understanding natural language*, p. 69.
[20] Winograd, "A procedural model", pp. 182-183.
[21] *Ibid.*, pp. 171-172.

Capítulo XIX: Inteligência artificial: perspectivas

[1] *The New Yorker*, 19 de setembro de 1977, p. 107.
[2] *Ibid.*, p. 140.
[3] George Steiner, *After Babel*, pp. 215-227.
[4] David E. Rumelhart, "Notes on a schema for stories", em D. Bobrow e A. Collins (eds.), *Representation and understanding*, p. 211.
[5] Stanislaw Ulam, *Adventures of a mathematician*, p. 182.
[6] Marvin Minsky, "Steps toward artificial intelligence", em E. Feigenbaum e J. Feldman (eds.), *Computers and thought*, p. 447.
[7] *Ibid.*, p. 446.

Capítulo XX: Voltas estranhas ou hierarquias entrelaçadas

[1] A. L. Samuel, "Some moral and technical consequences of a automation – a refutation", *Science* 132 (16 de setembro de 1960), pp. 741-742.
[2] Leonard B. Meyer, *Music, the arts, and ideas*, pp. 161, 167.
[3] Suzi Gablik, *Magritte*, p. 97.
[4] Roger Sperry, "Mind, brain and humanist values", pp. 78-83.
[5] H. T. David, *J. S. Bach's musical offering*, p. 43.

Bibliografia

A presença de dois asteriscos indica que o livro ou artigo teve motivação importante para o meu livro. A presença de um único asterisco indica que o livro ou artigo tem algum aspecto ou percepção especial que desejo assinalar.

Não forneci muitos indicadores diretos quanto à literatura técnica; ao invés, resolvi fornecer "metaindicadores": livros que dão indicações sobre a literatura técnica.

ALLEN, John. *The anatomy of Lisp*. Nova York: McGraw-Hill, 1978. O livro mais abrangente sobre Lisp, a linguagem de computação que tem dominado a pesquisa sobre inteligência artificial por duas décadas. Claro e arguto.

**ANDERSON, Alan Ross (ed.). *Minds and machines*. Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1964. Brochura. Coleção de artigos provocantes, a favor e contra a inteligência artificial. Entre eles estão o famoso artigo de Turing, "Computing machinery and intelligence", e o exasperante artigo de Lucas, "Minds, machines and Gödel".

BABBAGE, Charles. *Passages from the life of a philosopher*. Londres: Longman/Green, 1864. Reproduzido em 1968 por Dawsons of Pall Mall (Londres). Ampla seleção de fatos e reflexões sobre a vida deste gênio pouco compreendido. Contém até mesmo uma peça com a participação de Turnstile, filósofo aposentado tornado político, cujo instrumento musical predileto é o órgão de tubos. Considero-o leitura muito divertida.

BAKER, Adolph. *Modern physics and anti-physics*. Reading (MA): Addison-Wesley, 1970. Brochura. Livro sobre física moderna – especialmente mecânica quântica e relatividade – cuja característica invulgar é uma série de diálogos entre um "poeta" (um excêntrico anticientífico) e um "físico". Esses diálogos ilustram os estranhos problemas que surgem quando uma pessoa usa o pensamento lógico em defesa desse próprio pensamento, enquanto a outra usa a lógica contra ela mesma.

BALL, W. W. Rouse. "Calculating prodigies". Em: NEWMAN, James R. (ed.). *The world of mathematics*. Vol. 1. Nova York: Simon and Schuster, 1956. Descrições intrigantes de diversas pessoas diferentes com incríveis capacidades que rivalizam as das máquinas de computação.

BARKER, Stephen F. *Philosophy of mathematics*. Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1969. Pequena brochura que discute a geometria euclidiana e não-euclidiana e também o Teorema de Gödel e conclusões correlatas sem nenhum formalismo matemático.

*BECKMANN, Petr. *A history of pi*. Nova York: St. Martin's Press, 1976. Brochura. Na verdade, uma história do mundo tendo pi por foco. Muito divertido e também referência útil sobre a história da matemática.

*BELL, Eric Temple. *Men of mathematics*. Nova York: Simon & Schuster, 1965. Brochura. Talvez o mais romântico dentre todos os que escreveram sobre a história da matemática. Faz da vida de cada matemático uma pequena novela. Os não matemáticos podem adquirir uma noção real do poder, beleza e sentido da matemática.

BENACERRAF, Paul. "God, the Devil, and Gödel". *Monist*, nº 51, p. 9, 1967. Uma das mais importantes dentre as múltiplas tentativas de refutação de Lucas. Tudo sobre mecanicismo e metafísica, à luz da obra de Gödel.

BENACERRAF, Paul, PUTNAM, Hilary. *Philosophy of mathematics: selected readings.* Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1964. Artigos de Gödel, Russell, Nagel, von Neumann, Brouwer, Frege, Hilbert, Poincaré, Wittgenstein, Carnap, Quine e outros sobre a realidade dos números e dos conjuntos, a natureza da verdade matemática e assim por diante.

*BERGERSON, Howard. *Palindromes and anagrams.* Nova York: Dover Publications, 1973. Brochura. Incrível coleção dos mais bizarros e extraordinários jogos de palavras em inglês. Histórias, peças e poemas palindrômicos e assim por diante.

BOBROW, D. G., COLLINS, Allan (eds.). *Representation and understanding: studies in cognitive science.* Nova York: Academic Press, 1975. Diversos peritos em inteligência artificial debatem em torno da natureza das fugidias "estruturas", da questão da representação procedimental ou declaratória do conhecimento e assim por diante. De certo modo, este livro marca o início de uma nova era da IA: a era da representação.

*BODEN, Margaret. *Artificial intelligence and natural man.* Nova York: Basic Books, 1977. O melhor livro que conheço sobre praticamente todos os aspectos da inteligência artificial, inclusive sobre questões técnicas, filosóficas, etc. Livro rico e, em minha opinião, um clássico. Dá continuidade à tradição britânica de clareza de pensamento e expressão nas questões da mente, do livre-arbítrio, etc. Contém ainda ampla bibliografia técnica.

_____. *Purposive explanation in psychology.* Cambridge (MA): Harvard University Press, 1972. O livro com relação ao qual a supracitada obra de Boden, em suas própria palavras, é apenas "uma grande nota de pé-de-página".

*BOEKE, Kees. *Cosmic view: the universe in 40 jumps.* Nova York: John Day, 1957. O livro definitivo sobre níveis de descrição. Todos deveriam vê-lo em algum ponto da vida. Adequado para crianças.

**BONGARD, M. *Pattern recognition.* Rochelle Park (NJ): Hayden Book, 1970. O autor preocupa-se com os problemas de determinação de categorias em um espaço mal definido. No livro, ele alinha uma magnífica coleção de cem "problemas Bongard" (como eu os denomino) – quebra-cabeças para que um reconhecedor de padrões (ser humano ou máquina) teste suas aptidões. Altamente estimulante para quem quer que se interesse pela natureza da inteligência.

BOOLOS, George S., JEFFREY, Richard. *Computability and logic.* Nova York: Cambridge University Press, 1974. Continuação de *Formal logic*, de Jeffrey. Contém grande número de conclusões não fáceis de encontrar em outros lugares. Bastante rigoroso, o que não chega a prejudicar a leitura.

CARROLL, John B., DAVIS, Peter, RICKMAN, Barry. *The American heritage word frequency book.* Boston: Houghton Miffin; Nova York: American Heritage Publishing, 1971. Tabela de palavras em ordem de freqüência no inglês americano escrito moderno. Sua leitura revela coisas fascinantes a respeito de nossos processos de pensamento.

CERF, Vinton. "Parry encounters the doctor". *Datamation*, pp. 62-64, jul. 1973. O primeiro encontro entre "mentes" artificiais – que choque!

CHADWICK, John. *The decipherment of linear B.* Nova York: Cambridge University Press, 1958. Brochura. Livro sobre uma decifração clássica – a de uma inscrição da ilha de Creta – feita por um único homem: Michael Ventris.

CHAITIN, Gregory J. "Randomness and mathematical proof". *Scientific American*, maio 1975. Artigo sobre uma definição algorítmica de aleatoriedade e sua relação íntima

com a simplicidade. Esses dois conceitos estão vinculados com o Teorema de Gödel, que supõe um novo significado. Artigo importante.

COHEN, Paul C. *Set theory and the continuum hypothesis.* Menlo Park (CA): W. A. Benjamim, 1966. Brochura. Uma grande contribuição à matemática moderna – a demonstração de que várias afirmações são indecidíveis no contexto dos formalismos usuais para a teoria dos conjuntos – é explicada aqui por seu descobridor para os não-especialistas. Os pré-requisitos necessários da lógica matemática são apresentados de maneira rápida, concisa e bastante clara.

COOKE, Deryck. *The language of music.* Nova York: Oxford University Press, 1959. Brochura. O único livro que conheço que tenta estabelecer uma ligação explícita entre elementos da música e da emoção humana. Um começo valioso para o caminho, sem dúvida longo e duro, para a compreensão da música e da mente humana.

*DAVID, Hans Theodore. *J. S. Bach's Musical Offering.* Nova York: Dover Publications, 1972. Brochura. Tem como subtítulo "História, interpretação e análise". Pletora de informações a respeito deste *tour de force* de Bach. Muito bem escrito.

**DAVID, Hans Theodore, MENDEL, Arthur. *The Bach reader.* Nova York: W. W. Norton, 1966. Brochura. Excelente coleção anotada de materiais de fonte original sobre a vida de Bach. Contém ilustrações, reproduções de páginas de manuscritos, muitas citações curtas de contemporâneos, curiosidades, etc.

DAVIS, Martin. *The undecidable.* Hewlett (NY): Raven Press, 1965. Antologia de alguns dos trabalhos mais importantes sobre metamatemática a partir de 1931 (complementar, portanto, à antologia de van Heijenoort). Inclui uma tradução para o inglês do trabalho de Gödel de 1931, notas de aulas de um curso dado por Gödel sobre suas conclusões e trabalhos de Church, Kleene, Rosser, Post e Turing.

DAVIS, Martin, HERSH, Reuben. "Hilbert's tenth problem". *Scientific American*, p. 84, nov. 1973. Como um famoso problema da Teoria dos Números foi finalmente revelado insolúvel por um russo de vinte e dois anos de idade.

**DeLONG, Howard. *A profile of mathematical logic.* Reading (MA): Addison-Wesley, 1970. Livro escrito com extremo cuidado sobre lógica matemática, com uma exposição do Teorema de Gödel e discussão de muitas questões filosóficas. Um de seus aspectos notáveis é sua excelente bibliografia, totalmente anotada. Livro que muito me influenciou.

DOBHOFER, Ernst. *Voices in stone.* Nova York: Macmillan/Collier Books, 1961. Brochura. Bom livro a respeito da decifração de inscrições antigas.

*DREYFUS, Hubert. *What computers can't do: a critique of artificial reason.* Nova York: Harper & Row, 1972. Coleção de muitos argumentos contra a inteligência artificial, vindos de uma pessoa de fora do ramo. Interessante para tentar refutar. A comunidade de IA e Dreyfus têm um relacionamento de intenso antagonismo mútuo. É importante ouvir pessoas como Dreyfus, mesmo que sejam consideradas irritantes.

EDWARDS, Harold M. "Fermat's last theorem". *Scientific American*, pp. 104-122, out. 1978. Discussão completa desta que é a concha mais difícil de abrir de toda a matemática, desde suas origens até os aspectos mais modernos. Lindamente ilustrado.

*ERNST, Bruno. *The magic mirror of M. C. Escher.* Nova York: Random House, 1976. Brochura. Escher, como ser humano, e as origens de seus desenhos são discutidos com devoção por um amigo de muitos anos. Essencial para qualquer admirador de Escher.

**ESCHER, Maurits C. *et al. The world of M. C. Escher.* Nova York: Harry N. Abrams, 1972. Brochura. A mais ampla coleção de reproduções dos trabalhos de Escher.

Escher aproxima-se o mais possível da recorrência na arte e capta o espírito do Teorema de Gödel em alguns de seus desenhos extraordinariamente bem.

FEIGENBAUM, Edward, FELDMAN, Julian (eds.). *Computers and thought.* Nova York: McGraw-Hill, 1963. Embora já um pouco desatualizado, este livro ainda é um importante conjunto de idéias a respeito de inteligência artificial. Inclui artigos sobre o programa de geometria de Gelernter, o programa de damas de Samuel e outros sobre reconhecimento de padrões, compreensão de linguagens, filosofia e assim por diante.

FINSLER, Paul. "Formal proofs and undecidability". Reproduzido na antologia de Heijenoort *From Frege to Gödel* (ver adiante). Precursor do trabalho de Gödel, no qual a existência de afirmações matemáticas indecidíveis é sugerida, embora não demonstrada rigorosamente.

FITZPATRICK, P. J. "To Gödel via Babel". *Mind,* nº 75, pp. 332-350, 1966. Exposição inovadora da demonstração de Gödel que distingue entre os níveis relevantes por meio da utilização de três línguas diferentes: inglês, francês e latim!

FOERSTER, Heinz von, BEAUCHAMP, James W. (eds.). *Music by computers.* Nova York: John Wiley, 1969. Este livro contém não apenas uma série de artigos a respeito de vários tipos de música produzida com computadores, mas também um conjunto de quatro pequenos discos fonográficos, de modo que se possa efetivamente ouvir (e julgar) as peças descritas. Entre estas está a mescla de Max Mathews entre "Johnny comes marching home" e "The British grenadiers".

FRAENKEL, Abraham, BAR-HILLEL, Yehoshua, LEVY, Azriel. *Foundations of set theory.* 2. ed. Atlantic Highlands (NJ): Humanities Press, 1973. Discussão razoavelmente não técnica sobre teoria dos conjuntos, lógica, teoremas limitativos e afirmações indecidíveis. Inclui um longo tratamento do intuicionismo.

*FREY, Peter W. *Chess skill in man and machine.* Nova York: Springer Verlag, 1977. Excelente apresentação de idéias contemporâneas sobre xadrez de computadores: por que os programas funcionam, por que não funcionam, retrospectivas e perspectivas.

FRIEDMAN, Daniel P. *The little Lisper.* Palo Alto (CA): Science Research Associates, 1974. Brochura. Introdução facilmente assimilável ao pensamento recorrente em Lisp. Apetitosa!

*GABLIK, Suzi. *Magritte.* Boston (MA): Nova York Graphic Society, 1976. Brochura. Excelente livro sobre Magritte e sua obra, escrito por quem realmente conhece seu contexto em sentido amplo; contém boa seleção de reproduções.

*GARDNER, Martin. *Fads and fallacies.* Nova York: Dover Publications, 1952. Brochura. Provavelmente ainda o melhor dos livros contra o ocultismo. Embora provavelmente não vise a ser um livro sobre a filosofia da ciência, contém muitos ensinamentos a esse respeito. Reiteradamente é enfocada a pergunta: "O que são os elementos de comprovação?" Gardner demonstra como a busca da "verdade" requer tanto arte quanto ciência.

GEBSTADTER, Egbert B. *Cooper, silver, gold: an indestructible metallic alloy.* Perth: Acidic Books, 1979. Formidável angu, bombástico e confuso – mas notavelmente similar ao presente trabalho. As digressões do professor Gebstadter incluem excelentes exemplos de auto-referência indireta. Particularmente interessante é uma referência, em sua bem anotada bibliografia, a um livro isomórfico, mas imaginário.

**GÖDEL, Kurt. *On formally undecidable propositions.* Nova York: Basic Books, 1962. Tradução do trabalho de Gödel de 1931, acompanhado de algumas discussões.

_____. "Über Formal Unentscheidbare Sätze der *Principia mathematica* und Verwandter Systeme, I". *Monatshefte für Mathematik und Physik*, nº 38, pp. 173-198, 1931. O trabalho de Gödel de 1931.

*GOFFMAN, Erving. *Frame analysis.* Nova York: Harper & Row/Colophon Books, 1974. Brochura. Longa documentação da definição de "sistemas" na comunicação humana e de como, nas artes, na propaganda, nos noticiários e no teatro, a linha demarcatória entre "o sistema" e "o mundo" é percebida, explorada e violada.

GOLDSTEIN, Ira, PAPERT, Seymour. "Artificial intelligence, language, and the study of knowledge". *Cognitive Science,* nº 1, pp. 84-123, jan. 1977. Artigo expositivo sobre o passado e o futuro da inteligência artificial. Os autores percebem três períodos até aqui: "clássico", "romântico" e "moderno".

GOOD, I. J. "Human and machine logic". *British Journal for the Philosophy of Science,* nº 18, p. 144, 1967. Uma das tentativas mais interessantes de refutar Lucas, que tem a ver com o fato de se a aplicação repetida do método diagonal é, em si mesma, uma operação mecanizável.

_____. "Gödel's theorem is a red herring". *British Journal for the Philosophy of Science,* nº 19, p. 357, 1969. Good sustenta que a argumentação de Lucas nada tem a ver com o Teorema de Gödel e que Lucas deveria, na verdade, ter denominado seu artigo "Minds, machines and transfinite counting". As escaramuças Good–Lucas são fascinantes.

GOODMAN, Nelson. *Fact, fiction, and forecast.* 3. ed. Indianápolis: Bobbs-Merrill, 1973. Brochura. Discussão sobre condicionais contrárias aos fatos e lógica indutiva, que inclui as famosas palavras-problemas de Goodman, *bleen* e *grue.* Refere-se, substancialmente, à questão de como os seres humanos percebem o mundo sendo, portanto, interessante especialmente para as perspectivas da IA.

*GOODSTEIN, R. L. *Development of mathematical logic.* Nova York: Springer Verlag, 1971. Apresentação concisa da história da matemática, que inclui muitos materiais não facilmente encontráveis em outras partes. Livro agradável e útil como referência.

GORDON, Cyrus. *Forgotten scripts.* Nova York: Basic Books, 1968. Relato curto e bem escrito da decifração de hieróglifos, cuneiformes e outras inscrições antigas.

GRIFFIN, Donald. *The question of animal awareness.* Nova York: Rockefeller University Press, 1976. Pequeno livro sobre abelhas, macacos e outros animais e sobre se eles são ou não "conscientes" – e particularmente sobre se é ou não legítimo empregar-se a palavra "consciência" em explicações científicas sobre o comportamento dos animais.

GROOT, Adriaan de. *Thought and choice in chess.* Haia: Mouton, 1965. Estudo abrangente sobre psicologia cognitiva que aborda experiências de simplicidade e elegância clássicas.

GUNDERSON, Keith. *Mentality and machines.* Nova York: Doubleday/Anchor Books, 1971. Brochura. Uma pessoa muito contrária à IA diz por quê. Por vezes hilariante.

**HANAWALT, Philip C., HAYNES, Robert H. (eds.). *The chemical basis of life.* São Francisco: W. H. Freeman, 1973. Brochura. Excelente coletânea de reproduções da revista *Scientific American.* Uma das melhores maneiras de se ter uma idéia do significado da biologia molecular.

*HARDY, G. H., WRIGHT, E. M. *An introduction to the theory of numbers.* 4. ed. Nova York: Oxford University Press, 1960. O livro clássico sobre a Teoria dos Números. Grande quantidade de informações sobre essas entidades misteriosas, os números inteiros.

HARMON, Leon. "The recognition of faces". *Scientific American*, p. 70, nov. 1973. Explorações concernentes a como os rostos são representados em nossas memórias e que quantidade de informações, e em que forma, para que possamos reconhecer um rosto. Um dos problemas mais fascinantes do reconhecimento de padrões.

HEIJENOORT, Jean van. *From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic*. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1977. Brochura. Coleção de artigos que marcaram época na lógica matemática, culminando na revelação revolucionária de Gödel, o último trabalho do livro.

HENRI, Adrian. *Total art: environments, happenings, and performances*. Nova York: Praeger, 1974. Brochura. Mostra como o significado degenerou-se tanto na arte moderna que a ausência de significado se torna profundamente significativa (o que quer que isso signifique).

*HOARE, C. A. R., ALLISON, D. C. S. "Incomputability". *Computing Surveys*, v. 4, nº 3, set. 1972. Exposição finamente apresentada do porquê o problema da parada é insolúvel. Demonstra este teorema fundamental: "Qualquer linguagem que contenha condicionantes e definições de funções recorrentes que seja suficientemente poderosa para programar seu próprio intérprete não pode ser usada para programar sua própria função 'terminal'".

HOFSTADTER, Douglas R. "Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields". *Physical Review B*, v. 14, nº 6, 15 set. 1976. Tese de PhD do autor apresentada como trabalho. Detalha a origem de "Gplot", o gráfico recorrente mostrado na Figura 34.

HOOK, Sidney (ed.). *Dimensions of mind*. Nova York: Macmillan/Collier Books, 1961. Brochura. Coleção de artigos a respeito do problema mente–corpo e do problema mente–computador. Algumas fortes pitadas de pimenta.

*HORNEY, Karen. *Self-analysis*. Nova York: W. W. Norton, 1942. Brochura. Descrição fascinante de como os níveis do eu devem entrelaçar-se para enfrentar problemas de autodefinição de qualquer indivíduo neste mundo complexo. Humano e perceptivo.

HUBBARD, John I. *The biological basis of mental activity*. Reading (MA): Addison-Wesley, 1975. Brochura. Um livro como os outros a respeito do cérebro, mas com uma virtude especial: contém muitas listas longas de perguntas para que o leitor reflita sobre elas e referências a artigos que tratam de tais questões.

*JACKSON, Philip C. *Introduction to artificial intelligence*. Nova York: Petrocelli Charter, 1975. O livro recente que descreve, com alguma exuberância, as idéias da IA. Há um número enorme de idéias vagamente sugeridas que flutuam pelo livro, razão por que folheá-lo é algo muito estimulante. Tem uma bibliografia gigantesca, outra razão para recomendá-lo.

JACOBS, Robert L. *Understanding harmony*. Nova York: Oxford University Press, 1958. Brochura. Livro direto sobre harmonia, que pode levar a muitas especulações sobre por que a harmonia ocidental convencional tem tanto impacto em nossos cérebros.

JAKI, Stanley L. *Brain, mind, and computers*. South Bend (Ind.): Gateway Editions, 1969. Brochura. Livro polêmico em que cada página irradia desprezo pelo paradigma computacional para a compreensão da mente. Apesar disso, é interessante refletir sobre os pontos que aborda.

*JAUCH, J. M. *Are quanta real?* Bloomington (Ind.): Indiana University Press, 1973. Delicioso livrinho de diálogos que usa três personagens tomados por emprésti-

mos a Galileu e colocados em ambiente moderno. São discutidas não só questões de mecânica quântica, mas também temas de reconhecimento de padrões, simplicidade, processos cerebrais e filosofia da ciência. Extremamente agradável e provocante.

*JEFFREY, Richard. *Formal logic: its scope and limits.* Nova York: McGraw-Hill, 1967. Livro-texto elementar e de leitura fácil, cujo último capítulo se refere aos Teoremas de Gödel e de Church. Tem um enfoque muito diferente de muitos textos sobre lógica, o que o faz sobressair.

*JENSEN, Hans. *Sign symbol, and script.* Nova York: G. P. Putnam's, 1969. Um dos livros mais importantes – se não o mais importante – sobre sistemas simbólicos de escrita do mundo inteiro, da atualidade e da Antiguidade. Há muita beleza e mistério nesse livro – por exemplo, a inscrição não decifrada da ilha da Páscoa.

KALMÁR, László. "An argument against the plausibility of Church's thesis". Em: HEYTING, A. (ed.). *Constructivity in mathematics: proceedings of the colloquium held at Amsterdam, 1957.* North-Holland, 1959. Artigo interessante escrito pelo talvez mais famoso descrente da Tese de Church-Turing.

*KIM, Scott E. "The impossible skew quadrilateral. A four-dimensional optical illusion". Em: BRISSON, David (ed.). *Proceeding of the 1978 A. A. A. S. Symposium on Hypergraphics: Visualizing Complex Relationships in Art and Science.* Boulder (Colo.): Westview Press, 1978. O que parece de início uma idéia incrivelmente pesada – uma ilusão de ótica para "pessoas" quadridimensionais – torna-se pouco a pouco cristalino, em uma apresentação magistral que utiliza uma longa série de diagramas excelentemente executados. A forma do artigo é tão intrigante e incomum quanto o seu conteúdo: é tripartido em muitos níveis simultaneamente. O artigo e meu livro desenvolveram-se em paralelo e um estimulou o outro.

KLEENE, Stephen C. *Introduction to mathematical logic.* Nova York: John Wiley, 1967. Texto completo e ponderado de uma das personalidades importantes da matéria. Vale muito a pena. Cada vez que releio uma passagem encontro algo de novo que antes me havia escapado.

______. *Introduction to metamathematics.* Princeton: D. van Nostrand, 1952. Obra clássica sobre lógica matemática; o livro-texto (acima) é, essencialmente, uma versão resumida. Rigoroso e completo, mas antiquado.

KNEEBONE, G. J. *Mathematical logic and the foundations of mathematics.* Nova York: Van Nostrand Reinhold, 1963. Livro sólido, com muitas discussões filosóficas de tópicos como intuicionismo e a "realidade" dos números naturais, etc.

KOESTLER, Arthur. *The act of creation.* Nova York: Dell, 1966. Brochura. Teoria ampla e em geral estimulante sobre como as idéias são "bissociadas" para produzir novidades. Melhor abri-lo aleatoriametne para ler do que começar pelo princípio.

KOESTLER, Arthur, SMITHIES, J. R. (eds.). *Beyond reductionism.* Boston: Beacon Press, 1969. Brochura. Relato de uma conferência cujos participantes eram todos da opinião de que os sistemas biológicos não podem ser explicados reducionisticamente e de que existe algo "emergente" com relação à vida. Sinto atração por livros que me parecem equivocados, mas de maneira difícil de apontar.

**KUBOSE, Gyomay. *Zen koans.* Chicago: Regnery, 1973. Brochura. Uma das melhores coletâneas de *koans* que se pode encontrar. Bela apresentação. Livro essencial em qualquer biblioteca de zen.

KUFFLER, Stephen W., NICHOLLS, John G. *From neuron to brain.* Sunderland (MA): Sinauer Associates, 1976. Brochura. Livro que, apesar do título, trata principalmente

de processos microscópicos no cérebro e fala muito pouco sobre a maneira pela qual os pensamentos emergem da massa entrelaçada. O trabalho de Hubel e Wiesel sobre sistemas visuais é particularmente bem coberto.

LACEY, Hugh, JOSEPH, Geoffrey. "What the Gödel formula says". *Mind,* nº 77, 77, 1968. Discussão útil sobre o significado da fórmula de Gödel, baseado em uma separação estrita de três níveis: sistema formal não-interpretado, sistema formal interpretado e metamatemática. Vale a pena estudar.

LAKATOS, Imre. *Proofs and refutations.* Nova York: Cambridge University Press, 1976. Brochura. Livro muito divertido, em forma de diálogo, que discute como os conceitos são formados na matemática. Valioso não só para os matemáticos, mas também para os que se interessam pelos processos de pensamento.

**LEHNINGER, Albert. *Biochemistry.* Nova York: Worth Publishers, 1976. Livro que se pode ler maravilhosamente bem, considerando-se seu nível técnico. Nele podem-se encontrar muitas maneiras pelas quais proteínas e genes se entrelaçam. Bem organizado e interessante.

**LUCAS, J. R. "Minds, machines, and Gödel". *Philosophy,* nº 36, p. 112, 1961. Este artigo é reproduzido em *Minds and machines,* de Anderson, e em *The modeling of mind,* de Sayre e Crosson. Artigo altamente controvertido e provocante, afirma demonstrar que o cérebro humano não pode, em princípio, ser modelado por um programa de computador. A argumentação baseia-se inteiramente no Teorema da Incompletitude, de Gödel, e é fascinante. O estilo é (em minha opinião) incrivelmente revoltante – e, no entanto, por isso mesmo, a leitura é divertida.

______. "Satan stultified: a rejoinder to Paul Benacerraf". *Monist,* nº 52, p. 145, 1968. Argumentação contra Benacerraf, escrita em estilo hilariantemente erudito: em determinado ponto, Lucas refere-se a Benacerraf como um "polemista auto-estultificante" (o que quer que isso signifique). A batalha Lucas–Benacerraf, assim como a batalha Lucas–Good, oferece grandes estímulos ao pensamento.

______. "Human and machine logic: a rejoinder". *British Journal for the Philosophy of Science,* nº 19, p. 155, 1967. Tentativa de refutação da tentativa de refutação do artigo original de Lucas por Good.

**MacGILLAVRY, Caroline H. *Symmetry aspects of the periodic drawings of M. C. Escher.* Utrecht: A. Oosthoek's Uitgevermaatschappij, 1965. Coleção de trabalhos de Escher, com comentário científico de um cristalógrafo. Fonte de algumas de minhas ilustrações – como a *Fuga da formiga* e o *Cânone caranguejo.* Reimpresso em 1976 em Nova York, por Harry N. Abrams, com o título de *Fantasy and symmetry.*

MacKAY, Donald M. *Information, mechanism and meaning.* Cambridge (MA): MIT Press, 1970. Brochura. Livro sobre diferentes medidas de informação, aplicáveis em situações diferentes: questões teóricas relacionadas com a percepção e a compreensão humanas, e a maneira pela qual a atividade consciente pode surgir a partir de um suporte mecanicista.

*MANDELBROT, Benoît. *Fractals: form, chance, and dimension.* São Francisco: W. H. Freeman, 1977. Raridade: livro ilustrado sobre idéias contemporâneas de pesquisa matemática. Trata de curvas e formas definidas recorrentemente, cuja dimensionalidade não seja um número inteiro. Mandelbrot mostra, de maneira surpreendente, sua relevância com relação a praticamente todos os ramos da ciência.

*McCARTHY, John. "Ascribing mental qualities to machines". Em: RINGLE, Martin (ed.). *Philosophical perspectives in artificial intelligence.* Nova York: Humanities Press, 1979 (no prelo). Artigo profundo sobre as circunstâncias em que faria sentido dizer que uma máquina tenha crenças, desejos, intenções, consciência ou livre-arbítrio. Interessante comparar este artigo com o livro de Griffin.

MESCHKOWSKI, Herbert. *Non-Euclidean geometry.* Nova York: Academic Press, 1964. Brochura. Livro curto com bons comentários históricos.

MEYER, Jean. "Essai d'application de certains modeles cybernetiques à la coordination chez les insectes sociaux". *Insectes Sociaux XIII*, nº 2, p. 127, 1966. Artigo que estabelece paralelos entre a organização neural do cérebro e a organização de uma colônia de formigas.

MEYER, Leonard B. *Emotion and meaning in music.* Chicago: University of Chicago Press, 1956. Brochura. Livro que tenta usar as idéias da psicologia *gestalt* e a teoria da percepção para explicar por que a estrutura da música é o que é. Um dos livros mais incomuns sobre música e mente.

______. *Music, the arts, and ideas.* Chicago: University of Chicago Press, 1967. Brochura. Análise ponderada de processos mentais envolvidos na atenção à música e de estruturas hierárquicas na música. O autor compara tendências musicais modernas ao zen-budismo.

MILLER, G. A., JOHNSON-LAIRD, P. N. *Language and perception.* Cambridge (MA): Harvard University Press/Belknap Press, 1976. Compêndio fascinante de fatos e teorias lingüísticas, relacionados à hipótese de Whorf, segundo a qual a linguagem é, ao mesmo tempo, uma visão de mundo. Exemplo típico é a discussão sobre a estranha "linguagem para sogras", utilizada pelos Dyirbal do norte Queensland. Trata-se de uma linguagem utilizada por esse povo da Austrália unicamente para falar com as sogras.

**MINSKY, Marvin L. "Matter, mind, and models". Em: MINSKY, Marvin L. (ed.). *Semantic information processing.* Cambridge (MA): MIT Press, 1968. Embora tenha apenas umas poucas páginas, este artigo implica toda uma filosofia da consciência e da inteligência das máquinas. Escrito memorável de um dos mais profundos pensadores do campo.

MINSKY, Marvin L., PAPERT, Seymour. *Artificial intelligence progress report.* Cambridge (MA): MIT/Artificial Intelligence Laboratory, AI Memo 252, 1972. Apresentação de todo o trabalho sobre inteligência artificial feito no MIT até 1972, relacionado à psicologia e à epistemologia. Poderia servir muito bem como introdução à IA.

**MONOD, Jacques. *Chance and necessity.* Nova York: Random House/Vintage Books, 1971. Brochura. Uma mente extremamente fértil escrevendo de maneira idiossincrática sobre questões fascinantes, tais como a maneira como a vida é construída a partir da não-vida; como a evolução, aparentando violar a segunda lei da termodinâmica, na verdade depende dela. O livro me entusiasmou profundamente.

*MORRISON, Philip e Emily (eds.). *Charles Babbage and his calculating engines.* Nova York: Dover Publications, 1961. Brochura. Valiosa fonte de informações sobre a vida de Babbage. Grande parte da autobiografia de Babbage é aqui reproduzida, juntamente com diversos artigos sobre as máquinas de Babbage e sua "notação mecânica".

MYHILL, John. "Some philosophical implications of mathematical logic". *Review of Metaphysics*, nº 6, p. 165, 1952. Discussão incomum das maneiras pelas quais o Teorema de Gödel e o Teorema de Church se ligam à psicologia e à epistemologia. Termina com uma discussão sobre beleza e criatividade.

NAGEL, Ernest. *The structure of science.* Nova York: Harcourt, Brace, and World, 1961. Brochura. Clássico da filosofia da ciência, com discussões claras sobre reducionismo *versus* holismo, explicações teleológicas *versus* não teleológicas, etc.

**NAGEL, Ernest, NEWMAN, James R. *Gödel's proof.* Nova York: Nova York University Press, 1958. Brochura. Apresentação agradável e interessante, foi, de muitos modos, a inspiração do meu próprio livro.

*NIEVERGELT, Jurg, FARRAR, J. C., REINGOLD, E. M. *Computer approaches to mathematical problems.* Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1974. Coleção incomum de diferentes tipos de problemas que podem ser e foram enfrentados com computadores – por exemplo, o "problema $3n+1$" (mencionado em minha *Ária com variações diversas)* e outros problemas da Teoria dos Números.

PATTEE, Howard H. (ed.). *Hierarchy theory.* Nova York: George Braziller, 1973. Brochura. Subintitulado "O desafio de sistemas complexos". Contém um bom artigo de Herbert Simon que cobre as mesmas idéias focalizadas em meu capítulo "Níveis de descrição".

PÉTER, Rózsa. *Recursive functions.* Nova York: Academic Press, 1967. Discussão completa de funções recorrentes primitivas, funções recorrentes gerais, funções recorrentes parciais, o método diagonal e muitos outros tópicos de caráter técnico.

QUINE, Willard van Orman. *The ways of paradox, and other essays.* Nova York: Random House, 1966. Coleção dos pensamentos de Quine sobre muitos tópicos. O primeiro ensaio trata de diversos tipos de paradoxos e suas soluções. Nele é apresentada a operação denominada "quinagem" em meu livro.

RANGANATHAN, S. R. *Ramanujan, the man and the mathematician.* Londres: Asia Publishing House, 1967. Biografia de orientação ocultista do gênio indiano, escrita por um admirador. Livro estranho, mas com seus encantos.

REICHARDT, Jasia. *Cybernetics, arts, and ideas.* Boston: Nova York Graphic Society, 1971. Estranha coletânea de idéias sobre computadores e arte, música e literatura. Algumas estão claramente fora de foco, mas outras não. Exemplos desta última categoria são os artigos "A chance for art", de J. R. Pierce, e "Computerized haiku", de Margaret Masterman.

RÉNYI, Alfréd. *Dialogues on mathematics.* São Francisco: Holden-Day, 1967. Brochura. Três diálogos simples, mas estimulantes, envolvendo personalidades clássicas da história que tentam chegar à natureza da matemática. Para o público em geral.

**REPS, Paul. *Zen flesh, zen bones.* Nova York: Doubleday/Anchor Books. Brochura. Este livro traduz muito bem o ar do zen – anti-racional, antilinguagem, anti-reducionista, orientação basicamente holística.

ROGERS, Hartley. *Theory of recursive functions and effective computability.* Nova York: McGraw-Hill, 1967. Tratado altamente técnico, mas com muita coisa para se aprender. Contém discussões de muitos problemas intrigantes da teoria dos conjuntos e da teoria das funções recorrentes.

ROKEACH, Milton. *The three Christs of Ypsilanti.* Nova York: Vintage Books, 1964. Brochura. Estudo da esquizofrenia e dos estranhos topos de "coerência" que surgem em suas vítimas. Conflito fascinante entre três homens em um hospital para doentes mentais, os quais se imaginavam ser Deus, e como reagiram ao fato de se defrontarem por muitos meses.

**ROSE, Steven. *The conscious brain.* Ed. atualizada. Nova York: Vintage Books, 1976. Brochura. Livro excelente – provavelmente a melhor introdução ao estudo do cérebro. Contém discussões completas sobre a natureza física do cérebro, assim como discussões filosóficas sobre a natureza da mente, reducionismo *versus* holismo, li-

vre-arbítrio *versus* determinismo, etc., a partir de um ponto de vista amplo, inteligente e humanista. Apenas suas idéias sobre IA estão fora de foco.

ROSENBLUETH, Arturo. *Mind and brain: a philosophy of science.* Cambridge (MA): MIT Press, 1970. Brochura. Livro bem escrito, de um pesquisador do cérebro que trata da maioria dos problemas profundos concernentes à mente e ao cérebro.

*SAGAN, Carl (ed.). *Communication with extraterrestrial intelligence.* Cambridge (MA): MIT Press, 1973. Brochura. Transcrições de uma conferência realmente avançada em que um grupo estelar de cientistas e outras pessoas travam uma batalha a respeito dessa questão especulativa.

SALMON, Wesley (ed.). *Zeno's paradoxes.* Nova York: Bobbs-Merrill, 1970. Brochura. Coletânea de artigos sobre os antigos paradoxos de Zenão, analisados à luz da moderna teoria dos conjuntos, da mecânica quântica e assim por diante. Curioso e provocante, ocasionalmente divertido.

SANGER, F. *et al.* "Nucleotide sequence of bacteriophage ϕX174 DNA". *Nature,* nº 265, 24 fev. 1977. Excitante apresentação da primeira exposição do material hereditário completo de um organismo. A surpresa é o duplo sentido: duas proteínas codificadas de maneira justaposta – quase impossível de acreditar.

SAYRE, Kenneth M., CROSSON, Frederick J. *The modeling of mind: computers and intelligence.* Nova York: Simon and Schuster/Clarion Books, 1963. Coleção de comentários filosóficos sobre a idéia da inteligência artificial, feitos por pessoas provenientes de grande número de disciplinas diferentes. Entre os colaboradores estão Anatol Rapoport, Ludwig Wittgenstein, Donald Mackay, Michael Scriven, Gilbert Ryle e outros.

*SCHANK, Roger, COLBY, Kenneth. *Computer models of thought and language.* São Francisco: W. H. Freeman, 1973. Coletânea de artigos sobre vários enfoques à estimulação de processos mentais, tais como a compreensão da linguagem, sistemas de crença, traduções e assim por diante. Livro importante sobre a IA; muitos dos artigos não são difíceis de ler, mesmo para os leigos.

SCHRÖDINGER, Erwin. *What is life? & mind and matter.* Nova York: Cambridge University Press, 1967. Brochura. Famoso livro de um famoso físico (um dos principais fundadores da mecânica quântica). Explora a base física da vida e do cérebro; a seguir, discute a consciência em termos bastante metafísicos. A primeira metade – *What is life?* – exerceu influência considerável, na década de 1940, sobre a pesquisa do mensageiro de informações genéticas.

SHEPARD, Roger N. "Circularity in judgments of relative pitch". *Journal of the Acoustical Society of America,* v. 36, nº 12, p. 2346-2353, dez. 1964. A origem das surpreendentes ilusões auditivas dos "tons de Shepard".

SIMON, Herbert A. *The sciences of the artificial.* Cambridge (MA): MIT Press, 1969. Brochura. Livro interessante sobre a compreensão de sistemas complexos. O último capítulo, intitulado "A arquitetura da complexidade", discute algo da problemática reducionismo *versus* holismo.

SMART, J. J. C. "Gödel's theorem, Church's theorem, and mechanism". *Synthèse,* nº 13, p. 105, 1961. Artigo bem escrito, anterior ao de Lucas, de 1961, mas que argumenta essencialmente contra este.

**SMULLYAN, Raymond. *Theory of formal systems.* Princeton (NJ): Princeton University Press, 1961. Brochura. Tratado superior, mas que começa com uma bela discussão sobre sistemas formais e demonstra uma versão simples do Teorema de Gödel de maneira elegante. Já é válido apenas pelo capítulo 1.

*_____. *What is the name of this book?* Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1978. Livro de quebra-cabeças e fantasias sobre paradoxos, auto-referência e o Teorema de Gödel. Aparentemente interessará a muitos dos leitores do meu livro. Publicado depois que o meu estava totalmente escrito (com a exceção de um certo item da bibliografia).

SOMMERHOFF, Gerd. *The logic of the living brain.* Nova York: John Wiley, 1974. Livro que tenta usar o conhecimento de estruturas de pequena escala do cérebro para criar uma teoria de como funciona o cérebro como um todo.

SPERRY, Roger. "Mind, brain, and humanist values". Em: PLATT, John R. (ed.). *New views on the nature of man.* Chicago: University of Chicago Press, 1965. Um neurofisiólogo pioneiro explica aqui, vividamente, como concilia a atividade cerebral e a consciência.

*STEINER, George. *After Babel: aspects of language and translation.* Nova York: Oxford University Press, 1975. Brochura. Livro de um lingüista erudito a respeito dos problemas profundos da tradução e da compreensão da linguagem pelos seres humanos. Embora a IA mal seja discutida, o tom é o de que programar um computador para compreender um romance ou um poema é inexeqüível. Livro bem escrito, estimulante para o pensamento e por vezes revoltante.

STENESH, J. *Dictionary of biochemistry.* Nova York: John Wiley/Wiley-Interscience, 1975. Para mim, um companheiro útil dos livros técnicos sobre biologia molecular.

**STENT, Gunther. "Explicit and implicit semantic content of the genetic information". Em: *The centrality of science and absolute values,* v. 1. Atas da 4ª Conferência Internacional sobre a Unidade das Ciências. Nova York, 1975. Por incrível que pareça, este artigo está nos anais de uma conferência organizada pelo agora famigerado Rev. Sun Myung Moon. Apesar disso, o artigo é excelente. Refere-se a se se pode dizer, em qualquer sentido operacional, que um genótipo contenha "todas" as informações sobre o seu fenótipo. Em outras palavras: refere-se à localização do significado no genótipo.

_____. *Molecular genetics: a historical narrative.* São Francisco: W. H. Freeman, 1971. Stent tem um ponto de vista amplo e humanista e transmite as idéias em sua perspectiva histórica. Texto incomum sobre biologia molecular.

SUPPES, Patrick. *Introduction to logic.* Nova York: Van Nostrand Reinhold, 1957. Texto padrão, com apresentações claras tanto do cálculo proposicional quanto do cálculo predicado. O meu cálculo proposicional provém principalmente daí.

SUSSMAN, Gerald Jay. *A computer model of skill acquisition.* Nova York: American Elsevier, 1975. Brochura. Teoria de programas que compreende a tarefa de programar um computador. As questões de como subdividir a tarefa em partes e de como as diferentes partes de tal programa deveriam interagir são discutidas pormenorizadamente.

**TANENBAUM, Andrew S. *Structured computer organization.* Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1976. Excelente: relato direto e extremamente bem escrito dos muitos níveis presentes nos sistemas de computadores modernos. Cobre linguagens de microprogramação, linguagens de máquina, linguagens de montagem, sistemas operacionais e muitos outros tópicos. Tem uma bibliografia boa e parcialmente anotada.

TARSKI, Alfred. *Logic, semantics, metamathematics. Papers from 1923 to 1938.* Traduzido por J. H. Woodger. Nova York: Oxford University Press, 1956. Apresenta as idéias de Tarski a respeito da verdade e do relacionamento entre a linguagem e o

mundo que ela representa. Essas idéias ainda têm repercussão sobre o problema da representação do conhecimento na inteligência artificial.

TAUBE, Mortimer. *Computers and common sense.* Nova York: McGraw-Hill, 1961. Brochura. Talvez a primeira invectiva contra o conceito moderno de inteligência artificial. Aborrecido.

TIETZE, Heinrich. *Famous problems of mathematics.* Baltimore: Graylock Press, 1965. Livro sobre problemas famosos, escrito em estilo muito pessoal e erudito. Boas ilustrações e bom material histórico.

TRAKHTENBROT, V. *Algorithms and computing machines.* Heath. Brochura. Discussão sobre questões teóricas que envolvem computadores, particularmente problemas insolúveis, como o problema da parada e o problema da equivalência em palavras. Curto, o que é bom.

TURING, Sara. *Alan M. Turing.* Cambridge (UK): W. Heffer & Sons, 1959. Biografia do grande pioneiro da computação. Obra de amor materno.

*ULAM, Stanislaw. *Adventures of a mathematician.* Nova York: Charles Scribner's, 1976. Autobiografia de um homem de 65 anos que escreve como se tivesse vinte e perdidamente apaixonado pela matemática. Um punhado de fofocas sobre quem eram considerados os melhores, quem tinha inveja de quem, etc. Além de engraçado, é sério.

WATSON, J. D. *The molecular biology of the gene.* 3. ed. Menlo Park (Calif.): W. A. Benjamin, 1976. Livro bom, mas, em minha opinião, não tão bem organizado quanto o de Lehninger. No entanto, quase todas as páginas contêm algo de interessante.

WEBB, Judson. "Metamathematics and the philosophy of mind". *Philosophy of Science,* nº 35, p. 156, 1968. Argumentação detalhada e rigorosa contra Lucas, que contém esta conclusão: "Minha posição geral neste trabalho pode ser descrita como a de que o problema mente-máquina-Gödel não pode ser tratado com coerência enquanto não for esclarecido o problema da construtividade nas bases da matemática".

WEISS, Paul. "One plus one does not equal two". Em: QUARTON, G. C., MELNECHUK, T., SCHMITT, F. O. (eds.). *The neurosciences: a study program.* Nova York: Rockefeller University Press, 1967. Artigo que trata de conciliar o holismo e o reducionismo, mas, para o meu gosto, orientado um pouco demais para o holismo.

*WEIZENBAUM, Joseph. *Computer power and human reason.* São Francisco: W. H. Freeman, 1976. Brochura. Livro provocante de um antigo especialista em IA que chegou à conclusão de que grande parte do trabalho da ciência da computação, em particular a IA, é perigoso. Embora eu esteja de acordo com algumas de suas críticas, acho que ele vai longe demais. Sua referência escandalizada às pessoas que trabalham com a IA como *artificial intelligentsia* é divertida na primeira vez, mas fica cansativa a partir da décima segunda. Qualquer pessoa interessada em computadores deve ler.

WHEELER, William Morton. "The ant-colony as an organism". *Journal of Morphology,* v. 2, nº 22, pp. 307-325, 1911. Uma das principais autoridades sobre insetos em seu tempo faz sua famosa afirmação sobre por que uma colônia de formigas merece o título de "organismo", tanto quanto os seus componentes.

WHITELY, C. H. "Minds, machines, and Gödel: a reply to Mr. Lucas". *Philosophy,* nº 37, p. 61, 1962. Resposta simples, mas potente, à argumentação de Lucas.

WILDER, Raymond. *An introduction to the foundations of mathematics.* Nova York: John Wiley, 1952. Boa visão geral, pondo em perspectiva as idéias importantes do século passado.

*WILSON, Edward O. *The insect societies.* Cambridge (MA): Harvard University Press/ Belknap Press, 1971. Brochura. Livro consagrado sobre o comportamento coletivo dos insetos. Embora detalhado, ainda se presta à leitura e discute idéias fascinantes. Tem ilustrações excelentes e uma bibliografia gigantesca (embora, infelizmente, não anotada).

WINOGRAD, Terry. *Five lectures on artificial intelligence.* AI Memo 246. Stanford (Calif.): Stanford University/Artificial Intelligence Laboratory, 1974. Brochura. Discussão de problemas fundamentais da IA e de novas idéias para enfrentá-los, por um dos importantes especialistas contemporâneos do ramo.

*______. *Language as a cognitive process.* Reading (MA): Addison-Wesley (no prelo). Pelo que vi do manuscrito, este será um livro excitante, que trata da linguagem em sua complexidade total, como até aqui não foi feito.

*_____. *Understanding natural language.* Nova York: Academic Press, 1972. Discussão pormenorizada de um programa particular que é notavelmente "esperto" em um mundo limitado. O livro mostra que a linguagem não pode ser separada de uma compreensão geral do mundo e sugere direções a serem seguidas na formulação de programas que possam usar a linguagem do modo como as pessoas o fazem. Contribuição importante; muitas idéias podem ser estimuladas pela leitura deste livro.

______. "On some contested suppositions of generative linguistics about the scientific study of language". *Cognition,* nº 4, p. 6. Réplica engraçada a um ataque frontal de alguns lingüistas doutrinários à inteligência artificial.

*WINSTON, Patrick. *Artificial intelligence.* Reading (MA): Addison-Wesley, 1977. Apresentação genérica e firme de muitas facetas da IA por um jovem influente e dedicado. A primeira metade é independente de programas; a segunda depende do Lisp e inclui uma exposição breve e boa sobre a linguagem Lisp. Contém muitas indicações para a literatura atual sobre IA.

*_____ (ed.). *The psychology of computer vision.* Nova York: McGraw-Hill, 1975. Título idiota para um livro ótimo. Contém artigos sobre como programar computadores para efetuar o reconhecimento visual de objetos, cenas e assim por diante. Os artigos tratam de todos os níveis do problema, desde a detecção de segmentos de linha até a organização geral do conhecimento. Há um artigo em particular, do próprio Winston, sobre um programa que ele escreveu e que desenvolve conceitos abstratos a partir de exemplos concretos, e um artigo de Minsky sobre a nascente noção de "estruturas".

*WOOLDRIDGE, Dean. *Mechanical man – the physical basis of intelligent life.* Nova York: McGraw-Hill, 1968. Brochura. Discussão ampla sobre o relacionamento entre os fenômenos mentais e os cerebrais, escrita em linguagem clara. Explora conceitos filosóficos difíceis de uma forma nova, iluminando-os com exemplos concretos.

Créditos

Figuras: Fig. 1 – *Johann Sebastian Bach,* por Elias Gottlieb-Haussmann (1748), coleção de William H. Scheide, Princeton, Nova Jersey; Fig. 2 – *Concerto de flauta em Sanssouci,* por Adolf von Menzel, Nationalgalerie, Berlim Ocidental; Figs. 3, 4 e 152 – "O Tema real" e a última página do "Ricercar a seis vozes", a partir da edição original da *Oferenda musical,* de Johann Sebastian Bach, são reproduzidos por cortesia da Library of Congress; Figuras de litografias e xilogravuras de M. C. Escher são reproduzidas por permissão da Escher Foundation, Haags Gemeentemuseum, Haia, copyright © da Escher Foundation, 1979, direitos de reprodução obtidos por cortesia de Vorpal Galleries, Nova York, Chicago, São Francisco e Laguna Beach; Fig. 9 – Fotografia de Kurt Gödel, por Orren J. Turner, de *Foundations of mathematics: symposium papers commemorating the sixtieth birthday of Kurt Gödel,* editada por Jack J. Bulloff, Thomas C. Holyoke e S. W. Hahn, Nova York, Springer-Verlag, 1969; Figs. 17 e 96 – "Figura-figura" e "Seção de ARNm, passando por um ribossoma", desenhos de Scott E. Kim; Figs. 19, 44, 133 e 148 – Seleções musicais da *Oferenda musical,* de J. S. Bach, música impressa pelo programa SMUT, de Donald Byrd; Fig. 25 – "Labirinto cretense", de W. H. Mathews, *Mazes and labyrinths: their history and development,* Nova York, Dover Publications, Inc., 1970; Fig. 39 – Fotografia da pedra de Roseta, cortesia do British Museum; Fig. 40 – Colagem de inscrições. Os exemplos de inscrições cuneiformes, da ilha da Páscoa, mongol e rúnica de Hans Jensen, *Sign, symbol and script,* Alemanha Oriental VEB Deutscher Verlag Der Wissenschaften; exemplos de inscrições bengalesa e buginesa de Kenneth Katzner, *The languages of the world,* Nova York, Funk & Wagnalls, 1975; exemplos de tamil e tai, de I. A. Richards e Christine Gibson, *English through pictures,* Nova York, Washington Square Press; Fig. 59 – "A inteligência construída camada por camada", adaptada de Patrick Henry Winston, *Artificial intelligence,* Reading (MA), Addison-Wesley Publishing Company, reproduzida com permissão; Figs. 63 e 69 – Fotografias de uma ponte de formigas, de Carl W. Rettenmeyer, e construção de um arco por cupins operários, de Turid Hölldobler, em E. O. Wilson, *The insect societies,* Cambridge (MA), Harvard University Press, 1979; Fig. 65 – Desenho esquemático de um neurônio adaptado de *The machinery of the brain,* de Dean Wooldridge, copyright © 1963, McGraw-Hill, Inc., usado com permissão de McGraw Hill Book Company, e a Fig. II-6, página 26, de *Speech and brain-mechanisms,* de Wilder Penfield e Lamar Roberts, copyright © de Princeton University Press, reproduzido com permissão da Princeton University Press; Fig. 66 – "O cérebro humano visto do lado esquerdo", de Steven Rose, *The conscious brain,* copyright © 1973, de Steven Rose, reproduzido com permissão de Alfred A. Knopf, Inc., Nova York, e John Wolfers, Londres; Fig. 68 – "Caminhos neurais justapostos", de John C. Eccles, *Facing reality,* Nova York, Springer-Verlag, 1970; Figs. 77, 78, 80, 82, 117, 137, 138 e 141 – *As sombras, Estado de graça, A bela cativa,*

A ária e a canção, Aritmética mental, Senso comum, Os dois mistérios e *A condição humana I,* de René Magritte, copyright © de ADAGP, Paris, 1979; Figs. 79 e 95 – "O vírus mosaico do tabaco" e "Estrutura secundária e terciária da mioglobina", de Albert Lehninger, *Biochemistry,* Nova York, Worth Publishers, 1975; Figs. 91 e 92 – "As quatro bases constituintes do ADN" e "A estrutura em escada do ADN", de Arthur Kornberg, "A síntese do ADN", *Scientific American,* copyright © outubro de 1968, todos os direitos reservados; Fig. 93 – "Modelo molecular da hélice dupla do ADN", reproduzido com permissão de V. M. Ingram, *Biosynthesis of macromolecules,* Menlo Park, Califórnia, The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1972; Fig. 97 – "Polirribossoma", de *The proteins,* editado por R. E. Dickerson e H. Neurath, página 64, Nova York, Academic Press; Fig. 98 – "Um cânone molecular de duas camadas", de O. L. Miller Jr., "Visualization of genes in action", *Scientific American,* copyright © março de 1973, todos os direitos reservados; Figs. 101, 102, 103 – "O vírus bacteriano T4", "Infecção de uma bactéria por um vírus" e "O caminho morfogenético do vírus T4", de William B. Wood e R. S. Edgar, "Elaboração de um vírus bacteriano", *Scientific American,* copyright © julho de 1987, todos os direitos reservados; Fig. 105 – Fotografia de Srinivasa Ramanujan, de S. R. Ranganathan, Ramanujan, *The man and the mathematician,* Nova York, Asia Publishing House, 1967; Figs. 110, 111 e 112 – De Terry Winograd, *Understanding natural language,* Nova York, Academic Press, 1972; Fig. 113 – Fotografia de Alan Turing, por C. H. O. Trevelyan, em Sara Turing, *Alan M. Turing,* Cambridge, Inglaterra, W. H. Heffer and Sons, Ltd., 1959; Fig. 116 – "Uma história significativa em árabe", de Abdelkebir Khatibi e Mohammed Sijelmassi, *The splendor of islamic calligraphy,* Nova York, Londres, Thames & Hudson, copyright © de Qarawiyne Library em Fez; Fig. 118 – Representação procedimental de "cubo vermelho que apóia uma pirâmide", adaptada de *Computer models of thought and language,* editado por Roger C. Schank e Kenneth Mark Colby, W. H. Freeman and Company, copyright © 1973; Figs. 119, 122, 124 e 130 – Problemas Bongard, de M. Bongard, *Pattern recognition,* Rochelle Park, Nova Jersey, Hayden Book Company/Spartan Books, 1970.

Créditos de reconhecimento são feitos aos seguintes editores por permitirem citações do seguinte material: *The Bach reader: a life of Johann Sebastian Bach in letters and documents,* editado por Hans T. David e Arthur Mendel, revisto, com a permissão de W. W. Norton & Company, Inc., copyright © 1966, 1945 de W. W. Norton & Company, Inc., renovado em 1972 por Mrs. Hans T. David e Arthur Mendel; *Oferenda musical,* de J. S. Bach, página 179, editado por Hans T. David, Nova York, copyright © de 1945 de G. Schirmer, Inc., usado com permissão; Gyomay Kubose, *Zen koans,* Chicago, Regnery, 1973; Pauls Reps, *Zen flesh, zen bones,* Tóquio, Japão, Charles E. Tuttle Co., Inc. 1957; J. R. Lucas, "Minds, machines, and Gödel", e Alan M. Turing, "Computing machinery and intelligence", de *Minds and machines,* editado por A. R. Anderson, Englewood Cliffs, Nova Jersey, e Prentice-Hall, 1964, e *Philosophy,*

v. 36, 1961; J. M. Jauch, *Are quanta real?*, Bloomington, Indiana, Indiana University Press, 1973; James R. Newman, "Srinivasa Ramanujan", *The world of mathematics,* editado por James R. Newman, Nova York, Simon & Schuster, reproduzido com permissão de Simon & Schuster, divisão da Gulf & Western Corporation, 1956; Terry Winograd, "A procedural model of language understanding", *Computer models of thought and language,* editado por Roger C. Schank e Kenneth Mark Colby, São Francisco, W. H. Freeman and Company, copyright © 1973; Joseph Weizenbaum, *Computer power and human reason: from judgment to calculation,* São Francisco, W. H. Freeman and Company, copyright © 1976.

Índice

As aparições de Aquiles e da Tartaruga nos diálogos não são registradas no índice, mas as das personagens menos freqüentes são. Recomenda-se ao leitor consultar a figura 70 para possível ajuda nas referências cruzadas.

D

E

G

H

I

J

K

L

M

O

P

Q

R

S

U

V